Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017
Zborník príspevkov

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského, Bratislava
26. apríl 2017

Proceedings of the Student Science Conference 2017

Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Comenius University, Bratislava
April 26, 2017



Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017: Zborník príspevkov
Proceedings of the Student Science Conference 2017
Editori: Broňa Brejová, Jaroslav Guričan, Tomáš Vinař
Autor loga: Matej Novotný
Vydavateľ: CreateSpace Independent Publishing Platform
Vydanie: prvé
Rok vydania: 2017

ISBN 978-1983445132

Zborník obsahuje príspevky účastníkov Študentskej vedeckej konferencie, ktorá sa konala 26. apríla 2017 na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Príspevky označené v obsahu ako "recenzované" boli pred publikovaním recenzované najmenej dvoma anonymnými recenzentami. Všetky príspevky boli posudzované aspoň trojčlennou odbornou komisiou.

http://svk.fmph.uniba.sk/

Zborník © 2017 Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava
Články © 2017 autori jednotlivých článkov

Predhovor

Tento zborník obsahuje príspevky zo Študentskej vedeckej konferencie, ktorá sa konala 26. apríla 2017 na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Študentská vedecká konferencia má na fakulte dlhoročnú tradíciu a je príležitosťou pre študentov bakalárskeho, magisterského a doktorandského štúdia prezentovať vlastné vedecké a odborné práce z rozličných odborov matematiky, fyziky, informatiky, didaktiky týchto disciplín a ich filozofických aspektov.

V roku 2017 bolo na konferenciu prihlásených 61 príspevkov v ôsmich tematických sekciách. Každý článok bol recenzovaný najmenej dvoma recenzentami a ďalej posudzovaný odbornou komisiou. Na základe tohto procesu boli do zborníka vybrané recenzované články, zvyšné príspevky sú v zborníku zastúpené formou jednostranového abstraktu. Príspevky boli prezentované 26. apríla 2017 na celodennej konferencii v priestoroch fakulty a odborné komisie udelili v rámci jednotlivých sekcií ocenenia 18 víťazom a 37 laureátom ŠVK. Komisie navrhli udeliť päť cien Literárneho fondu, tri ceny prof. Tillmana Märka za príspevky v oblasti fyziky plazmy, cenu prof. Petra Lukáča za vynikajúcu prácu v oblasti fyziky plazmy, cenu Slovenskej informatickej spoločnosti za vynikajúcu prácu v oblasti informatiky a cenu FINAMIS za najlepšiu prácu v oblasti finančnej a aplikovanej matematiky. Novinkou boli aj ceny udelené za najlepšie práce doktorandov v oblastiach matematiky, fyziky, informatiky a didaktiky.

Pre širokú verejnosť odznela plenárna prednáška prof. Ivana Kalaša na tému "Programovanie na ZŠ: Aké je? Aké môže byť? Čo vieme a kam smerujeme?"

Chceme poďakovať predovšetkým zúčastneným študentom a ich školiteľom, predsedom a členom jednotlivých odborných komisií, organizátorom a sponzorom. Ďakujeme za úspešný priebeh konferencie a tešíme sa na Študentskú vedeckú konferenciu 2018.

August 2017

Broňa Brejová, Jaroslav Guričan, Tomáš Vinař
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského v Bratislave

Sponzori: Literárny fond, Slovenská informatická spoločnosť, prof. Tillman D. Märk, prof. Peter Lukáč, FINAMIS, Slovenská nukleárna spoločnosť, Photoneo

Zloženie komisií

Organizačný výbor: doc. Mgr. Broňa Brejová, PhD.; doc. RNDr. Jaroslav Guričan, CSc.; prof. RNDr. Ján Urban, DrSc.; doc. Mgr. Tomáš Vinař, PhD.

Predsedovia odborných komisií:

Matematika: doc. RNDr. Pavel Chalmovianský, PhD.
Informatika: prof. RNDr. Rastislav Královič, PhD.
Počítačová grafika a počítačové videnie: RNDr. Elena Šikudová, PhD.
Jadrová fyzika: doc. RNDr. Ivan Sýkora, PhD.
Biofyzika: prof. RNDr. Melánia Babincová, CSc.
Experimentálna fyzika: RNDr. Juraj Országh, PhD.
Didaktika matematiky a fyziky: doc. PaedDr. Klára Velmovská, PhD.
Didaktika informatiky: doc. RNDr. Ľudmila Jašková, PhD.

Ďalší recenzenti: Peter Babinec, Pavol Bartoš, Michal Bodík, Pavol Bokes, Lucia Bónová, Vladimír Boža, Broňa Brejová, Marián Danko, Michal Demetrian, Peter Demkanin, Monika Dillingerová, Roman Ďurikovič, Igor Farkaš, Michal Fečkan, Andrej Ferko, Ján Filo, Milan Ftáčnik, Zuzana Garaiová, Branislav Grančič, Peter Guba, Jaroslav Guričan, Tibor Hianik, Peter Horváth, Andrea Hrušecká, Tatiana Jajcayová, Katarína Janková, Jozef Kačur, Ivana Kolingerová, Richard Kollár, Peter Kostolányi, Zuzana Kubincová, František Kundracik, Viera Lapitková, Martin Madaras, Karolína Mayerová, Veronika Medvecká, Igor Melicherčík, Michal Mereš, Andrej Mihálik, Marián Mikula, Peter Moczo, Ladislav Moravský, Marcela Morvová Jr., Pavol Mošať, Monika Müllerová, Marek Nagy, Peter Papp, Pavel Petrovič, Alexandra Poturnayová, Tomáš Roch, Peter Rybár, Kateřina Schindlerová, Mária Slavíčková, Jaroslav Staníček, Michal Stano, Dušan Štefánik, Ivan Štekl, Ivan Sýkora, Gábor Szűcs, Monika Tomcsányiová, Ivor Uhliarik, Miroslava Urbašíková, Tomáš Vinař, Iveta Waczulíková, Milan Zvarík

Obsah

Matematika

Recenzované články

Andrej Badík: Hopfova bifurkácia v jednom marketingovom modeli 1
Michal Tóth: Numerické modelovanie výmeny tepla pri prúdení vody v pórovitom prostredí 9
Patrik Mihala: Škálovanie kapilárnych síl a hydraulickej permeability pri infiltrácii vody v poréznom prostredí 19
Martin Krátky: Dynamika deformovateľných pórovitých materiálov 28

Abstrakty

Katarína Cibulková: Oceňovanie doživotných manželských dôchodkov 37
Jozef Kováč: Náhodné dynamické systémy generované dvomi Alleeho zobrazeniami 38
Peter Barančok: Mathematical Model of Growth and Division in Budding Yeast . . 39

Biofyzika

Recenzované články

Natália Ružičková: Protein-Lipid Monolayers as a Tool for Detection of Trypsin Activity 40
Mária Šišovská: Chitosanové nanočastice konjugované s kyselinou listovou pre cielenú terapiu rakoviny 46

Abstrakty

Lucia Ilavská: Hodnoty tryptofánu v moči pacientov s neuropsychiatrickými ochoreniami 55
Gabriela M. Girašková: Využitie DNA aptamérov na diagnostiku onkologických ochorení 56

Experimentálna a teoretická fyzika

Recenzované články

Simona Töröková: Exfoliácia a charakterizácia molybdén disulfidu v roztoku 57
Patrícia Multáňová: Disociatívny elektrónový záchyt a elektrónová ionizácia biomolekúl 62
Dušan Mészáros: Porovnanie elektrónových záchytov molekúl C_4F_8 a C_3F_8 70
Ján Blaško: Elektrónmi indukovaná fragmentácia molekuly 2,4,6-tribromoanizolu . 75

Abstrakty

Marián Janík: Structural Analysis of Tantalum-Alloyed Ti-Al-N Hard Coatings . . . 82

Tomáš Hudec: Low Friction Thin Films Prepared by Means of Highly Ionized Deposition Technologies . . . 83
Filip Kubina, Filip Michlík: Adjoint-Tomography for a Local Surface Sedimentary Structure: Methodology and a Blind Test . . . 84
Juraj Surovčík: Plazmou asistovaná kalcinácia keramických nanovlákien . . . 85

Jadrová fyzika

Recenzované články

Peter Kerényi: The Reactor Antineutrino Signal Map of Slovakia . . . 86
Peter Čarný: Skúmanie nábojovej asymetrie v semi-boosted oblasti v leptón+jetovom kanále na experimente ATLAS . . . 95
Daniel Raška: Same-Sign Top Quark Pairs Analysis . . . 107
Adam Broniš: Identifikácia izoméru ^{217}Th v reakcii ^{40}Ar+^{181}Ta$\rightarrow^{221}$Pa* . . . 117
Terézia Eckertová: Mapovanie radónu vo vodách pohorí západného Slovenska . . . 128

Abstrakty

Miroslav Macko: Meranie bezneutrínového dvojitého beta rozpadu na SuperNEMO demonštrátore . . . 136
Dana Bobuľská: Pentaquark Searches with the ALICE Experiment . . . 137

Informatika

Recenzované články

Patrícia Šišková: Rearranging Two Dimensional Arrays by Prefix Reversals . . . 138
Martin Masár: Vyhľadávanie a analýza grafov blízkych Moorovmu . . . 148

Abstrakty

Šimon Sádovský: Prídavná informácia a zložitosť nedeterministických konečných automatov . . . 154
Filip Mišún: Alternating Weighted Automata over Commutative Semirings . . . 155
Andrej Jursa: Fast Algorithm for Clique Number Discovery in Functional Brain Networks . . . 156
Peter Kovács: Robotic Reaching and Grasping Using a TRPO-Based Reinforcement Learning . . . 157
Tomáš Kuzma: Výpočtová analýza vnútorných reprezentácií v hlbokých neurónových sieťach . . . 158
Vladimír Macko: Mining Related Patents for Scientific Papers . . . 160
Rastislav Rabatin: Using Sequence Ensembles for Seeding Alignments of MinION Sequencing Data . . . 161
Anton Kováč: Graphical Granger Causality for Detection Temporal Anomalies in EEG Data . . . 162
Vladimír Macko, Ondrej Jariabka, Lejla Metohajrová, Marek Šuppa: Sentiment Analysis for Slovak Reviews . . . 163

Počítačová grafika a počítačové videnie

Abstrakty

Ondrej Jariabka, Marek Šuppa, Ondrej Rudolf: Single Camera Path Detection for Outdoor Navigation . . . 164

Roman Števaňák, Adrián Matejov, Ondrej Jariabka, Marek Šuppa: PKSpace: An OpenSource Solution for Parking Space Occupancy Detection 165
Martin Stuchlík: Extraction of Displacements between Mesh and Basemesh 166
Adam Riečický: Hybrid Motion Tracking 167
Marcel Makovník: Point Cloud Simplification 168
Tomáš Kovan: Application of Visualization of Triangle Quality Measures 169
Paula Budzáková: Vyhľadávanie objektov pomocou lokálnych príznakov na základe teórie oponentných procesov 170
Michal Sejč: Vyhľadávanie v databáze ľudí reprezentovaných kostrou 171

Didaktika matematiky a fyziky

Recenzované články

Jarier Wannous: Od pojmu hybnosť k pojmu sila vo vyučovaní fyziky na gymnáziu 172
Tünde Kiss: Predstavy žiakov základných škôl vo vyučovaní fyziky 182
Jana Štefaňáková: Model reproduktora z jednoduchých pomôcok 195
Lucia Klinovská: Interaktívne metódy vo vyučovaní vybraných tém z elektromagnetizmu na stredných školách 205
Anna Trúsiková: Štruktúra a vlastnosti kvapalín pre seminár z fyziky 214
Patrícia Bartschová: Rezy telies—rozširujúce úlohy 224

Didaktika informatiky

Recenzované články

Iveta Csicsolová: Využitie wiki vo vyučovaní informatiky na strednej škole 231

Abstrakty

Lucia Budinská: Skúmanie príčin voľby nesprávnych odpovedí v úlohe Oblečenie . 241
Dana Šuníková, Sabin Simionescu: Gamification of Peer Assessment in Learning Management System 242
Eva Mészárosová: Vývoj metodického materiálu pre vyučovanie základov programovania v jazyku Python 243
Vladimír Šimko, Patrícia Chovancová: Online vektorový grafický editor pre základné školy 244
Marek Šuppa, Ondrej Jariabka: go-term-adventures: Learning the *nix Command Line, Text Adventure Style 245
Mária Vrábľová: Reliéfna grafika pre podporu vyučovania informatiky nevidiacich žiakov ZŠ 246
Matúš Kováč: Programovacie prostredie pre zrakovo postihnutých žiakov ZŠ . . . 247
Natália Kováčová: Koncept opakovania vo vyučovaní programovania nevidiacich žiakov základnej školy 248

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 1–8
ISBN 978-1983445132, © 2017 Andrej Badík

Hopfova bifurkácia v jednom marketingovom modeli

Andrej Badík[1*]

Školiteľ: Michal Demetrian[2†]

Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstrakt: Cieľom práce je preskúmať detailne dynamiku Feichtingerovho difúzneho modelu reklamy. Zahŕňa základné poznatky o limitnom cykle, jeho existencii a stabilite ako aj základné poznatky o Hopfovej-Andronovej bifurkácii pri dvojrozmerných systémoch s parametrom. Význam práce spočíva v skúmaní tohto modelu a modifikovaného modelu, ktorý predpokladá rýchlejšie šírenie informácií. Ďalej sa zaoberá tvorbou a analýzou reklamnej kampane pre tento model.

Kľúčové slová: dynamický systém, Hopfova-Andronova bifurkácia, limitný cyklus

1 Dynamický model v reklame

Predstavme si dokonalé trhové prostredie, kde pôsobí určitý počet firiem, ktoré predávajú podobný výrobok. Za predpokladu, že všetky firmy majú dokonalý prístup k informáciám, využívajú približne rovnaké technológie vývoja (teda ich náklady sa veľmi nelíšia), ich výrobky majú podobnú kvalitu a približne rovnako stanovenú cenu, môžeme považovať všetky tieto parametre ako minimálne vplývajúce na zmenu kupujúcich medzi firmami. Teda jedinou výhodou firmy oproti konkurencii je správne rozdelenie a pomerné množstvo prostriedkov vynaložených na podporu predaja, vzťahy s verejnosťou a reklamu, teda na marketingovú komunikáciu. Predpokladajme, že z uvedených má najväčší vplyv na zákazníkov práve reklama, preto budeme ďalej slovom reklama označovať aj podporu predaja a vzťahy s verejnosťou. Ak predpokladáme, že pracovníci každej firmy sú skúsení a dokážu finančné prostriedky pridelené na marketingovú komunikáciu čo najefektívnejšie využiť, tak z uvedeného vidíme predpoklad, že parameter, ktorý bude pre nás v modeli zaujímavý je množstvo pridelených financií na reklamu.

V našom modeli skúmame len jednu firmu a zameriavame sa na nárast kupcov jedného produktu našej firmy. Počet ľudí na trhu možno rozdeliť na $C_1(t)$ – počet potenciálnych kupcov takéhoto produktu v čase t a $C_2(t)$ – počet zákazníkov našej firmy v čase t.

Zákazníkov môžeme získať nielen reklamou, ale aj podávaním informácií od jednotlivcov, ktorí poznajú náš produkt ľuďom, ktorí sú momentálne potenciálnymi kupcami. Za predpokladu, že konštantný podiel informovaných ľudí kúpi výrobok nám umožňuje použiť mechanizmus takzvaného generujúceho povedomia pre rozhodnutie o kúpe.

Predpokladáme, že počet potenciálnych kupcov, ktorí sa stanú našimi zákazníkmi v nejakom krátkom časovom intervale, je úmerný aktuálnemu počtu potenciálnych kupcov, počtu zákazníkov a dĺžke intervalu. Koeficient priamej úmernosti predstavuje počet prilákaných potenciálnych kupcov za jednotku času každým zákazníkom. Ďalej predpokladáme, že koeficient priamej úmernosti sa zvýšením reklamných výdavkov môže zvýšiť. Pre jednoduchosť stotožníme koeficient úmernosti s reklamnými výdavkami v čase t a budeme ich označovať $a(t)$.

Z praxe vieme, že počet našich zákazníkov môže nielen rásť, ale aj klesať a to napríklad vďaka reklame konkurencie. Predpokladáme, že zákazníci prejdú ku konkurenčným firmám konštantnou rýchlosťou β. Vzhľadom na to, že jednotlivci sa môžu vrátiť späť do skupiny našich zákazníkov, zostávajú v skupine potenciálnych kupcov. Netreba však zabúdať na to, že vo svete existuje aj prirodzená migrácia a úmrtnosť, ktoré sú lineárne závislé od počtu našich zákazníkov. Takýto pokles budeme označovať koeficientom ε a závisí len od toho, koľko máme zákazníkov, čím viac ich je tak tým predpokladáme, že aj viacej ľudí prestane u nás nakupovať s konštantným poklesom. Označme celkový pokles našich zákazníkov ako $\delta = \beta + \varepsilon$.

Samozrejme vďaka demografickým zmenám, neustálym inováciám a teda aj ekonomickému rastu spoločnosti z čoho pramenia aj stále rasty platov stúpa aj počet nových potenciálnych kupcov konštantným rastom k, ktorý nie je ovplyvnený ani počtom našich zákazníkov ani veľkosťou

*badik2@uniba.sk
†michal.demetrian@gmail.com

konkurencie.

Prechod jednotlivcov z a do dvoch odlišných skupín popisuje nasledujúci systém diferenciálnych rovníc

$$\begin{aligned} C_1'(t) &= k - a(t)C_1(t)C_2(t) + \beta C_2(t) \\ C_2'(t) &= a(t)C_1(t)C_2(t) - \delta C_2(t) \end{aligned} \tag{1}$$

kde $'$ označuje deriváciu podľa premennej t. Pre prehľadnosť, časové argumenty nebudeme ďalej písať.

Za predpokladu, že predajná cena výrobku a rýchlosť opakovania kúpy na zákazníka je konštantná sú výsledné reklamné výdavky priamo úmerné počtu zákazníkov, t.j.

$$a(t) = \alpha C_2(t), \tag{2}$$

kde α je (konštantná) miera úmery reklamnej účinnosti.

Kombináciou (1) a (2), dostaneme nasledujúci nelineárny systém diferenciálnych rovníc

$$\begin{aligned} C_1' &= k - \alpha C_1 C_2^2 + \beta C_2 \\ C_2' &= \alpha C_1 C_2^2 - \delta C_2. \end{aligned} \tag{3}$$

Systém rovníc (1) vyjadruje, ako sa časom mení počet potenciálnych kupcov a našich zákazníkov, pričom je zrejmé, že na začiatku obdobia teoreticky nemusíme mať ešte žiadnych zákazníkov. Z uvedeného máme teda začiatočné podmienky

$$C_1(0) \geq 0, \qquad C_2(0) \geq 0. \tag{4}$$

Všimnime si, že k, α, β a δ sú kladné konštanty a navyše $\delta - \beta = \varepsilon > 0$.

1.1 Stacionárny bod a transformácia modelu

Stacionárny bod je taký bod pre ktorý platí, že derivácie sú nulové $C_1'(t) = C_2'(t) = 0$. Samotný názov hovorí, že je stacionárny, teda sa jeho poloha v čase nemení. Keďže pri takomto predpoklade nenastáva zmena, tak predpokladáme, že jeho derivácie sú rovné nule. Teda stacionárny bod sústavy (3) je

$$\left(C_1^\circ, C_2^\circ\right) = \left(\frac{\delta\varepsilon}{\alpha k}, \frac{k}{\varepsilon}\right). \tag{5}$$

Pre zjednodušenie riešenia sústavy (3), položíme

$$\tau = t\delta, \;\; x_1(\tau) = \frac{\alpha k}{\delta\varepsilon} C_1\left(\frac{\tau}{\delta}\right) \;\text{ a }\; x_2(\tau) = \frac{\varepsilon}{k} C_2\left(\frac{\tau}{\delta}\right). \tag{6}$$

Vzhľadom na význam C_1 a C_2 je $C_1(0) \geq 0$, $C_2(0) \geq 0$ a teda $x_1(0) \geq 0$, $x_2(0) \geq 0$. Použitím (6) je možné sústavu (3) písať v tvare

$$\begin{aligned} x_1' &= \gamma\big(1 - x_1 x_2^2 + \phi(x_2 - 1)\big) \\ x_2' &= x_1 x_2^2 - x_2, \end{aligned} \tag{7}$$

kde $'$ označuje deriváciu podľa premennej τ a

$$\gamma = \frac{\alpha k^2}{\delta\varepsilon^2}, \quad \phi = \frac{\beta}{\delta}.$$

Stacionárny bod sústavy (7) je

$$(x_1^\circ, x_2^\circ) = (1, 1). \tag{8}$$

Všimnime si, že $\gamma > 0$ a $0 \leq \phi < 1$. Novými začiatočnými podmienkami sú

$$x_1(0) = \frac{\alpha k}{\delta\varepsilon} C_1(0), \quad x_2(0) = \frac{\varepsilon}{k} C_2(0).$$

1.2 Stabilita stacionárneho bodu

Vyšetrením stability chceme zistiť, ako sa správajú hodnoty z okolia stacionárneho bodu, či budú doňho spadať (teda či je systém stabilný), či sa budú od neho vzďaľovať (systém je nestabilný) alebo sa nebudú meniť. Pomocou charakteristického polynómu Jacobiho matice linearizovanej sústavy vieme zistiť, kedy je sústava stabilná a kedy nestabilná. Ak ďalej vyrátame vlastné čísla, tak dokážeme dokonca zistiť aký typ uzla je stacionárny bod.

Sústava (7) má jediný stacionárny bod (8) a existujú hodnoty γ_1, γ_2 parametra γ dané

$$\begin{aligned} \gamma_1(\phi) &= 3 - 2\phi - 2\sqrt{(\phi - 2)(\phi - 1)} \\ \gamma_2(\phi) &= 3 - 2\phi + 2\sqrt{(\phi - 2)(\phi - 1)}, \end{aligned}$$

pre ktoré $0 < \gamma_1 < 1 < \gamma_2$ také, že stacionárny bod je

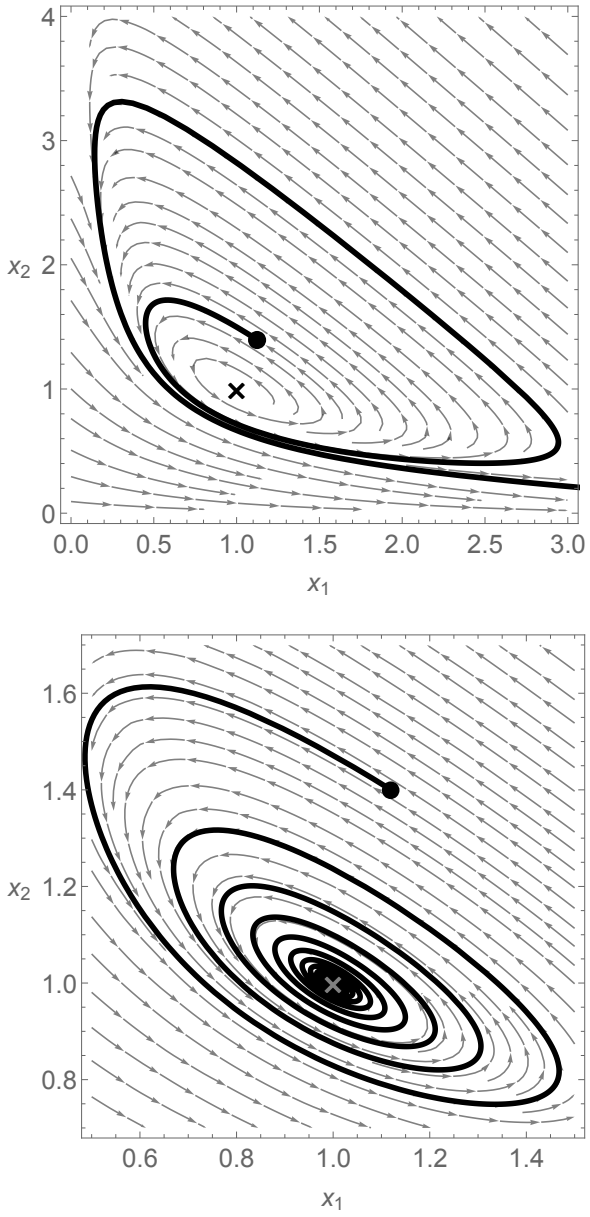
(i) nestabilný uzol pre $\gamma \in [0, \gamma_1)$,

(ii) nestabilné ohnisko pre $\gamma \in (\gamma_1, 1)$,

(iii) ohnisko alebo bod rotácie pre $\gamma = 1$,

(iv) stabilné ohnisko pre $\gamma \in (1, \gamma_2)$,

(v) stabilný uzol pre $\gamma \in (\gamma_2, \infty)$.



Obr. 1: Fázové portréty sústavy (8) s parametrom $\phi = 0,1$. V hornej časti pre $\gamma = 0,8$ a v dolnej časti pre $\gamma = 1,1$.

1.3 Limitný cyklus a Hopfova-Andronova bifurkácia

Limitný cyklus je uzavretá trajektória vo fázovom priestore, ktorá je izolovaná od ostatných uzavretých trajektórií. Limitný cyklus je riešenie, ktoré sa objavuje len v niektorých nelineárnych dynamických systémoch.

Mnohé dynamické modely a ich vlastnosti závisia od rôznych parametrov. Parametre sú veličiny, ktoré sú nezávislé od času. Malá zmena v parametri môže viesť k výraznej zmene topológie fázového priestoru a teda aj k zmene v dlhodobom správaní riešení. Takáto zmena sa nazýva *bifurkácia*. Hovoríme, že systém diferenciálnych rovníc je závislý na bifurkačnom parametri, ak nastane zmena v správaní riešení pri zmene v parametri. V praxi rozlišujeme dva typy bifurkácií, a to lokálne a globálne.

Pri globálnej bifurkácii sa mení stabilita systému v dôsledku viacerých faktorov, a takéto bifurkácie sa nedajú analyzovať iba pomocou stability stacionárnych bodov.

Lokálna bifurkácia je zmena stability stacionárneho bodu, periodického cyklu, alebo invariantnej množiny vyvolaná malou zmenou parametra systému, avšak môže nastať aj zmenou viacerých parametrov a prejavuje sa zmenou topológie systému na určitom okolí stacionárneho bodu. Príkladom takejto bifurkácie je aj Hopfova-Andronova bifurkácia.

Keďže v našom modeli dokážem regulovať len výšku reklamných výdavkov, parametrom systému (7) je γ. Tento systém má stacionárny bod (8) a funkcie na pravých stranách sú nekonečno spojite diferencovateľné.

Jacobiho matica linearizovanej sústavy má v tomto stacionárnom bode rýdzo imaginárne vlastné čísla práve vtedy, keď parameter $\gamma = 1$.

Vlastné čísla $\lambda_{1,2}(\gamma)$ sú spojite diferencovateľné funkcie a platí

$$\frac{d\Re(\lambda_{1,2})}{d\gamma}(1) \neq 0.$$

Prvý Ľjapunov koeficient pre systém (7) je

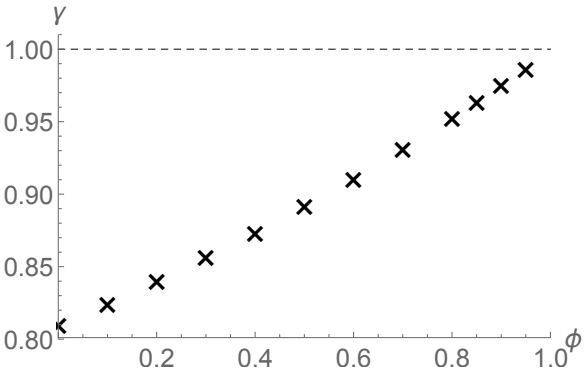
$$a = -\frac{1}{8}.$$

Keďže $a < 0$, tak vzniká stabilný limitný cyklus pre $\gamma < 1$, pre $\gamma > 1$ je stacionárny bod stabilným ohniskom a nastáva superkritická Hopfova-Andronova bifurkácia.

1.4 Numerická analýza

Malá zmena parametra γ systému (7) môže spôsobiť vznik alebo zánik stabilného limitného cyklu v okolí stacionárneho bodu. V prípade jemného zmenšovania parametra γ pod hranicu $\gamma = 1$ nastáva limitný cyklus, ktorý však po ďalšom

zmenšovaní tohto parametra môže zaniknúť. V prípade zväčšovania parametra nad hranicu $\gamma = 1$ limitný cyklus nenastane. Sledovaním správania sa riešení v okolí stacionárneho bodu tohto systému je možné odhadnúť hodnotu parametra γ, kedy nastáva vznik, resp. zánik limitného cyklu (viď Obr. 2)[1].



Obr. 2: Odhad hraničnej hodnoty parametra $\gamma < 1$ v závislosti od ϕ.

Nech $\gamma_0(\phi) = \gamma_0$ je hraničná hodnota parametra γ. Ak $\gamma \in (\gamma_0, 1)$, tak systém (7) má stabilný limitný cyklus (viď Obr. 3).

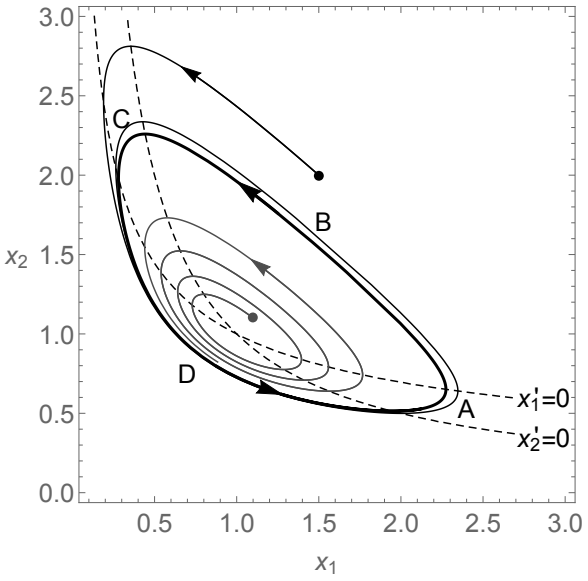
1.5 Záver a interpretácia

Reklamná stratégia založená na tom, že investície do reklamy sú priamoúmerné počtu našich zákazníkov, môže viezť k periodickým osciláciám počtu zákazníkov danej značky. Tento výsledok je možné interpretovať pomocou obrázka (Obr. 3).

Limitný cyklus môže byť rozdelený do štyroch fáz (viď Obr. 3):

Fáza A. Začnime so stredným počtom potenciálnych zákazníkov C_1 a nízkou (v skutočnosti najnižšou) hodnotou kupujúcich náš produkt. Vzhľadom na nízku hodnotu C_2 počet potenciálnych zákazníkov, ktorí zakúpia náš produkt je malý. Teda podľa (3) C_1 stále rastie. Na začiatku tejto fázy C_1 dosiahlo úroveň, ktorá (aj keď C_2 dosahuje minimum) prechádza z C_1 do C_2 a $\alpha C_1 C_2^2$ sa stáva väčšou neprekračujúc δC_2. Teda C_2 sa zvyšuje rovnako. Keďže sa obe hodnoty zvyšujú v tejto fáze, môžeme ju nazvať *prosperujúca fáza*.

Čím väčšie C_2, tým väčšia miera reklamy, t.j. viac potenciálnych kupujúcich sa stáva existujúcimi zákazníkmi. Koncom tejto fázy je odtok $\alpha C_1 C_2^2$ natoľko veľký, že vyrovnáva príliv $k + \beta C_2$. Je nutné poznamenať, že rastúci počet našich zákazníkov spôsobuje tiež rast spätného toku βC_2.



Obr. 3: Fázový portrét sústavy (7) s parametrom $\phi = 0,1$ a $\gamma = 0,9$

Fáza B. Na začiatku tejto fázy C_1 nadobudne svoje maximum a začne klesať. Ako sme spomenuli vyššie, je to pretože C_2 dosiahol level, kedy $\alpha C_1 C_2^2$ prevyšuje $k + \beta C_2$. Na druhej strane počet našich zákazníkov C_2 stále rastie. Fáza cyklu môže byť označená ako *saturačná fáza*.

Fáza končí s maximálnym počtom zákazníkov našej firmy. Avšak keď C_2 a miera reklamy dosiahnu svoje maximum, počet potenciálnych kupujúcich C_1 sa už medzičasom zmenšil na takú nízku úroveň, že prítok do C_2 je tak nízky, že je kompenzovaný odtokom δC_2.

Fáza C. Tu oboje C_1 aj C_2 klesajú. C_1 stále rastie, pokým sú splnené podmienky z predchádzajúcej fázy. Avšak na konci tejto fázy C_1 dosiahne úroveň tak nízku, že vstup $k + \beta C_2$ kompenzuje odliv $\alpha C_1 C_2^2$. Premenná C_1 klesá, pokým C_2 je stále relatívne vysoké. Príliv $\alpha C_1 C_2^2$ nie je dostatočný na kompenzáciu odlivu δC_2 a teda C_2 klesá. Túto fázu môžeme nazvať *klesajúca fáza*.

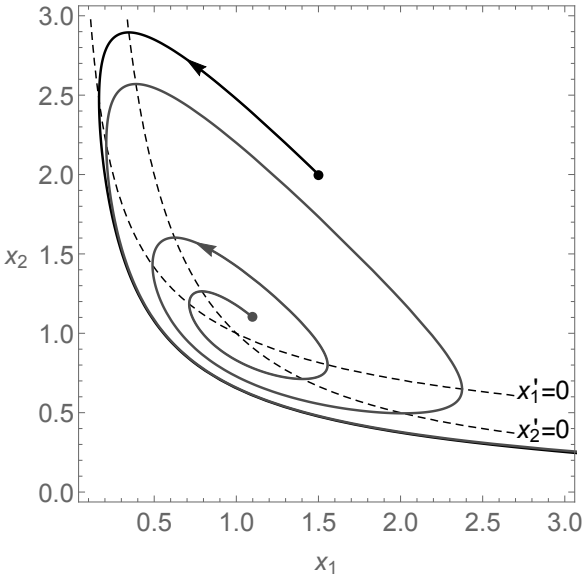
Fáza D. Napokon sa C_1 začne zotavovať. Dôvodom sú nízke hodnoty C_1 a stále zmenšujúce sa C_2. To znamená, že súčet prítoku k a spätného odtoku βC_2 do C_1 prekročil tok kúpy. Avšak C_2 stále klesá, pretože obe C_1 a C_2 nie sú dostatočne veľké na to, aby

[1] Odhad bol uskutočnený pomocou výpočtového softvéru `Wolfram Mathematica` s presnosťou na tri desatinné miesta.

prítok do C_2, $\alpha C_1 C_2^2$ kompenzoval odtok. Posledná fáza, ktorá uzatvára cyklus môže byť označená ako *fáza zotavenia*.

Všimnime si, že premenná C_2 vždy zaostáva za C_1.

Povedzme si, ako periodické riešenie vzniklo. Ak je počet existujúcich zákazníkov nízky, firma si nemôže dovoliť vysoké investície do reklamy. Avšak silný rast na trhu (množina potenciálnych zákazníkov) umožňuje aj malému množstvu reklamy viezť k rastu počtu lojálnych zákazníkov. Ako firemný predaj začne rásť, tak zvyšuje reklamné výdavky. Nakoniec je úroveň reklamy tak vysoká, že miera, akou sú zákazníci priťahovaní z množiny potenciálnych zákazníkov prekročí svoj prirodzený rast, čo spôsobuje, že sa pomaly vyčerpáva. Toto je pôvod seba deštrukcie: aj napriek pokračovaniu zvyšovania úrovne reklamy, klesajúci počet potenciálnych zákazníkov robí ťažšie a ťažšie udržať tempo rastu (novo prilákaných) verných zákazníkov. Vzhľadom k tomu, daný zlomok stálych kupujúcich odumiera každé obdobie, až bude nakoniec predaj klesať a proces kreatívnej seba deštrukcie začína od začiatku.



Obr. 4: Fázový portrét sústavy (7) s parametrom $\phi = 0$ a $\gamma = 0,8$.

Pri podcenení nákladov vynaložených na reklamu dochádza k úplnému odlivu našich zákazníkov do potenciálnych zákazníkov (viď Obr. 4). Naopak pri precenení týchto nákladov sa po určitom čase počet našich zákazníkov a počet potenciálnych zákazníkov dostanú na takú úroveň, ktorá sa ďalej v čase meniť nebude.

2 Modifikovaný dynamický model v reklame

Uvažujme model popísaný v kapitole 1. Ako sme už uviedli, zákazníkov môžeme získať nielen reklamou, ale aj podávaním informácií od jednotlivcov, ktorí poznajú náš produkt ľuďom, ktorí sú v danom čase potenciálnymi kupcami.

V našom modifikovanom modeli budeme predpokladať, že počet potenciálnych kupcov, ktorí sa stanú našimi zákazníkmi v nejakom krátkom časovom intervale, je vyjadrený funkciou

$$g(\alpha, C_1, C_2) = \alpha C_1(t) C_2^n(t) \qquad \text{pre } n > 2,$$

kde α je (konštantná) miera úmery reklamnej účinnosti.

Teda dostaneme nasledujúci nelineárny systém diferenciálnych rovníc

$$\begin{aligned} C_1' &= k - \alpha C_1 C_2^n + \beta C_2 \\ C_2' &= \alpha C_1 C_2^n - \delta C_2 \end{aligned} \tag{9}$$

so začiatočnými podmienkami (4) a s kladnými konštantami k, α, β, γ a ε.

Stacionárnym bodom sústavy (9) je

$$\left(C_1^\circ, C_2^\circ\right) = \left(\frac{\delta \varepsilon^{n-1}}{\alpha k^{n-1}}, \frac{k}{\varepsilon}\right) \qquad (n > 2). \tag{10}$$

Transformáciou

$$\begin{pmatrix} C_1\left(\frac{\tau}{\delta}\right) \\ C_2\left(\frac{\tau}{\delta}\right) \end{pmatrix} = \left(C_1^\circ, C_2^\circ\right) \begin{pmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \end{pmatrix}, \quad \text{kde } \tau = t\delta,$$

dostaneme systém

$$\begin{aligned} x_1' &= \gamma\left(1 - x_1 x_2^n + \phi(x_2 - 1)\right) \\ x_2' &= x_1 x_2^n - x_2, \end{aligned} \tag{11}$$

kde $'$ označuje deriváciu podľa premennej τ a

$$\gamma = \frac{\alpha k^n}{\delta \varepsilon^n}, \quad \phi = \frac{\beta}{\delta}.$$

Stacionárny bod sústavy (11) je

$$\left(x_1^\circ, x_2^\circ\right) = (1, 1). \tag{12}$$

Novými začiatočnými podmienkami sú

$$x_1(0) = \frac{\alpha k^{n-1}}{\delta \varepsilon^{n-1}} C_1(0), \quad x_2(0) = \frac{\varepsilon}{k} C_2(0).$$

2.1 Stabilita stacionárneho bodu a Hopfova-Andronova bifurkácia

Sústava (11) má jediný stacionárny bod (12) a existujú hodnoty γ_1, γ_2 parametra γ dané

$$\gamma_1(\phi) = 1+n-2\phi-2\sqrt{(\phi-n)(\phi-1)}$$
$$\gamma_2(\phi) = 1+n-2\phi+2\sqrt{(\phi-n)(\phi-1)},$$

pre ktoré $0<\gamma_1<n-1<\gamma_2$ také, že stacionárny bod je

(i) nestabilný uzol pre $\gamma \in [0,\gamma_1)$,

(ii) nestabilné ohnisko pre $\gamma \in (\gamma_1, n-1)$,

(iii) ohnisko alebo bod rotácie pre $\gamma = n-1$,

(iv) stabilné ohnisko pre $\gamma \in (n-1,\gamma_2)$,

(v) stabilný uzol pre $\gamma \in (\gamma_2,\infty)$.

Jacobiho matica linearizovanej sústavy má v stacionárnom bode rýdzo imaginárne vlastné čísla práve vtedy, keď parameter $\gamma = n-1$.

Vlastné čísla $\lambda_{1,2}(\gamma)$ sú spojite diferencovateľné funkcie a platí

$$\frac{d\Re(\lambda_{1,2})}{d\gamma}(n-1) \neq 0.$$

Prvý Ľjapunov koeficient pre systém (11) je

$$a = -\frac{1}{16}(n-1)^2 n.$$

Pre $n>1$ je $a<0$, teda pre $\gamma<n-1$ vzniká stabilný limitný cyklus, pre $\gamma>n-1$ je stacionárny bod stabilným ohniskom a nastáva superkritická Hopfova-Andronova bifurkácia.

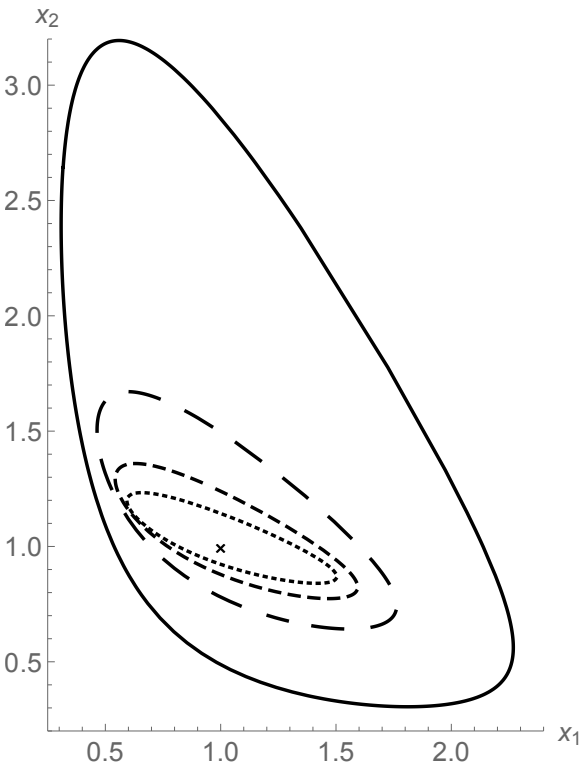
2.2 Záver a interpretácia

Ak predpokladáme, že počet potenciálnych kupcov, ktorí sa stanú našimi zákazníkmi v nejakom krátkom časovom intervale je vyjadrený ako $\alpha C_1(t)C_2^n(t)$ pre $n>2$ [2], tak reklamná stratégia môže viezť k periodickým osciláciám počtu zákazníkov danej značky.

Pre zväčšujúce sa n saturačná fáza trvá dlhšie obdobie na úkor ostatných fáz, ale najmä na úkor prosperujúcej a klesajúcej fázy, ktoré pri určitej hodnote n takmer zaniknú. Periodické oscilácie počtu potenciálnych a našich zákazníkov sa rastúcim n zmenšujú a približujú sa k stacionárnemu bodu.

[2] V konečnom dôsledku pre $n>1$.

Pri podcenení, resp. precenení nákladov vynaložených na reklamu dochádza k úplnému odlivu našich zákazníkov do potenciálnych zákazníkov, resp. ich počet sa dostane na takú úroveň, kedy sa ďalej v čase meniť nebude.



Obr. 5: Fázový portrét sústavy (11) s parametrom $\phi = 0,1$ pre $n = 1,5$ a parametrom $\gamma = 0,45$, pre $n = 2$ a parametrom $\gamma = 0,95$, pre $n = 2,5$ a parametrom $\gamma = 1,45$, pre $n = 3$ a parametrom $\gamma = 2,95$.

3 Reklamná kampaň

Uvažujme model popísaný v kapitole 1. V tomto modeli sme predpokladali, že miera úmery reklamnej účinnosti α je konštantná. Naša reklamná kampaň bude spočívať v tom, že na časový úsek ρ znížime reklamné náklady a na nasledujúci rovnaký časový úsek reklamné náklady zvýšime. Pohyb týchto nákladov spôsobí zmenu miery reklamnej účinnosti α, ktorá sa tým stáva závislá od času t (budeme označovať $\alpha(t)$). Teda máme nasledujúci systém diferenciálnych rovníc

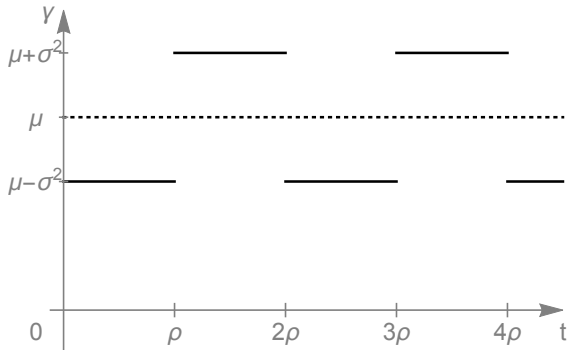
$$\begin{aligned} C_1'(t) &= k-\alpha(t)C_1(t)C_2^2(t)+\beta C_2(t) \\ C_2'(t) &= \alpha(t)C_1(t)C_2^2(t)-\delta C_2(t). \end{aligned} \tag{13}$$

Transformáciou (6) môžeme systém (13) písať v tvare (7) so stacionárnym bodom $(1,1)$, kde $'$ označuje deriváciu podľa premennej τ a

$$\gamma(t) = \frac{\alpha(t)k^2}{\delta\varepsilon^2}, \quad \phi = \frac{\beta}{\delta}. \tag{14}$$

Na základe našej reklamnej kampane a vlastnostiam stacionárneho bodu môžeme funkciu $\gamma(t)$ definovať nasledovne:

$$\gamma(t) = \begin{cases} \mu - \sigma^2, & (2n-2)\rho \le t < (2n-1)\rho \\ \mu + \sigma^2, & (2n-1)\rho \le t < 2n\rho \end{cases}$$
$$n \in \mathbb{N},\ \sigma^2 \in (0,1)^3,\ \mu \in (\sigma^2, 1]. \tag{15}$$



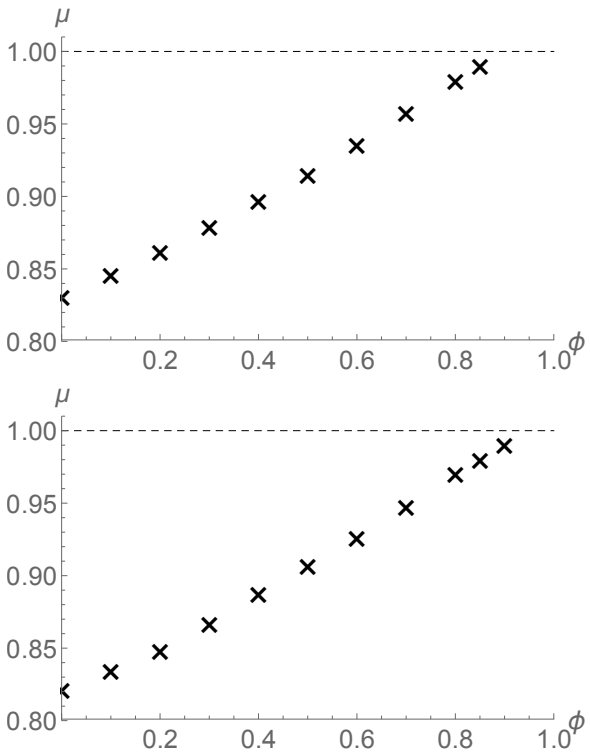
Obr. 6: Funkcia γ pre reklamnú kampaň.

Cieľom našej reklamnej kampane je, minimalizovať celkové náklady na reklamu tak, aby sme zachovali osciláciu počtu potenciálnych a našich zákazníkov. Teda chceme najnižšiu možnú hodnotu μ, pre ktoré je táto oscilácia zachovaná.

3.1 Numerická analýza

Je zrejmé, že reklamná kampaň bude pre nás výhodnejšia, ak $\mu < \gamma_0$, kde γ_0 je hraničná hodnota parametra γ (viď Obr. 2). Pri konštantnej miere úmery reklamnej účinnosti α táto hraničná hodnota závisí len od parametra ϕ. V prípade reklamnej kampane, kde $\gamma(t)$ je 2ρ periodická funkcia, vznik alebo zánik periodického riešenia[3] závisí od časového úseku ρ, strednej hodnoty μ ako aj od rozptylu σ^2 funkcie (15).

Rozumnou voľbou parametrov ρ a σ^2 a sledovaním správania riešení systému (13) v tvare (7) v okolí stacionárneho bodu dokážeme odhadnúť hodnotu parametra μ, kedy nastáva vznik, resp. zánik periodického riešenia.[4]



Obr. 7: Odhad dolnej hraničnej hodnoty μ_0 parametra μ pre $\rho = \pi/2\sqrt{1-\phi}$ a $\sigma^2 = 0,15$ (hore), resp. pre $\sigma^2 = 0,1$ (dole).

Ak $\mu \in (\mu_0, 1]$, tak existuje periodické riešenie pre dané parametre. Je nutné poznamenať, že nie pre všetky hodnoty parametrov ρ a σ^2 existuje periodické riešenie.

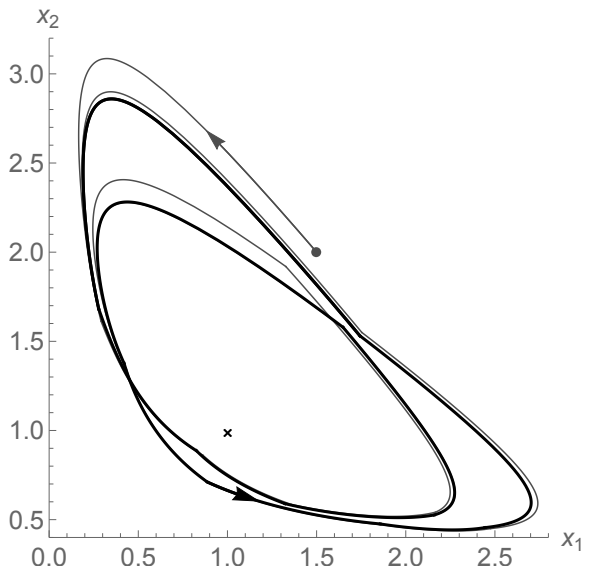
3.2 Záver a interpretácia

Reklamná stratégia založená na tom, že investície do reklamy na nejaký časový úsek znížime a následne na rovnaký časový úsek zvýšime, môže viesť k periodickým osciláciám počtu zákazníkov danej značky (viď Obr. 8).

Existencia periodických oscilácií na základe našej reklamnej kampani závisí od dĺžky časového úseku ρ, rozptylu σ^2 a strednej hodnoty μ funkcie $\gamma(t)$. Pre príliš dlhý časový úsek ρ, resp. nízku

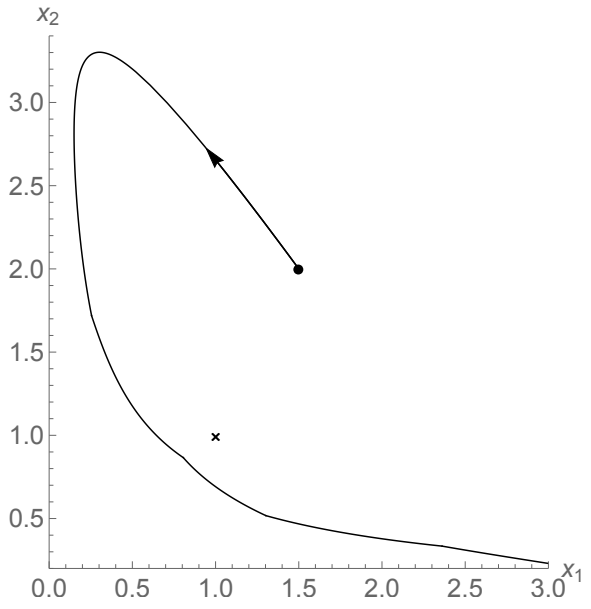
[3] Vo všeobecnosti periodické riešenia pre našu reklamnú kampaň nemožno označiť ako limitné cykly, keďže nie vo všetkých prípadoch sa jedná o izolovanú uzavretú trajektóriu.

[4] Odhad bol uskutočnený pomocou výpočtového softvéru `Wolfram Mathematica` s presnosťou na tri desatinné miesta.



Obr. 8: Fázový portrét pre reklamnú kampaň s $\phi = 0,1$, $\rho = \pi/2\sqrt{1-\phi}$, $\sigma^2 = 0,2$ a $\mu = 0,9$.

strednú hodnotu μ nastane odliv všetkých našich zákazníkov k potenciálnym zákazníkom rovnako ako aj pre veľký rozptyl σ^2 (viď Obr. 9). Ak však tieto periodické oscilácie existujú, tak pre hraničné hodnoty platí vzťah $\mu_0(\phi) > \gamma_0(\phi)$ pre všetky $\phi \in [0,1)$. Pre σ^2 a zároveň ρ približujúce sa k 0 je hodnota μ_0 stále bližšie k hodnote γ_0.



Obr. 9: Fázový portrét pre reklamnú kampaň s $\phi = 0,1$, $\rho = \pi/2\sqrt{1-\phi}$, $\sigma^2 = 0,2$ a $\mu = 0,8$.

4 Záver

Na základe zistení možno konštatovať, že použitie reklamnej kampane opísanej v kapitole 3 je pre akékoľvek hodnoty parametrov menej výhodné ako reklamná stratégia založená na tom, že investície do reklamy sú priamoúmerné počtu našich zákazníkov.

Množstvom pridelených financií na reklamu dokážeme ovplyvniť počet potenciálnych kupcov ako aj počet zákazníkov našej firmy. Vhodným množstvom týchto financií dokážeme vyvolať periodické oscilácie počtu jednotlivých skupín. Pri nízkom množstve dochádza k odlivu zákazníkov našej firmy k potenciálnym kupcom a naopak pri vysokom množstve sa počet potenciálnych kupcov aj počet našich zákazníkov ustália.

Literatúra

[1] P. BLANCHARD, R. DEVANEY, AND G. HALL, *Differential Equations*, Cengage Learning, 4th ed., 2012.

[2] C. COOKE, *A system equivalence related to dulac's extension of bendixson's negative theorem for planar dynamical systems*, Applied Mathematics Letters, 19 (2006), pp. 1291 – 1292.

[3] G. FEICHTINGER, *Hopf bifurcation in an advertising diffusion model*, Journal of Economic Behavior & Organization, 17 (1992), pp. 401 – 411.

[4] J. HALE, H. BUTTANRI, AND H. KOCAK, *Dynamics and Bifurcations*, Texts in Applied Mathematics, Springer New York, 1996.

[5] B. HASSARD AND Y. WAN, *Bifurcation formulae derived from center manifold theory*, Journal of Mathematical Analysis and Applications, 63 (1978), pp. 297 – 312.

[6] S. LYNCH, *Dynamical Systems with Applications Using Mathematica*, Birkhöuser Basel, 1st ed., 2007.

[7] J. MARSDEN AND M. MCCRACKEN, *The Hopf bifurcation and its applications*, Applied mathematical sciences, Springer-Verlag, 1976.

[8] L. PERKO, *Differential Equations and Dynamical Systems*, Texts in Applied Mathematics, Springer New York, 2008.

[9] L. POLESŇÁK, *Dynamické modely v marketingu*, master's thesis, Univerzita Komenského v Bratislave, 2011.

[10] P. PRAŽÁK, *Diferenciální rovnice a jejich použití v ekonomii*, PhD thesis, Univerzita Karlova, 2006.

[11] S. WIGGINS, *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Texts in Applied Mathematics Series, Springer-Verlag GmbH, 1990.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 9–18
ISBN 978-1983445132, © 2017 Michal Tóth

Numerické modelovanie výmeny tepla pri prúdení vody v pórovitom prostredí

Michal Tóth[1*]

Školiteľ: Jozef Kačur[†]

Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstrakt: V práci prezentujeme numerické modelovanie toku vody v pórovitom prostredí, vedenie tepla vo vode a prostredí a ich vzájomnú výmenu tepla. Je to numerická aproximácia riešenia sústavy troch diferenciálnych rovníc, z ktorých prvá, tok vody v pórovitom prostredí, je silno nelineárna a degenerovaná, no nezávislá na zvyšných. Druhá, vedenie tepla vo vode, je silno závislá na predošlej a je previazaná s treťou rovnicou vedenia tepla v prostredí.

V skratke popisujeme jednotlivé metódy použité na odvodenie rovníc a algoritmus výpočtu.

Práca je pokračovaním minuloročnej práce Transport tepla a vody v pórovitom prostredí. Rozšírenie obsahuje spresnenie koeficientu disperzie a dôkaz existencie riešenia. Dôležitým prínosom tejto práce je návrh modelu na určenie koeficientu prenosu tepla medzi vodou a pórovitým prostredím, pretože je technicky nemožné merať v danom bode zvlášť teplotu prostredia a vody v póroch.

Kľúčové slová: pórovité prostredie, transport tepla a vody, numerická metóda, dôkaz existencie, inverzná úloha

1 Úvod

Zaujíma nás zložený problém toku vody v pórovitom prostredí, vedenia tepla vo vode a vedenie tepla v prostredí v ktorom voda tečie. Popisujeme konkrétnu situáciu, ktorou je vývoj šírenia tepla vo fasáde domu. Fasáda domu je pórovitým prostredím a vzhľadom na poveternostné podmienky môže mať v sebe rôzne rozloženú vlhkosť a teplotu.

Pre zjednodušenie uvažujeme kolmý prierez fasádou v strede steny. Predpokladáme, že pozdĺž steny sa v strede situácia mení zanedbateľne, teda úlohu riešime na $2D$ oblasti. Okrajové podmienky interpretujúce vonkajšiu aj vnútornú vlhkosť a teplotu riadia (spolu s počiatočnou podmienkou) hodnoty v celom priereze.

Táto práca je časťou mojej diplomovej práce, z ktorej už bolo niečo odprezentované minulý rok na ŠVK pod názvom Transport tepla a vody v pórovitom prostredí. Sústredíme sa na pokroky od minula a viaceré časti budú vysvetlené skratkovite.

Oproti minulému roku pribudlo spresnenie koeficientu disperzie a okrajových podmienok, dôkaz existencie riešenia a pre teploty aj dôkaz jednoznačnosti riešenia. Pribudla aj inverzná úloha a návrh modelu na určenie koeficientu prenosu tepla medzi omietkou a vodou len na základe merania teploty jedného miesta omietky.

2 Zadanie problému

Oblasť na ktorej počítame je obdĺžnik $(x,y) \in \Omega = (0,X) \times (0,Y)$ s časom z intervalu $t \in I = (0,\Upsilon)$.

Problém sa skladá z troch častí a každá sa riadi vlastnou diferenciálnou rovnicou. Rovnicu pre tok vody počítame v premennej h značiacej hydrostatický tlak v pórovitom prostredí. Kladný tlak znamená, že prostredie je nasýtené, pre nenasýtené prostredie je tlak záporný a pre totálne suchú vzorku by mal byť $-\infty$. My ale budeme mať vždy nejakú reziduálnu vlhkosť $h \geq -400$. Tlak -400 zodpovedá zhruba $2,5\%$ priestoru pórov zaplnených vodou.

Rovnica pre tok vody v pórovitom prostredí je

$$\partial_t \theta(h) + div\left(K(h)\left(\nabla h + \vec{e_y}\right)\right) = 0. \qquad (1)$$

a $\theta = (1+(\alpha h)^n)^{-m}$ je efektívna saturácia pre záporné h, pre kladné je $\theta = 1$. Konštanty $m = 1 - \frac{1}{n}$, n, α popisujú kapilárne vlastnosti prostredia. Poslednými koeficientmi sú hydraulická permeabilita $K(h) = K_s \theta^{\frac{1}{2}} \left(1 - (1-\theta^m)^{\frac{1}{m}}\right)^2$ a vektor $\vec{e_y}$ popisujúci pôsobenie gravitácie.

Okrajové podmienky sú Dirichletova na spodnom kraji $h(y=0) = 0$, Neumannova na hornom $\partial_y h(y = Y) = 0$ a predpísaný tok na krajoch $K(h)\partial_x h = g(y,t)$. Táto rovnica je nelineárna a degenerovaná. Počíta sa najťažšie, no nezávisí na zvyšných.

*m.toth82@gmail.com
†Jozef.Kacur@fmph.uniba.sk

Druhou rovnicou je rovnica vedenia tepla T vo vode

$$c_v\partial_t(\theta T) - div\,(c_v\vec{q}T + D\nabla T) = \sigma\theta(M-T). \quad (2)$$

Koeficienty θ, $\vec{q}$, D sú saturácia, tok a D reprezentuje disperziu s difúziou. Tieto členy závisia na tlaku vody a získavame ich riešením predošlej rovnice. Konštanta c_v označuje tepelnú vodivosť vody a σ koeficient tepelného prenosu medzi vodou a pórovitým prostredím.

Okrajové podmienky sú Dirichletova na spodnej strane, odkiaľ voda priteká, Neumannova na vrchu a Robinove po stranách $\nu\nabla T = \sigma_t(P-T)$. $P = P(x \in \{0,X\}, y, t)$ označuje teplotu vonkajšieho prostredia a ν je jednotkový vektor vonkajšej normály.

Veľká zmena oproti minulému roku je D. Vtedy sa disperzia aproximovala konštantou závisiacou na veľkosti toku. Teraz je D matica, takže sa zohľadňuje aj smer toku. $D = D_1 + D_2$ je súčtom difúzie a disperzie. Matica disperzie D_2 má koeficienty tvaru

$$D_2 = \begin{pmatrix} \alpha_L q_x^2 + \alpha_T q_y^2 & (\alpha_L - \alpha_T) q_x q_y \\ (\alpha_L - \alpha_T) q_x q_y & \alpha_T q_x^2 + \alpha_L q_y^2 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{q_x^2 + q_y^2}}$$

kde q_x a q_y značia veľkosť toku vody v smere x a y. Koeficienty α_L a α_T určujú pozdĺžnu a priečnu disperziu. Vyjadrujú, ako veľmi sa voda premiešava v smere toku a v kolmom smere. D_2 je symetrická a kladne semidefinitná. Keď ju sčítame s kladným koeficientom tepelnej difúzie $D_1 = d_1 E$ (E je identita) dostaneme kladne definitnú symetrickú maticu D.

Treťou rovnicou je rovnica vedenia tepla M v pórovitom prostredí

$$c_m\partial_t M + div\,(-\lambda\nabla M) = \sigma\theta(T-M). \quad (3)$$

s koeficientami mernej tepelnej kapacity c_v a difúzie λ. Koeficient tepelného prenosu σ je rovnaký ako v (2), teda to teplo, ktoré je týmto spôsobom odobraté vode príde do pórovitého prostredia a opačne.

3 Výpočet

Zavedieme rovnomernú priestorovú diskretizáciu. Časová diskretizácia bude adaptívna, veľkosť časového kroku budeme prispôsobovať rýchlosti konvergencie iterácií. Metódou konečných objemov odvodíme systém rovníc.

Rovnica pre tok vody je nelinérna a degenerovaná. S tým sa vysporiadame iteračnou schémou prvýkrát navrhovanou v článku [1]. Iterácie sú vylepšené dumpovaním, čo sa ukázalo ako kľúčová úprava pre rýchlosť výpočtu. Iterácie začíname prediktorom, ktorým je tlak v predošlom časovom reze alebo tlak získaný extrapoláciou polynómu 5. stupňa, ktorý kopíruje tlaky v predošlých časoch. Korektor má tvar

$$\begin{aligned} &C^k\frac{h^{k+1}-h^k}{\Delta t} + \frac{\theta^k-\theta^0}{\Delta t} \\ &\quad + \frac{1}{\Delta x}K(h^k_{i+\frac{1}{2},j})\partial_x h^{k+1}_{i+\frac{1}{2},j} - \frac{1}{\Delta x}K(h^k_{i-\frac{1}{2},j})\partial_x h^{k+1}_{i-\frac{1}{2},j} \\ &+ \frac{1}{\Delta y}K(h^k_{i,j+\frac{1}{2}})\partial_y h^{k+1}_{i,j+\frac{1}{2}} - \frac{1}{\Delta y}K(h^k_{i,j-\frac{1}{2}})\partial_y h^{k+1}_{i,j-\frac{1}{2}} = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

pričom dolné indexy znázorňujú umiestnenie bodu v mriežke a horný je číslo iterácie, s výnimkou θ^0, čo je saturácia v predošlom čase. Vyskytujú sa tu hlavne hodnoty medzi dvomi bodmi mriežky. Deriváciu v nich aproximujeme symetrickou diferenciou a koeficient K priemerom najbližších hodôt.

Namiesto prvých dvoch členov rovnice malo vyjsť $\frac{\theta^{k+1}_{i,j}-\theta^0_{i,j}}{\Delta t}$, čo je nelineárne, tak namiesto toho využívame aproximáciu taylorovým polynómom prvého rádu a iterujeme. Derivácia C^k sa dopočítava z predošlej iterácie vzťahom

$$C^k = (1-n)\alpha(\alpha h^k)^{n-1}(1+(\alpha h^k)^n)^{-(m+1)}.$$

Iterácie sa ukončujú vtedy, keď $\|h^{k+1}-h^k\| \ll 1$, teda tlak je ustálený. V závislosti na počte iterácií potrebných na určenie tlaku volíme dĺžku nasledujúceho časového kroku. V prípade, že schéma neskonvergovala do stanoveného počtu iterácií, zmenšíme časový krok a začneme odznovu. Ak to neskonverguje ani pre najmenší nastavený čas, tak to program nahlási a skončí.

Rovnica vedenia tepla vo vode prejde najprv úpravou na

$$c_v\theta\partial_t T - c_v\vec{q}\cdot\nabla T - div\,(D\nabla T) = \sigma\theta(M-T),$$

lebo pri rozderivovaní sa objaví člen $c_v(\partial_t\theta - div\,(q))T$, ktorý je nulový. Následne metódou konečných objemov získame rovnice pre body. Tento systém je najväčší, lebo kvôli nediagonálnym členom D sa v rovnici vyskytnú nie len 4 susedia bodu okolo ktorého integrujeme, ale aj šikmí susedia, teda body, ktorých obe súradnice sa líšia o 1. Navyše druhý, konvektívny, člen prináša nestabilitu. Je potrebné buď obmedziť veľkosť časového kroku alebo ho aproximovať pomocou *up-wind*u. Systém je lineárny a netreba ho iterovať.

Systém rovníc pre vedenia tepla v pórovitom prostredí je najjednoduchší. Tvorí ho päťdiagonálna matica, ktorá je diagonálne dominantná, symetrická a konštantná.

4 Dôkaz existencie riešenia

V našom probléme zanedbávame vplyv teploty na tok vody v pórovitom prostredí. Rovnica pre tok je tak nezávislá na zvyšných dvoch a dôkaz existencie jej riešenia sa dá spraviť samostatne. Tento dôkaz vynechávame s vedomím, že si ho môžete pozrieť v práci môjho spolužiaka Patrika Mihalu. Uvedieme ale dôkaz existencie riešenia pre systém vedenia tepla vo vode a v pórovitom prostredí ktorým preteká.

Koeficienty v rovnici pre teplo vo vode závisiace na tlaku budeme považovať za známe a dostatočne hladké. Budeme využívať ich lipschitzovskosť, ohraničenosť rýchlosti toku $\vec{q} < Q$, kladnú definitnosť a symetrickosť matice D (čo je už splnené) a budeme požadovať, aby θ bola odrazená od nuly, tj. $\theta > \zeta > 0$ čo iba znamená, že vzorka nie je totálne suchá.

Pri Robinovej okrajovej podmienke budeme predpokladať, funkcia teploty vonkajšieho prostredia P je lipschitzovsky spojitá. Dirichletove podmienky sú všetky nulové. Ak by neboli, tak ich vieme ľahko posunúť tak, aby nulové boli, lebo rovnice sú lineárne.

Všetky lipschitzovské konštanty budú označené L_χ, kde χ je prislúchajúca funkcia. Pre jednoduchosť budeme predpokladať, že $c_v = 1$. Mohli by sme totiž obe rovnice tým predeliť a získať analogický problém s rovnakými vlastnosťami ako predpokladáme.

Začnime so slabou formuláciou problému. Nech $H^1(\Omega)$ je Sobolevov priestor, Γ_T a Γ_M sú časti hranice $\partial\Omega$, kde T, resp. M majú zadanú Dirichletovu podmienku. Nech $V_T = \{\varphi \in H^1(\Omega), \varphi|_{\Gamma_T} = 0\}$, $V_M = \{\psi \in H^1(\Omega), \psi|_{\Gamma_M} = 0\}$. Rovnice (2),(3) vynásobíme testovacími funkciami φ, ψ, zintegrujeme cez celú oblasť Ω a v členoch s dvomi deriváciami presunieme Greenovou vetou po jednej na testovú funkciu.

Slabá formuláciu problému je:

$$\langle \theta T_t, \varphi\rangle + \langle -\vec{q}\cdot\nabla T, \varphi\rangle + \langle D\nabla T, \nabla\varphi\rangle - \langle D\nabla T, \nu\varphi\rangle_\Gamma = \\ = \sigma\theta\langle M - T, \varphi\rangle \quad (5)$$

$$c_m\langle M_t, \psi\rangle + \lambda\langle \nabla M, \nabla\psi\rangle - \langle \nabla M, \nu\psi\rangle_\Gamma = \sigma\theta\langle T - M, \psi\rangle \\ \forall(\varphi,\psi) \in V_T \times V_M$$

$$T(t) \to T_0 \qquad v\ L^2(I, V_T)\ pre\ t \to 0$$
$$M(t) \to M_0 \qquad v\ L^2(I, V_M)\ pre\ t \to 0.$$

Hranatými zátvorkami označujeme skalárny súčin, teda integrál cez oblasť Ω zo súčinu funkcií. V prípade, že je za nimi dolný index Γ, jedná sa o skalárny súčin na hranici $\Gamma = \partial\Omega$. Tieto skalárne súčiny generujú normy. L^2 normu na Ω označíme dolným indexom 0 a na Γ dolným indexom Γ.

Obe rovnice môžeme sčítať a vnímať ako jedinú rovnicu s neznámou (T, M) a testovou funkciou (φ, ψ).

Zavedieme semidiskretizáciu v čase s rovnomerným časovým krokom $\tau = \frac{\Upsilon}{n}$ a označme hodnoty v i-tom časovom reze $t = i\tau$, $i = 0, 1, \ldots n$ dolným indexom i (začiatočná podmienka bude s indexom 0). Časovú deriváciu aproximujeme spätnou diferenciou. Prešli sme tak z parabolickej rovnice k viacerým eliptickým rovniciam s neznámymi T_i. Každá z nich má jednoznačné riešenie, čo vieme dokázať Laxovou-Milgramovou vetou. Následne prejdeme k odhadom.

4.1 Prvý energetický odhad

Dosadíme v i-tom časovom reze za testovú funkciu $(\varphi, \psi) = (T_i, M_i)$ a rovnicu prenásobíme τ.

$$\begin{aligned} &\langle \theta_i(T_i - T_{i-1}), T_i\rangle + \tau\langle -\vec{q}_i\cdot\nabla T_i, T_i\rangle + \tau\langle D_i\nabla T_i, \nabla T_i\rangle \\ &- \tau\langle D_i\nabla T_i, \nu T_i\rangle_\Gamma + c_m\langle M_i - M_{i-1}, M_i\rangle + \tau\lambda\langle \nabla M_i, \nabla M_i\rangle \\ &- \tau\langle \nabla M_i, \nu M_i\rangle_\Gamma = \tau\sigma\theta_i\langle M_i - T_i, T_i\rangle + \tau\sigma\theta_i\langle T_i - M_i, M_i\rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Označíme si postupne členy rovnice ako $1, 2 \ldots 9$. Následne to sčítame cez i od 1 po j a využijeme následovné úpravy a odhady.

$$\langle \theta_i(T_i - T_{i-1}), T_i\rangle = \frac{1}{2}\theta_i\langle T_i, T_i\rangle + \frac{1}{2}\theta_i\langle T_i - T_{i-1}, T_i - T_{i-1}\rangle \\ - \frac{1}{2}\theta_i\langle T_{i-1}, T_{i-1}\rangle + \frac{1}{2}(\theta_i - \theta_{i-1})\langle T_{i-1}, T_{i-1}\rangle$$

Po sčítaní sa nám teleskopicky vyrušia členy $\theta_i\langle T_i, T_i\rangle$ a $-\theta_{i-1}\langle T_{i-1}, T_{i-1}\rangle$. Ostane

$$\frac{1}{2}\theta_i\|T_j\|_0^2 - \frac{1}{2}\theta_0\|T_0\|_0^2 + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{j}\theta_i\|T_i - T_{i-1}\|_0^2 \\ - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{j}(\theta_i - \theta_{i-1})\|T_{i-1}\|_0^2.$$

Označme si postupne tieto členy $1_1, 1_2, 1_3$ a 1_4. Člen 1_2 závisí len na počiatočnej podmienke a je konštatný a člen 1_4 vieme z lipschitzovskosti θ odhadnúť

zvrchu $\sum_{i=1}^{j}|\theta_i-\theta_{i-1}|\|T_{i-1}\|_0^2 \leq L_\theta\tau\sum_{i=1}^{j}\|T_{i-1}\|_0^2$. Zvyšné dva členy vieme odspodu odhadnúť využitím $\theta>\zeta$.

Člen 3 rovnice (6) odhadneme zospodu, $\tau\langle D_i\nabla T_i,\nabla T_i\rangle \geq \tau d\|\nabla T_i\|_0^2$. Keďže D_i je kladne definitná a symetrická, skalárny súčin s ňou tvorí ekvivalentnú normu k obyčajnému. Všetky D_i majú jedno spodné ohraničenie d_1 na vlastné hodnoty, vieme teda nájsť konštantu d nezávislú od i (a počtu časových rezov).

Člen 2 rovnice odhadneme zvrchu,

$$\tau|\langle\vec{q}_i\cdot\nabla T_i,T_i\rangle| \leq \tau\|\vec{q}_i\cdot\nabla T_i\|_0\|T_i\|_0 \leq \tau\varepsilon Q\|\nabla T_i\|_0^2+\tau C_\varepsilon\|T_i\|_0^2$$

pričom Q je ohraničenie toku a ε volíme také, aby $\varepsilon Q<d$. Normu gradientu tak vieme "schovať"pod tretí člen a ostane nám pri ňom kladné znamienko. Konštanta C_ε závisí od Q a d, teda ohraničenie je rovnomerné v i. Členy v poslednom riadku rovnice označíme 2_1 a 2_2.

Člen 5 rozložíme podobne ako 1,

$$c_m\langle(M_i-M_{i-1}),M_i\rangle = \frac{c_m}{2}\langle M_i,M_i\rangle-\frac{c_m}{2}\langle M_{i-1},M_{i-1}\rangle + \frac{c_m}{2}\langle M_i-M_{i-1},M_i-M_{i-1}\rangle.$$

Aj tu nám po sčítaní $i=1..j$ vypadnú nejaké členy a ostane $\frac{c_m}{2}\|M_j\|_0^2-\frac{c_m}{2}\|M_0\|_0^2+\frac{c_m}{2}\sum_{i=1}^{j}\|M_i-M_{i-1}\|_0^2$. Tieto členy označíme $5_1,5_2,5_3$ a vieme povedať, že 5_2 je konštantný, závisí iba na počiatočnej podmienke.

Pokračujeme členmi $6,8,9$ ktoré netreba upravovať. 6 už je v tvare normy aj so správnym znamienkom a keď $8,9$ sčítame, dostaneme $-\tau\sigma\theta_i\|M_i-T_i\|_0^2$. Po prehodení tohto člena na ľavú stranu rovnice bude mať rovnaké znamienko ako členy $1_1,1_3,3,5_1,5_3$ a 6.

Ostali nám ešte neodhadnuté členy 4 a 7, ktoré operujú na hranici oblasti. Ich odhad závisí na type okrajovej podmienky. Časti hranice s Dirichletovou podmienkou nemajú príspevok, lebo je nulová.

Ďalej popíšeme odhad Robinovej podmienky, lebo z nej ľahko odvodíme aj odhad Neumannovej podmienky. Robinova podmienka má tvar $\nu\cdot\nabla R=\sigma_r(P-R)$. Funkcia R zastupuje jednu z T,M, funkcia P je teplota vonkajšieho prostredia (ohraničená) a σ_r je konštantný koeficient prenosu tepla medzi prostrediami.

Jednoduchší člen 7 rozpíšeme nasledovne:

$$-\tau\langle\nabla M_i,\nu M_i\rangle_\Gamma = -\tau\langle\sigma_m(P_i-M_i),M_i\rangle_\Gamma = -\tau\sigma_m\langle P_i,M_i\rangle_\Gamma+\tau\sigma_m\|M_i\|_\Gamma^2.$$

Členy v druhom riadku označme $7_1,7_2$. 7_2 je nezáporný, má správne znamienko a nepotrebujeme ho ďalej upravovať. 7_1 potrebujeme odhadnúť a všimnime si, že tento člen je presne to, čo by sme dostali z Neumannovej podmienky $\nu\cdot\nabla R=\sigma_r P$.

Najprv odhadneme zvrchu okrajovú podmienku konštantou C_P, Cauchyho nerovnosťou rozdelíme integrál po hranici na súčin dvoch, nerovnosťou $2x\leq 1+x^2$ získame v integráli druhú mocninu M_i a dostaneme normu stopy. Tú pomocou vety o stopách odhadneme s normami hodnoty a gradientu vo vnútri oblasti.

$$\tau\sigma_m|\langle P_i,M_i\rangle_\Gamma| \leq \tau\sigma_m C_P|\Gamma|\|M_i\|_\Gamma \leq \leq \tau\sigma_m|\Gamma|\frac{(1+\|M_i\|_\Gamma^2)}{2} \leq \leq \tau\frac{\sigma_m|\Gamma|}{2}(1+\varepsilon_m\|\nabla M_i\|_0^2+C_{\varepsilon_m}\|M_i\|_0^2)$$

Členy posledného riadku označme $7_{1a},7_{1b},7_{1c}$. V 7_{1b} zvolíme ε_m dostatočne malé na to, aby $\varepsilon_m\sigma_m|\Gamma|<\lambda$ a bol menší ako člen 6. 7_{1a} je konštanta.

Ako posledný odhadneme člen 4. Časť hranice s dirichletovou podmienkou v rovnici nevystupuje. Spravíme odhad pre Robinovu podmienku, z ktorej je znovu ľahké odvodiť aj odhad pre Neumannovu podmienku. Podmienka má tvar $\nu\cdot(-\vec{q}T+D\nabla T)=\sigma_t(P-T)$, tj. tepelný tok cez hranicu závisí na koeficiente prenosu tepla σ_T a rozdiele teplôt prostredí.

$$\tau|\langle D_i\nabla T_i,\nu T_i\rangle_\Gamma| = \tau|\langle\sigma_t(P_i-T_i)+\nu\cdot\vec{q}_iT_i,T_i\rangle_\Gamma| \leq \leq \tau|\langle\sigma_tP_i,T_i\rangle_\Gamma|+\tau|\langle(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)T_i,T_i\rangle_\Gamma|$$

Prvý člen odhadneme rovnako ako člen 7_1

$$\tau\sigma_t|\langle P_i,T_i\rangle_\Gamma| \leq \leq \tau\frac{\sigma_t|\Gamma|}{2}(1+\varepsilon_{t,1}\|\nabla T_i\|_0^2+C_{\varepsilon_{t,1}}\|T_i\|_0^2)$$

a jednotlivé sčítance označíme postupne $4_{1a},4_{1b},4_{1c}$.

Druhý člen je jednoduchší, netreba získavať druhú mocninu T_i, stačí odhadnúť konštantu $|-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)|<\sigma_t+Q$ a využiť vetu o stopách.

$$\tau|\langle(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)T_i,T_i\rangle_\Gamma| \leq \leq \tau(\sigma_t+Q)(\varepsilon_{t,2}\|\nabla T_i\|_0^2+C_{\varepsilon_{t,2}}\|T_i\|_0^2)$$

Sčítance označíme $4_{2a}, 4_{2b}$ (koeficient $(\sigma_t + Q)$ neroznásobujeme). Konštanty $\varepsilon_{t,1}, \varepsilon_{t,2}$ volíme tak, aby platilo $d > \varepsilon Q + \varepsilon_{t,1}\frac{\sigma_t|\Gamma|}{2} + \varepsilon_{t,2}(\sigma_t + Q)$.

Keď už máme všetky členy odhadnuté, vieme ich poskladať do nerovnosti. Najprv si členy rovnosti preusporiadajme na

$$1_1 + 1_3 + 3 + 5_1 + 5_3 + 6 + 7_2 - 8 - 9 = \\ - 1_2 - 1_4 - 2 - 4 - 5_2 - 7_1$$

a potom ľavú stranu odhadneme zospodu a pravú zhora. Z oboch strán odčítame členy 2_1, 7_{1b}, 4_{1b} a 4_{2a}. Dostaneme nerovnosť

$$\frac{\zeta}{2}\|T_j\|_0^2 + \frac{\zeta}{2}\tau\sum_{i=1}^{j}\|T_i - T_{i-1}\|_0^2 \\ + \tau(d - \varepsilon Q - \varepsilon_{t,1}\frac{\sigma_t|\Gamma|}{2} - \varepsilon_{t,2}(\sigma_t + Q))\sum_{i=1}^{j}\|\nabla T_i\|_0^2 \\ + \frac{c_m}{2}\|M_j\|_0^2 + \frac{c_m}{2}\tau\sum_{i=1}^{j}\|M_i - M_{i-1}\|_0^2 \\ + \sigma\zeta\tau\sum_{i=1}^{j}\|T_i - M_i\|_0^2 + \frac{1}{2}(\lambda - \varepsilon_m\sigma_m|\Gamma|)\tau\sum_{i=1}^{j}\|\nabla M_i\|_0^2 \\ + \sigma_m\tau\sum_{i=1}^{j}\|M_i\|_\Gamma^2 \le \frac{\theta_0}{2}\|T_0\|_0^2 + \frac{L_\theta}{2}\tau\sum_{i=1}^{j}\|T_{i-1}\|_0^2 \\ + \tau C_\varepsilon\sum_{i=1}^{j}\|T_i\|_0^2 + \tau\frac{\sigma_t|\Gamma|}{2}\sum_{i=1}^{j}(1 + C_{\varepsilon_{t,1}}\|T_i\|_0^2) \\ + \tau(\sigma_t + Q)C_{\varepsilon_{t,2}}\sum_{i=1}^{j}\|T_i\|_0^2 + \frac{c_m}{2}\|M_0\|_0^2 \\ + \tau\frac{\sigma_m|\Gamma|}{2}\sum_{i=1}^{j}(1 + C_{\varepsilon_m}\|M_i\|_0^2). \quad (7)$$

Finálny výsledok dostaneme pomocou Gronwallovej lemy. Pravá strana obsahuje iba 3 druhy členov a to konštanty a sumy L^2 noriem T_i, M_i. Zoberieme časť ľavej strany a porovnáme:

$$\|T_j\|_0^2 + \|M_j\|_0^2 \le C_1 + C_2\tau\sum_{i=1}^{j}(\|T_i\|_0^2 + \|M_i\|_0^2)$$

pričom C_1, C_2 závisia na počiatočnej podmienke, okrajových podmienkach a toku vody. Z Gronwallovej lemy vyplýva, že

$$\|T_j\|_0^2 + \|M_j\|_0^2 \le C_1 e^{C_2\sum_{i=1}^{j}\tau} \le C_1 e^{C_2\Upsilon} = C$$

kde Υ je maximálny čas. Odhad je rovnomerný vzhľadom na i, teda pravá strana dlhej rovnice (7) je ohraničená.

Výsledkom prvého energetického odhadu je:

$$\|T_j\|_0^2 \le C \quad \tau\sum_{i=1}^{j}\|T_i\|_0^2 \le C \quad \tau\sum_{i=1}^{j}\|\nabla T_i\|_0^2 \le C$$

$$\|M_j\|_0^2 \le C \quad \tau\sum_{i=1}^{j}\|M_i\|_0^2 \le C \quad \tau\sum_{i=1}^{j}\|\nabla M_i\|_0^2 \le C$$

pre všetky $j \in \{1, 2 \dots n\}$. Konštanta C je závislá iba na počiatočnej podmienke, okrajových podmienkach a na toku vody.

4.2 Druhý energetický odhad

Najprv označme spätné diferencie ako δT_i a δM_i. Za testovú funkciu zvolíme $(\varphi, \psi) = (T_i - T_{i-1}, M_i - M_{i-1})$, čím dostaneme rovnicu

$$\tau\theta_i\langle\delta T_i, \delta T_i\rangle + \tau\langle-\vec{q}_i\cdot\nabla T_i, \delta T_i\rangle \\ + \langle D_i\nabla T_i, \nabla(T_i - T_{i-1})\rangle - \langle D_i\nabla T_i, \nu(T_i - T_{i-1})\rangle_\Gamma \\ + \tau c_m\langle\delta M_i, \delta M_i\rangle + \lambda\langle\nabla M_i, \nabla(M_i - M_{i-1})\rangle \\ - \langle\nabla M_i, \nu(M_i - M_{i-1})\rangle_\Gamma = \\ = \sigma\theta_i\langle M_i - T_i, T_i - T_{i-1} - M_i + M_{i-1}\rangle \quad (8)$$

a jej členy si postupne označíme $1, 2, 3, \dots 8$. Sčítame to cez i od 1 po j. Znovu nasledujú odhady zvrchu a zospodu.

Člen 1 odhadneme zdola,

$$\theta_i\langle\delta T_i, \delta T_i\rangle \ge \tau\zeta\|\delta T_i\|_0^2$$

Člen 2 odhadneme zvrchu pomocou Cauchyho a Youngovej nerovnosti

$$|\tau\langle\vec{q}_i\cdot\nabla T_i, \delta T_i\rangle| \le \tau Q C_{\varepsilon_2}\|\nabla T_i\|_0^2 + \tau\varepsilon_2\|\delta T_i\|_0^2$$

a zvolíme také ε_2, aby $\zeta > \varepsilon_2$.

Člen 3 najprv rozpíšeme na podčleny $3_1, 3_2, 3_3$ a 3_4

$$\langle D_i\nabla T_i, \nabla(T_i - T_{i-1})\rangle = \frac{1}{2}\langle D_i\nabla T_i, \nabla T_i\rangle \\ - \frac{1}{2}\langle D_{i-1}\nabla T_{i-1}, \nabla T_{i-1}\rangle \\ + \frac{1}{2}\langle D_i\nabla(T_i - T_{i-1}), \nabla(T_i - T_{i-1})\rangle \\ - \frac{1}{2}\langle(D_i - D_{i-1})\nabla T_{i-1}, \nabla T_{i-1}\rangle$$

Po zosumovaní sa $3_1, 3_2$ teleskopicky vyrušia na

$$\frac{1}{2}\langle D_j\nabla T_j, \nabla T_j\rangle - \frac{1}{2}\langle D_0\nabla T_0, \nabla T_0\rangle \ge \\ \ge \frac{1}{2}d\|\nabla T_j\|_0^2 - \frac{1}{2}\langle D_0\nabla T_0, \nabla T_0\rangle.$$

Člen 3_3 je tiež vhodné odhadnúť zospodu

$$\frac{1}{2}\langle D_i\nabla(T_i-T_{i-1}),\nabla(T_i-T_{i-1})\rangle \geq \frac{1}{2}d\|\nabla(T_i-T_{i-1})\|_0^2$$

a na odhad 3_4 zvrchu využijeme lipschitzovskosť D.

$$|\frac{1}{2}\langle (D_i-D_{i-1})\nabla T_{i-1},\nabla T_{i-1}\rangle| \leq \frac{1}{2}L_D\tau\|\nabla T_{i-1}\|_0^2$$

Nasledujúci člen 4 je okrajový. Znovu odhadujeme pre Robinovu podmienku, lebo Neumannova sa z nej ľahko odvodí a Dirichletova nemá príspevok.

$$\begin{aligned}&\langle \sigma_t(P_i-T_i)+\nu\cdot\vec{q}_iT_i,T_i-T_{i-1}\rangle_\Gamma = \\ &= \sigma_t\langle P_i,T_i-T_{i-1}\rangle_\Gamma+\langle(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)T_i,T_i-T_{i-1}\rangle_\Gamma\end{aligned} \tag{9}$$

Tvar Neumannovej podmienky by bol rovnaký, iba koeficient $(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)$ by sa zredukoval na $\nu\cdot\vec{q}_i$ a P by bola funkcia predpisujúca tok. Členy posledného riadku rovnice (9) označíme $4_1,4_2$.

Prvý z nich, 4_1, sa dá po sčítaní odhadnúť lipschitzovskosťou P. Následne to odhadneme vetou o stopách.

$$\begin{aligned}|\sigma_t\sum_{i=1}^{j}\langle P_i,T_i-T_{i-1}\rangle_\Gamma| &= |-\sigma_t\sum_{i=1}^{j}\langle P_i-P_{i-1},T_{i-1}\rangle_\Gamma \\ &+\sigma_t\langle P_j,T_j\rangle_\Gamma-\sigma_t\langle P_0,T_0\rangle_\Gamma| \leq \\ \leq \tau L_P\sigma_t|\Gamma|\sum_{i=1}^{j}\|T_{i-1}\|_\Gamma+\sigma_tP|\Gamma|\|T_j\|_\Gamma+|\sigma_t\langle P_0,T_0\rangle_\Gamma| \leq \\ \leq \tau\frac{L_P\sigma_t|\Gamma|}{2}\sum_{i=1}^{j}(1+\varepsilon_{4_{1a}}\|\nabla T_{i-1}\|_0^2+C_{\varepsilon_{4_{1a}}}\|T_{i-1}\|_0^2) \\ +\frac{\sigma_tP|\Gamma|}{2}(1+\varepsilon_{4_{1b}}\|\nabla T_j\|_0^2+C_{\varepsilon_{4_{1b}}}\|T_j\|_0^2)+|\sigma_t\langle P_0,T_0\rangle_\Gamma|\end{aligned}$$

Veľkosť $\varepsilon_{4_{1b}}$ volíme takú, aby $\frac{1}{2}d > \frac{\sigma_tP|\Gamma|}{2}\varepsilon_{4_{1b}}$. Na veľkosti $\varepsilon_{4_{1a}}$ nám až tak nezáleží, nemáme člen ktorý by sme mohli podliezť. Suma pri ktorej je $\varepsilon_{4_{1a}}$ bude na konci odhadnutá Gronwallovou lemou.

Druhý z nich, 4_2, rozložíme podobne ako 3.

$$\begin{aligned}\langle(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)T_i,T_i-T_{i-1}\rangle_\Gamma &= \frac{1}{2}(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)\langle T_i,T_i\rangle_\Gamma \\ &-\frac{1}{2}(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_{i-1})\langle T_{i-1},T_{i-1}\rangle_\Gamma \\ &+\frac{1}{2}(-\sigma_t+\nu\cdot\vec{q}_i)\langle T_i-T_{i-1},T_i-T_{i-1}\rangle_\Gamma \\ &-\frac{1}{2}\nu\cdot(\vec{q}_i-\vec{q}_{i-1})\langle T_{i-1},T_{i-1}\rangle_\Gamma\end{aligned} \tag{10}$$

Po zosumovaní sa nám prvé dva členy vyrušia. Všetky členy odhadneme zhora pomocou vety o stopách a pri poslednom využijeme na odhad lipschitzovskosť $\vec{q}$.

$$\begin{aligned}\left|\sum_{i=1}^{j}(10)\right| \leq \frac{(\sigma_t+Q)}{2}\Big[&\Big(\varepsilon_{4_{2a}}\|\nabla T_j\|_0^2+C_{\varepsilon_{4_{2a}}}\|T_j\|_0^2\Big) \\ &+\sum_{i=1}^{j}\Big(\varepsilon_{4_{2c}}\|\nabla(T_i-T_{i-1})\|_0^2+C_{\varepsilon_{4_{2c}}}\|T_i-T_{i-1}\|_0^2\Big) \\ &+\|T_0\|_\Gamma^2\Big]+\tau\frac{L_q}{2}\sum_{i=1}^{j}\Big(\varepsilon_{4_{2d}}\|\nabla T_{i-1}\|_0^2+C_{\varepsilon_{4_{2d}}}\|T_{i-1}\|_0^2\Big)\end{aligned}$$

Volíme $\varepsilon_{4_{2a}}$ také, aby $\frac{1}{2}d > \frac{\sigma_tP|\Gamma|}{2}\varepsilon_{4_{1b}}+\frac{(\sigma_t+Q)}{2}\varepsilon_{4_{2a}}$. Ďalšie $\varepsilon_{4_{2c}}$ také, aby $\frac{1}{2}d > \frac{(\sigma_t+Q)}{2}\varepsilon_{4_{2c}}$ a posledné, $\varepsilon_{4_{2c}}$, je ľubovoľné pevné, rovnako ako $\varepsilon_{4_{1a}}$. Člen $\|T_i-T_{i-1}\|_0^2$ substituujeme $\tau^2\|\delta T_i\|_0^2$ a aby sme sa ho vedeli zbaviť predpokladáme, že τ je dosť malé na to, aby platilo $\zeta > \varepsilon_2+\frac{\sigma_t+Q}{2}\tau C_{\varepsilon_{4_{2c}}}$

Člen 5 rovnice (8) nepotrebujeme upravovať.

Z člena 6 pri sumovaní vypadne zopár sčítancov,

$$\begin{aligned}\lambda\sum_{i=1}^{j}\langle\nabla M_i,\nabla(M_i-M_{i-1})\rangle = \frac{\lambda}{2}\|\nabla M_j\|_0^2-\frac{\lambda}{2}\|\nabla M_0\|_0^2 \\ +\frac{\lambda}{2}\sum_{i=1}^{j}\|\nabla M_i-M_{i-1}\|_0^2\end{aligned}$$

pričom sme členy rozpísali rovnako ako v predošlých prípadoch. Označíme ich postupne $6_1,6_2,6_3$.

Okrajový člen 7 je jednoduchší ako 4 a urobíme preň rovnaké odhady. Znovu nám stačí uvažovať prípad s Robinovou podmienkou $\nu\nabla M = \sigma_m(P-M)$,

$$\begin{aligned}\langle\nabla M_i,\nu(M_i-M_{i-1})\rangle = \sigma_m\langle M_i,M_i-M_{i-1}\rangle_\Gamma \\ -\sigma_m\langle P_i,M_i-M_{i-1}\rangle_\Gamma\end{aligned}$$

lebo Neumannova by mala tvar predošlej rovnice bez prvého člena. Ten nám aj tak nerobí problémy a po sumácii z neho ostane

$$\begin{aligned}\sigma_m\sum_{i=1}^{j}\langle M_i,M_i-M_{i-1}\rangle_\Gamma = \frac{\sigma_m}{2}\|M_j\|_\Gamma^2-\frac{\sigma_m}{2}\|M_0\|_\Gamma^2 \\ +\frac{\sigma_m}{2}\sum_{i=1}^{j}\|M_i-M_{i-1}\|_\Gamma^2\end{aligned}$$

čo sú dva kladné členy a stredný závisí iba na počiatočnej podmienke. Označíme ich $7_1,7_2,7_3$. Druhú

časť okrajovej podmienky 7 označíme 7_4 a odhadneme zvrchu rovnako ako člen 4_1:

$$\sigma_m|\sum_{i=1}^{2}\langle P_i, M_i - M_{i-1}\rangle_\Gamma| \le |\sigma_m\langle P_0, M_0\rangle_\Gamma| + \tau\frac{L_P\sigma_m|\Gamma|}{2}\sum_{i=1}^{j}(1+\varepsilon_{7_{1a}}\|\nabla M_{i-1}\|_0^2 + C_{\varepsilon_{7_{1a}}}\|M_{i-1}\|_0^2) + \frac{\sigma_m P|\Gamma|}{2}(1+\varepsilon_{7_{1b}}\|\nabla M_j\|_0^2 + C_{\varepsilon_{7_{1b}}}\|M_j\|_0^2).$$

Volíme $\varepsilon_{7_{1b}}$ tak, aby $\frac{\lambda}{2} > \frac{\sigma_m P|\Gamma|}{2}\varepsilon_{7_{1b}}$. Znova, veľkosť $\varepsilon_{7_{1a}}$ je ľubovoľná pevná.

Napokon odhadneme člen pravej strany. Aj ten sa dá rozložiť tak ako predošlé členy (napr. 3).

$$\sigma\theta_i\langle M_i - T_i, T_i - T_{i-1} - M_i + M_{i-1}\rangle = -\frac{\sigma}{2}\theta_i\|M_i - T_i\|_0^2 + \frac{\sigma}{2}\theta_{i-1}\|M_{i-1} - T_{i-1}\|_0^2 - \frac{\sigma}{2}\theta_i\|M_i - M_{i-1} - T_i + T_{i-1}\|_0^2 + \frac{\sigma}{2}(\theta_i - \theta_{i-1})\|M_{i-1} - T_{i-1}\|_0^2$$

Po sumácii sa prvé dva členy vyrušia a na odhad posledného budeme znovu využívať lipschitzovskosť θ.

$$\sigma\sum_{i=1}^{j}\theta_i\langle M_i - T_i, T_i - T_{i-1} - M_i + M_{i-1}\rangle = -\frac{\sigma}{2}\theta_j\|M_j - T_j\|_0^2 + \frac{\sigma}{2}\theta_0\|M_0 - T_0\|_0^2 - \frac{\sigma}{2}\sum_{i=1}^{j}\theta_i\|M_i - M_{i-1} - T_i + T_{i-1}\|_0^2 + \frac{\sigma}{2}\sum_{i=1}^{j}(\theta_i - \theta_{i-1})\|M_{i-1} - T_{i-1}\|_0^2$$

Členy na pravej strane poslednej rovnice označme $8_1, 8_2, 8_3$ a 8_4. 8_1 s 8_3 majú znamienko aké chceme, 8_2 je konštanta závislá na počiatočnej podmienke a odhadneme iba 8_4.

$$\frac{\sigma}{2}\left|\sum_{i=1}^{j}(\theta_i - \theta_{i-1})\|M_{i-1} - T_{i-1}\|_0^2\right| \le \le \tau\frac{\sigma L_\theta}{2}\sum_{i=1}^{j}\|M_{i-1} - T_{i-1}\|_0^2$$

Keď už sme si pripravili všetky odhady, preusporiadajme členy zosumovanej rovnice (8) na

$$1 + 3_1 + 3_3 + 5 + 6_1 + 6_3 + 7_1 + 7_3 - 8_1 - 8_3 = = -2 - 3_2 - 3_4 - 4 - 6_2 - 7_2 - 7_4 + 8_2 + 8_4$$

a ľavú stranu odhadneme zospodu a pravú zvrchu. Následne odpočítame členy s volenými ε-mi. Dostaneme tak nerovnicu

$$\begin{aligned}
&\tau\left(\zeta - \varepsilon_2 - \tau\frac{\sigma_t + Q}{2}C_{\varepsilon_{4_{2c}}}\right)\sum_{i=1}^{j}\|\delta T_i\|_0^2 \\
&+\left(\frac{1}{2}d - \frac{\sigma_t P|\Gamma|}{2}\varepsilon_{4_{1b}} - \frac{(\sigma_t+Q)}{2}\varepsilon_{4_{2a}}\right)\|\nabla T_j\|_0^2 \\
&+\left(\frac{1}{2}d - \frac{(\sigma_t+Q)}{2}\varepsilon_{4_{2c}}\right)\sum_{i=1}^{j}\|\nabla(T_i - T_{i-1})\|_0^2 \\
&+\tau c_m\sum_{i=1}^{j}\|\delta M_i\|_0^2 + \left(\frac{\lambda}{2} - \frac{\sigma_m P|\Gamma|}{2}\varepsilon_{7_{1b}}\right)\|\nabla M_j\|_0^2 \\
&+\frac{\lambda}{2}\sum_{i=1}^{j}\|\nabla(M_i - M_{i-1})\|_0^2 + \frac{\sigma_m}{2}\|M_j\|_\Gamma \\
&+\frac{\sigma_m}{2}\sum_{i=1}^{j}\|M_i - M_{i-1}\|_\Gamma + \frac{\sigma\zeta}{2}\|M_j - T_j\|_0^2 \\
&+\frac{\sigma\zeta}{2}\sum_{i=1}^{2}\|M_i - T_i - M_{i-1} + T_{i-1}\|_0^2 \le \\
&\le \tau Q C_{\varepsilon_2}\|\nabla T_i\|_0^2 + \frac{1}{2}\langle D_0 T_0, T_0\rangle + \tau\frac{L_D}{2}\sum_{i=1}^{j}\|\nabla T_{i-1}\|_0^2 \\
&+\tau\frac{L_P\sigma_t|\Gamma|}{2}\sum_{i=1}^{j}(1 + \varepsilon_{4_{1a}}\|\nabla T_{i-1}\|_0^2 + C_{\varepsilon_{4_{1a}}}\|T_{i-1}\|_0^2) \\
&+\frac{\sigma_t P|\Gamma|}{2}(1 + C_{\varepsilon_{4_{1b}}}\|T_j\|_0^2) + |\sigma_t\langle P_0, T_0\rangle_\Gamma| \\
&+\frac{(\sigma_t+Q)}{2}C_{\varepsilon_{4_{2a}}}\|T_j\|_0^2 + \frac{(\sigma_t+Q)}{2}\|T_0\|_\Gamma^2 \\
&+\tau\frac{L_q}{2}\sum_{i=1}^{j}\left(\varepsilon_{4_{2d}}\|\nabla T_{i-1}\|_0^2 + C_{\varepsilon_{4_{2d}}}\|T_{i-1}\|_0^2\right) \\
&+\frac{\lambda}{2}\|\nabla M_0\|_0^2 + \frac{\sigma_m}{2}\|M_0\|_\Gamma + |\sigma_m\langle P_0, M_0\rangle_\Gamma| \\
&+\tau\frac{L_P\sigma_m|\Gamma|}{2}\sum_{i=1}^{j}(1 + \varepsilon_{7_{1a}}\|\nabla M_{i-1}\|_0^2 + C_{\varepsilon_{7_{1a}}}\|M_{i-1}\|_0^2) \\
&+\frac{\sigma_m P|\Gamma|}{2}(1 + C_{\varepsilon_{7_{1b}}}\|M_j\|_0^2) + \frac{\sigma\theta_0}{2}\|M_0 - T_0\|_0^2 \\
&+\tau\frac{\sigma L_\theta}{2}\sum_{i=1}^{j}\|M_{i-1} - T_{i-1}\|_0^2, \quad (11)
\end{aligned}$$

ktorej pravá strana má veľa členov odhadnuteľných konštantou pomocou prvého energetického odhadu. Po odhade ostane iba konštanta a členy so súčtom noriem gradientov. j-te hodnoty tých gradientov sú na ľavej strane, takže znovu použijeme Gronwallovu

lemu. Platí

$$\|\nabla T_j\|_0^2+\|\nabla M_j\|_0^2 \leq C_1+C_2\tau\sum_{i=1}^{j-1}(\|\nabla T_i\|_0^2+\|\nabla M_i\|_0^2),$$

z čoho použitím lemy odvodíme

$$\|\nabla T_j\|_0^2+\|\nabla M_j\|_0^2 \leq C_1 e^{C_2\sum_{i=1}^{j}\tau} \leq C_1 e^{C_2\Upsilon} = C.$$

Konštanta C závisí iba na okrajových a počiatočných podmienkach a na toku vody. Pravú stranu rovnice (11) môžeme preto odhadnúť konštantou a získame odhady

$$\|\nabla T_j\|_0^2 \leq C \quad \tau\sum_{i=1}^{j}\|\delta T_i\|_0^2 \leq C$$
$$\|\nabla M_j\|_0^2 \leq C \quad \tau\sum_{i=1}^{j}\|\delta M_i\|_0^2 \leq C.$$

4.3 Konvergencia aproximačnej schémy

V diskretizačnej schéme chceme uskutočniť limitný prechod. Vzhľadom na kvalitu našich apriorných odhadov stačí túto schému integerovať od 0 do t a diskretizačnú schému prepíšeme pomocou Rotheho funkcií

$$\begin{aligned}(T^n,M^n)(t) &= (1-(t-i\tau))(T_i,M_i)\\ &\quad +(t-i\tau)\,(T_{i+1},M_{i+1})\\ (\bar{T}^n,\bar{M}^n)(t) &= (T_{i+1},M_{i+1})\end{aligned}$$

pre $\forall t\in[i\tau,(i+1)\tau)$ kde $\tau=\frac{\Upsilon}{n}$. Funkcie (T^n,M^n), $(\bar{T}^n,\bar{M}^n)$ vyhovujú úlohe

$$\langle\theta T_t^n,\varphi\rangle+\langle-\vec{q}\cdot\nabla\bar{T}^n,\varphi\rangle+\langle D\nabla\bar{T}^n,\nabla\varphi\rangle - \langle D\nabla\bar{T}^n,\nu\varphi\rangle_\Gamma=\sigma\theta\langle\bar{M}^n-\bar{T}^n,\varphi\rangle$$

$$c_m\langle M_t^n,\psi\rangle+\lambda\langle\nabla\bar{M}^n,\nabla\psi\rangle-\langle\nabla\bar{M}^n,\nu\psi\rangle_\Gamma = \sigma\theta\langle\bar{T}^n-\bar{M}^n,\psi\rangle \quad \forall(\varphi,\psi)\in V_T\times V_M$$

$$T^n(t)\to T_0 \quad \nu\, L^2(I,L^2)\ pre\ t\to 0$$
$$M^n(t)\to M_0 \quad \nu\, L^2(I,L^2)\ pre\ t\to 0$$

Po zintegrovaní od 0 po t v tejto identite uskutočníme limitný prechod $n\to\infty$ k čomu využijeme apriorné odhady. Z [7] vieme, že existuje $T\in L^2(I,V_T)\cap C(I,L^2)$ s $\partial_t T\in L^2(I,L^2)$ také, že existuje slabokonvergentná podpostupnosť $T^n\rightharpoonup T$ v $L^2(I,V)$, $T_t^n\rightharpoonup T_t$ v $L^2(I,L^2)$ a $\bar{T}^n\rightharpoonup T$ v $L^2(I,V)$. Toto T je naším slabým riešením. Analogické tvrdenie platí pre M.

Dvojica (T,M) rieši zintegrovanú slabú formuláciu problému pre všetky t (podľa ktorého sme integrovali). Túto identitu môžeme teraz podľa t zderivovať a tým určíme, že (T,M) rieši náš problém pre skoro všetky t.

4.4 Jednoznačnosť riešenia

Aj keď nevieme ukázať jednoznačnosť pre tok vody, ak už je tok daný, tak riešenie systému vedenia tepla je jednoznačné. Rovnica je lineárna. Ak by sme mali dve riešenia, obe musia spĺňať slabú formuláciu. Keď ich odčítame, dostaneme riešenie úlohy s nulovou počiatočnou podmienkou. Okrajové podmienky Dirichletovho a Neumannovho typu budú tiež nulové a Robinova podmienka má $P=0$.

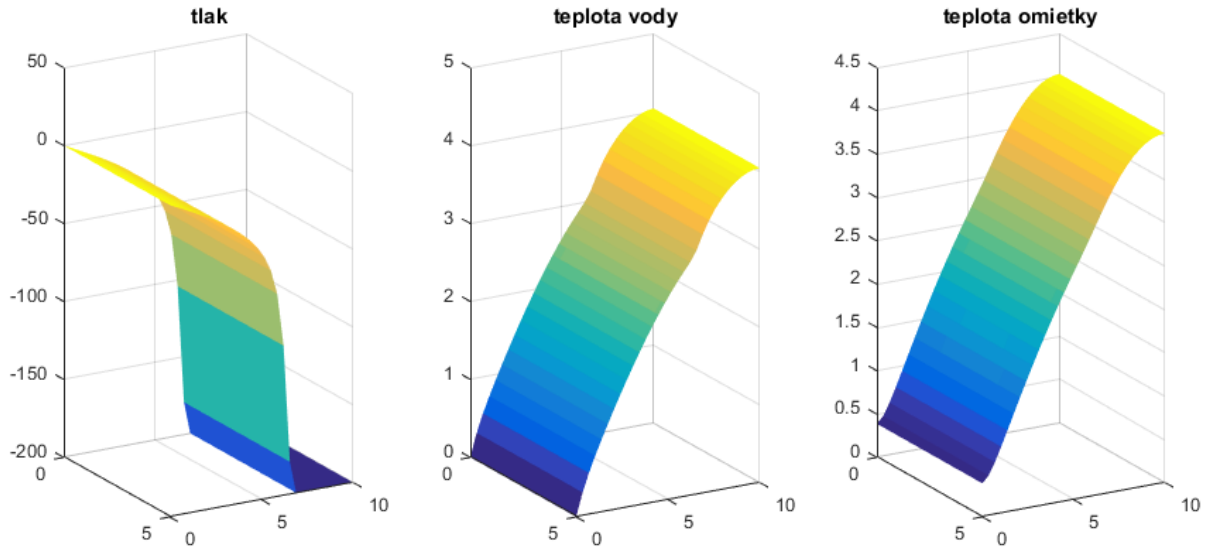
Použijeme rovnaké odhady ako v prvom energetickom odhade. V tomto prípade ale bude konštanta na pravej strane nulová. Gronwallova lema teda určí, že ich rozdiel je najviac nulový. Keď ich odčítame v opačnom poradí a zopakujeme tento postup, ukážeme, že rozdiel je najmenej nula. Riešenie je teda jednoznačné.

5 Výsledky

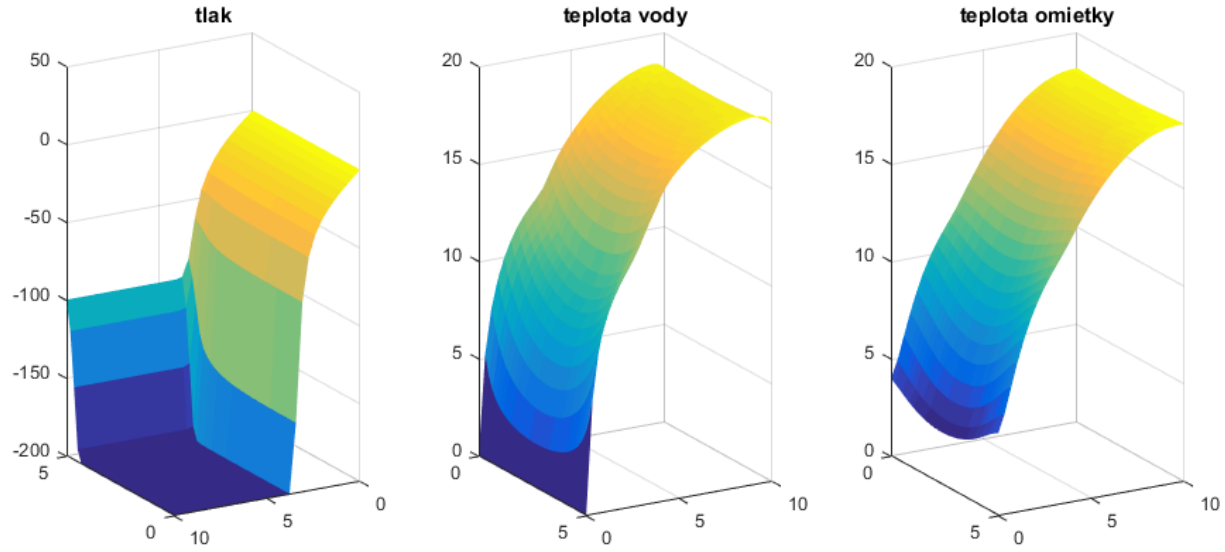
Ukázali sme dôkaz existencie a jednoznačnosti riešenia. Mohli by sme to zhrnúť do vety:

Veta 1. *Nech funkcie toku vody θ, D a $\vec{q}$ sú lipschitzovské. Nech D je kladne definitná a symetrická a existujú $\zeta,Q\in\mathbf{R}$ také, že $\theta>\zeta>0$ a $|\vec{q}|<Q$ $\forall(x,y,t)\in\Omega\times I$. Nech teplota vonkajšieho prostredia P (pri Robinovej podmienke) je lipschitzovská. Potom existuje práve jedno slabé riešenie úlohy* (5) $(T,M)\in\left(L^2(I,V_T)\times L^2(I,V_M)\right)\cap\left(C(I,L^2)\times C(I,L^2)\right)$ *s* $\partial_t T,\partial_t M\in L^2(I,L^2)$.

Typický vývoj v našom modeli je znázornený na obrázkoch 1 a 2. Počiatočné podmienky sú $h=-200$, $T=M=20$. Zospodu vteká studená voda (podmienky $h=0$, $T=0$, $\partial_y M=0$) a okraje sú izolované. Vrchná časť má zadanú homogénnu Neumannovu podmienku. Pre prúdenie vody v pórovitom prostredí je charakteristický postup frontu. Aj po dlhom čase ostala vrchná časť rovnako suchá, no miesto kam prišiel front je skoro plne nasýtené. Prítomnosť frontu je dobre vidno aj na teplote vody. Nad frontom je vzorka suchá, vody je málo a jej teplota je plne prispôsobená teplote fasády. V nasýtenejšej časti je voda studenšia.



Obr. 1: Rozloženie tlaku a teplôt v čase $t = 2000$ pri izolovaných bokoch



Obr. 2: Rolzoženie tlaku a teplôt v čase $t = 500$ pri malom vtoku z boku

Na obrázku 2 sú zmenené podmienky na kraji $x = X$. Je predpísaný malý prítok $\partial_x q = 0.001$ a Robinova podmienka s $P = 20$. Aby bolo lepšie vidno rozmiestnenie tlaku, je jeho graf otočený o 180°.

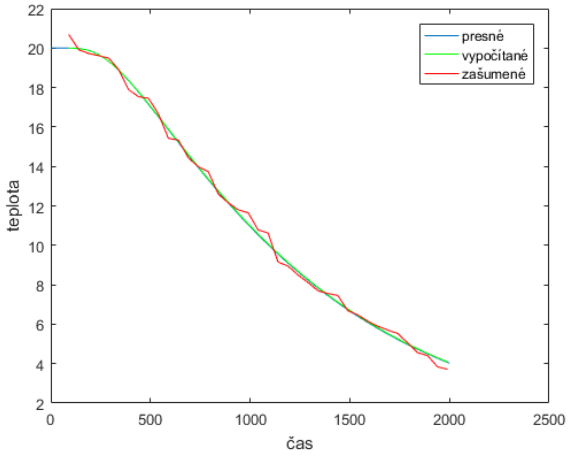
Ďalším výsledkom je inverzná úloha na výpočet koeficientu prenosu tepla σ z nameraných dát. Experimenty sú iba numerické, no veľa napovedajú o stabilite úlohy.

5.1 Inverzná úloha

Pri určovaní koeficientu prenosu tepla medzi pórovitým prostredím a vodou je najväčším problémom, že výmena nastáva vo vnútri materiálu. Navyše sa všetko deje na mikroškále, takže nevieme meraním rozlíšiť teplotu vody a prostredia. Postupovať môžeme iba nepriamo a sledovať efekt spôsobený týmto spôsobom prenosu tepla.

Na výpočet koeficientu tepelného prechodu σ navrhujeme nasledujúci model. Začneme so suchou vzorkou pórovitého materiálu teploty 20, ktorú položíme na hladinu vody teploty 0. Máme $2D$ model, lebo predpokladáme, že pozdĺž steny domu sa v strede hodnoty skoro nemenia. Preto za vzorku použijeme podlhovastý kváder a uvažujeme prierez cez stredy najdlhších hrán. Meriame teplotu v strede na vrchu vzorky. Teplotu okolitého vzduchu majme 20. Všetky ostatné koeficienty vieme určiť pomocou jednoduchších experimentov a považujeme ich za známe.

Z numerických experimentov vyplýva, že už toto jediné meranie je dostatočné na určenie σ. Presnosť vypočítaných hodnôt ale veľmi záleží na presnosti nameraných dát. Za tie sme používali zašumené napočítané dáta. Veľkosť šumu $s\%$ spôsobí odchýlku vo vypočítanom σ približne $2s\%$. Na obrázku 3 sú zobrazené presné a zašumené teploty stredného bodu na vrchu vzorky pri 5% šume. Keďže sa očakáva, že graf teploty bude monotónny, zašumené dáta sú usporiadané. V tomto konkrétnom grafe sa líšia hodnoty presného a vypočítaného σ o 10%.



Obr. 3: Teploty vrchného bodu

Literatúra

[1] Zarba Celia M. A., Bouloutas. A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.*, (26):1483–1496, 1990.

[2] James M. Ortega Gene H. Golub. *Scientific Computing and Differential Equations*, chapter 9, pages 273–283. Academic Press Limited, 24-28 Oval Road, London, 1992.

[3] Alexander H.-D. Cheng Jacob Bear. *Modeling Groundwater Flow and COntaminant Transport*, volume 23. Springer, 2010.

[4] Jozef Minár Jozef Kačur. A benchmark solution for infiltration and adsorption of polluted water into unsaturated-saturated porous media. *Transport in porous media*, 97:223–239, 2013.

[5] Michal Tóth Jozef Kačur, Patrik Mihala. Determination of soil parameters under gravitation and centrifugal forces in 3d infiltration. In J.Naisbitt M.Tuba, editor, *Heat and mass transfer*, Bern, Switzerland, December 2016. WSEAS Conference.

[6] Jozef Kačur Jozef Minár. Solution of direct and inverse problems for infiltration and contaminant adsorption in partially saturated porous media. *Stafa-Zurich: Trans Tech Publications*, 354:129–143, 2014. Advanced Diffusion Processes and Phenomena.

[7] Jozef Kačur. *Method of Rothe in Evolution Equations*. Teubner-texte zur Mathematik, 1985.

[8] Jozef Kačur. Solution to strongly nonlinear parabolic problems by a linear approximation scheme. *Journal of Numerical Analysis*, 19(1):119–145, 1990.

[9] Sejna M. van Genuchten M.T. Simunek, J. *The HYDRUS-1D software package for simulating the onedimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media*. Department of Enviromental Sciences University of California Riverside, Riverside, California, 2009.

[10] Michal Tóth. Transport tepla a vody v pórovitom prostredí. In T. Vinář B. Brejová, J. Guričan, editor, *Zborník príspevkov*, Bratislava, 2016. Študentská vedecká konferencia FMFI UK.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 19–27
ISBN 978-1983445132, © 2017 Patrik Mihala

Škálovanie kapilárnych síl a hydraulickej permeability pri infiltrácii vody v poréznom prostredí

Patrik Mihala*

Školiteľ: Jozef Kačur†

Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstrakt: V tejto práci si ukážeme efektívnu numerickú metódu riešenia matematického modelu prúdenia vody v poréznom valci, ktorá slúži na riešenie inverzných úloh pri určovaní modelových dát. Naviac prezentujeme analýzu konvergencie metódy a existencie slabého riešenia. V práci uvažujeme nenasýtenú vzorku s izolovanými podstavami ponorenú do vody, kde infiltrácia prebieha cez bočný plášť, ďalej uvažujeme nasýtenú vzorku, kde prebieha výtok na menšom polomere spodnej podstavy a inde izolovanú a tiež uvažujeme vzorku ponorenú do vody, kde infiltrácia prebieha cez bočný plášť, vrchná podstava je izolovaná a na spodnej podstave prebieha výtok pre menší polomer a na vonkajšom prstenci spodnej podstavy uvažujeme izoláciu. Prúdenie vody v uvažovanom modeli je generované kapilárnymi silami a silou gravitácie, prípadne silou centrifugácie.

Je to originálny scenár pre určovanie hydrologických dát daného porézneho prostredia, kde stačí merať množstvo infiltrovanej vody, množstvo vytečenej vody a v prípade centrifugačnej sily aj pozíciu ťažiska. Následne škálovanie parametrov meranej vzorky realizujeme minimalizáciou vzdialenosti medzi meranými dátami a napočítanými dátami. Bod minima považujeme za približné riešenie.

Doteraz sa používala vzorka v tvare úzkeho valca a voda sa infiltrovala len hornou základňou, zatiaľ čo bočný plášť bol izolovaný. Táto metóda viedla na jednorozmernú úlohu pozdĺž osi valca, čo v praxi spôsobovalo veľké technické problémy. Len veľmi ťažko sa dalo zabrániť prúdeniu medzi izoláciou a okrajom valca. Často vznikali vo valci preferenčné cesty prúdenia. Jednorozmerná aproximácia preto nie je dostatočne presná a je veľmi ťažko realizovateľná. My uvažujeme poréznu vzorku ako trojrozmerný valec, vďaka čomu eliminujeme predchádzajúce ťažkosti. Riešenie tohoto problému je však výrazne náročnejšie.

*pmihala@gmail.com
†Jozef.Kacur@fmph.uniba.sk

1 Úvod

Skúmanie matematického modelu a jeho numerickej realizácie je motivované určovaním tepelnoizolačných vlastností stavebných-poréznych materálov. K tomu je potrebné určiť hydrodynamické vlastnosti týchto konkrétnych materiálov. Tieto vlastnosti sa v laboratórnych podmienkach prevažne merajú pomocou infiltrácie vody do tenkého valca cez hornú podstavu, pričom sa meria množstvo vody, ktorá vteká a vyteká cez vzorku vplyvom gravitácie, prípadne silou centrifugácie a pozícia ťažiska. Pri týchto meraniach však vznikajú veľké problémy v praxi spôsobené nedokonalou izoláciou plášťa a nehomogenitou materiálu.

Táto práca sa zaoberá inými spôsobmi merania spomínaných hydrologických dát, ktoré utlmujú vyššie uvedené problémy. Realizuje sa to pomocou 3D valca, kde sa voda infiltruje cez bočný plášť a tok je kolmý na smer hnacej sily. V práci uvažujeme tri scenáre. Infiltrácia do suchej vzorky, vyprázdňovanie nasýtenej vzorky a kombinácia oboch.

Všeobecný model prúdenia vody v poréznom prostredí je riadený parabolickou parciálnou diferenciálnou rovnicou, ktorá je silne nelineárna. Budeme sa zaoberať existenciou slabého riešenia tejto úlohy a jeho numerickou realizáciou.

2 Existencia slabého riešenia

Uvažujeme matematický model prúdenia vody v poréznom prostredí, ktorý je daný rovnicou

$$\partial_t \theta(h) - \operatorname{div}\left(K(h)\left(\nabla h + \vec{v}\right)\right) = 0 \qquad (1)$$

s Dirichletovou podmienkou na Γ_1, s Neumannovou podmienkou na Γ_2 a s Robinovou podmienkou na Γ_3.

Saturáciu θ uvažujme rastúcu (infiltrácia do suchej vzorky). Definujme funkciu $\Phi(h) = \int_0^h K(s)\mathrm{d}s$. Gradient tejto funkcie je $\nabla\Phi(h) = K(h)\nabla h$. Dosadením do pôvodnej rovnice dostávame

$$\partial_t \theta(h) - \operatorname{div}\left(\nabla\Phi(h) + K(h)\vec{v}\right) = 0.$$

Zavedením novej premennej $\psi(x,y,z,t) = \Phi(h(x,y,z,t))$ dostávame

$$\partial_t \theta(\Phi^{-1}(\psi)) - \Delta\psi + \operatorname{div} K(\Phi^{-1}(\psi))\vec{v} = 0.$$

Označme funkciu $\Theta(\psi) = \theta(\Phi^{-1}(\psi))$, ktorá je tiež nezáporná a $\kappa(\psi) = K(\Phi^{-1}(\psi))$. Po dosadení do rovnice dostávame

$$\partial_t \Theta(\psi) - \Delta\psi + \nabla\kappa(\psi).\vec{v} = 0. \tag{2}$$

K tejto rovnici prislúchajú aj jej počiatočné a okrajové podmienky. My budeme skúmať slabé riešenie tejto úlohy, kde $\psi \in L_2(I,V)$ a $V = \{\varphi \in H^1 | \varphi_{\Gamma_1} = 0\}$, pričom H^1 je Sobolevov priestor. Prislúchajúca slabá formulácia je

$$\begin{aligned}&\langle \partial_t \Theta(\psi(t,x,y,z)), \varphi\rangle + \\ &+ \langle \nabla\psi(t,\mathbf{x}), \nabla\varphi\rangle - \left\langle K(\Phi^{-1}(\psi(t,\mathbf{x}))), \vec{v}\nabla\varphi\right\rangle - \\ &- \langle \nabla\psi(t,\mathbf{x}), \nu\varphi\rangle_\Gamma + \left\langle K(\Phi^{-1}(\psi(t,\mathbf{x}))), \nu\vec{v}\varphi\right\rangle_\Gamma = 0,\end{aligned}$$

ktorú sme dostali tým, že sme rovnicu (2) vynásobili testovou funkciou $\varphi \in V$, aplikovali sme metódu per partes a implementovali sme okrajové podmienky.

Rovnica (2) je silne nelineárna, preto ju budeme linearizovať nasledovným iteratívnym spôsobom. Nech τ je časový krok a $N\tau = T$. V rovnici (2) člen $\partial_t\Theta(\psi)$ aproximujeme v i-tom časovom reze $t_i = \tau i$, $i = 1,\dots,N$

$$\partial_t \Theta(\psi) = \frac{\partial\Theta}{\partial\psi}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \lambda_i \frac{\psi_i - \psi_{i-1}}{\tau} \tag{3}$$

za predpokladu, že neznáme λ_i a ψ_i sú viazané podmienkou

$$\left|\lambda_i - \frac{\Theta(\psi_i) - \Theta(\psi_{i-1})}{\psi_i - \psi_{i-1}}\right| < \tau^{1+\mu}, \tag{4}$$

pričom $\mu > 0$ je malé.

Splnenie tejto podmienky realizujeme iteratívnym spôsobom. Po aproximácii rovnice (2) dostávame pre každý časový rez eliptickú rovnicu

$$\lambda_i(\psi_i - \psi_{i-1}) - \Delta\psi_i\tau + \nabla\kappa(\psi_i).\vec{v} = 0.$$

Slabá formulácia aproximačnej schémy je

$$\begin{aligned}&\langle \Theta(\psi_i) - \Theta(\psi_{i-1}), \varphi\rangle + \tau^{1+\mu}\langle \zeta_i(\psi_i - \psi_{i-1}), \varphi\rangle + \\ &+ \tau\langle \nabla\psi, \nabla\varphi\rangle - \tau\left\langle K(\Phi^{-1}(\psi_i)), \vec{v}\nabla\varphi\right\rangle - \\ &- \tau\langle \nabla\psi_i, \nu\varphi\rangle_\Gamma + \tau\left\langle K(\Phi^{-1}(\psi_i)), \nu\vec{v}\varphi\right\rangle_\Gamma = 0.\end{aligned} \tag{5}$$

Nech ψ_0 je počiatočný stav ψ a nech $\psi_0 \in H^1(\Gamma_1)$ spĺňa predpísanú Dirichletovu podmienku. Zvoľme testovú funkciu $\varphi = \psi_i - \psi_0$ a sčítajme dané rovnice pre $i = 1,\dots,j$. Dostávame

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{j}\Big[&\langle \Theta(\psi_i) - \Theta(\psi_{i-1}), \psi_i - \psi_0\rangle + \\ &+ \tau^{1+\mu}\langle \zeta_i(\psi_i - \psi_{i-1}), \psi_i - \psi_0\rangle + \\ &+ \tau\langle \nabla\psi, \nabla(\psi_i - \psi_0)\rangle - \\ &- \tau\left\langle K(\Phi^{-1}(\psi_i)), \vec{v}\nabla(\psi_i - \psi_0)\right\rangle - \\ &- \tau\langle \nabla\psi_i, \nu(\psi_i - \psi_0)\rangle_\Gamma + \\ &+ \tau\left\langle K(\Phi^{-1}(\psi_i)), \nu\vec{v}(\psi_i - \psi_0)\right\rangle_\Gamma\Big] = 0.\end{aligned} \tag{6}$$

$$\sum_{i=1}^{j}\Big[\{1\} + \{2\} + \{3\} + \{4\} + \{5\} + \{6\}\Big] = 0$$

Pre odhad prvého člena definujme funkciu $G(\xi) = \Theta(\xi)\xi - \int_0^\xi \Theta(s)\mathrm{d}s$. Zo vzťahu $G(\psi_i) - G(\psi_{i-1}) \le (\Theta(\psi_i) - \Theta(\psi_{i-1}))\,\psi_i$ dostávame

$$\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{j}\langle \Theta(\psi_i) - \Theta(\psi_{i-1}), \psi_i - \psi_0\rangle \ge \\ &\quad \ge \int_\Omega (G(\psi_j) - G(\psi_0))\,\mathrm{d}t - \left\langle \Theta(\psi_j) - \Theta(\psi_0), \psi_0\right\rangle.\end{aligned}$$

Ďalšie členy odhadneme nasledovne:

$$\left|\sum_{i=1}^{j}\{2\}\right| \le c_1\tau^{1+\mu}\sum_{i=1}^{j}\|\psi_i\|_0^2 + c_2$$

$$\sum_{i=1}^{j}\{3\} = \tau\sum_{i=1}^{j}\|\nabla\psi_i\|_0^2 - \tau\sum_{i=1}^{j}\langle \nabla\psi_i, \nabla\psi_0\rangle$$

$$\left|\tau\sum_{i=1}^{j}\langle \nabla\psi_i, \nabla\psi_0\rangle\right| \le \tau\sum_{i=1}^{j}\varepsilon_1\|\nabla\psi_i\|_0^2 + \tau\sum_{i=1}^{j}C_{\varepsilon_1}\|\nabla\psi_0\|_0^2$$

$$\begin{aligned}\left|\sum_{i=1}^{j}\{4\}\right| &\le \tau\sum_{i=1}^{j}(C_{\varepsilon_2} + C_{\varepsilon_3})\|K(\Phi^{-1}(\psi))\|_0^2 + \\ &+ \tau\sum_{i=1}^{j}\varepsilon_2|v|\,\|\nabla\psi_i\|_0^2 + \tau\sum_{i=1}^{j}\varepsilon_3|v|\,\|\nabla\psi_0\|_0^2\end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^{j}\{5\} = \{5_{\Gamma_1}\} + \{5_{\Gamma_2}\} + \{5_{\Gamma_3}\}, \text{ kde } |\{5_{\Gamma_1}\}| = 0$$

$$|\{5_{\Gamma_2}\}| \le c_3 + \varepsilon_4\tau c_4\sum_{i=1}^{j}\|\psi_i\|^2$$

V odhade $\{5_{\Gamma_3}\}$ nahradíme $-\nabla\psi_i\nu = \sigma(\psi_i - \psi_{\text{out}})$

$$|\{5_{\Gamma_3}\}| \le c_5 + \varepsilon_5 c_6 \sum_{i=1}^{j} \|\psi_i\|^2$$

z ohraničenosti K máme $|\{6\}| \le c_7 + c_8\tau \sum_{i=1}^{j} \varepsilon_6 \|\psi_i\|^2$.

Dosadením do slabej formulácie a použitím vzťahu $G(\xi) - G(\xi_0) \ge (\Theta(\xi) - \Theta(\xi_0))\xi_0$ po úprave dostávame

$$\frac{1}{2}\int_\Omega G(\psi_j)\mathrm{d}x + c_9\tau\sum_{i=1}^{j}\|\psi_i\|^2 \le c_{10}. \qquad (7)$$

Sčítaním vzťahu (6) od $j = 1$ až po $n-k$ sa dá postupne ukázať

$$\sum_{j=1}^{n-k}\tau\int_\Omega \left\langle \Theta(\psi_{j+k}) - \Theta(\psi_j), \psi_{j+k} - \psi_j \right\rangle \mathrm{d}x \le c_{11}k\tau.$$

Definujme Rotheho stupňovitú funkciu $\overline{\psi}^n(t,x,y,z) = \psi_i(x,y,z)$ pre $t \in (t_{i-1}, t_i]$ a lineárnu lomenú funkciu $\psi^n(t,x,y,z) = \frac{t_i - t}{t_i - t_{i-1}}\psi_{i-1}(x,y,z) + \frac{t - t_{i-1}}{t_i - t_{i-1}}\psi_i(x,y,z)$ pre $t \in (t_{i-1}, t_i]$. Pre funkciu $\overline{\Theta}(\xi) = \int_0^\xi \min(\Theta'(s), 1)\mathrm{d}s$ dostaneme

$$\int_0^{T-\bar{t}}\int_\Omega \left(\overline{\Theta}(\overline{\psi}^n(t+\bar{t},\mathbf{x}) - \overline{\Theta}(\overline{\psi}^n(t,\mathbf{x}))\right)^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}t \le c_{12}|\bar{t}|. \qquad (8)$$

Z (7) a (8) postupne odhadneme

$$\int_0^{T-\bar{t}}\int_{\Omega_{\bar{\mathbf{x}}}} \left(\overline{\Theta}(\overline{\psi}^n(t+\bar{t},\mathbf{x}+\bar{\mathbf{x}}) - \overline{\Theta}(\overline{\psi}^n(t,\mathbf{x}))\right)^2 \mathrm{d}x\mathrm{d}t \le \le c_{14}(|\bar{t}| + |\bar{\mathbf{x}}|).$$

a z Kolmogorovho kritéria vyplýva kompaktnosť postupnosti $\{\overline{\Theta}(\overline{\psi}^n(t,x,y,z))\}_{n=1}^\infty$ v $L_2(Q_T)$. Teda z nej vieme vybrať konvergentnú podpostupnosť (aj bodovo v Q_T). Z rastúcosti funkcie $\overline{\Theta}$ vyplýva, že $\overline{\psi}^n$ skoro všade konverguje bodovo. Zo spojitosti Θ dostávame $\Theta(\overline{\psi}^n) \to \Theta(\psi)$ bodovo skoro všade.

Z (7) máme $\overline{\psi}^n \rightharpoonup \psi$ v $L_2(I,V)$ a z vety o stopách dostávame aj $\overline{\psi}^n \rightharpoonup \psi$ v $L_2(I, L_2(\Gamma))$.

Na základe týchto výsledkov a z nerovnosti

$$\|\overline{\psi}^n\|^2_{L_2(\Gamma)} \le \varepsilon\|\nabla\overline{\psi}^n\|_0^2 + C_\varepsilon\|\overline{\psi}\|_0^2$$

dostaneme $\overline{\psi}^{n_l} \to$ v $L_2(I, L_2(\Gamma))$ pre nejakú podpostupnosť $\{\overline{\psi}^{n_l}\}_{l=1}^\infty$ (a aj bodovo na $I \times \Gamma$).

Prepíšme (5) pomocou Róteho funkcií a dva krát integrujme podľa času. Dostávame

$$\begin{aligned}
&\int_0^t \langle \Theta(\psi^n(p,x,y,z)) - \Theta(\psi^n(0,\mathbf{x})), \varphi\rangle \,\mathrm{d}p + \\
&+\tau^\mu \int_0^t\int_0^p \overline{\zeta}^n \langle \overline{\psi}^n(s,\mathbf{x}) - \overline{\psi}^n(s-\tau,\mathbf{x}), \varphi\rangle \,\mathrm{d}s\mathrm{d}p + \\
&+\int_0^t\int_0^p \langle \nabla\overline{\psi}^n(s,\mathbf{x}), \nabla\varphi\rangle \,\mathrm{d}s\mathrm{d}p - \\
&-\int_0^t\int_0^p \left\langle K(\Phi^{-1}(\overline{\psi}^n(s,\mathbf{x}))), \vec{v}\nabla\varphi\right\rangle \mathrm{d}s\mathrm{d}p - \\
&-\int_0^t\int_0^p \langle \nabla\overline{\psi}^n(s,\mathbf{x}), \nu\varphi\rangle_\Gamma \,\mathrm{d}s\mathrm{d}p + \\
&+\int_0^t\int_0^p \left\langle K(\Phi^{-1}(\overline{\psi}^n(s,\mathbf{x}))), \nu\vec{v}\varphi\right\rangle_\Gamma \mathrm{d}s\mathrm{d}p = 0.
\end{aligned} \qquad (9)$$

Postupnou aplikáciou vyššie získaných a priorných odhadov pre $\overline{\psi}^n$ možno v (9) uskutočniť limitný prechod $n \to \infty$, pričom $\tau \to 0$. Následne túto identitu dva krát derivujeme podľa času a dostávame

$$\begin{aligned}
&\langle \partial_t\Theta(\psi(t,x,y,z)), \varphi\rangle + \\
&+\langle \nabla\psi(t,\mathbf{x}), \nabla\varphi\rangle - \left\langle K(\Phi^{-1}(\psi(t,\mathbf{x}))), \vec{v}\nabla\varphi\right\rangle - \\
&-\langle \nabla\psi(t,\mathbf{x}), \nu\varphi\rangle_\Gamma + \left\langle K(\Phi^{-1}(\psi(t,\mathbf{x}))), \nu\vec{v}\varphi\right\rangle_\Gamma = 0,
\end{aligned}$$

čo je slabá formulácia úlohy (2) s prislúchajúcimi okrajovými podmienkami. Týmto sme ukázali, že ψ je slabým riešením úlohy (2). Z toho vyplýva, že $h = \Phi^{-1}(\psi)$ je slabým riešením úlohy (1).

3 Numerická realizácia

Naša linearizačná schéma 3 sa realizuje iteratívnym spôsobom nasledovne

$$\begin{aligned}
&\lambda_{i,k-1}(\psi_{i,k} - \psi_{i-1,k}) - \Delta\psi_{i,k}\tau + \nabla\kappa(\psi_{i,k}).\vec{v} = 0 \\
&\lambda_{i,k} = \frac{\Theta(\psi_i) - \Theta(\psi_{i-1})}{\psi_i - \psi_{i-1}}.
\end{aligned}$$

Ak je splnená podmienka $\lambda_{i,k} - \lambda i, k-1 < \tau^{1+mu}$, tak iterácie ukončíme a položíme $\lambda_i = \lambda_{i,k}$ a $\psi_i = \psi_{i,k}$. Ak tieto iterácie konvergujú v tomto zmysle, tak pomocou predchádzajúcej časti máme dokázanú aj konvergenciou tejto metódy.

Numerická realizácia tejto schémy však nie je dosť efektívna, pretože musíme vykonávať prislúchajúce transformácie. Preto numerickú realizáciu robíme použitím myšlienky Celia [Celia M. A., 1990], ktorá aproximuje priamo rovnicu (1) v neznámej h.

Najprv musíme definovať tok $q = (q_x, q_y, q_z)$ v ľubovolnom bode (x,y,z) vnútri valca a v ľubovolnom čase $t \in [0,T]$, ktorý je daný vzťahom

$$q(t,x,y,z) = -K(h(t,x,y,z)) \left(\nabla_{(x,y,z)} h(t,x,y,z) - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right).$$

Pri numerickej realizácii uvažujeme poréznu vzorku v tvare valca. Vo všetkých typoch okrajových podmienok sa zachováva radiálna symetrickosť a preto úlohu transformujeme do cylindrických súradníc. Zavedieme časovú a rovnomernú priestorovú diskretizáciu. Numerickú hodnotu ľubovolnej funkcie f v gridových bodoch pre polomer r_i, výšku z_l a čas t_j v k-tej iterácií budeme označovať $f_{i,l}^{j,k}$. Saturácia θ aj hydraulická permeabilita K sú v našom modeli silne nelineárne a preto ich linearizujeme pomocou metódy Celia [Celia M. A., 1990], ktorá je tiež aplikovaná v známom softvéri HYDRUS [J. Simunek, 2009].

Aplikáciou tohto postupu, ktorý bol použitý v mojej minulej práci [Patrik Mihala, 2016] sme dostali túto iteratívnu schému:

$$\begin{aligned} C_{i,l}^{j+1,k} \frac{h_{i,l}^{j+1,k+1} - h_{i,l}^{j+1,k}}{\Delta t_j} + \frac{\left(\theta_{i,l}^{j+1,k} - \theta_{i,l}^{j}\right)}{\Delta t_j} = \\ = \frac{r_{i+\frac{1}{2}}}{r_i} K_{i+\frac{1}{2},l}^{j+1,k} \frac{h_{i+1,l}^{j+1,k+1} - h_{i,l}^{j+1,k+1}}{(\Delta r)^2} - \\ - \frac{r_{i-\frac{1}{2}}}{r_i} K_{i-\frac{1}{2},l}^{j+1,k} \frac{h_{i,l}^{j+1,k+1} - h_{i-1,l}^{j+1,k+1}}{(\Delta r)^2} + \\ + K_{i,l+\frac{1}{2}}^{j+1,k} \left(\frac{h_{i,l+1}^{j+1,k+1} - h_{i,l}^{j+1,k+1}}{(\Delta z)^2} - 1 \right) \\ - K_{i,l-\frac{1}{2}}^{j+1,k} \left(\frac{h_{i,l}^{j+1,k+1} - h_{i,l-1}^{j+1,k+1}}{(\Delta z)^2} - 1 \right), \end{aligned} \tag{10}$$

kde

$$C_{i,l}^{j+1,k} = \left. \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}h} \right|^{j+1,k}.$$

Ak je prvý člen na ľavej strane menší ako zadaná tolerancia, proces ukončíme pri danom iteračnom kroku k^* a položíme $\theta_{i,l}^{j+1} = \theta_{i,l}^{j+1,k^*}$.

4 Scenáre počiatočných a okrajových podmienok

V tejto práci sa budeme zaoberať tromi scenármi počiatočných a okrajových podmienok. Rôzne scenáre nám poskytujú ďalšie užitočné informácie pri riešení inverzných úloh.

4.1 Vtok do suchej vzorky

V tomto prípade uvažujeme nenasýtenú vzorku s počiatočnou podmienkou

$$h(0,r,z)|_{r<R \,\wedge\, z<Z} = -\infty$$

ponorenú do nádoby s vodou. Vďaka hydrostatickému tlaku prebieha infiltrácia cez plášť valca, ktorú v prípade gravitačnej sily modelujeme Dirichletovou okrajovou podmienkou

$$h(t,R,z) = H(t) + (Z - z)$$

a v prípade centrifugácie predpíšeme

$$\begin{aligned} h(t,R,z) = \int_z^{H(t)+Z} \frac{\omega^2}{g} (L-p)\,\mathrm{d}p = \\ = \frac{\omega^2}{g} \left(L(H(t) + (Z-z)) - \frac{(H+Z)^2 - z^2}{2} \right). \end{aligned}$$

Obidve podstavy v tomto scenári uvažujeme izolované, čo zodpovedá Neumannovým okrajovým podmienkam

$$q_z(t,r,z)|_{z=0 \,\vee\, z=Z} = 0.$$

Pri tomto scenári meriame iba výšku hladiny vody v infiltračnej nádobe a v prípade centrifugácie ťažisko pozorovanej vzorky, ktoré sa však po nasýtení vzorky vôbec nemení. Týmto scenárom som sa viac zaoberal vo svojej minulej práci.

4.2 Výtok z nasýtenej vzorky

V tomto scenári uvažujeme nasýtenú vzorku s počiatočnou podmienkou

$$h(0,r,z)|_{r<R \,\wedge\, z<Z} = 0.$$

Výtok prebieha na menšom kruhu spodnej podstavy

$$\partial_z h(t,r,0)|_{r<r_0} = 0.$$

Vzorka má izolovaný plášť valca,

$$q_r(t,R,z) = 0$$

hornú podstavu

$$q_z(t,r,Z) = 0$$

a vonkajší prstenec spodnej podstavy

$$q_z(t,r,0)|_{r>r_0} = 0.$$

Tento scenár nám umožňuje merať množstvo vytečenej vody v spodnej nádobe a v prípade centrifugácie aj pozíciu ťažiska.

4.3 Vtok a výtok súčasne

Tento scenár je kombináciou predchádzajúcich dvoch, kde na začiatku uvažujeme suchú vzorku

$$h(0,r,z)|_{r<R \wedge z<Z} = -\infty$$

ponorenú do nádoby s vodou, kde prebieha infiltrácia cez plášť valca. V prípade gravitácie predpíšeme na plášti

$$h(t,R,z) = H(t) + (Z-z)$$

a v prípade centrifugácie predpíšeme

$$h(t,R,z) = \int_z^{H(t)+Z} \frac{\omega^2}{g}(L-p)\,\mathrm{d}p = \\ = \frac{\omega^2}{g}\left(L(H(t)+(Z-z)) - \frac{(H+Z)^2 - z^2}{2}\right).$$

Zároveň uvažujeme aj výtok na menšom kruhu spodnej podstavy

$$\partial_z h(t,r,0)|_{r<r_0} = 0.$$

Vzorka má izolovanú hornú podstavu

$$q_z(t,r,Z) = 0$$

a vonkajší prstenec spodnej podstavy

$$q_z(t,r,0)|_{r>r_0} = 0.$$

V tomto prípade sme schopní merať zároveň výšku hladiny v infiltračnej nádobe a zároveň aj výšku hladiny vo výtokovej nádobe, vďaka čomu máme k dispozícii dvojnásobný počet meraných dát, čo nám výrazne pomôže pri určovaní modelových dát.

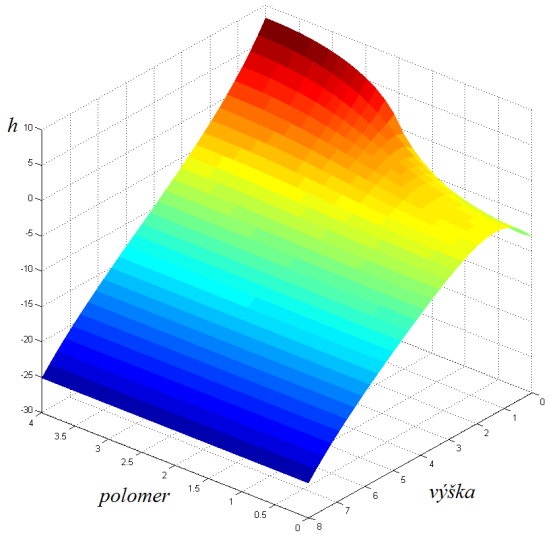
5 Výsledky

Vo všetkých výsledkoch sme použili tieto modelové parametre: $\alpha = -0{,}0189$, $n = 2{,}81$, $K_s = 2{,}4.10^{-4}$, $\theta_s = 0.38$ a $\theta_r = 0$, čo zodpovedá vápencovému poréznemu prostrediu. Zvolili sme tieto parametre vzorky $H(0) = 10$, $Z = 8$ a $R = 4$. Uvažovaná centrifúga má dĺžku ramena $L = 30$.

Scenár s nasýtenou vzorkou, kde prebieha iba vtok cez plášť valca a podstavy sú izolovane, som bližšie rozoberal vo svojej predchádzajúcej práci.

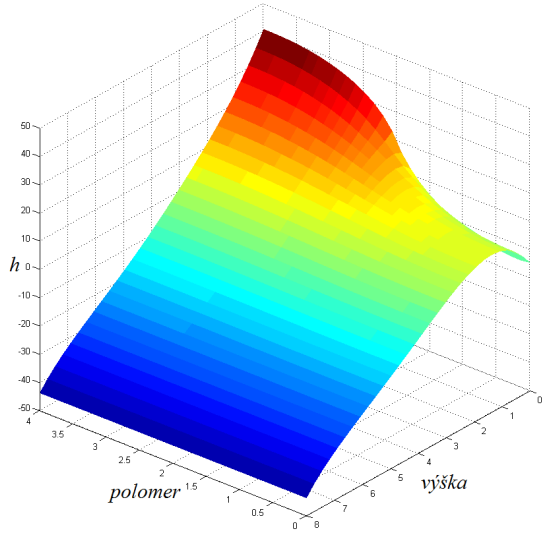
5.1 Výtok z nasýtenej vzorky

V prípade nasýtenej vzorky s výtokom cez menší kruh spodnej podstavy a inde izolovanej sme spozorovali, že rozloženie tlaku sa relatívne rýchlo ustáli do špecifického tvaru. V prípade uhlovej rýchlosti $\omega = 15$ a čase $t = 280$ sme dostali takýto tvar rozloženia tlaku vo valci:



Obr. 1: Tlak pri výtoku z nasýtenej vzorky v čase $t = 280$ a pri uhlovej rýchlosti $\omega = 15$

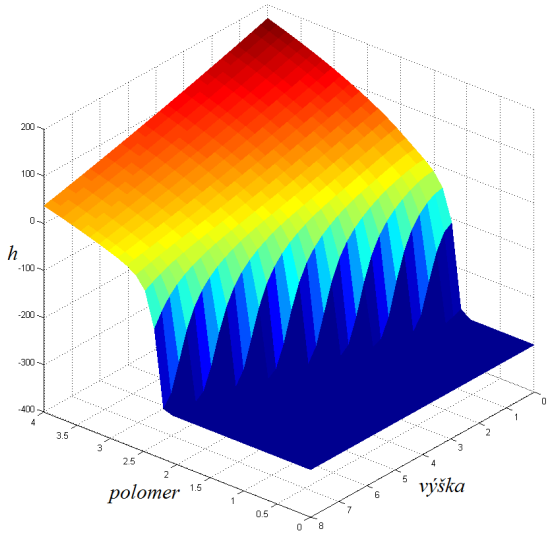
Ak pri tom istom modeli zmeníme rýchlosť otáčania na $\omega = 25$, tak v čase $t = 280$ dostaneme:



Obr. 2: Tlak pri výtoku z nasýtenej vzorky v čase $t = 280$ a pri uhlovej rýchlosti $\omega = 15$

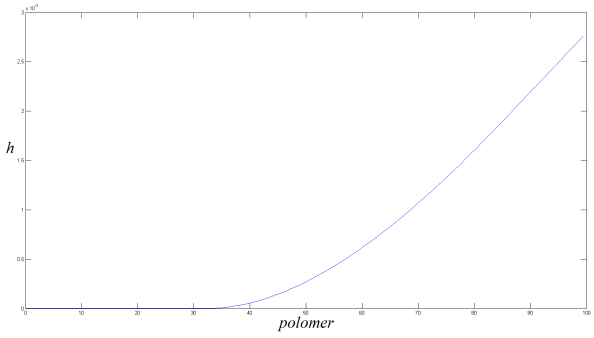
5.2 Vtok a výtok súčasne

V tomto scenári sa tlak vo vzorke správal najskôr veľmi podobne, ako keď sme uvažovali obe podstavy izolované, ako je vidno na obr. 3.



Obr. 3: Tlak v čase $t = 50$ a pri uhlovej rýchlosti $\omega = 25$

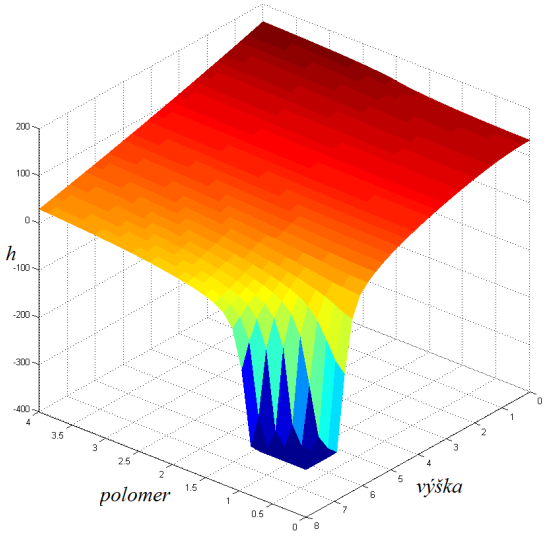
Tento jav je spôsobený tým, že postupujúci front ešte neprišiel k miestu s voľným výtokom. Tento jav vieme pozorovať aj pri meraniach, pretože výška hladiny vody dovtedy raste len zanedbateľne málo. V momente keď front príde k miestu výtoku, rýchlosť výtoku sa výrazne zvýši, ako môžeme vidieť na obr. 4.



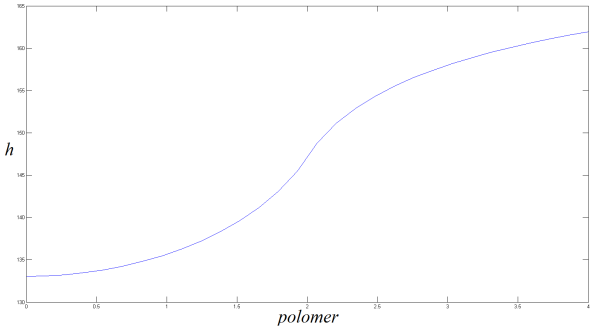
Obr. 4: Množstvo vody vo výtokovej nádobe v čase $t \in [0, 100]$

Keď je však valec už takmer nasýtený, môžeme pozorovať isté zakrivenie tlaku na spodnej podstave valca, ako je vidno na obr. 5 a na obr. 6.

Keď sa vzorka nasýti vodou, vznikne špecifické



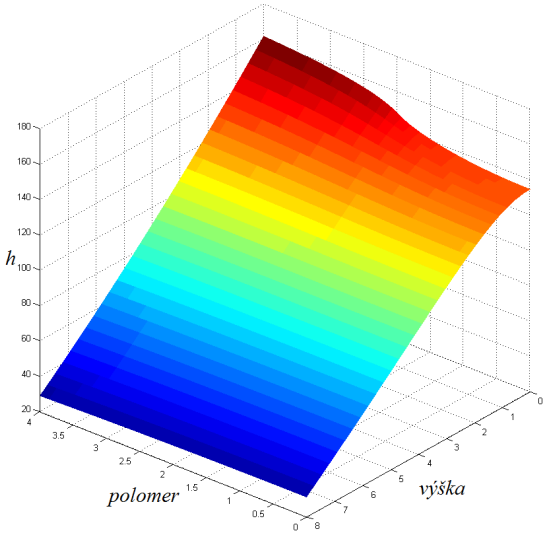
Obr. 5: Tlak v čase $t = 150$ a pri uhlovej rýchlosti $\omega = 25$



Obr. 6: Tlak na spodnej podstave v čase $t = 150$ a pri uhlovej rýchlosti $\omega = 25$

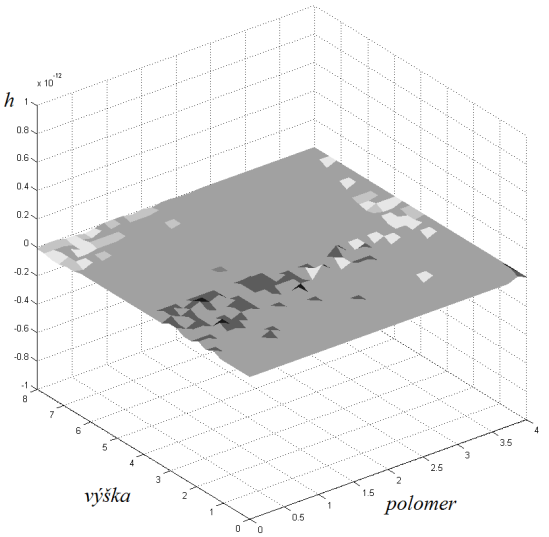
rozloženie tlaku vo valci, ako môžeme vidieť na obr. 7, ktoré sa mení už len veľmi pomaly.

Zmeny tlaku sú spôsobované už iba zmenou okrajovej dirichletovej podmienky, pretože hydrostatický tlak klesá pri poklese výšky hladiny vody v infiltračnej nádobe. V prípade, keď sme túto hladinu vody udržovali konštantnú, dostali sme ekvilibrium. Výskyt ekvilibria sme potvrdili tým, že sme zobrali suchú vzorku a nechali ju 600 časových jednotiek v centrifúge s uhlovou rýchlosťou $\omega = 15$ a potom sme zvýšili uhlovú rýchlosť na $\omega = 25$ a nechali sme rotovať ďalších 600 časových jednotiek. Počas rotácie sme však udržovali hladinu vody v infiltračnej nádobe konštantnú. Výsledok rozloženia tlaku vo valci sme porovnali so suchým valcom, na ktorý sme nechali 600 časových jednotiek pôsobiť centrifúgu s uhlovou rýchlosťou $\omega = 25$ a tiež sme udržovali kon-



Obr. 7: Tlak v čase $t = 200$ a pri uhlovej rýchlosti $\omega = 25$

štantnú hladinu vody. Obe rozloženia tlaku boli takmer rovnaké, líšili sa len numerickými odchýlkami rádovo 10^{-12}, ako môžeme vidieť na obr. 8. Na základe týchto výsledkov sme usúdili, že pri udržovaní rovnakej hladiny vody v infiltračnej nádobe vznikajú ekvilibriá.



Obr. 8: Rozdiel tlakov vo valcoch

6 Vplyv jednotlivých scenárov prúdenia pri riešení inverzných úloh

Pri riešení inverzných úloh určujeme kapilárne vlastnosti daného porézneho valca, určené parametrami $P = \{\alpha, n, K_s\}$. Meraním dostaneme výšky hladín v nádobách v niekoľkých časových rezoch. V prípade centrifugačnej sily máme dané aj ťažisko. Z týchto informácií máme určiť parametre P. Tieto parametre určujeme minimalizáciou

$$\int_0^T \alpha \left(H_{\text{merané}}(t) - H_P(t)\right)^2 + \beta \left(h_{\text{merané}}(t) - h_P(t)\right)^2$$

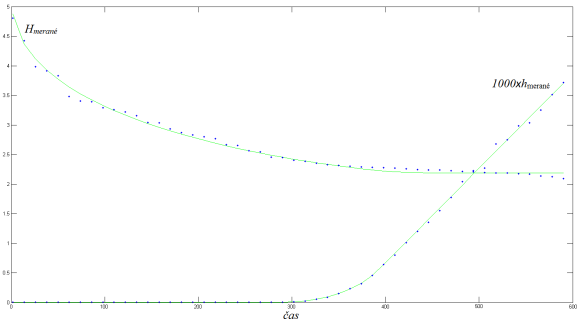
$$+\gamma \left(F_{\text{merané}}(t) - F_P(t)\right)^2 \mathrm{d}t,$$

kde $H_P(t)$ je napočítaná výška hladiny v infiltračnej nádobe, $h_P(t)$ je napočitaná výška hladiny vo výtokovej nádobe a $F_P(t)$ je napočitaná sila centrifúgy.

Pri výpočtoch sme na minimalizáciu tohoto integrálu použili známy toolbox *fminsearch* v programe MATLAB.

Merané dáta sme vygenerovali takým spôsobom, že pri našich modelových parametroch sme zobrali napočítané dáta v 50 časových rezoch, náhodne sme ich zmenili najviac o 5% a následne sme ich zoradili podľa veľkosti, pretože v tomto modeli sa očakáva monotónny priebeh.

V prípade gravitačnej sily sme zistili, že nezáleží na štartovacom bode. V tabuľke 1 sú nami vypočítané parametre pre tri rôzne zašumenia. Odchýľky od skutočných parametrov sú však niekedy až 20%. Príklad zašumenia môžeme vidieť na obr. 9.



Obr. 9: Zašumené výšky hladnín vody v nádobách pri gravitácii znázornené modrou v porovnaní od presných znázornených zelenou

Parameter K_s vieme určiť aj jednoduchým meraním pri nasýtenej vzorke. Predpokladajme teda, že hodnotu parametra K_s poznáme presnú. V tabuľke 2

Tabuľka 1: Parametre P pre rôzne zašumenia, pri gravitačnej sile

α	n	$K_s \times 10^-4$
−0.015359	2.7636	2.168
−0.018163	2.9865	2.310
−0.019417	2.7421	2.446

môžeme vidieť vypočitané hodnoty pri tých istých troch zašumeniach.

Tabuľka 2: Parametre α_P a n_P pre rôzne zašumenia, pri gravitačnej sile

α	n
−0.018427	2.7077
−0.019119	2.8467
−0.018907	2.8037

Tieto hodnoty sa od skutočnosti líšili najviac o 5%. Na počítanie dvoch parametrov je preto táto metóda uspokojivá. Pri počítaní troch parametrov je však veľmi citlivá na chyby merania.

V prípade centrifugačnej sily sme do meraných parametrov pridali aj odstredivú silu. Túto silu dostaneme

$$F(t) = F_{inj}(t) + F_s(t) + F_{out},$$

kde F_j je odstredivá sila vody v infiltračnej nádobe

$$F_{inj}(t) = \frac{Q_{top}}{2}\left((H(t)+L)^2 - H(t)^2)\right) +$$

$$\frac{Q_{top}Q}{2}\left(L^2 - (L-Z)^2\right),$$

F_s je odstredivá sila vody vo vzorke

$$F_s(t) =$$

$$\frac{1}{2}(\theta_s - \theta_r)\left(\int_0^R \int_0^Z 2\pi r(L-z)\theta(r,z,t)drdz\right)$$

a F_{out} je odstredivá sila vody vo výtokovej nádobe

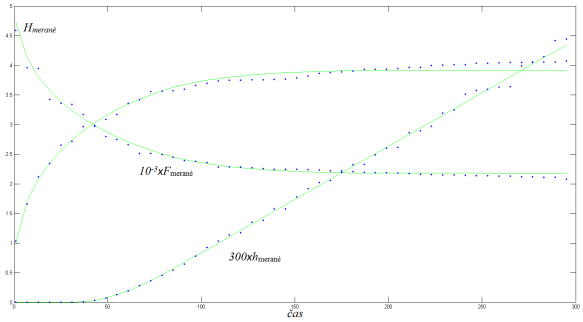
$$F_{out}(t) = \frac{1}{2}\left((L+D)^2 - (L+D-M_{out}(t))^2\right).$$

Narozdiel od gravitácie, pri centrifugačnej sile už záleží aj na štartovacom bode. V tabuľke 3 máme štartovacie body v prvom riadku a k nim vypočítané

Tabuľka 3: Štarovacie body a k nim prislúchajúce parametre P, pri centrifugačnej sile

α	n	$K_s \times 10^4$
−0.02	3.	2.
−0.01841	2.834	2.402
−0.02	3.	2.8
−0.02256	2.857	2.511
−0.02	2.6	2.
−0.01886	2.789	2.418
−0.02	2.6	2.8
−0.02051	2.795	2.455
−0.017	3.	2.
−0.01823	2.823	2.404
−0.017	3.	2.8
−0.02231	2.772	2.444
−0.017	2.6	2.
−0.01880	2.799	2.398
−0.017	2.6	2.8
−0.01867	2.761	2.412

parametre v druhom riadku. Parametre α a n sa v tomto prípade od skutočnosti líšia najviac o 6%, čo je veľmi uspokojivé. Parameter K_s sa však miestami líši až o 13%. Príklad zašumenia môžeme vidieť na obr. 10.



Obr. 10: Zašumenie parametrov P pri centrifugačnej sile znázornené modrou v porovnaní od presných parametrov znázornených zelenou

Inverzná úloha pri centrifugácii je narozdiel od gravitácie stabilnejšia pri výpočte troch parametrov, avšak parameter K_s je citlivý na chyby merania.

7 Záver

V tejto práci sme ukázali existenciu riešenia daného problému a diskutovali konvergenciu numerickej realizácie. Porovnali sme tri rôzne scenáre okrajových podmienok. Ďalej sme zistili, že pri gravitácii je riešenie inverzných úloh pre 3 parametre nespoľahlivé, ale pri určovaní koeficientu K_s je uspokojivé. Pri riešení inverzných úloh pri centrifugačnej sile sme zistili, že nám vznikajú lokálne minimá. Avšak napriek tomu je táto metóda stabilná aj pri troch koeficientoch. V praxi sa tieto výpočty môžu upresniť tým, že pri určovaní modelových dát začneme s rôznymi štartovacími bodmi a z nich potom vezmeme minimum.

Literatúra

[Celia M. A., 1990] Celia M. A., Bouloutas, Z. (1990). A general mass-conservative numerical solution for the unsaturated flow equation. *Water Resour. Res.*, 26:1483–1496.

[J. Simunek, 2009] J. Simunek, M. Sejna, M. T. v. G. (2009). *The HYDRUS-1D software package for simulating the onedimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variably saturated media*. Department of enviromental sciences university of California Riverside, Riverside, California.

[J.Kačur, 2016] J.Kačur, P.Mihala, M. (2016). Determination of soil parameters under gravitation and centrifugal forces in 3d infiltration. In M.Tuba, J., editor, *WSEAS TRANSACTIONS on HEAT and MASS TRANSFER*, volume 11 of *Heat and mass transfer in Bern*, pages 1–6, Bern, Switzerland.

[Jozef Kačur, 2017] Jozef Kačur, Patrik Mihala, M. T. (2017). Determination of soil parameters in hydraulic flow model for porous media. *INTERNATIONAL JOURNAL OF MECHANICS*, 11:34–42.

[Patrik Mihala, 2016] Patrik Mihala, Michal Tóth, J. K. (2016). Infiltrácia vody do nenasýteného porézneho valca v gravitačnom poli a pri centrifugácii. In Broňa Brejová, Jaroslav Guričan, T. V., editor, *Študentská vedecká konferencia FMFI UK*, volume 1 of *2016: Zborník príspevkov*, pages 1–6, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava. CreateSpace Independent Publishing Platform.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 28–36
ISBN 978-1983445132, © 2017 Martin Krátky

Dynamika deformovateľných pórovitých materiálov

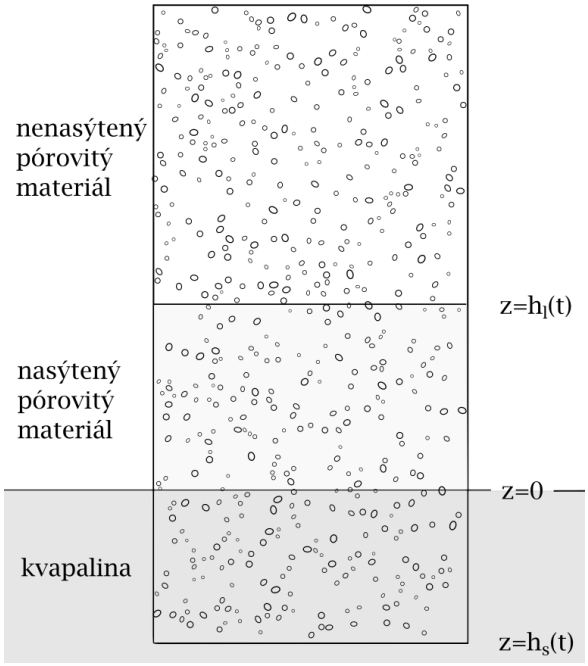
Martin Krátky[1*]

Školiteľ: Peter Guba[1†]

Katedra aplikovanej matematiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstrakt: V práci skúmame dynamiku kapilárneho nasiakavania kvapaliny do deformovateľného pórovitého materiálu. V uvažovanej konfigurácii kvapalina samovoľne infiltruje do materiálu vplyvom kapilárnych síl, ktoré sú orientované v opačnom smere ako gravitácia. Model je založený na teórii zmesí, v ktorej je každý objemový element ponímaný ako dokonalá zmes pevnej a kvapalnej fázy. V jednorozmernom prípade sa problém redukuje na parciálnu diferenciálnu rovnicu s dvoma voľnými hranicami, ktoré sú riadené dvojicou obyčajných diferenciálnych rovníc. Predchádzajúca analýza problému [5] sa zaoberala prípadom lineárnej funkcie napätia pevnej fázy a lineárnej lomenej funkcie pre permeabilitu pórovitého prostredia. V našej práci analyzujeme prípady nelineárnych funkcií napätia a permeability, ktoré sú konzistentné s existujúcimi experimentálnymi meraniami [6]. Numerické riešenie modelu je založené na metóde čiar s využitím pseudospektrálnej diskretizácie priestorovej premennej. Charakter úvodnej dynamiky získaných riešení zodpovedá existujúcim experimentom v [5], predpovedaný rovnovážny stav sa však pri experimentoch nepozoruje. Výsledky práce nájdu aplikáciu v kontexte fázovej premeny viaczložkových zmesí [3].

Kľúčové slová: deformovateľný pórovitý materiál, kapilárny tlak, numerická metóda, pseudospektrálna metóda



Obr. 1: Schématický obrázok. $z = 0$ zodpovedá hladine kvapaliny, ktorá sa v čase nemení. Pozícia kvapalného frontu $h_l(t) > 0$ je výška, do ktorej kvapalina zmáča nenasýtený pórovitý materiál. Pozícia frontu pevnej fázy $h_s(t)$ (väčšinou záporná) predstavuje pozíciu spodnej steny deformovaného pórovitého materiálu pod hladinou $z = 0$.

1 Úvod

V práci skúmame samovoľné nasiakavanie kvapaliny do pórovitého prostredia, ktoré sa jej prítomnosťou deformuje. Materiál je homogénny a jeho šírka a hrúbka sú dostatočne veľké na to, aby sme sa mohli obmedziť na jedinú priestorovú premennú v smere osi z (t.j. rovnobežne so smerom gravitačnej sily). V čase $t = 0$ sa spodná stena materiálu dostane do kontaktu s hladinou kvapaliny, ktorá začne vplyvom kapilárnych síl do materiálu nasiakavať. Prítomnosťou kvapaliny sa zároveň uvoľnuje vnútorné napätie v materiáli, čo má za následok jeho deformáciu a (vo väčšine prípadov) ponorenie spodnej steny pod hladinu. Deformovaním materiálu dochádza ku zmene vlastností pórovitosti materálu, a teda aj k zmene jeho permeability (priepustnosti voči kvapalnému toku). Nasiakavanie teda mení vlastnosti materiálu, ktorý spätne ovplyvňuje dynamiku nasiakavania. Z matematického hľadiska ide o systém previazaných, silne nelineárnych diferenciálnych rovníc. Uvažovanú konfiguráciu znázorňuje schématický obrázok 1. Kvapalný kúpeľ, do kontaktu s ktorým sa pórovitý materiál dostane, uvažujeme nekonečne veľký. Objem vody ktorý nasiakne do pórovitého materiálu teda neovplyvní výšku hladiny kvapaliny.

V práci analyzujeme vplyv nelineárnych funkcií

*martin.kratky@gmail.sk
†Peter.Guba@fmph.uniba.sk

napätia a permeability pórovitého prostreda na riešenia príslušných rovníc. Výber týchto funkcií je konzistentný s experimentálnymi meraniami [6]. Na numerickú aproximáciu vystupujúcich diferenciálnych operátorov využívame globálnu pseudospektrálnu metódu Čebyševovho typu.

2 Matematický model

Problém modelujeme pomocou teórie zmesí, ktorá uvažuje obe fázy (pevnú a kvapalnú) ako kontinuum. Ľubovoľný objemový element ∂V je dokonalou zmesou pevnej fázy s objemom ∂V_s a kvapalnej fázy s objemom ∂V_l ($\partial V = \partial V_s + \partial V_l$). Toto nám umožňuje definovať objemový zlomok pevnej fázy ϕ ako $\phi = \partial V_s/\partial V$. Objemový zlomok kvapalnej fázy je potom $1-\phi$.

Aplikovaním zákonov zachovania hmoty a hybnosti sa možno dopracovať [4] k systému diferenciálnych rovníc pre nami uvažovaný problém (v bezrozmernom tvare):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(\phi v_s) = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z}((1-\phi)v_l) = 0, \tag{2}$$

$$v_l - v_s = -\frac{k}{(1-\phi)}\left(\frac{\partial p}{\partial z} + 1\right), \tag{3}$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \sigma}{\partial z} - (\rho\phi + 1), \tag{4}$$

kde $v_s(z,t), v_l(z,t)$ sú lokálne rýchlosti pevnej a kvapalnej fázy, $p(z,t)$ je tlakové pole a $\sigma(z,t)$ je napätie v zmesi. Prvé dve rovnice predstavujú zákon zachovania hmoty pevnej a kvapalnej fázy. Tretia rovnica je zovšeobecnením tzv. Darcyho zákona, ktorý dáva do vzťahu relatívnu rýchlosť kvapalnej fázy s tlakovým gradientom, lokálnou permeabilitou prostredia k a gravitáciou. Posledná rovnica predstavuje statickú rovnováhu tlaku, napätia a gravitačnej sily pre zmes ako celok.

Úpravami možno z rovníc eliminovať tlak a získať tak jedinú, silne nelineárnu parciálnu diferenciálnu rovnicu pre objemový zlomok pevnej fázy $\phi(z,t)$ pre z z oblasti medzi pevným a kvapalným frontom $[h_s(t), h_l(t)]$. Pozície týchto frontov sú dané dvojicou obyčajných diferenciálnych rovníc.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -c(t)\frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z}\left[\phi k(\phi)\left\{\sigma'(\phi)\frac{\partial \phi}{\partial z} - \rho\phi\right\}\right], \tag{5}$$

$$c(t) = -\frac{(1-\phi_0)}{\phi_0}\left[\frac{\phi k(\phi)}{(1-\phi)}\left(\sigma'(\phi)\frac{\partial \phi}{\partial z} - \rho\phi\right)\right]\Bigg|_{h_l}, \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}h_s}{\mathrm{d}t} = c(t) + k(\phi)\left(\sigma'(\phi)\frac{\partial \phi}{\partial z} - \rho\phi\right)\Bigg|_{h_s}, \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}h_l}{\mathrm{d}t} = c(t) - \frac{\phi k(\phi)}{(1-\phi)}\left(\sigma'(\phi)\frac{\partial \phi}{\partial z} - \rho\phi\right)\Bigg|_{h_l}, \tag{8}$$

kde $\rho = \rho_s/\rho_l - 1$ je parameter predstavujúci zbezrozmernenú relatívnu hustotu a ϕ_0 je objemový zlomok nenasýteného pórovitého materiálu.

Okrajová podmienka $\phi(h_s) = \phi_r$, kde ϕ_r je koreňom funkcie $\sigma(\phi)$, zodpovedá tzv. podmienke nulového napätia [4], [5]. Podmienka pre $\phi(h_l)$ plynie z (4) integrovaním od h_s po h_l a aplikovaním podmienok kapilárneho a hydrostatického tlaku v hraniciach:

$$\sigma(\phi(h_l)) = p_c + h_s + \int_{h_s}^{h_l} \big(\rho\phi + 1\big)\mathrm{d}z, \tag{9}$$

kde p_c je zbezrozmernený kapilárny tlak. Ako z uvedených rovníc plynie, funkcie napätia a permeability uvažujeme v jednorozmernom prípade ako skalárne funckie objemového zlomku pevnej fázy ϕ. Pre obyčajné diferenciálne rovnice (7), (8) máme počiatočné podmienky $h_s(0) = 0, h_l(0) = 0$ (keďže v čase 0 dochádza ku kontaktu pórovitého materiálu s kvapalinou).

2.1 Funkcie napätia a permeability

V prácach [1], [5] autori uvažujú jednoduchý prípad s lineárnou funkciou napätia $\sigma(\phi) = \phi_r - \phi$ a lineárnou lomenou funkciou permeability $k(\phi) = \phi_r/\phi$ (v bezrozmernej forme). V [6] nájdeme fyzikálne realistickejšie tvary týchto funkcií založené na experimentálnych meraniach. Funkciu napätia tu fitujú polynómom sidemeho stupňa a funkciu permeability ako exponenciálne klesajúcu funkciu v tvare $k(\phi) = 10^{6.9654(\phi_r - \phi)}$.

V našej práci preto skúmame parametrickú triedu funkcií napätia a permeability konzistentnú s [6]. Trieda funkcií permeability má tvar

$$k(\phi) = 10^{\beta(\phi_r - \phi)}, \quad \beta > 0. \tag{10}$$

Funkcie v tvare polynómu siedmeho stupňa predstavujú príliš širokú triedu; navyše ϕ reálne spadá do relatívne malého rozsahu v okolí referenčnej hodnoty

ϕ_r. Preto pre jednoduchosť uvažujeme lineárne funkcie s kvadratickou korekciou v tvare

$$\sigma(\phi) = (\phi_r - \phi) + \alpha(\phi_r - \phi), \quad \alpha \in \mathbb{R}. \tag{11}$$

Poznámka: Uvedené tvary funkcií napätia a permeability sú zbezrozmernené preškálovaním pomocou typických hodnôt napätia a permeability. Preto sme si dovolili položiť koeficient pri lineárnom člene v rovnici (11) rovný jednej. Bezrozmernú triedu funkcií permeability sme zvolili tak, aby mala jednotkovú hodnotu v bode ϕ_r.

3 Prípad s nulovou gravitáciou

Prípad s nulovou gravitáciou sa v rovniciach (5)-(8) prejaví vynechaním členov obsahujúcich ρ. Zavedenie sebepodobnej premennej $\eta = z/(2\sqrt{t})$ a transformácia príslušných diferenciálnych operátorov nám umožní získať obyčajnú diferenciálnu rovnicu pre $\phi = \phi(\eta)$:

$$2\eta\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\eta} - 2(1-\phi_0)\lambda_l\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\eta} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\eta}\left[\phi k(\phi)\sigma'(\phi)\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\eta}\right], \tag{12}$$

definovanú na oblasti $\eta \in [\lambda_s, \lambda_l]$, s okrajovými podmienkami $\phi(\lambda_s) = \phi_r$ a $\phi(\lambda_l) = \sigma^{-1}(p_c) =: \phi_l$ (ide o okrajovú podmienku (9) v prípade s nulovou gravitáciou). λ_s a λ_l sú konštanty spĺňajúce rovnice

$$\left.\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\eta}\right|_{\lambda_s} = 2\frac{\phi_0\lambda_l - (\lambda_l - \lambda_s)}{k(\phi_r)\sigma'(\phi_r)}, \tag{13}$$

$$\left.\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\eta}\right|_{\lambda_l} = -2\frac{\lambda_l\phi_0(1-\phi_l)}{\phi_l k(\phi_l)\sigma'(\phi_l)}. \tag{14}$$

Tieto rovnice nemožno oddeliť od rovnice (12), nakoľko derivácie ϕ vyčíslujeme práve v neznámych konštantách λ_s, λ_l.

Pozície frontov pevnej a kvapalnej fázy sa v prípade bez gravitácie riadia jednoduchými rovnicami

$$\begin{aligned} h_s(t) &= 2\lambda_s\sqrt{t}, \\ h_l(t) &= 2\lambda_l\sqrt{t}. \end{aligned} \tag{15}$$

Parametre λ_s, λ_l teda reprezentujú aj mieru rýchlosti postupu frontov pevnej a kvapalnej fázy. Z týchto rovníc vyplýva, že pri absencii gravitácie neexistuje ustálené riešenie.

3.1 Numerická schéma

Na riešenie rovnice (12) s vopred zvolenými parametrami λ_s, λ_l sme použili Čebyševovskú pseudospektrálnu metódu, známu exponenciálnou konvergenciou pre hladké funkcie [2]. Najprv sme preto jednoduchou lineárnou transformáciou $\bar{\eta} = (2\eta - \lambda_l - \lambda_s)/(\lambda_l - \lambda_s)$ preškálovali nezávislú premennú η na interval $[-1,1]$, na ktorom je Čebyševovská pseudospektrálna metóda prirodzene definovaná. Riešením diferenciálnej rovnice je pri tejto metóde vektor funkčných hodnôt $\phi^{CH} = (\phi_0^{CH}, \phi_1^{CH}, ..., \phi_{N+1}^{CH})$ zodpovedajúci funkčným hodnotám v diskrétnych Čebyševových uzloch $\bar{\eta}_j = cos(\pi j/(N+1)), \quad j = 0, ..., N+1$.

Spojité riešenie na $[-1,1]$ potom získame polynomiálnou interpoláciou v týchto bodoch:

$$\hat{\phi}(\bar{\eta}) = \sum_{i=0}^{N+1} \phi_i^{CH}\ell_i(\bar{\eta}), \tag{16}$$

kde ℓ_i je i-ty Lagrangeov kardinálny polynóm spĺňajúci $\ell_i(\bar{\eta}_j) = \delta_{ij}$. Diferencovaniu takejto funkcie zodpovedá násobenie vektoru ϕ^{CH} zľava diferenčnou maticou D, ktorej (i,j)-ty prvok je daný

$$D_i^j = \ell_j'(\bar{\eta}_i). \tag{17}$$

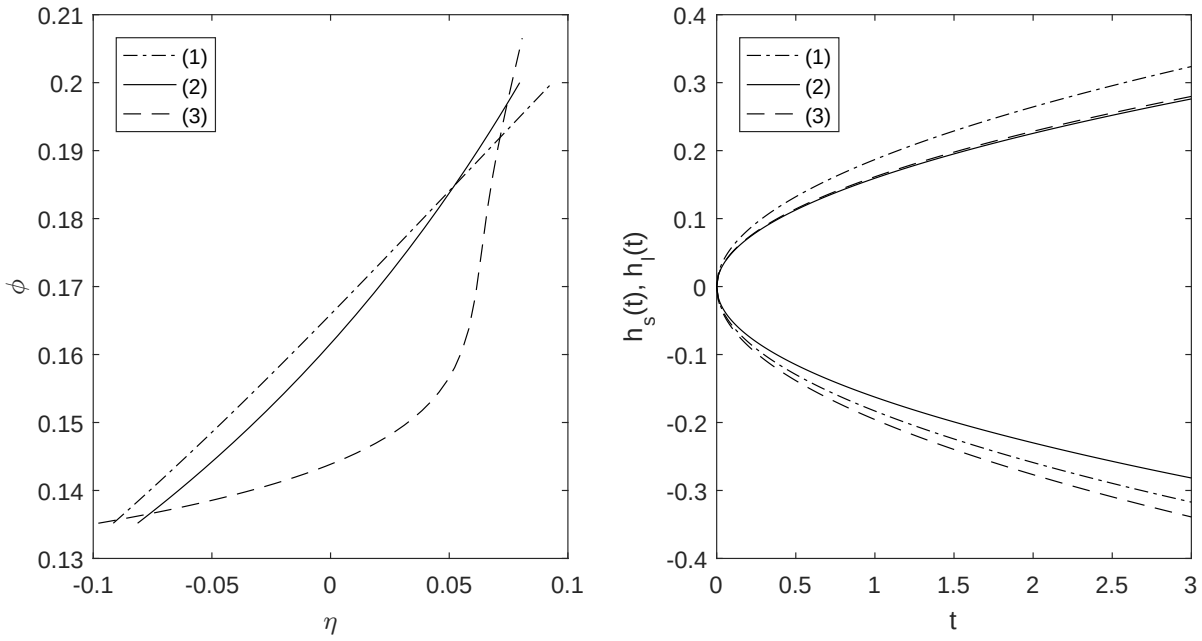
Riešenie preškálovanej rovnice (12) potom v i-tom $(i = 1, ..., N)$ uzle musí spĺňať nelineárnu rovnicu

$$\begin{aligned} &\left(\frac{(\lambda_l - \lambda_s)(\bar{\eta}_i - 1)}{2} + \phi_0\lambda_l\right)\sum_{j=0}^{N+1} D_i^j\phi_j^{CH} \\ &= \frac{1}{\lambda_l - \lambda_s}\sum_{j=0}^{N+1} D_i^j\left(\phi_j^{CH}k(\phi_j^{CH})\sigma'(\phi_j^{CH})\sum_{k=0}^{N+1} D_j^k\phi_k^{CH}\right). \end{aligned} \tag{18}$$

Spolu s rovnicami pre krajné body $\phi_{N+1}^{CH} = \phi_r$, $\phi_0^{CH} = \sigma^{-1}(p_c)$ tak dostávame systém nelineárnych rovníc. Na jeho riešenie sme použili MATLAB a jeho zabudovaný solver *fsolve*. Kedže λ_s, λ_l boli pôvodne pevne zvolené, v ďalšom kroku sme sa snažili minimalizovať rozdiel pravej a ľavej strany v rovniciach (13), (14). Riešili sme teda dvojicu vnorených systémov nelineárnych rovníc. Takýto prístup oddeluje riešenie dvoch kvalitatívne odlišných problémov a ukázal sa byť stabilnejší ako združiť všetky rovnice a riešiť jediný systém.

3.2 Riešenia

Na úvod ilustrujeme získané riešenia pre 3 základné konfigurácie funkcií napätia a permeability:



Obr. 2: (Nulová gravitácia) Rozloženie objemového zlomku pevnej fázy $\phi(\eta)$ pre kombinácie 1-3 (vľavo). Časový vývoj pozícií frontov pevnej a kvapalnej fázy sledujúci $t^{1/2}$ trend (vpravo). $\phi_0 = 0.33$, $\phi_r = 0.135$ a $p_c = -0.065$.

1. σ lineárna, k lineárna lomená (podľa [5]),
2. σ lineárna, k exponenciálna (reprezentant tried (10) a (11) s $\alpha = 0$ a $\beta = 6.9654$),
3. σ polynóm siedmeho stupňa, k exponenciálna (podľa [6]).

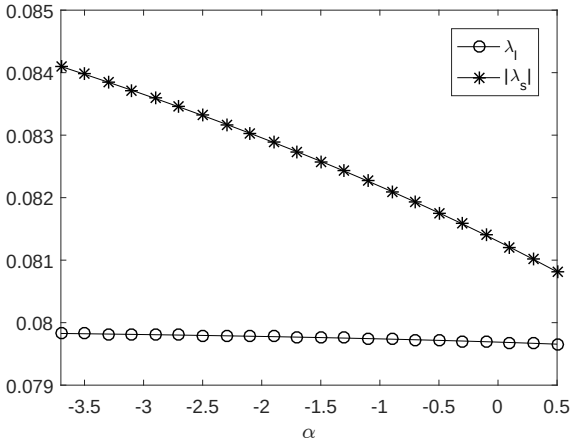
Obrázok 2 zobrazuje profily riešení ϕ v premennej η spolu s časovo závislými pozíciami frontov pevnej a kvapalnej fázy. Funkcia napätia v tvare polynómu siedmeho stupňa v konfigurácii 3 má za následok silno konvexný profil $\phi(\eta)$. Profily pre konfigurácie 1 a 2 sa odlišujú najmä definičným oborom, daným hodnotami λ_s a λ_l, ktoré sú pre exponenciálnu funkciu permeability v absolútnej hodnote nižšie. Pozície kvapalného frontu sú pri konfiguráciach 2 a 3 takmer identické (obe konfigurácie majú rovnakú funkciu permeability), zatiaľ čo deformácia pevnej fázy je pre nelineárnu funkciu napätia väčšia. Zároveň si môžeme všimnúť, že absolútne hodnoty λ_s a λ_l sú pri takto zvolených parametroch približne rovnaké. Inak povedané, hĺbka pod hladinou, do ktorej sa v každom časovom okamihu dostane spodný okraj deformovaného pórovitého materiálu, je približne rovnaká ako výška, do ktorej kvapalina zmáča nenasýtený pórovitý materiál.

Ďalej sme sa pozreli, aký majú vplyv na pozície frontov rozdielne parametre α, β v (10) a (11). Rozsah parametra α sme zvolili tak, aby výsledná funkcia $\sigma(\phi)$ nedosahovala nulovú deriváciu pre celé rozpätie $\phi \in [0,1]$. S nárastom tohto parametra sledujeme pokles $|\lambda_s|$, t.j. mieru rýchlosti deformácie pevnej fázy. Parameter α má však malý vplyv na pozíciu kvapalného frontu, danú λ_l (obrázok 3).

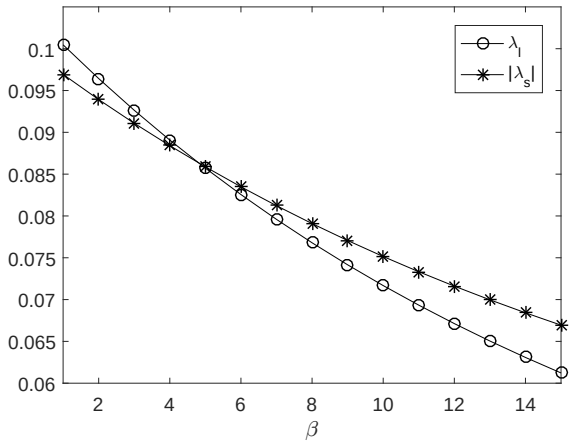
Zvyšovanie parametra β v (10) má za následok pokles absolútnych hodnôt λ_s aj λ_l (obrázok 4). Toto pozorovanie má jednoduché vysvetlenie, nakoľko zvyšovanie β spôsobuje prudšie klesanie funkcie permeability $k(\phi)$. Hoci majú všetky funkcie z tejto triedy jednotkovú hodnotu vo ϕ_r, vyššie β spôsobuje nižšiu priemernú permeabilitu (pre $\phi > \phi_r$), a preto je postup oboch frontov pomalší.

Získané sebepodobné riešenia sú ďalej závislé aj na objemovom zlomku nenasýteného pórovitého materiálu ϕ_0 a na kapilárnom tlaku p_c. Tu je dôležité poznamenať, že pre určité kombinácie týchto veličín dostávame $\lambda_s > 0$, teda postup frontu pevnej fázy smerom nahor a celkovú kompresiu pórovitého materiálu. Aby bola takáto situácia fyzikálne realistická, predpokladáme, že v takomto prípade zostáva kvapalný kúpeľ stále v kontakte so spodnou stenou pó-

rovitého materiálu. Obrázok 5 zobrazuje závislosť λ_s na oboch týchto veličinách.



Obr. 3: (Nulová gravitácia) Závislosť parametrov λ_l a λ_s od parametra α v triede funkcií (11). Parameter λ_s zobrazený v absolútnej hodnote. Rozsah α bol zvolený tak, aby výsledná funkcia $\sigma(\phi)$ nedosahovala nulovú deriváciu pre $\phi \in [0,1]$. $\phi_0 = 0.33$, $\phi_r = 0.135$ a $p_c = -0.065$.



Obr. 4: (Nulová gravitácia) Závislosť parametrov λ_l a λ_s od parametra β v triede funkcií (10). Parameter λ_s zobrazený v absolútnej hodnote. $\phi_0 = 0.33$, $\phi_r = 0.135$ a $p_c = -0.065$.

4 Ustálený stav

Ďalším dôležitým prípadom je ustálené riešenie rovníc (1) - (4) pre $t \to \infty$ pre prípad s nenulovou gravitáciou. Rovnice pre ustálený profil ϕ^∞ ako aj ustálené pozície frontov h_s^∞, h_l^∞ možno získať, ak položíme časové derivácie v (1) - (4) rovné nule. Analýze existencie ustáleného riešenia, a teda oprávnenosti týchto krokov sa vzhľadom na nelinearitu rovníc v práci nevenujeme. Ako však neskôr uvidíme na riešeniach časovo závislého problému s nenulovou gravitáciou, ústálený stav je vždy dosiahnutý. Z fyzikálneho hľadiska je prirodzené očakávať, že sa gravitácia po určitom čase dostane do rovnováhy s tlakovým gradientom generujúcim tok.

Úpravami časovo nezávislých foriem rovníc (1) - (4), využitím okrajových podmienok a predpokladu o globálnom zachovaní hmoty pevnej fázy [4] sa možno dopracovať k ustáleným pozíciam frontov pevnej a kvapalnej fázy:

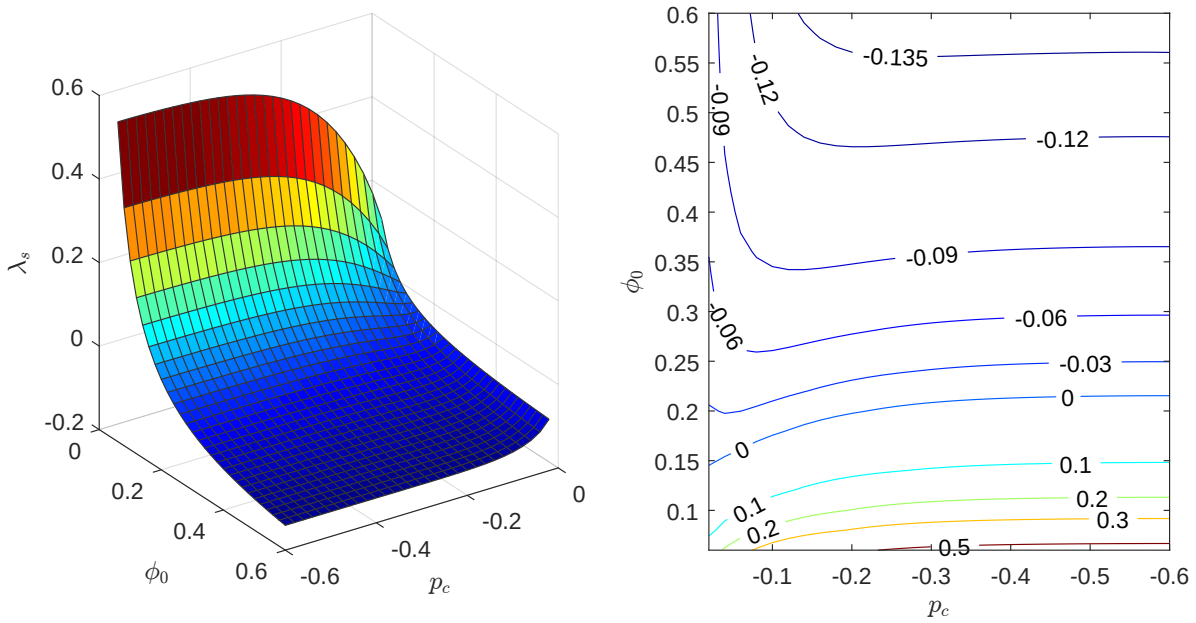
$$h_l^\infty = -p_c > 0, \tag{19}$$

$$h_s^\infty = h_l^\infty - \frac{1}{\rho} \int_{\phi_r}^{\sigma^{-1}(-\rho\phi_0 p_c)} \frac{\sigma'(\phi)}{\phi} \mathrm{d}\phi. \tag{20}$$

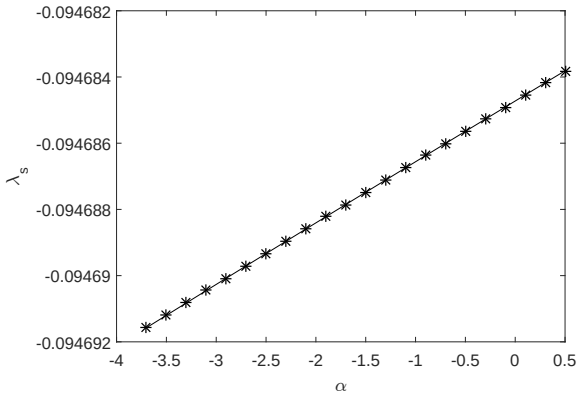
Všimnime si, že ustálená pozícia kvapalného frontu závisí iba od veľkosti bezrozmerného kapilárneho tlaku. Pozícia frontu pevnej fázy zasa nezávisí od funkcie permeability. Inými slovami, funkcia permeability vplýva na dočasné pozície frontov a profil ϕ tým, že diktuje priepustnosť materiálu voči toku. Na dostatočne dlhom časovom horizonte je však rozhodujúca rovnováha tlaku, napätia a gravitácie.

Tak ako v predošlej časti, aj tu sme sa pozreli na závislosť rovnovážnej pozície frontu pevnej fázy od tvaru funkcie napätia daného parametrom α. Túto závislosť plynúcu z rovnice (20) možno ľahko vyjadriť explicitne a zobrazuje ju nasledujúci graf 6. Vplyv parametra α je na úrovni 10^{-5}, čo je v praxi nepozorovateľná zmena. Dôvod tak malej závislosti je vidno už v rovnici (20), kde horná hranica integrovania je daná $\sigma^{-1}(-\rho\phi_0 p_c) \approx \sigma^{-1}(0.002)$, čo je hodnota veľmi blízko ϕ_r (koreň funkcie σ). V tejto oblasti má však kvadratická korekcia veľmi malý vplyv.

Obrázok 7 zobrazuje závislosť rovnovážnej pozície frontu pevnej fázy na kapilárnom tlaku a objemovom zlomku nenasýtenej pevnej fázy. Aj pri ustálenom stave sledujeme dva kvalitatívne odlišné módy závislé na kombinácii týchto parametrov: celková expanzia a celková kompresia pevnej fázy.



Obr. 5: (Nulová gravitácia) Závislosť parametra λ_s na kapilárnom tlaku p_c a objemovom zlomku nenasýteného pórovitého materiálu ϕ_0 spolu s úrovňovými hladinami. Oblasť nad krivkou $\lambda_s = 0$ zodpovedá expanzii pórovitého materiálu, oblasť pod touto krivkou zodpovedá kompresii.



Obr. 6: (Ustálený stav) Závislosť rýchlosti postupu frontu pevnej fázy λ_s na parametri funkcie napätia α. $\phi_0 = 0.33$, $\phi_r = 0.135$, $p_c = -0.065$ a $\rho = 0.1$.

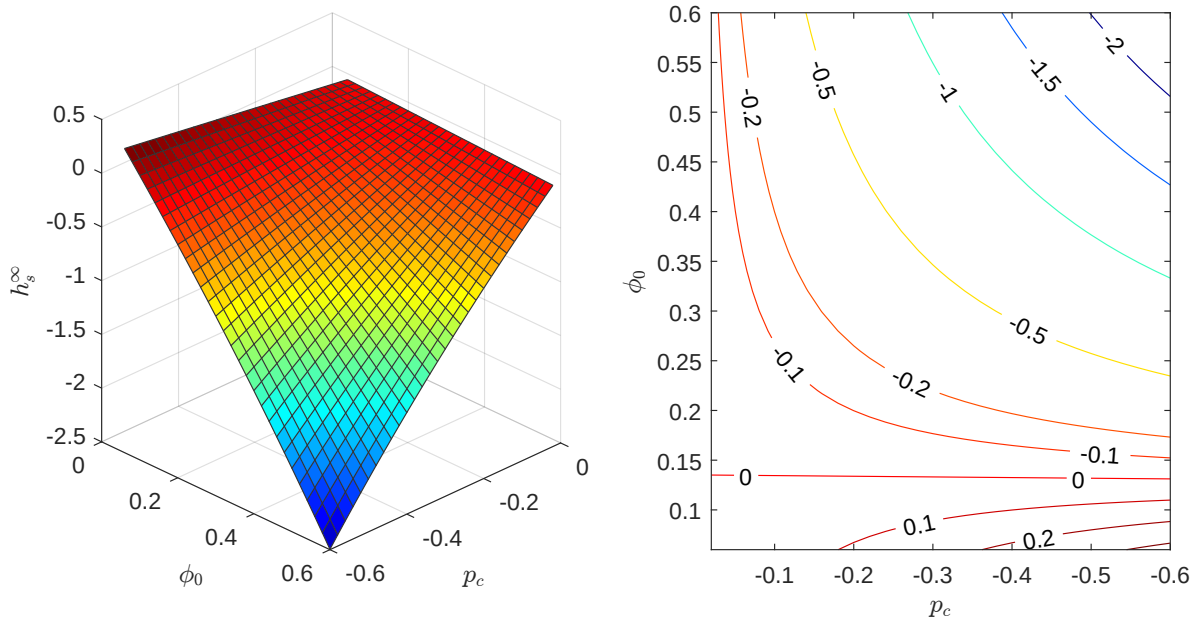
5 Nenulová gravitácia

V prípade s nenulovou gravitáciou riešime rovnice (5)-(8) s okrajovými podmienkami $\phi(h_s) = \phi_r$, $h_s(0) = 0$, $h_l(0) = 0$ a podmienkou (9). Numericky problém riešime metódou čiar, pričom na aproximáciu priestorovej derivácie používame pseudospektrálnu metódu. Výsledkom je nelineárny systém obyčajných diferenciálnych rovníc, ktorý v MATLABe riešime zabudovaným solverom *ode23s*. Ako počiatočnú podmienku $\phi(z,t_0)$ použijeme sebepodobné riešenie popísané v predošlej časti (transformované do pôvodnej premennej z) pre dostatočne malé t_0. Takýto prístup je opodstatnený, pretože gradienty tlaku a napätia v rovniciach (3), (4) rastú v absolútnej honote do nekonečna pre $t \to 0$ a konštantné gravitačné pole je tak zanedbateľné.

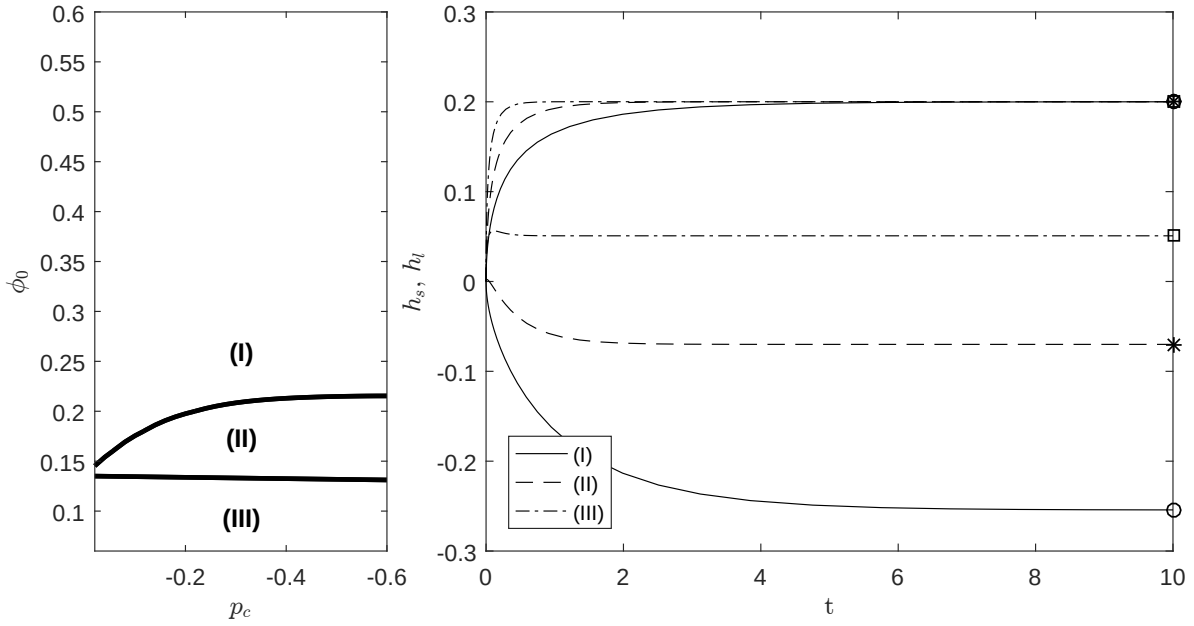
5.1 Numerická schéma

Aby sme nepracovali s časovo premenlivou oblasťou $[h_s(t), h_l(t)]$, preškálujeme najprv priestorovú premennú z na fixnú oblasť $[-1,1]$ transformáciou $\bar{z} = (2z - h_l(t) - h_s(t))/(h_l(t) - h_s(t))$. Skutočnosť, že táto transformácia je časovo závislá, sa netriviálne prejaví pri časovej derivácii v rovnici (5), pre prehľadnosť však tieto kroky preskočíme. Ďalej diskretizujeme, tak ako v predošlej časti, priestorovú premennú $\bar{z}_j = cos(\pi j/(N+1)), \quad j = 0,...,N+1$ a zavedieme nové funkcie, teraz už závislé iba od času:

$$\varphi_i(t) := \phi(\bar{z}_i, t), \quad i = 0,...,N+1. \qquad (21)$$



Obr. 7: (Ustálený stav) Závislosť pozície frontu pevnej fázy na kapilárnom tlaku p_c a objemovom zlomku nenasýteného pórovitého materiálu ϕ_0 spolu s úrovňovými hladinami. Oblasť nad krivkou $h_s^\infty = 0$ zodpovedá expanzii pórovitého materiálu, oblasť pod touto krivkou zodpovedá kompresii.



Obr. 8: (Nenulová gravitácia) Identifikované tri módy v parametrickom priestore parametrov p_c a ϕ_0 (vľavo) a získané časovo závislé pozície frontov (vpravo) spolu s ustálenými pozíciami frontov indikovanými v pravej časti. Použité funkcie napätia a permeability zodpovedajú konfigurácii 2. v časti 3.2. Mód I: $p_c = -0.2$, $\phi_0 = 0.3$; Mód II: $p_c = -0.2$, $\phi_0 = 0.18$ a Mód III: $p_c = -0.2$, $\phi_0 = 0.1$. $\rho = 0.1$ vo všetkých prípadoch.

Priestorová derivácia funkcie ϕ v bode $\bar{z}_i$ je potom aproximovaná výrazom

$$\left.\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}\bar{z}}\right|_{\bar{z}_i} = \sum_{j=0}^{N+1} D_i^j \varphi_j. \tag{22}$$

Kompletný systém obyčajných diferenciálnych rovníc zodpovedajúci rovniciam (5)-(9) tu pre prehľadnosť neuvádzame, uvedieme len rovnice zodpovedajúce okrajovej podmienke $\phi(h_s(t),t) = \phi_r$ a podmienke (9).

$$\dot{\varphi}_{N+1}(t) = 0, \quad \varphi_{N+1}(t_0) = \phi_r. \tag{23}$$

Obyčajnú diferenciálnu rovnicu pre φ_0 sme získali časovou deriváciou rovnice (9) a následnými úpravami a má tvar

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_0(t) &= \frac{1}{\sigma'(\varphi_0(t))}\left[\dot{h}_l(t)(1+\rho) - \rho c(t)\right], \\ \varphi_0(t_0) &= \sigma^{-1}(p_c), \end{aligned} \tag{24}$$

kde poslednú rovnicu sme získali z okrajovej podmienky sebepodobného riešenia.

Pri výpočtoch sme ako počiatočný čas t_0 používali 10^{-8}.

5.2 Riešenia

Pre nízke hodnoty t, kedy sú oba fronty blízko seba a gravitácia je v porovnaní s tlakovým a napäťovým gradientom zanedbateľná, očakávame dynamiku podobnú riešeniam opísaným v časti 3. Pre dostatočne veľké časy zas očakávame konvergenciu k ustálenému stavu z časti 4. Z obrázkov 5 a 7 vyplýva, že pri časovo závislom probléme s prítomnou gravitáciou môžeme očakávať tri kvalitatívne odlišné módy v závislosti od znamienka h_s:

1. $h_s(t) < 0$ pre $t > 0$,
2. $h_s(t) > 0$ pre $t \in (0,t^*)$, $h_s(t) < 0$ pre $t \in [t^*,\infty)$ pre nejaké $t^* > 0$,
3. $h_s(t) > 0$ pre $t > 0$.

Tieto módy závisia predovšetkým od parametrov p_c a ϕ_0 tak, ako to zobrazuje obrázok 8. Kladné pozície frontu pevnej fázy, teda celková kompresia pórovitého materiálu, vo všeobecnosti zodpovedajú materiálom s nízkym ϕ_0 (vysokou porozitou).

6 Záver

V práci modelujeme nasiakavanie kvapaliny do pórovitého materiálu pomocou teórie zmesí. Využívame pritom fyzikálne relistické parametrické triedy funkcií napätia a permeability pevnej fázy. Najväčší vplyv na počiatočnú dynamiku pozícií frontov má tvar funkcie permeability, čo je prirodzené. Naopak, na ustálené riešenie táto funkcia nemá vplyv a vplyv funkcie napätia tu je zanedbateľný.

V závislosti od hodnôt kapilárneho tlaku p_c a objemového zlomku nenasýtenej pevnej fázy ϕ_0 sme identifikovali tri kvalitatívne odlišné scenáre vývoja pozície frontu pevnej fázy.

Experimentálne merania v [5] potvrdzujú počiatočnú dynamiku typu $t^{1/2}$ pre malé časy, výsledný ustálený stav však ani po rádovo tisícoch sekúnd nenastáva. Vplyv rôznych tvarov funkcií napätia a permeability existenciu ustáleného stavu neodstráni. Hlavný dôvod tohto nesúladu so skutočnosťou môže spočívať v tom, že model definuje objemový zlomok kvapalnej fázy v každom bode nasýteného pórovitého materiálu ako $1-\phi$, teda ako doplnok objemu pevnej fázy. V skutočnosti však veľkú časť objemu v nasýtenej časti tvorí aj plynná fáza (vzduch a vodná para), s ktorej prítomnosťou model nepočíta. Rozšírenie modelu o tretiu fázu by mohlo byť zaujímavým smerom ďalšieho výskumu.

Poďakovanie

Rád by som sa na záver poďakoval svojmu školiteľovi doc. Mgr. Petrovi Gubovi, PhD. za cenné rady a pripomienky.

Literatúra

[1] D. M. Anderson. Imbibition of a liquid droplet on a deformable porous substrate. *Physics of Fluids*, 17, 2005.

[2] B. Fornberg. *A Practical Guide to Pseudospectral Methods*. Cambridge University Press, Cambridge, 1996.

[3] P. Guba and D. M. Anderson. Diffusive and phase change instabilities in a ternary mushy layer. *J. Fluid Mech.*, 760:634–669, 2014.

[4] R. Masoodi and K. M. Pillai. *Wicking in Porous Materials: Traditional and Modern Modeling Approaches*. CRC Press, Boca Raton, 2012.

[5] J. I. Siddique, D. M. Anderson, and A. Bondarev. Capillary rise of a liquid into a deformable porous material. *Physics of Fluids*, 21, 2009.

[6] J. L. Sommer and A. Mortensen. Forced unidirectional infiltration of deformable porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 331:193–217, 1996.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 37
ISBN 978-1983445132, © 2017 Katarína Cibulková

Oceňovanie doživotných manželských dôchodkov (rozšírený abstrakt)

Katarína Cibulková*

Školiteľ: Gábor Szűcs†

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Úlohou našej práce bolo oceňovanie dôchodkov do posledného úmrtia (*Last-Survivor*, LS dôchodky) pre manželské páry, pričom ide o poistné produkty, pri ktorých poisťovňa vypláca dávky až do úmrtia druhej osoby.

V praxi sa pri výpočtoch cien spoločných dôchodkov predpokladá nezávislosť budúcich dĺžok života muža T_x a ženy T_y. S reálnejším predpokladom, teda s predpokladom závislosti budúcich dĺžok života osôb pracujú Fréchetove-Hoeffdingove hranice a Markovov model.

Fréchetova-Hoeffdingova (FH) horná a dolná hranica závislosti životov osôb predstavujú úplnú pozitívnu, resp. negatívnu závislosť a vďaka tomuto modelu sme dostali ohraničenia pre ceny manželských dôchodkov [Dhaene et al., 2000].

Hlavným cieľom práce bolo modelovať závislosť budúcich dĺžok života manželských párov v slovenskej populácii pomocou Markovovho modelu závislosti životov [Denuit et al., 2001], [Heilpern, 2014]. Ten predpokladá, že budúce dĺžky životov osôb v manželskom páre závisia od rodinného stavu, teda že osoby tvoriace manželský pár majú nižšiu pravdepodobnosť úmrtia oproti osobám rovnakého pohlavia a veku vo zvyšku populácie. Naopak, o vdovcoch a vdovách model predpokladá, že zomierajú s vyššou pravdepodobnosťou ako v prípade, že by ich život nebol ovplyvnený inou osobou.

Produkty sme oceňovali pomocou pevne danej technickej úrokovej miery a pre porovnanie sme využili Svenssonove výnosové krivky, konkrétne výnosovú krivku počítanú pomocou dlhopisov vydaných vládami štátov Eurozóny s ratingom AAA, ktorú zverejňuje Európska centrálna banka (ECB).

Získané ilustračné ceny doživotných LS manželských dôchodkov sme využili na skúmanie výšky mesačných dávok zatiaľ neexistujúcich doživotných dôchodkov pre dvojice vyplácaných zo starobného dôchodkového sporenia na Slovensku.

Pomocou týchto hodnôt sme analyzovali v akej situácii by bolo pre manželský pár výhodnejšie požiadať o spoločný markovovský manželský dôchodok (ak by poisťovne taký ponúkali) oproti situácii, keď by každý z dvojice poberal dávky z individuálneho dôchodku starobného dôchodkového sporenia.

Vek muža x	$S_m^M + S_m^Z$	S_m^{DH}	S_m^{ind}	S_m^{HH}	S_m^{mark}
62	85,44	56,43	62,17	71,72	57,71
65	89,74	60,19	66,77	80,35	61,61
70	99,33	66,85	74,73	99,58	68,18
75	113,75	73,68	82,35	99,57	74,30
80	135,88	80,11	88,71	99,50	79,31

Tabuľka 1: Ilustračné hodnoty mesačných dôchodkových dávok: súčet mes. dávok pre jednotlivcov, mes. dávka pre FH dolnú a hornú hranicu, nezávislé životy a Markovov model, pri rovnakej výške úspor 10 000 p. j., vek ženy $y = 70$ rokov. Pri porovnávaní si treba uvedomiť, že v prípade $S_m^M + S_m^Z$ sa po úmrtí prvej osoby vypláca už iba dávka pre živú osobu.

Napríklad v prípade, že manžel i manželka si počas života nasporili v starobnom dôchodkovom sporení rovnakú sumu vo výške 10 000 p. j., tak vyššiu mesačnú dávku budú dostávať z dvoch individuálnych dôchodkov ako pri spoločnom markovovskom dôchodku a to v situácii, keď sú obe osoby rovnako staré, ale aj v prípade, že niektorá z osôb má 62 rokov a druhá osoba je staršia o ľubovoľný počet rokov.

Literatúra

[Denuit et al., 2001] Denuit, M., Dheane, J., Le Bailly de Tilleghem, C., and Tegham, S. (2001). Measuring the impact of a dependance among insured lifelengths. *Belgian Actuarial Bulletin*, pages 18–39.

[Dhaene et al., 2000] Dhaene, J., Vanneste, M., and Wolthuis, H. (2000). A note on dependecies in multiple life statuses. *Mitteilungen der Schweiz. Aktuarvereinigung.*

[Heilpern, 2014] Heilpern, S. (2014). Multiple life insurance-pension calculation. *17-th AMSE. Applications of mathematics in economics*, pages 114–121.

*kacibulkova@gmail.com

†Gabor.Szucs@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 38
ISBN 978-1983445132, © 2017 Jozef Kováč

Náhodné dynamické systémy generované dvomi Alleeho zobrazeniami (rozšírený abstrakt)

Jozef Kováč[1*]

Školiteľ: Katarína Janková[1†]

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Alleeho efekt je jav v biológii, ktorý je charakterizovaný koreláciou medzi veľkosťou biologickej populácie a rýchlosťou jej rastu. Dôvod tohto efektu, ktorý sa v literatúre vyskytuje najčastejšie, je problém pri hľadaní druha/družky v malých populáciach [Boukal and Berec, 2002]. V populačnej dynamike sa na modelovanie tohto javu používajú takzvané Alleeho zobrazenia.

Existuje niekoľko variantov správania veľkosti populácie v závislosti od sily Alleeho efektu, čo má vplyv aj na vlastnosti Alleeho zobrazení. V tomto článku sa zameriavame iba na takzvaný variant vyhynutia-prežitia (z angl. extinction-survival scenario). V tomto variante platí, že ak veľkosť populácie klesne pod určitú hranicu, potom v dlhodobom horizonte populácia vymrie; v prípade, že je veľkosť populácie nad touto hranicou, potom je populácia obvykle (v závislosti od modelu) schopná v dlhodobom horizonte prežiť.

Aby Alleeho zobrazenie $f : [0,b] \to [0,b]$ ($b \leq \infty$) vhodne modelovalo túto situáciu, musí spĺňať nasledujúce podmienky:

- f má tri pevné body - $0, A_f, K_f$, pričom pre tieto body platí $0 < A_f < K_f$,
- nula je priťahujúci pevný bod a A_f odpudzujúci pevný bod,
- $f(x) < x$ pre $x \in (0, A_f) \cup (K_f, b]$,
- $f(x) > x$ pre $x \in (A_f, K_f)$.

V tomto článku uvažujeme dve spojité Alleeho zobrazenia f a g a dva náhodné dynamické systémy. V prvom systéme v každom „kroku" náhodne (s nejakou pevnou pravdepodobnosťou) vyberieme jednu z týchto dvoch funkcii, teda dostaneme systém tvaru

$$x_{n+1} = \begin{cases} f(x_n) \text{ s pravdepodobnosťou } p \\ g(x_n) \text{ s pravdepodobnosťou } 1-p. \end{cases} \quad (1)$$

V literatúre sa podobným systémom v poslednej dobe venovala pozornosť - napríklad periodickým systémom generovaným dvomi Alleeho zobrazeniami sa zaoberá článok [Luís et al., 2010].

V druhom náhodnom dynamickom systéme použijeme rovnaký postup ako v prvom, avšak navyše ešte k číslu $f(x_n)$, resp. $g(x_n)$ pripočítame malú náhodnú perturbáciu ε_n, kde $\{\varepsilon_n\}_{n=1}^{\infty}$ je postupnosť i.i.d náhodných premenných so spojitou hustotou na nejakom malom intervale $(-\delta, \delta)$.

Ukazuje sa, že pokiaľ sú zobrazenia f a g rastúce, potom je správanie obidvoch systémov veľmi podobné správaniu v deterministickom dynamickom systéme (určenom jedným Alleeho zobrazením) - pokiaľ veľkosť populácie klesne pod určitú hranicu, tak v dlhodobom horizonte populácia vyhynie; ak je veľkosť populácie nad nejakou inou hranicou, potom populácia prežije. Jediný rozdiel je teda v tom, že nemáme jeden hraničný bod, ale dva.

V prípade, že zobrazenia f a g sú unimodálne, správanie systému sa môže výrazne zmeniť - za istých podmienok totiž môže nastať situácia, že populácia s pravdepodobnosťou 1 vyhynie bez ohľadu na počiatočný stav (t.j. pre ľubovoľné x_0 v modeli (1) platí, že $x_n \to 0$ skoro iste) a to aj vtedy ak by v deterministických systémoch generovaných zobrazením f, resp. g populácia prežila (t.j. $f^n(x_0) > 0$ a takisto $g^n(x_0) > 0$ pre ľubovoľné n, kde $f^1 = f$ a $f^{n+1} = f \circ f^n$).

Analogické výsledky platia aj pre model s malými náhodnými perturbáciami.

Literatúra

[Boukal and Berec, 2002] Boukal, D. S. and Berec, L. (2002). Single-species models of the allee effect: extinction boundaries, sex ratios and mate encounters. *Journal of Theoretical Biology*, 218:375–394.

[Luís et al., 2010] Luís, R., Elaydi, S., and Oliveira, H. (2010). Non-autonomous periodic systems with allee effects. *Journal of Difference Equations and Applications*, 16:1179–1196.

*jozef.kovac@fmph.uniba.sk
†Katarina.Jankova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 39
ISBN 978-1983445132, © 2017 Peter Barančok

Mathematical model of growth and division in budding yeast (Extended Abstract)

Peter Barančok[1*]

Supervisor: Richard Kollár[1†]

Department of applied mathematics and statistics, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Saccharomyces cerevisiae, also known as a budding yeast, is widely used model organism in biological research due to several favourable traits, e.g. it is easily cultured and altered. As such, its cell cycle was extensively studied and detailed mathematical models were developed. However, there is no simple descriptive model of growth and budding. By dividing yeasts cell cycle into two distinct phases, G1 phase and budding phase, we were able to formulate such model and using data from [Rafelski et al., 2012] we were able to estimate needed parameters.

We assume cells grow only during G1 phase and they exhibit logistic growth, i.e. cell size at the end of the n$^{\text{th}}$ G1 phase is given as:

$$V_m(n) = \frac{V_m(n-1)\cdot K_m \cdot e^{g_m \cdot t(n)}}{K_m + V_m(n-1)\cdot\left(e^{g_m \cdot t(n)} - 1\right)}, \qquad (1)$$

where $V_m(n-1)$ is the cell size at the beginning of the phase with $V_m(0)$ being size of the newly detached bud, g_m and K_m are growth rate and maximal cell size constant through generations, and $t(n)$ is the duration of the n$^{\text{th}}$ G1 phase and is the function of cell size at the beginning of the G1 phase:

$$t(n) = \frac{a}{V_m(n-1)} + c. \qquad (2)$$

Computed values are shown in figure 1.

We further assume that once cells commit to budding, they halt their growth and only their buds grow, exhibiting logistic growth, i.e. bud size during budding of the n$^{\text{th}}$ generation mother is given as:

$$V_b(n) = \frac{V_0 \cdot K_b(n) \cdot e^{g_b(n)\cdot t)}}{K_b(n) + V_0 \cdot \left(e^{g_b(n)\cdot t} - 1\right)}, \qquad (3)$$

where V_0 is the size of the bud at the appearance, t is time, and $K_b(n)$ and $g_b(n)$ are maximal bud size and growth rate dependent on the size of the mother. Simulated progressions of budding for the 1^{st} and 2^{nd} generation mothers are shown in figure 2.

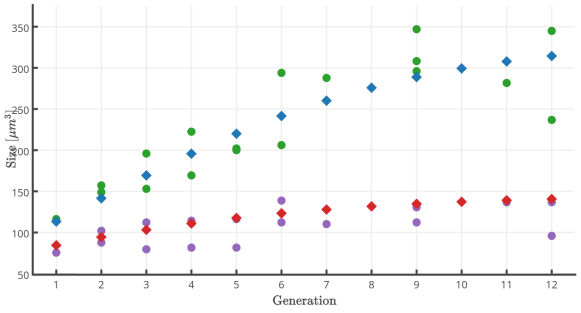


Figure 1: Cell size for mothers and their buds at division over twelve generations. Experimental data for mothers and buds (green and violet dots respectively) and simulated sizes (blue and red diamonds respectively).

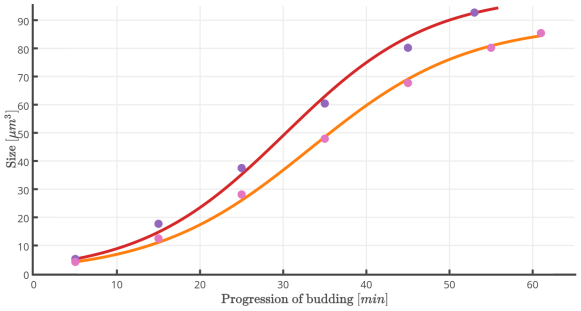


Figure 2: Bud growth during progression of budding. Experimental data for the 1^{st} and the 2^{nd} generation buds (pink and violet dots respectively) and simulation (orange and red lines respectively).

References

[Rafelski et al., 2012] Rafelski, S. M., Viana, M. P., Zhang, Y., Chan, Y.-H. M., Thorn, K. S., Yam, P., Fung, J. C., Li, H., Costa, L. d. F., and Marshall, W. F. (2012). Mitochondrial network size scaling in budding yeast. *Science*, 338(6108):822–824.

*peter.barancok@gmail.com
†richard.kollar@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 40–45
ISBN 978-1983445132, © 2017 Natália Ružičková

Protein-lipid monolayers as a tool for detection of trypsin activity

Natália Ružičková[1*]

Supervisor: Tibor Hianik[2†]

Department of Nuclear Physics and Biophysics Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Comenius University
Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstract: In this work we studied physical properties of monolayers composed of
1) Dipalmitoylphosphatidylcholine (DPPC),
2) mixed monolayers of DPPC and β-casein,
3) pure β -casein monolayers. We showed that all compounds form stable monolayers. DPPC isotherm had typical shape containing transition region from liquid expanded to liquid condensed phase. In mixed DPPC-casein monolayers the shape is similar, however the surface pressure at liquid expanded state is higher in comparison to pure DPPC monolayers. Compressibility modulus and mean area per molecule corresponding to the condensed state of all examined monolayers were determined and analysed. Degradation of casein monolayers by trypsin protease was also studied. Addition of trypsin at various molar concentrations in range of $22 - 800\mu M$ resulted in monotonous increase of the surface pressure difference and considerable change of mechanical properties.

Keywords: β-casein, monolayers, surface pressure, trypsin

1 Introduction

It is well known that due to their amphiphilic nature, phospholipids form a one-molecule thick layer on air-water interface. Depending on the surface density of molecules and strength of intermolecular bonds, such monolayers are found in various phases and can experience phase transitions. One of such phospholipds is dipalmitoylphosphatidylcholine (DPPC), subject of work by *Prieto et al.* (2010) [3]. In mammalian milk, phosholipids interact with milk proteins, embedding them and forming structures called micelles. These structures play important role in nutrition of mammalian young. Around 80% of milk proteins are caseins (α, β, κ), which also exhibit amphiphilic behaviour and can, hypothetically, form monolayers. *Li et al.* (1998) [1] and *Gallier et al.* (2012) [2] studied β-casein-phospholipid mixed monolayers as model systems for protein-lipid interactions in bovine milk and showed that such mixed systems are stable and form well defined structures. However, such model systems were not yet used for studying enzymatic degradation of casein, which is of great interest for dairy industry, as enzymatic degradation of casein influences taste and quality of milk products. Such uncontrolled reactions can lead to bad quality of products and are thus undesirable. To be able to control the quality of milk products, it is important to understand the nature and process of enzymatic degradation of casein. In this work, we studied pure monolayers of DPPC, β-casein and a mixed DPPC-casein system. Also, we used model monolayers to examine physical properties of the products of enzymatic degradation of casein as well as the process itself. Results show significant change of mechanical properties of enzyme-degraded casein monolayer. Based on this notion, there is a possibility of differentiating between normal and enzyme-degraded milk, which could be of use in milk industry.

2 Materials and Methods

2.1 Materials

Surface pressure–area ($\Pi - A$) isotherms were obtained using computer-controlled Langmuir trough KN 1002 (Biolin Scientific, Finland) made of Teflon (volume $50ml$, total surface area of $98cm^2$) equipped with two Teflon barriers and a Wilhelmy plate pressure sensor. Chloroform (p.a. grade, Slavus, Slovakia) was used as solvent for DPPC (Avanti Polar Lipids, USA). Using a microsyringe (Hamilton, USA), $5\mu l$ of $2mM$ solution were spread on subphase of pure water cleared by reverse osmosis (Purelab Classics UV, ELGA water systems, UK). The same procedure was used for preparation of monolayers of β-casein extracted from bovine milk (Sigma-Aldrich, Germany) and dissolved in Phosphate-buffered saline (PBS). $42\mu M$ stock solution of casein was used in all measurements. Mixed monolayers were formed by

*nruzickova2104@gmail.com
†Tibor.Hianik@fmph.uniba.sk

adding casein solution onto already stabilized lipid monolayer.

In Surface pressure-time ($\Delta\Pi - t$) measurements, casein monolayers at surface pressure of $8mN/m$ were created by adding casein stock solution ($30\mu l$) on the water subphase. Home-made circular Teflon cell ($5cm$ in diameter, volume of $15ml$) with a Wilhelmy plate pressure sensor NIMA PS4 was used. $100mM$ stock solution of trypsin extracted from bovine pankreas (EC3.4.21.4, Sigma-Aldrich, Germany) and dissolved in pure water was used as a model enzyme for casein degradation. After sufficient waiting time for monolayer stabilization, trypsin was injected beneath the surface trough a little hole in cell's rim without casein monolayer being disturbed. Molar concentrations of trypsin in the subphase ranged from $22\mu M$ to $800\mu M$.

2.2 Methods

Pressure-area isotherms were measured by constant-rate compression on Langumir trough using corresponding KVS-NIMA software. Sufficiently clean subphase surface without any surface active components was ensured by repeated compression and sucking-off the surface. The waiting time after substance addition until compression was 10 minutes, which is enough for spreading of monolayer (and evaporation of chloroform from DPPC monolayer). We define surface pressure:

$$\Pi = \gamma_0 - \gamma \quad (1)$$

where γ_0 is the surface tension of pure water ($\gamma_0 \cong 72mN/m$ at $25°C$). Π was measured as a function of Mean Molecular Area, which is defined as mean surface area per one molecule of added substance. For convenience, all isotherm graphs show difference in Π from the beginning of compression. For pressure-time dependence, Π was measured as a function of time after addition of trypsin. Magnetic stirrer was attached to the bottom of the Teflon cell to ensure even distribution of trypsin molecules. The stirring speed was small enough as not to disturb the casein monolayer. Effect of stirring on surface pressure of pure casein monolayer was tested and we conclude that it was negligible.

3 Results and Discussion

3.1 $\Pi - A$ isotherms and compressibility modulus

Fig. 1 shows DPPC isotherm of typical shape. Phase transition points are shown. Point 1 corresponds to *gas-liquid expanded* phase transition, point 2 to transition from *liquid expanded* to *liquid condensed*, point 3 shows *liquid condensed-solid* phase transition and finally point 4 denotes the highest compressibility modulus point followed by monolayer collapse. By extrapolation of the pre-collapse linear region, we get hypothetical value of the *mean area per molecule in solid state* $\overline{A_S}$, which corresponds to the highest packing density of molecules in monolayer. For DPPC, our measurements showed that $\overline{A_S} = 51Å^2$. Mechanical properties and phase behaviour of monolayers are better described by the compressibility modulus ${C_s}^{-1}$ defined as (Capuzzi et al. (2000)[4]

$${C_s}^{-1} = -A\frac{d\pi}{dA} \quad (2)$$

Fig. 2 shows numerically calculated values of ${C_s}^{-1}$ of the DPPC monolayer as a function of Π (${C_s}^{-1} - \Pi$ dependence). Corresponding phase transitions points are shown. Maximum value of ${C_s}^{-1}$ for DPPC is close to $200mN/m$, in agreement with work by *Jurak and Cande* [5] Fig. 3 and Fig. 4 show three compression isotherms of one casein monolayer and the corresponding compressibility moduli, respectively. These measurements suggest that after sufficient relaxation time, isotherms are reproducible after first and second compression. Results also show that, in comparison with DPPC monolayer, the maximum compressibility modulus for casein is significantly smaller, only around $35mN/m$. We thus conclude that casein monolayers are much more compressible. Another characteristic property of casein monolayers is the mean area per molecule in solid state, shown to be $\overline{A_S} \cong 4500Å^2$. Taking into account typical dimensions and the lack of tertiary structure in casein molecules, high $\overline{A_S}$ suggests that proteins are arranged parallel to the air-water interface, rather than vertically as is the case of phospholipid detergents. Similar conclusion was made also for carotenoid-based monolayers by Hianik et al. (2017)[6]. Comparison of mixed monolayers (molar ratio 10:1 DPPC:casein) to pure DPPC layers in terms of $\Pi - A$ isotherms and ${C_s}^{-1} - \Pi$ plots is shown in Fig. 5 and Fig. 6.

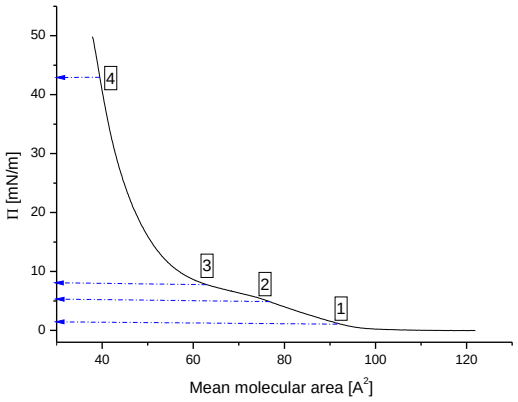


Figure 1: DPPC isotherm with phase transition points

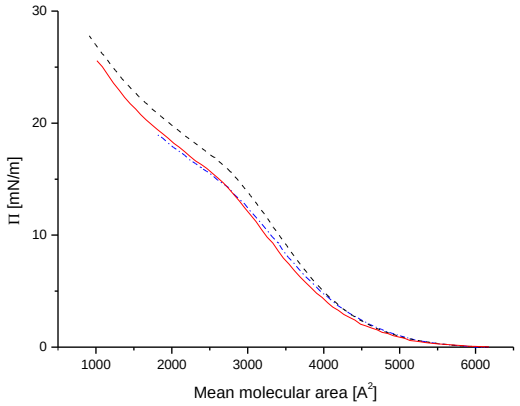


Figure 3: Casein isotherms for 3 successive compressions

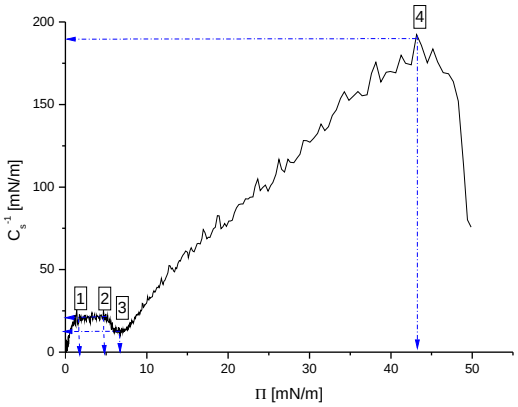


Figure 2: Compressibility modulus of DPPC monolayer with critical points, calculated based on the isotherm indicated in Fig. 1

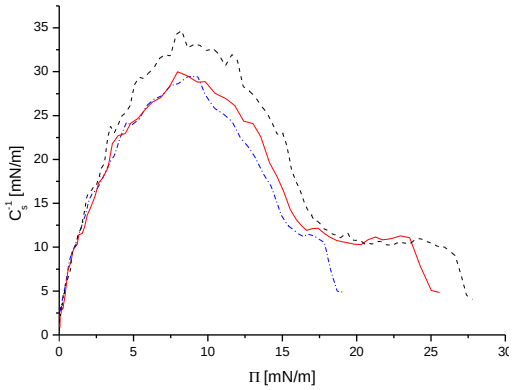


Figure 4: Compressibility moduli of casein monolayers, calculated based on isotherms indicated in Fig. 3

Addition of casein resulted in increase of Π immediately after spreading, which indicated penetration of casein molecules into the lipid monolayer.

The shape of both isotherms is similar, in mixed isotherm the liquid expanded and liquid condensed phases are shifted towards higher surface pressures, as can be clearly seen on the $C_s{}^{-1} - \Pi$ plot 6. As denoted by an arrow in Fig. 5, at high surface pressures, the isotherms nearly merge. Li [1] concluded that this can be caused by squeezing out of proteins form the monolayer. Then, the plotted mean molecular area would not correspond to its real value in the monolayer, as some casein molecules would already be squeezed out. Error bars were calculated as the difference between mean molecular area per lipid molecule and per molecule in a monolayer, where all casein molecules would be incorporated. The position of pure DPPC isotherm suggests that some – but not all – casein molecules were squeezed out of the mixed monolayer. Mean area per molecule $\overline{A_S}$ for a mixed monolayer is similar to that of pure DPPC layer, but due to squeezing out of proteins could not be accurately determined.

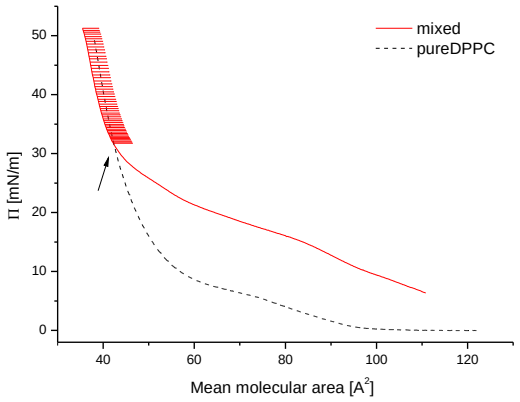


Figure 5: Comparison of pure DPPC and mixed isotherms, DPPC:Casein molar ratio = 10 : 1

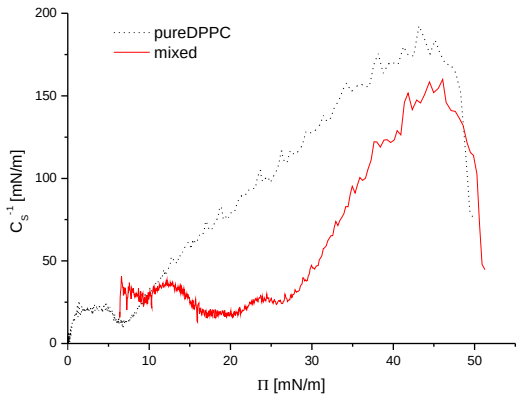


Figure 6: Comparison of compressibility moduli of pure DPPC and mixed monolayers, calculations based on isotherms in Fig. 5

3.2 Surface pressure-time ($\Pi - t$) dependence

Fig. 7 shows $\Delta\Pi - t$ dependence for various concentrations of trypsin added from beneath pure casein monolayer at surface pressure of $8mN/m$.

$$\Delta\Pi = \Pi - \Pi_0 \tag{3}$$

where Π is the surface pressure after addition of trypsin and Π_0 the initial surface pressure prior to trypsin addition. Experiments showed that addition of trypsin results in monotonous increase in surface pressure. Equilibrium value is reached in time scale of hours, depending on the stirring speed and trypsin concentration. Basic analysis of concentration influence is displayed on Fig. 8 and Fig. 9. The former shows dependence of *reaction rate*, which in our case can be defined as

$$v = \frac{d\Pi}{dt} \tag{4}$$

in the linear region on the $\Pi - t$ graph 7. There, the substrate to enzyme concentration ratio is highest. *Michaelis-Menten* kinetics relation then states

$$v = \frac{v_{max}[E]}{K_M + [E]} \tag{5}$$

where v_{max} is the reaction rate upper limit, for substrate:enzyme ratio approaching infinity, $[E]$ stands for enzyme concentration and K_M is the Michaelis-Menten constant defined as the concentration of enzyme when $v = \frac{v_{max}}{2}$. For the curve displayed in Fig.8, $v_{max} = 6mNm^{-1}s^{-1}$ and $K_M = 200\mu M$.

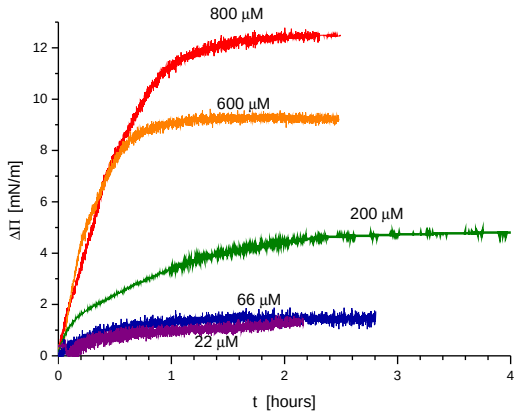


Figure 7: Kinetics of the changes of surface pressure of casein monolayers followed by addition of trypsin at various concentrations. Trypsin was added at $t = 0$.

We should, however, note that in Eq. 5 – compared to original formulation of Michaeli-Menten kintic relation – instead of concentration of substrate (casein) we show the concentration of enzyme. This is due to the fact that in our experiments we changed the concentration of enzyme added to the water subphase, while concentration of casein in the monolayer has not been changed. The K_M value can be therefore considered as a rather rough estimate. Fig. 9 shows the relationship between changes of surface pressure

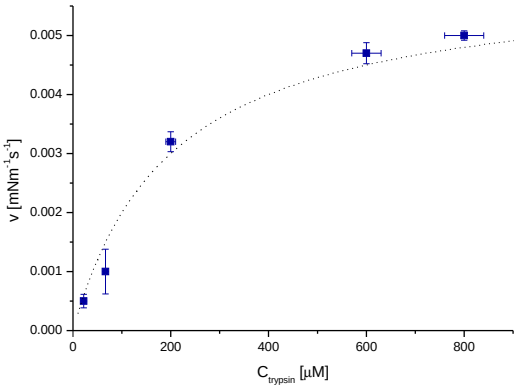


Figure 8: Equilibrium surface pressure changes as a function of trypsin concentration

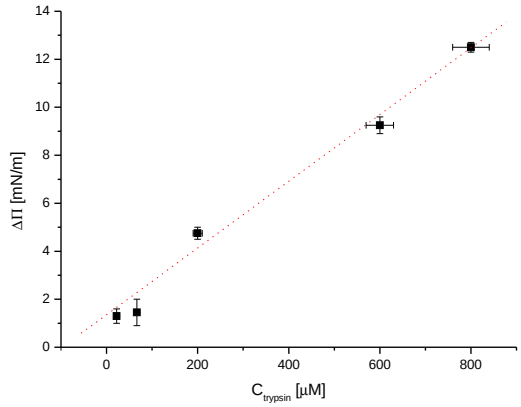


Figure 9: Equilibrium surface pressure changes as a function of trypsin concentration

and concentration of trypsin in subphase. The increase in surface pressure can possibly be explained by accumulation of products of enzymatic degradation on the surface. This product molecules can have higher surface activity than β-casein molecules themselves. Moreover, the relationship is linear, which supports our explanation. Error bars in both Fig. 8 and Fig. 9 were obtained from estimated 5% error in added volume of trypsin (horizontal) and from the uncertainty in Π caused by the stirrer's movement (vertical).

4 Conclusions

$\Pi - A$ isotherms of DPPC, $\beta-$casein and DPPC-casein mixture were obtained. Their elastic properties were analysed and compared by calculating the compressibility moduli. We conclude that all studied systems form stable monolayers and suspect that in pure casein monolayers, molecules are oriented parallel to the interface surface, taking into account the mean areas per molecule of all studied monolayers. Shape of ${C_s}^{-1} - \Pi$ curve obtained for mixed monolayer (of 10:1 DPPC:casein molar ratio) had similar shape as the corresponding pure DPPC curve, which, according to Li [1], suggests that protein and lipid phases are independent. Evolution of casein monolayer after addition of trypsin protease was quantitatively recorded for 5 values of trypsin concentration in the subphase, ranging from 22 to 800μM. We concluded that the reaction rate obeys Michaelis-Menten kinetic law and determined the maximum rate v_{max} and Michaelis-Menten constant K_M. Moreover, our results show that equilibrium surface pressure of substrate-product system depends linearly on the trypsin concentration, which supports the claim that casein degradation products are more surface active that casein, which causes increase in Π. Although the mechanism of enzymatic degradation and influence of its products on its mechanical properties is a highly complex problem, which needs deeper investigation, casein and mixed monolayers can serve as model systems for studying these processes.

The potential of examining physical properties of such complex systems lies in the need of dairy industry – distinguishing between normal milk and milk containing enzyme degraded proteins can lead to better quality of milk products and more convenient and economical industrial processes.

Acknowledgments

This work was financially supported by European Union's Horizon 2020 research and innovation programme under the Marie Skłodowska-Curie grant agreement No 690898.

References

[1] Li, D. B. et al. Colloids and Surfaces A: Physiochemical Eng. Aspects (1998), **142**, 355-360

[2] GALLIER, S., GRAGSON, D., JIMÉS-FLORES, R., EVERETT, D. W. *β-Casein-phospholipid monolayers as model systems to understand lipid-protein interactions in the milk fat globule membrane.* International Dairy Journal (2012), **22**, 58.

[3] PRIETO, G., TOIMIL,P., MINONES, J. JR, SARMIENTOA, F. *A comparative study of F-DPPC/DPPC mixed monolayers. Influence of subphase temperature on F-DPPC and DPPC monolayers.* Physical Chemistry Chemical Physics (2010), **12**, 13323-13332

[4] CAPUZZI, G., FRATINI, E., PINI, F., BAGLIONI, P., CASNATI, A., TEIXEIRA, J. *Counterion complexation by calixarene ligands in cesium and potassium dodecyl micelles. A small angle neutron scattering study.* Langumir (2000), **16**, 188-194

[5] JURAK, M., CONDE, J.M. *Characterization of the binary mixed monolayers of a-tocopherol with phospholipids at the air-water interface.* Biochimica et Biophysica Acta (2013) 1828, **11**, 2410–2418

[6] HIANIK, T., ØPSTAD, CH.L., ŠANDOROVÁ, J., GARAIOVÁ, Z., PARTALI, V., SLIWKA, H. *Surface properties of polyene glycol phospholipid monolayers* Chemistry and physics of lipids (2017), **202**, 13-20

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 46–54
ISBN 978-1983445132, © 2017 Mária Šišovská

Chitosanové nanočastice konjugované s kyselinou listovou pre cielenú terapiu rakoviny

Mária Šišovská[1*]
Školiteľ: Zuzana Garaiová[2*]
Konzultant: Tibor Hianik[3*]

[*] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina F1, 842 48 Bratislava

Abstrakt

V práci sa zameriavame na prípravu chitosanových nanočastíc a ich modifikáciu kyselinou listovou pre účely cielenej terapie rakoviny. Kyselinu listovú sme ku chitosanu konjugovali prostredníctvom karbodiimidovej reakcie (kovalentne) a elektrostaticky (nekovalentne). Nanočastice sme pripravili pomocou metódy iónovej gelácie.

Úspešnosť konjugácie kyseliny listovej ku chitosanu sme potvrdili spektrofotometricky meraniami UV-VIS absorpčných spektier. Nanočastice sme charakterizovali z hľadiska veľkosti a zeta potenciálu metódou dynamického rozptylu svetla (DLS) a laserovou Dopplerovou velocimetriou. Študovali sme vplyv koncentrácie chitosanu, aktivačných činidiel použitých v procese konjugácie kyseliny listovej ku chitosanu, vplyv pH a stabilitu nanočastíc.

So zvyšujúcou sa koncentráciou chitosanu (od 0,4mg/ml po 2,2mg/ml) sa zvyšovala veľkosť (od ~100nm po ~400nm) a zeta potenciál chitosanových nanočastíc bez kyseliny listovej. Veľkosť chitosanových nanočastíc konjugovaných s kyselinou listovou sa pohybovala od ~140nm (nekovalentná konjugácia) do ~500nm (kovalentná konjugácia). Vyššia koncentrácia aktivačných činidiel (EDC, NHS) mala za následok vznik agregátov. Hydrodynamický priemer pripravených nanočastíc sa s časom zväčšoval. Veľkosť nanočastíc sa zväčšovala aj so zvyšujúcim sa pH, pričom zeta potenciál klesal.

Lyofilizácia nanočastíc viedla k zväčšeniu ich veľkosti a k tvorbe agregátov.

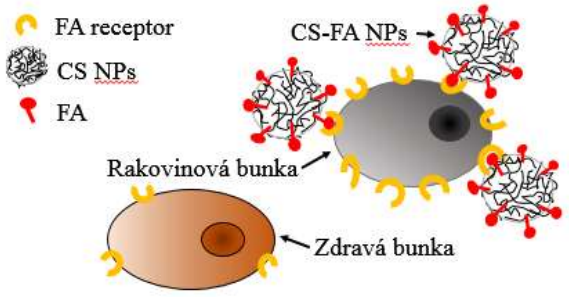
Kľúčové slová: chitosanové nanočastice, kyselina listová, hydrodynamicky priemer, zeta potenciál

1 Úvod

Konvenčná chemoterapeutická liečba rakoviny je sprevádzaná nežiadúcimi účinkami, ktorých príčinou je nedostatočné zacielenie chemoterapeutík, t.j. neschopnosť rozlíšiť, zdravé od chorobou postihnutých buniek. Nanomedicína ponúka v tomto smere možné zlepšenie. Ako transportné systémy liečiv, s možnosťou ich aktívneho zacielenia k nádorovému tkanivu, sa aktuálne študujú viaceré druhy nanočastíc modifikované rôznymi cieliacimi molekulami [Ulbrich et al., 2016].

Perspektívny polymér na prípravu nanočastíc pre rôzne biomedicínske aplikácie je vďaka svojim vlastnostiam ako biodegradibilita, biokompatibilita a nízka toxicita prírodný polysacharid chitosan [Cheung et al., 2015]. V práci sa zameriavame na kyselinu listovú ako molekulu s potenciálom pre zacielenie chitosanových nanočastíc smerom k nádorovému tkanivu [Vllasaliu et al., 2013].

Pripravené nanočastice charakterizujeme z hľadiska veľkosti a zeta potenciálu. Veľkosť nanočastíc je dôležitá z hľadiska ich *in vivo* biodistribúcie, toxicity a vnútrobunkového správania. Charakter náboja na povrchu nanočastíc môže modulovať ich cirkulačný čas a špecifickú akumuláciu [Gan et al., 2005].



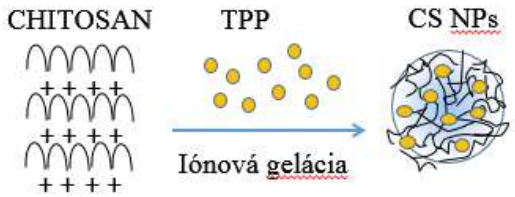
Obr. 1: Špecifické cielenie chitosanových nanočastíc modifikovaných kyselinou listovou (CS-FA NPs) k rakovinovým bunkám s nadmerne exprimovaným receptorom kyseliny listovej (FA receptor).

[1] sisovska.maria@gmail.com
[2]garaiova.zuzana7@gmail.com
[3]tibor.hianik@fmph.uniba.sk

1.1 Chitosanové nanočastice (CS NPs) a ich využitie v biomedicine

Chitosan (CS) je prírodný polysacharid, ktorý sa získava deacetyláciou z chitínu, ktorý je stavebným prvkom vonkajšej kostry kôrovcov alebo bunkových stien niektorých húb. Z chemického hľadiska je chitosan lineárny aminopolysacharid, ktorý sa skladá z (1→4) pospájaných D-glukosamínových a N-acetyl-D-glukosamínových jednotiek. Prítomnosť reaktívnych funkčných skupín ponúka možnosť pre chemické modifikácie a vznik rôznych chitosanových derivátov, s kontrolou a prispôsobením ich fyzikálnych a chemických vlastností. Chemická modifikácia môže dodať chitosanu amfifilitu, ktorá je dôležitá pre tvorbu samo-organizovaných nanočastíc s hydrofóbnym jadrom potenciálne využiteľných ako nosiče liečiv. Konjugácia s cieliacimi molekulami môže zefektívniť dopravenie a terapeutický účinok transportovaných liečiv [Patel et al., 2010].

Nanočastice je možné z chitosanu pripraviť pomocou rôznych metód. Jednou z nich je metóda iónovej gelácie [Koukaras et al., 2012], ktorá ponúka flexibilný a jednoducho kontrolovateľný proces syntézy so systematickým prispôsobením veľkosti a povrchového náboja nanočastíc [Gan et al., 2005]. Dochádza tu k iónovej interakcii pozitívne nabitých amino-skupín chitosanu s negatívne nabitými iónmi polyanión tripolyfosfátu (TPP), ktorý plní funkciu tzv. krosslinkera.



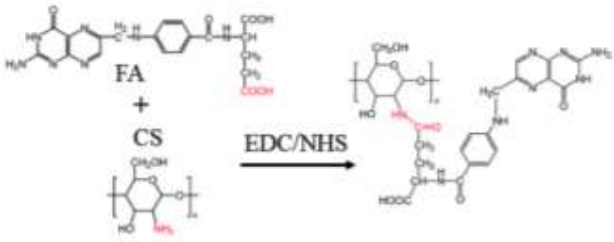
Obr. 2 Príprava chitosanových nanočastíc metódou iónovej gelácie.

Chitosanové nanočastice môžu byť k nádorovému tkanivu dopravené pasívne – prostrednictvom zvýšenej priepustnosti ciev a retenčného účinku, tzv. EPR efektu [Fang et al., 2011], ktorý vzniká v dôsledku abnormálnych fyziologických štruktúr nádorového tkaniva. Aktívne môžu byť nanočastice dopravené k nádorovemu tkanivu pomocou cieliacej molekuly.

1.2 Aktívne cielenie chitosanových nanočastíc – kyselina listová ako cieliaca molekula

Kyselina listová (FA), známa tiež ako pteroyglutamát, alebo vitamín B9, sa zúčastňuje v procesoch bunkového delenia, pri syntéze nukleových kyselín. Receptory kyseliny listovej sú, v porovnaní so zdravým tkanivom, nadmerne exprimované v rôznych nádorových bunkách [Parker et al., 2005]. Kyselina listová tak predstavuje vhodný marker pre aktívne zacielenie nanočastíc smerom k tumorovému tkanivu.

Kyselinu listovú je možné k chitosanu pripojiť kovalentným alebo nekovalentným spôsobom. Kovalentná konjugácia sa uskutočňuje prostredníctvom karbodiimidovej reakcie, tj, v prítomnosti aktivačných činidiel EDC a NHS [Mansouri et al., 2006], [Yang et al., 2010], [Hermanson, 2013]. Nekovalentná konjugácia (bez pridania EDC a NHS) sa uskutočňuje na základe elektrostatických interakcií.



Obr. 3 Kovalentná konjugácia kyseliny listovej (FA) na chitosan (CS) prostredníctvom činidiel EDC a NHS.

2 Materiály a metódy

2.1 Použité chemikálie a materiál

Chemikálie:
V práci boli použité nasledovné chemikálie zakúpené od firmy Sigma Aldrich (USA):

- Chitosan (CS) s nízkou molekulovou hmotnosťou (50,000-190,000 Da)
- Kyselina listová (FA) $C_{19}H_{19}N_7O$ (Mw = 441.40 g/mol)
- Kyselina octová (≥ 99,7%)
- Sodium tripolyfosfát (TPP) (Mw = 367,86 g/mol)
- Dimetyl sulfoxid (DMSO) (MW = 78,13 g/mol)
- N-hydroxysukcínimid (NHS), $C_4H_5NO_3$ (Mw = 115.09 g/mol)
- 1-etyl-3-(3-dimetylaminopropyl) karbodiimid (EDC), $C_8H_{17}N_3$ (Mw = 191,7 g/mol)
- Sodium-fosfátový tlmivý roztok (PB) (pH 7.4, 10mM)
- na prípravu vodných roztokov bola použitá deionizovaná voda (dH2O) získaná pomocou Purelab Classic UV (Elga, Anglicko)

- pH hodnoty roztokov boli upravované pomocou 1 M HCl a 1 M NaOH, merané pomocou pH metra (Metler-Toledo, Švajčiarsko).

Materiál:
Dialyzačné tuby Pur-A-Lyzer™ Midi 6000, magnetické miešadlo, vortex, alobal, laboratórne sklo a plast.

2.2 Príprava chitosanových nanočastíc (CS NPs)

Chitosanové nanočastice sme pripravili metódou iónovej gelácie nasledovným spôsobom:

- 125mg TPP sme rozpustili v deionizovanej vode v koncentrácii 2,5mg/ml.
- 125 mg chitosanu sme rozpustili v 2% kyseline octovej v koncentráciách 2,2mg/ml, 0,9mg/ml a 0,4mg/ml. pH chitosanových roztokov sme upravili na hodnotu 4,5.
- Do sklených nádobiek sme odpipetovali 9ml z chitosanoveho roztoku, do ktorého sme za stáleho magnetického miešania (180rpm) pri laboratórnej teplote pomaly nakvapkali 1,5ml roztoku TPP, pričom dochádzalo k spontánnej tvorbe nanočastíc. Vznikli tak 3 vzorky nanočastíc s rôznymi koncentráciami CS.
- Vzorky sme miešali 30 minút, následne sme ich 20 minút inkubovali pri laboratórnej teplote.
- Nanočastice sme centrifugovali 20 minút pri 12 000 ot./min, aby sa odstránili väčšie agregáty nanočastíc. Supernatant sme uskladnili pri teplote 4˚C alebo lyofilizovali pre ďalšie použitie.
- Lyofilizované nanočastice sme resuspendovali v 2% kyseline octovej, alebo v PB v koncentrácií 1,86mg/ml (meranie veľkosti) a v koncentrácií 0,4mg/ml pre meranie zeta potenciálu.

2.3 Príprava chitosanu konjugovaného s kyselinou listovou (CS–FA) a chitosanových nanočastíc konjugovaných s kyselinou listovou (CS-FA NPs)

Pripravili sme si 4 vzorky CS-FA konjugátov. Tri vzorky boli pripravené pomocou karbodiimidovej reakcie s použitím EDC/NHS aktivačných činidiel, ktoré sa líšili molárnym pomerom FA:EDC a prítomnosťou katalyzátora NHS. Štvrtá vzorka bola pripravená nekovelantne, tj. bez EDC a NHS.

Vzorky sme pripravili nasledovným spôsobom:

- 50mg FA a 21,7mg EDC (resp. 90mg EDC) v molárnom pomere 1:1 (resp. 1:4,3) sme rozpustili v 20ml DMSO (C_{FA} = 2,5mg/ml)
- Na nekovalentnú konjugáciu sme rozpustili FA v DMSO bez prítomnosti EDC a NHS v koncentrácií 2,5mg/ml.
- Roztoky sme miešali (magnetickými miešadlami pri 200 ot./min) pri laboratórnej teplote, za tmy 90 minút.
- Chitosan sme rozpustili v 2% kyseline octovej v koncentrácií 5mg/ml. Do sklených nádobiek sme odpipetovali 5 ml z CS roztoku, do ktorého sme následne nakvapkali 10ml z pripravených roztokov kyseliny listovej (hmotnostný pomer CS:FA bol 1:1), do ktorých sme pridali aj NHS (Tabuľka 1).
- Roztoky kyseliny listovej s chitosanom sme miešali 16 hodín pri laboratórnej teplote za tmy. pH vzoriek sme nastavili na hodnotu 9. Následne sme vzorky dialyzovali, aby sa purifikovali. Dialýza prebiehala 3 dni oproti sodium-fosfátovému tlmivému roztoku, ktorý sme vymieňali po 15, 40 a 64 hodinách. Ďalšie dva dni prebiehala dialýza oproti deionizovanej vode. Voda sa vymieňala po 24 a 48 hodinách. Počas dialýzy sme kontrolovali UV absorpčné spektrum dialyzačného roztoku, aby sme zistili, nakoľko sa ešte odplavuje neskonjugovaná kyselina listová. Dialyzované vzorky sme rozpipetovali do ependorfiek a lyofilizovali.

CS-FA NPs sme pripravili metódou iónovej gelácie podľa vyššie opísaného postupu (*2.2 Príprava chitosanových nanočastíc*), s použitím chitosanu konjugovaného kyselinou listovou (CS-FA) namiesto samotného chitosanu (CS). Pričom CS-FA konjugáty sme na základe predchádzajúcich výsledkov rozpustili v 2% kyseline octovej v koncentrácií 0,45mg/ml.

Tabuľka 1: Hmotnosti a molárne pomery FA, EDC a NHS vo vzorkách.

Vzorka	Hmotnosť (mg)			Molárny pomer	
	FA	EDC	NHS	FA:EDC	FA:NHS
1	50	21,7	0	1:1	1:0
1b	50	21,7	6,5	1:1	1:1
2	50	90	0	1:4,3	1:0
2b	50	90	6,5	1:4,3	1:1
3	25	0	0	1:0	1:0

2.4 Metódy

Veľkosť a zeta potenciál pripravených nanočastíc sme merali pomocou prístroja Zetasizer Nano DLS (Malvern Instruments Ltd.), ktorý využíva metódu dynamického rozptylu svetla (DLS) a laserovej Dopplerovej velocimetrie.

Pri meraní absorpčných spektier vzoriek sme využili UV VIS spektroskopiou (prístroj UV-1700 Pharma Spec (Shimadzu, Japonsko)).

2.4.1 Meranie veľkosti – metóda DLS

Určovanie veľkosti je založené na meraní Brownovho pohybu častíc. Je známe, že veľké častice sa pohybujú pomalšie a malé rýchlejšie. Princíp DLS metódy spočíva v osvetlení častíc pomocou laseru a v analyzovaní fluktuácii v intenzite rozptýleného svetla.

Rýchlosť Brownovho pohybu definuje translačný difúzny koeficient **D.** Pomocou Stokes – Einsteinovej rovnice (1) z neho vypočítame veľkosť - hydrodynamický priemer **d**:

$$d = \frac{kT}{3\pi\eta D} \qquad (1)$$

kde **k** je Boltzmanova konštanta, **T** je absolútna teplota, **η** je viskozita disperzantu. Hydrodynamický priemer je priemer sféry, ktorá má rovnaký translačný difúzny koeficient ako meraná častica .

Výstupom DLS merania je intenzitná distribúcia veľkostí častíc, stredná hodnota veľkosti častíc – tzv. z-average diameter (*d*) a polydisperzný index (PDI) - parameter šírky distribúcie veľkosti častíc. PDI je definovaný ako štvorec podielu štandardnej odchýlky σ a priemernej veľkosti. PDI sa pohybuje medzi hodnotami 0 - 1. Vzorky s hodnotou PDI menšou ako 0.1 sú zvyčajne označované ako "monodisperzné". Hodnoty PDI vačšie ako 0.7 indikujú širokú distribúciu veľkosti [Zetasizer nano, 2004].

2.4.2 Meranie Zeta potenciálu – metóda DLE

Zeta potenciálom nazývame potenciál medzi povrchom častice a dispergovanou tekutinou, ktorý sa mení v závislosti od vzdialenosti od povrchu častice. Prístroj Zetasizer Nano určuje zeta potenciál na základe elektroforéznej mobility meraním rýchlosti častíc v kvapaline pri aplikácii elektrického poľa. Častice sa pod vplyvom elektrických síl začnú pohybovať k elektróde nabitej opačne. Rýchlosť častice v elektrickom poli vyjadruje elektroforetická pohyblivosť U_e, ktorú môžeme použiť na výpočet zeta potenciálu ζ z Henryho rovnice (2):

$$U_e = \frac{2\,\varepsilon\,\zeta\,f(ka)}{3\eta} \qquad (2)$$

kde **ε** je dielektrická konštanta, **η** vikozita a ***f*(Ka)** je Henryho funkcia (pre vodné roztoky ***f*(Ka)** = 1.5). Hodnota zeta potenciálu je indikátorom potenciálnej stability koloidného systému. Častice s vyšším zeta potenciálom ako +30mV (resp. nižším ako -30mV) sú považované za stabilné.

Veľmi dôležitý faktor ovplyvňujúci zeta potenciál je pH. Bod, v ktorom funkcia zeta potenciálu v závislosti od pH prechádza nulou sa nazýva izoelektrický bod a koloidné systémy sú v ňom najmenej stabilné [Zetasizer nano, 2004].

2.4.3 Meranie absorpčných spektier - UV VIS spektroskopia

UV VIS spektroskopia je fyzikálna metóda, ktorá využíva interakciu látky s elektromagnetickým žiarením v ultrafialovej (UV) a viditeľnej (VIS) oblasti. Absorpciou ultrafialového a viditeľného žiarenia získava látka energiu, dochádza v nej k elektrónovým prechodom - excitáciam. Absorbancia **A** je bezrozmerná veličina, ktorá vyjadruje množstvo svetla pohlteného danou látkou [Šikurová, 2007].

2.5 Priebeh merania

2.5.1 Meranie veľkosti a zeta potenciálu

Meranie veľkosti a zeta potenciálu bolo uskutočnené na prístroji Zetasizer Nano (Malvern, UK). Veľkosť a zeta potenciál pripravených chitosanových nanočastíc a chitosanových nanočastíc s konjugovanou kyselinou listovou sme merali bezprostredne po príprave, po centrifugácií a taktiež priebežne s odstupom niekoľkých hodín (resp. dní).

Pri meraní veľkosti sme do jednorazových plastových kyviet (ZENO118) (Malvern, UK) odpipetovali 800µl vzoriek. Každé meranie veľkosti (pozostávajúce z 11 priebehov) sa opakovalo 3krát.

Pri meraní zeta potenciálu sme použili kapilárne kyvety (DTS1070) (Malvern, UK), do ktorých sme odpipetovali 850µl vzorky. Každé meranie zeta potenciálu (pozostávajúce z 11 - 30 priebehov) sa opakovalo 3krát. Počet priebehov v meraní sa menil automaticky. Merania teploty a zeta potenciálu prebiehali pri teplote 25 °C.

Z výsledných hodnôt meraní veľkosti a zeta potenciálu sme vypočítali priemer a určili štandardnú odchýlku (SD). Tieto hodnoty uvádzame v tabuľkách s výsledkami (d ± SD; ζ ± SD). Pre namerané hodnoty polydisperzného indexu je v tabuľkách uvedený ich priemer.

2.5.2 Meranie absorpčných spektier

Pri meraní absorpčných spektier sme použili UV-transparentné jednorazové plastové kyvety (ZENO118) (Malvern, UK). Pred každým meraním sme zostrojili bázovú čiaru (baseline), aby sme odstránili vplyv pozadia (rozpúšťadla) na absorpčné spektrum. Objem rozpúšťadla pri tvorbe bázovej čiary a vzorky pri následnom meraní bol rovnaký. Merania prebiehali v rozsahu vlnových dĺžok 220 – 700 nm pri teplote 25 °C.

3 Výsledky

Prvá časť výsledkov je zameraná na analýzu chitosanových nanočastíc z hľadiska ich veľkosti a zeta potenciálu pod vplyvom meniacej sa koncentrácie chitosanu a centrifugácie nanočastíc. Sledovali sme aj stabilitu nanočastíc v závislosti od času.

Druhá časť výsledkov je zameraná na analýzu chitosanových nanočastíc konjugovaných s kyselinou listovou. Študovali sme zmenu vo veľkosti a stabilite nanočastíc v závislosti od rôznych podmienok kovalentnej (karbodiimidovej reakcie) a nekovalentnej konjugácie kyseliny listovej ku chitosanu.

Sledovali sme taktiež vplyv pH na veľkosť a zeta potenciál resuspendovaných lyofilizovaných nanočastíc.

3.1 Chitosanové nanočastice – veľkosť, zeta potenciál a stabilita

Tabuľka 2 znázorňuje vplyv koncentrácie chitosanu (CS) na veľkosť (d) a polydisperzný index (PDI) pripravených nanočastíc pri hmotnostnom pomere CS a TPP 6:1. Veľkosť nanočastíc so zvyšujúcou sa koncentráciou chitosanu (od 0,4mg/ml po 2,2mg/ml) narastá lineárne.

Zeta potenciál sme merali v 2% kyseline octovej pri pH 4,5. Pri zvyšujúcej sa koncentrácií chitosanu (od 0,4 po 2,2) taktiež stúpal.

Pripravené nanočastice sme centrifugovali 20 minút pri 12 000 otáčkach za minútu, čím sa odstredili väčšie agregáty. Dôkazom je pokles hydrodynamického priemeru sprevádzaný poklesom PDI centrifugovaných nanočastíc (Tabuľka 3). Nanočastice sme centrifugovali hneď po príprave (vzorka B), resp. 2 dni po príprave (vzorky A a C).

Tabuľka 2: Vplyv koncentrácie (c) chitosanu na hydrodynamický priemer (d) polydisperzný index (PDI) a zeta potenciál (ζ) pripravených nanočastíc.

vzorka	c [mg/ml]	d ± SD [nm]	PDI	ζ ± SD [nm]
A	0,4	**109,3** ± 1,5	0,17	**14** ± 0,2
B	0,9	**160** ± 0,8	0,20	**18,4** ± 0,5
C	2,2	**368,3** ± 5	0,52	**23,3** ± 0,7

Tabuľka 3: Vplyv centrifugácie na hydrodynamický priemer (d) a polydisperzný index (PDI) chitosanových nanočastíc.

	Necentrifugované		Centrifugované	
vzorka	d ± SD [nm]	PDI	d ± SD [nm]	PDI
A	**146** ± 2	0,20	**101,4** ± 1,1	0,15
B	**160** ± 0,8	0,20	**123,4** ± 0,9	0,18
C	**423,1** ± 16	0,50	**322,4** ± 8,6	0,46

Vzorky nanočastíc boli uskladnené pri teplote 4˚C. Pri vzorke **A** sme sledovali zmenu hydrodynamického priemeru s časom (Tabuľka 4).

Tabuľka 4: Zmena veľkosti (d) a polydisperzného indexu (PDI) chitosanových nanočastíc u vzorky A s časom.

deň	d ± SD [nm]	PDI
1.	**109,3** ± 1,5	0,17
3.	**146** ± 2	0,20
6.	**174** ± 3,4	0,21
14.	**229,5** ± 5,5	0,27

Pri vzorke A sme týždeň po príprave študovali vplyv pH na stabilitu nanočastíc (Tabuľka 5). Pri zvyšujúcom sa pH (od 4,3 po 7) sme zaznamenali lineárny nárast veľkosti (d) a zároveň pokles zeta potenciálu (ζ).

Tabuľka 5: Vplyv pH na veľkosť (d), polydisperzný index (PDI) a zeta potenciál (ζ) chitosanových nanočastíc (vzorka A).

pH	d ± SD [nm]	PDI	ζ ± SD [mV]
4,3	**271,7** ± 2,3	0,3	**14,4** ± 0,9
5	**358,1** ± 4,8	0,32	**12,3** ± 0,6
5,6	**493,8** ± 8,3	0,45	**11,4** ± 0,5
7	**686,8** ± 17,2	0,4	**6,2** ± 0,1

3.2 Chitosanové nanočastice s konjugovanou kyselinou listovou (CS-FA NPs) – veľkosť, zeta potenciál a absorpčné spektrá

Tabuľka 6 znázorňuje hydrodynamický priemer chitosanových nanočastíc konjugovaných s kyselinou listovou kovalentne (vzorka 1, 1b, 2, 2b); a nekovalentne (vzorka 3) a chitosanových nanočastíc bez kyseliny listovej (vzorka 4).

Tabuľka 6: Veľkosť (d) a polydisperzný index (PDI) chitosanových nanočastíc s konjugovanou kyselinou listovou (prítomnosť EDC/NHS/FA znázorňuje "+").

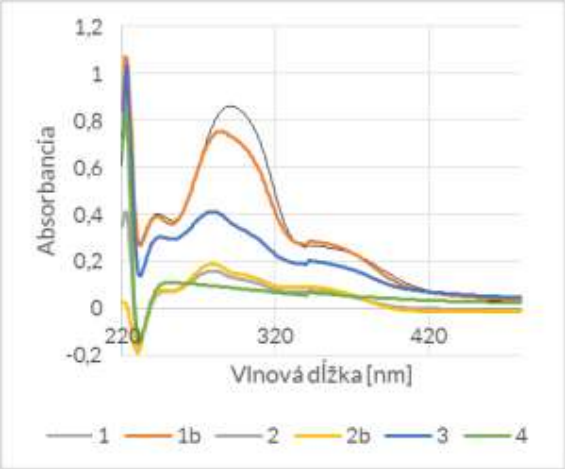
EDC/ NHS/ FA	V.	Necentrifugované		Centrifugované	
		d ± SD [nm]	PDI	d ± SD [nm]	PDI
+/ 0 /+	1	**426,8** ± 11,3	0,43	**103,5** ± 0,1	0,25
+ / + /+	1b	**491,3** ± 11,2	0,52	**123,7** ± 0,9	0,21
++/ 0 /+	2	**4531,1** ± 1115	0,25	-	-
++/ + /+	2b	**4861,5** ± 529,5	0,27	-	-
0/ 0 /+	3	**140,4** ± 1,5	0,27	**99,5** ± 0,4	0,14
0/ 0 /0	4	**107,3** ± 0,8	0,21	**87,4** ± 0,4	0,13

Nanočastice pripravené z chitosanu s konjugovanou kyselinou listovou mali väčší hyrodynamický priemer, ako nanočastice pripravené z nekonjugovaného chitosanu. Vzorky pripravené kovalentne vykazovali vyššiu polydisperzitu. Najväčšie hodnoty vo veľkosti aj PDI sme zaznamenali pri vzorkách s nadbytkom EDC a prítomnosťou NHS pri konjugácií kyseliny listovej na chitosan.

Pripravené vzorky sme centrifugovali. Pri vzorkách 2 a 2b sme po centrigugácií v supernatante zaznamenali veľmi nízku koncentráciu nanočastíc pre meranie DLS.

V absorbčných spektrách (Graf 1) pri centrifugovaných vzorkách nanočastíc s konjugovanou kyselinou listovou vidíme typické absorpčné maximum kyseliny listovej pri 282,5nm [Matias et al., 2014].

U vzoriek 1, 1b, 3, 4 sme sledovali zmenu veľkosti po piatich dňoch po príprave (Tabuľka 7). Najmenej narástla veľkosť u vzorky 1 (približne o 12%) a najviac u vzorky 3 (približne o 85%).



Graf 1: Spektrum centrifugovaných chitosanových nanočastíc (4) a nanočastíc s konjugovanou kyselinou listovou kovalentne (1, 1b, 2, 2b) a nekovalentne (3).

Tabuľka 7: Veľkosť (d) a polydisperzný index (PDI) chitosanových nanočastíc (4) a chitosanových nanočastíc s konjugovanou kyselinou listovou (1, 1b, 3).

Vz.	1. deň		5. deň	
	d ± SD [nm]	PDI	d ± SD[nm]	PDI
1	**103,5** ± 0,1	0,25	**116,3** ± 0,6	0,20
1b	**123,7** ± 0,9	0,21	**168,4** ± 1,6	0,19
3	**99,5** ± 0,4	0,14	**184,6** ± 3,4	0,23
4	**87,4** ± 0,4	0,13	**137,9** ± 0,5	0,19

3.3 Lyofilizácia chitosanových nanočastíc a chitosanových nanočastíc modifikovaných kyselinou listovou – veľkosť a zeta potenciál

Proces lyofilizácie nanočastíc po resuspendovaní viedol k zväčšeniu ich veľkosti, až k agregácií (Tabuľka 8). Veľkosť závisela z veľkej miery od pH roztoku, v ktorom boli rozpustené. Najmenšiu veľkosť nanočastíc sme pozorovali pri rozpustení v kyseline octovej (pH 2,6), avšak v prípade CS-FA NPs je táto hodnota pH kritická vzhľadom na stabilitu FA. Pri pH vššom ako 7 sme pozorovali, že veľkosť CS NPs výrazne narástla. U CS-FA NPs sa pri tomto pH objavila široká distribúcia veľkosti. Zeta potenciál CS-FA NPs bol nižší ako u CS NPs.

Tabuľka 8: Veľkosť(d), polydisperzný index (PDI) a zeta poetnciál lyofilizovaných nanočastíc resuspendovaných v 2% kyseline octovej (pH 2,6) a v PB (pH 4,3; 6; 7,4).

pH	Vz.	d ± SD [nm]	PDI	Zeta ± SD [mV]
2,6	1	**273,4** ± 24,5	0,34	**22,5** ± 0,5
	4	**244,1** ± 9,9	0,31	**25,2** ± 0,2
4,3	1	**1118,7** ± 12,4	0,35	**11** ± 0,2
	4	**236,3** ± 21,3	0,42	**16,6** ± 0,8
6	1	**1591** ± 95,8	0,36	**11,6** ± 0,4
	4	**271,1** ± 2,8	0,40	**15,5** ± 0,4
7,4	1	**448,1** ± 62,1	0,58	**-3,8** ± 0,7
	4	**1494** ± 95,4	0,33	**1,6** ± 0,1

4 Diskusia

Motiváciou tejto práce je vytvorenie systému (nanočastica + cieliaca molekula) vhodného pre cielené dopravenie liečiv smerom k nádorovým tkanivám. Upriamili sme sa na optimalizáciu prípravy chitosanových nanočastíc a ich modifikáciu kyselinou listovou ako cieliacou molekulou.

Kyselinu listovú sme naväzovali na chitosan kovalentne prostredníctvom karbodiimidovej reakcie a nekovalentne (elektrostatická interakcia). Pripravené konjugáty chitosanu s kyselinou listovou sme použili na prípravu chitosanových nanočastíc pomocou metódy iónovej gelácie. Touto metódou je možné pripraviť nanočastice s rôznymi chemicko-fyzikálnymi vlastnosťami, a to napríklad modifikáciou niektorých parametrov počas prípravy (koncentrácia chitosanu, pH, rýchlosť a dĺžka centrifugácie...) [Hussain and Sahudin, 2016].

Na základe predchádzajúcich štúdií ([Hussain and Sahudin, 2016], [Gan et al., 2005], [Massarudin et al., 2015]) sme zvolili pomer chitosanu a tripolyfosfátu 6:1 a študovali sme vplyv koncentrácie chitosanu na veľkosť a zeta potenciál nanočastíc pripravených pri daných podmienkach (*2.2 Príprava CS Nps*).

Koncentrácia chitosanu je pravdepodobne najdôležitejším determinantom pri fyzikálno-chemickej charakteristike chitosanových nanočastíc. Veľkosť nanočastíc so zvyšujúcou sa koncentráciou chitosanu (od 0,4mg/ml po 2,2mg/ml) narastala lineárne. Nárast veľkosti je pravdepodobne spôsobený medzi-molekulovými vodíkovými väzbami (-OH skupiny) a medzi-molekulárnymi elektrostatickými repulziami ($–NH_3^+$ skupiny), ktoré existujú na povrchu chitosanu. Pri zväčšujúcej sa koncentrácií CS má viac molekúl CS tendenciu vytvárať sieť s opačne nabitými iónmi TPP, čím vznikajú väčšie nanočastice s tendenciou aglomerácie, čo má za následok nárast v hodnotách PDI [Hussain and Sahudin, 2016].

Zmena koncentrácie chitosanu mala vplyv aj na povrchový náboj nanočastíc. Zeta potenciál stúpal pri zvyšujúcej sa koncentrácií CS. Nárast zeta potenciálu pravdepodobne súvisí s faktom, že pozitívny náboj nanočastíc je spôsobený zvyšnými amínovými skupinami ($–NH_3^+$) na povrchu CS, ktoré nezinteragovali s TPP iónmi v procese iónovej gelácie [Hussain and Sahudin, 2016].

Centrifugáciou nanočastíc sme odseparovali väčšie nanočastice, čím sa zmenšila priemerná veľkosť nanočastíc o približne 20%.

Sledovali sme zmenu veľkosti chitosanových nanočastíc počas 2 týždňov u vzorky A (koncentrácia chitosanu 0,4mg/ml). Pričom po 14 dňoch sme zaznamenali nárast v hydrodynamickom priemere približne o 100nm. Polydisperzný index sa veľmi nemenil, čo poukazuje na nárast veľkosti pravdepodobne v dôsledku takzvaného swelling efektu [Kalam et al., 2016].

V ďalšom kroku sme sa zamerali na prípravu chitosanových nanočastíc modifikovaných kyselinou listovou. Pri príprave nanočastíc sme na základe získaných výsledkov zvolili koncentráciu chitosanu 0,4 mg/ml (vhodná veľkosť a PDI pripravených nanočastíc).

Tvorbe modifikovaných nanočastíc predchádzala konjugácia kyseliny listovej na chitosan, ktorú sme uskutočnili kovalentne pomocou karbodiimidovej reakcie (v prítomnosti EDC a NHS aktivačných činiciel) a nekovalentne. Študovali sme vplyv koncentrácie EDC a prítomnosti NHS.

Pridaním EDC pri karbodiimidovej reakcii dochádza k aktivácií karboxylových skupín kyseliny listovej. Tieto následne reagujú s amino skupinami chitosanu za tvorby amidovej väzby. Zvýšená koncentrácia EDC môže mať za následok aktiváciu väčšieho množštva karboxylových skupín a teda aj zvýšené množstvo naviazanej kyseliny listovej. Dôsledkom je nedostatok voľných amino skupín na chitosane, čo sa môže prejaviť na zníženej schopnosti interakcie chitosanu s TPP pri tvorbe nanočastíc.

Častice kovalentne modifikované kyselinou listovou v podmienkach zvýšenej koncentrácie EDC vykazovali najväčší hydrodynamický priemer (až mikrometre), čo bolo ďalej podporené prítomnosťou NHS. Fakhari [Fakhari et al., 2010] pozoroval obdobne nárast vo veľkosti polymérnych nanočastíc po kovalentnej konjugácii (taktiež EDC/NHS aktivačnou reakciou) s molekulami ligandov.

V podmienkach nižšej koncentrácie EDC sme získali nanočastice s veľkosťou menej ako 500nm. Po odstránení väčších agregátov centrifugáciou mali tieto nanočastice (v supernatante) veľkosť približne 100nm. Nekovalentná konjugácia kyseliny listovej ku chitosanu viedla k tvorbe nanočastíc o veľkosti 140nm.

Najstabilnejšie z hľadiska zmien veľkosti päť dní po príprave boli nanočastice s kovalentne naviazanou kyselinou listovou (v podmienkach nižšej koncentrácie EDC).

S cieľom zlepšiť stabilitu chitosanových nanočastíc z dlhodobejšieho hľadiska, sme vzorky lyofilizovali. Lyofilizácia je proces zmrazovania-vysušovania, pri ktorom dochádza k odstráneniu vody a predchádzaniu tak hydrolytickej degradácii nanočastíc [Abdelwahed et al., 2006]. Tento process však môže smerom k nanočasticiacm generovať niekoľko nežiadúcich vplyvov, napríklad nárast veľkosti nanočastíc a vznik agregátov.

Najmenšiu veľkosť nanočastíc sme pozorovali pri rozpustení lyofilizovaných nanočastíc v kyseline octovej avšak v prípade CS-FA NPs je veľmi kyslé prostredie kritické vzhľadom na stabilitu FA, čo sa prejavilo porovnateľnou veľkosťou CS NPs a CS-FA NPs. Pri vyšších hodnotách pH u CS-FA NPs dochádzalo k vzniku agregátov. Pri pH vyššom ako 7 sme naopak pozorovali, výrazný nárast veľkosti a polydisperzity u CS NPs.

Nežiadúce vplyvy v náraste veľkosti a vzniku agregátov po lyofilizácií je možné redukovať pridaním kryo- alebo lyoprotenktantu [Abdelwahed et al., 2006].

5 Záver

Získané výsledky budú použité pre optimalizáciu protokolu v syntéze chitosanových nanočastíc modifikovaných kyselinou listou pre účely cielenej terapie rakoviny.

Poďakovanie

Táto práca bola vykonaná s podporou Agentúry na podporu výskumu a vývoja (čísla projektov APVV-14-0267, SK-PL-2015-0021) a vedeckej grantovej agentúry VEGA (číslo projektu. 1/0152/15). Poďakovanie patrí i RNDr. Jánovi Krahulcovi, PhD z Prírodovedeckej fakulty za pomoc s lyofilizáciou vzoriek.

Literatúra

[Abdelwahed et al., 2006] Abdelwahed, W., Degobert, G., Stainmesse, S. and Fessi, H. (2006). Freeze-drying of NPs: Formulation process and storage considerations. *Advanced Drug Delivery Reviews*, vol 58, Issue 15, Pages 1688–1713.

[Cheung et al., 2015] Cheung RC Ng, TB., Wong, JH., Chan, WY. (2015). Chitosan: An Update on Potential Biomedical and Pharmaceutical Applications. *Mar Drugs*. 14;13(8):5156-86.

[Fakhari et al., 2010] Fakhari, A. et al. (2010). Controlling ligand surface density optimizes nanoparticle binding to ICAM-1. *J Pharm Sci*, 100(3).

[Fang et al., 2011] Fang, J., Nakamura, H. and Maeda, H. (2011). The EPR effect: Unique features of tumor blood vessels for drug delivery, factors involved, and limitations and argumentation of the effect. *Advanced Drug Delivery Reviews*, 63 136–151.

[Gan et al., 2005] Gan Q., Wang, T., Cochrane, C. and McCarron, P. (2005). Modulation of surface charge, particle size and morphological properties of chitosan-TPP nanoparticals. *Colloids and surfaces*, 44 65-73.

[Hermanson, 2013] Hermanson, T.G. (2013). *Bioconjugate Techniques*. s.l. : Elsevier, 229-250. ISBN: 978-0-12-382239-0.

[Hussain and Sahudin, 2016] Hussain, Z. and Sahudin, S. (2016). Preparation, charakterization and colloidal stability of chitosan-TPP nanoparticles: optimization of formulation and process. *Int. journal of pharm. and pharmaceutical sciences*, vol 8 (3) 297-308.

[Kalam et al., 2016] Kalam M.A.,Khan, A. A., Khan, S. and Almalik, A. (2016). Optimizing indomethacin-loaded chitosan nanoparticle size,

[Koukaras et al., 2012] Koukaras, E., Papadimitriou, S. A., Bikiaris, D. N. and Froudakis, G. E. (2012). Insight on the Formation of Chitosan Nanoparticles through

Ionotropic Gelation with Tripolyphosphate. *Mol. Pharmaceutics*, 9 (10), 2856–2862.

[Mansouri et al., 2006] Mansouri, S., Cuie, Y., Vinnik, F., Shi, Q., Lavigne, P., Benderdour, M., Beaumont, E. and Fernandes, J. C. (2006). Charakterization of folate-chitosan-DNA nanoparticles for gene therapy. *Biomaterials*, (27) 2060-2065.

[Massarudin et al., 2015] Massarudin, M. J., Cutts, S. M., Evison, B. J., Phillips, D.R. and Pigram P. J. (2015). Factors determining the stability, size distribution and celluar accumulation of small, monodisperse CS NPs as a candidate vectors of anticancer drug delivery. *Nanotechnologi science and application*, vol 8, 67-80.

[Matias et al., 2014] Matias, R., Ribeiro, P. R. S., Sarraguca, M. C. and Lopes, J. A. (2014). A UV spectrofotometric method for the determination of folic acid in pharmaceutical tablets and dissolution tests. *Anal. Methods*, 6, 3065.

[Parker et al., 2005] Parker, N.,*Turk, M., Westrick, E., Lewis, J., Low P.S. and Leamon, C.P. (2005). Folate receptor expression in carcinomas and normal tissues determined by a quantitative radioligand binding assay. Anal Biochem.*, 338:284–93.

[Patel et al., 2010] Patel, M. P., Patel, R. R. and Patel, J. K. (2010). Chitosan Mediated Targeted Drug Delivery System. *J Pharm Pharmaceut Sci*, 13(3) 536 - 557.

[Šikurová, 2007] Šikurová, L. (2007). Špeciálne praktikum z biomedicínskej fyziky a biofyziky. Fakulta matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave, 49 s.

[Ulbrich et al., 2016] Ulbrich, K., Holá, K., Šubr, V., Bakandritsos, A., Tuček, J., and Zbořil, R. (2016). Targeted Drug Delivery with Polymers and Magnetic Nanoparticles: Covalent and Noncovalent Approaches, Release Control, and Clinical Studies. *Chem. Rev.*, 116 (9), pp 5338–5431.

[Vllasaliu et al., 2013] Vllasaliu, D., a kol. (2013). Folic Acid Conjugated Chitosan Nanoparticles for Tumor Targeting of Therapeutic and Imaging Agents. *Pharmaceutical Nanotechnology*, 1, 184-203.

[Yang et al., 2010] Yang, S., Lin, F., Tsai, K., Wei, M., Tsai, H., Wong, J. and Shieh, M. (2010). Folic acid konjugated nanoparticals enhanced protoporphyrin IX accumulation in colorectal cancer cells. *Bioconjugate Chem*., 21, 679–689.

[Zetasizer nano, 2004] Zetasizer nano series user manual. Malvern, *príručka pre používateľov k prístroju Zatasizer nano*, 2004.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 55
ISBN 978-1983445132, © 2017 Lucia Ilavská

Hodnoty tryptofánu v moči pacientov s neuropsychiatrickými ochoreniami (rozšírený abstrakt)

Lucia Ilavská [1*]
Školiteľ: Marcela Morvová [1‡]

[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

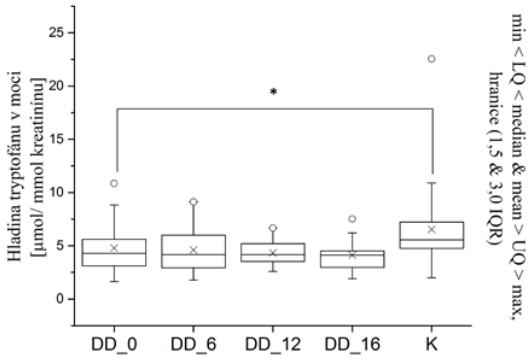
Prevalencia psychiatrických porúch sa neustále zvyšuje. V Európe sú treťou najčastejšou príčinou invalidity, po kardiovaskulárnych ochoreniach a rakovine [WHO, 2012]. Ich výskyt sa neustále posúva do skorších rokov a už v detstve a v období dospievania sú veľkou záťažou pre fungovanie jednotlivcov v spoločnosti. Z neuropsychiatrických porúch sa najčastejšie vyskytuje depresia major, ktorá začína už v mladom veku.

Bola sformulovaná hypotéza, že mnohé duševné choroby, vrátene depresie vznikajú v dôsledku porušenia funkcie mozgového serotonínergického systému. Abnormality v tomto systéme zahŕňajú prekurzory serotonínu, serotonínové receptory, aj serotonínové transportéry a poukazujú na zníženú funkciu tohto systému u jedincov s depresiou [Forgáčová, 2004]. Jediný známy prekurzor serotonínu je tryptofán.

V tejto práci sme experimentálne stanovili hladiny tryptofánu v moči detských pacientov s depresívnym ochorením (DD, n = 18) a v moči zdravých dobrovoľníkov (K, n = 20). U detských pacientov sa uprednostňuje neinvazívne vyšetrovanie, medzi ktoré patrí vyšetrenie moču. Pacientom bol po dobu 12 týždňov podávaný rybí olej (bohatý na omega – 3 mastné kyseliny) alebo slnečnicový olej (bohatý na omega – 6 mastné kyseliny). Vzorky moču boli odobraté na začiatku štúdie (DD_0), po 6 týždňoch (DD_6), po 12 (DD_12) a po 4 týždňoch po skončení podávania oleja (DD_16).

Tryptofán sme stanovili pomocou vysoko - účinnej kvapalinovej chromatografie s fluorescenčnou detekciou pri excitačnej vlnovej dĺžke 280 nm a emisnej vlnovej dĺžke 370 nm. Absolútne koncentrácie tryptofánu (µmol/l) sme normalizovali na koncentráciu kreatinínu (mmol/l)

Zistili sme signifikantne nižšiu hladinu tryptofánu v moči pri pacientoch s depresívnymi epizódami oproti zdravým dobrovoľníkom ($P < 0,05$) (Obr. 1). Porovnaním stredných hodnôt sme zistili pokles hladiny tryptofánu v moči o 27% pri pacientoch s depresívnym ochorením. Znížená hladina tryptofánu môže byť spôsobená rýchlejšou degradáciou kynurenínovou cestou, čo môže následne ovplyvniť hladinu serotonínu, ktorý ovplyvňuje náladu človeka.



Obr. 1 Krabicové diagramy porovnávajúce strednú hodnotu hladiny tryptofánu v moči pre kontrolnú skupinu (K, n = 20) a pre pacientov s depresívnym ochorením (DD, n = 18), * P < 0.05.

Nezistili sme signifikantnú zmenu hladiny tryptofánu v moči pacientov vplyvom podávania omega – 3 alebo omega – 6 mastných kyselín.

Poďakovanie

Táto práca bola uskutočnená v rámci projektu VEGA 1/0703/13 a APVV – 15 – 0063.

Literatúra

[WHO, 2012] World Health Organization [online]. [cit. 10. 4. 2016]. Dostupné na internete: http://www.euro.who.int/en/health-topics/noncommunicable-diseases/mental-health/data-and-statistics

[Forgáčová, 2004] FORGÁČOVÁ, Ľ, 2004.Význam sérotonínu v patogenéze depresie. *Psychiatry*. 2004, roč. 11, č. 3-4, s. 117–123. [Klee et al., 1984] Klee, V., Ladner, R., and Manber, R. (1984). Signsolvability revisited. *Linear Algebra Appl.*, 59:131–157.

* ilavska.lucia@gmail.com
‡ morvova@gmail.com

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 56
ISBN 978-1983445132, © 2017 Gabriela M. Girašková

Využitie DNA aptamérov na diagnostiku onkologických ochorení (rozšírený abstrakt)

Gabriela M. Girašková[1]*
Školiteľ: Alexandra Poturnayová[2‡]

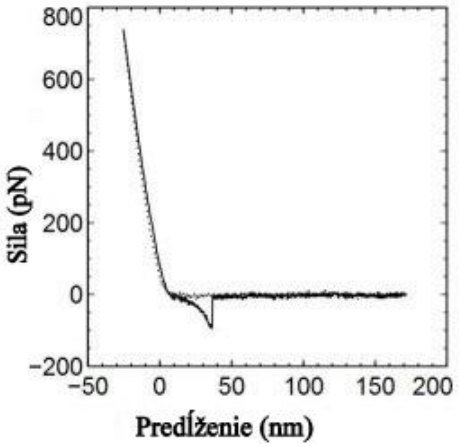
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Medzi najfrekventovanejšie zhubné choroby u detí patrí leukémia, ktorá predstavuje až 1/3 zo všetkých malígnych ochorení v detskom veku [Kolenová a kol., 2012]. Ide o veľmi rôznorodú skupinu hematoonkologických chorôb s rôznou diagnostikou, liečbou, prognózou [Stoppler a kol.,2015]. Diagnostika je často náhodná, leukémiu môže odhaliť preventívna prehliadka u lekára, krvné testy či bežné rutínne vyšetrenia, avšak nie vždy [American cancer society, 2014]. Ďalšie diagnostické testy závisia od symptómov a typov leukémie. Sú to invazívne a bolestivé vyšetrenia ako napríklad lumbálna punkcia či biopsia kostnej drene. Preto je veľmi dôležité vyvinúť diagnostické prístupy, ktoré sú neinvazívne a veľmi presné.

Jednou z možností je použiť skupinu DNA aptamérov, ktoré boli vytvorené na špecifické rozpoznávanie nádorových buniek. Voľba špecificky sa viažúcich aptamérov na báze buniek je preto veľkým prísľubom v rozvoji molekulárnej sondy na diagnostiku rakoviny a rakovinových biomarkerov.

V našej práci sme sa zaoberali štúdiom interakcii DNA aptamérov (sgc8) s tyrozín kinázovými receptormi (PTK7) nachádzajúcimi sa v membránach buniek lymfoblastovej a lymfocytovej leukémie. Ako kontrolu sme použili bunky myeloidnej leukémie, pretože v ich membránach sa nenachádzajú tyrozín kinázové receptory pre ktoré je aptamér sgc8 špecifický.

Pre vývoj vysoko špecifickej neinvazívnej diagnostickej metódy je dôležité poznať molekulárnu podstatu tohto ochorenia. Túto možnosť nám ponúka použitie citlivej meracej metódy, jednomolekulovej silovej spektroskopie, ktorou je možné sledovať špecifické a nešpecifické interakcie. Pomocou uvedenej metódy sme zistili špecifickú interakciu aptamérov s PTK7 receptormi a určili



Obr. 1: Silová krivka: sila potrebná na roztrhnutie väzby medzi modifikovaným AFM hrotom a vzorkou [Attwood a kol., 2012]

Literatúra

[Kolenová a kol.,2012] Alexandra Kolenová a Emília Kaiserová (2012). Akútne leukémie v detskom veku. *Pediatrická prax*.13(4):161-165.

[Stoppler a kol.,2015]. Melissa Conrad Stoppler a Jerry R. Balentine (2015). Leukemia. Citované [2017-4-5]. Dostupné na: http://www.medicinenet.com/leukemia/article.htm

[American cancer society, 2014].America Cancer Society. Leukemia. Citované[2017-4-5]. Dostupné na: https://www.cancer.org/cancer/leukemia.html

[Attwood a kol., 2012]. Simon J. Attwood, Anna M.C.Simpson, Rachael Stone, SamirW. Hamaia, Debdulal Roz, RichardW. Farndale, Myriam Ouberai, Mark E.Welland (2012). A Simple Bioconjugate Attachment Protocol for Use Single Molecule Force Spectroscopy Experiments Based on Mixed Self-Assambled Monolayers.*Molecular Sciences*.13(10): 13521-13541

* Gabriela.maria.giraskova@gmail.com
‡ Alexandra.poturnayova@savba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 57–61
ISBN 978-1983445132, © 2017 Simona Töröková

Exfoliácia a charekterizácia molybdén disulfidu v roztoku

Simona Töröková[1*]
Školiteľ: Michal Bodík[2‡]

[1] Katedra experimentálnej fyziky FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava
[2] FÚ SAV, Dúbravská cesta 9, 845 11 Bratislava 45

Abstrakt

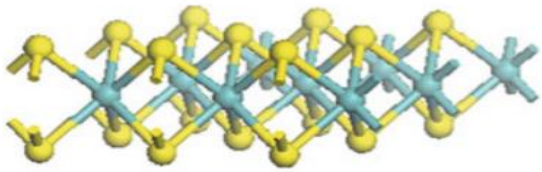
Práca je zameraná na exfoliáciu dvojrozmerného materiálu molybdén disulfidu pomocou ultrazvuku. Výsledný roztok bol separovaný centrifugáciou a charakterizovaný absorpčnou spektroskopiou. Experimentom sme porovnali veľkosť a hrúbku MoS_2 z kaskádovej a z klasickej centrifugácie.
Kľúčové slová: MoS_2, exfoliácia, centrifugácia, absorpčná spektroskopia.

1 Úvod

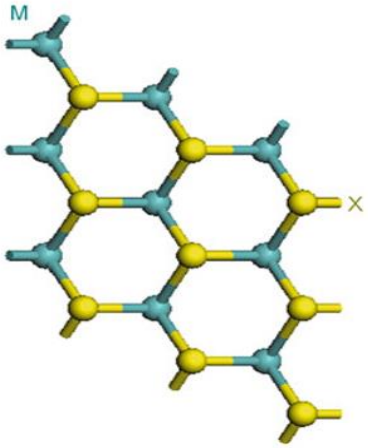
Ľudstvo využíva vrstvené materiály zhruba od roku 400, kedy Mayovia prvýkrát použili vrstvený íl ako farbivo. Tieto materiály sa postupne vyvíjali a zdokonaľovali, čo viedlo k objasneniu laminárnych štruktúr vrstvených materiálov, detailnejšiemu porozumeniu ich vlastností a taktiež najmä pokusom o ich exfoliáciu do jednotlivých atomárne tenkých štruktúr. Tento proces vyvrcholil objavom grafénu[1], čo vyústilo k značnému záujmu o dvojrozmerné materiály pre ich prenos náboja, tepelné, optické či mechanické vlastnosti a teda bohatému využitiu[2]. Počas posledných desiatich rokov bol vyvinutý rad metód s účelom produkcie jednoatómových štruktúr pomocou exfoliácie vrstvených materiálov[3].

1.1 MoS_2

Molybdén disulfid (chemické označenie je MoS_2) je prirodzene sa tvoriaci minerál patriaci do skupiny dichalkogenitov prechodových kovov. Ide o strieborno-čierny kryštál, vzhľadom a vôňou podobný kryštálom grafitu. Kryštály MoS_2 sú zložené z viacerých vertikálne naukladaných, slabo interagujúcich vrstiev, ktoré držia pokope van der Waalsove sily[4]. Dichalkogenity prechodových kovov predstavujú triedu materiálov so vzorcom MX_2, kde M označuje prechodné kovové prvky zo IV. skupiny (Ti, Zr, Hf atď), V. skupiny (napr. V, Nb, Ta) alebo VI. skupiny (Mo, W, atď) a X predstavuje chalkogén (S, Se alebo Te). Tieto materiály majú kryštalickú štruktúru pozostávajúcu zo slabo viazaných sendvičových vrstiev X–M–X, kde je M atómová vrstva uzavretá medzi dvoma X vrstvami, pričom tieto atómy vo vrstvách majú šesťuholníkovú štruktúru[5].



Obr. 1: Schéma typickej MX_2 štruktúry s atómami chalkogénov v žltej farbe a kovových atómov v tyrkysovej farbe.



Obr. 2: Pohľad zhora na typickú štruktúru MX_2.

Priekopníkom v 2D materiáloch je bez pochýb dôsledne preskúmaný grafén, avšak jeho nevýhodou je, že nemá zakázaný pás, ktorý je potrebný pre veľa elektronických a optoelektronických aplikácii. Nemôže byť teda napríklad náhradou kremíka v elektronických zariadeniach. Naopak, je preukázané, že MoS_2 pri makroskopickom materiáli je nepriamym polovodičom (so zakázaným pásom širokým 1,2 eV) a v monovrstve (so zakázaným pásom širokým 1,8 eV), ide o priamy polovodič.

Vzhľadom na mechanické, elektrické a optické vlastnosti, MoS_2 má široké možnosti uplatnenia. Jedná sa o oblasti elektrochemických zariadení, obnoviteľných zdrojov energii (fotovoltaických

* torokova.simona@gmail.com
‡ michal.bodik@gmail.com

článkov), katalyzátorov či pevného maziva[5]. Využitie nájde i v lítiových batériach[6]. Keďže elektrónová mikroskopia ukazuje, že materiál je exfoliovaný do jednotlivých vrstiev, jeho zmiešaním so suspenziami ďalších nanomateriálov alebo polymérnych roztokov je možné pripraviť hybridné disperzie alebo kompozity. MoS_2 tak účinne posilňuje polyméry vďaka vysokej vodivosti, čo vedie k sľubným termoelektrickým vlastnostiam[7]. Ďalšou vlastnosťou, ktorá MoS_2 predurčuje na používanie pri nanoelektronických aplikáciach je teplotná stabilita až do 1100 °C.

1.2 Produkcia MoS_2

Keďže dvojrozmerné materiály nemôžu rásť prirodzene, obvykle sa získavajú exfoliáciou vrstvených kryštálov. To je možné mechanickým olupovaním, čím dostávame vzorky vysokej kvality, avšak vo veľmi malom množstve[8].

Vzhľadom k vrstvenej štruktúre podobnej grafénu, väčšina metód používaných na izoláciu alebo prípravu grafénu je použiteľná i pre MoS_2. Napríklad mikromechanické štiepenie pomocou lepiacej pásky je jednoduchým riešením pre kvalitné častice grafénu[1]. To je možné využiť i pre MoS_2, avšak táto metóda nie je škálovateľná pre výrobu vo väčšom množstve a hrúbka a šírka výsledných MoS_2 vrstiev je ťažko kontrolovateľná[5].

Chemická depozícia z plynnej fázy je efektívnou metódou pre rast vysoko kvalitných MoS_2 vrstiev s regulovateľnou veľkosťou a hrúbkou. Nevýhodou sú experimentálne podmienky zahrňujúce vysokú teplotu, vákuum a špecifické substráty, ktoré limitujú inak široké spektrum aplikácii[9].

Významným pokrokom bol objav, kedy sa zistilo, že vrstvené kryštály je možné exfoliovať v kvapalinách[10]. V porovnaní s inými metódami, výhodou metód založených na báze roztoku je využitie lacných prekurzorov ako napr. kovové soli alebo pôdy bohaté na MoS_2; škálovateľnosť pri veľkovýrobe MoS_2 vrstiev; exfoliované MoS_2 kryštály je možné jednoducho zoradiť a separovať, čo vedie k žiaducej veľkosti a hrúbke; rozmanité chemické vlastnosti a rozpustnosť poskytujú bohatú platformu pre funkcionalizáciu a hybridizáciu s inými materiálmi v roztokoch a kryštály MoS_2 je taktiež možné ľahko preniesť na akýkoľvek substrát jednoduchým procesom[9].

Varrla a kol. ukázali, že materiál je možné exfoliovať vo vodnom roztoku použitím bežného domáceho kuchynského mixéra[7]. Následne použili centrifugáciu po dobu 90 minút a 1500 otáčok/min na odstránenie neexfoliovaných MoS_2 kryštálov. Vrchných 50 % roztoku po centrifúge zliali a použili na analýzu, pričom sediment bol odstránený. Výsledné kryštály MoS_2 boli následne použité ako elektrokatalyzátory pri výrobe vodíka. Zistili, že miera výroby vodíka sa zvyšuje s poklesom veľkosti kryštálov, ako sa očakávalo. Ukázali taktiež, že takáto exfoliácia pomocou kuchynského robota je aplikovateľná nielen na MoS_2, ale aj na BN (nitrid bóru) či WS_2 (volfrám disulfid) a úpravou koncentrácie surfaktantu vedia kontrolovateľne meniť veľkosť kryštálov medzi ~ 40–200 nm a hrúbku medzi ~ 2 až 12 vrstvami[11].

2 Experiment

Na experiment bol použitý komerčný MoS_2 v práškovej forme zakúpený od firmy Sigma-Aldrich. Tento produkt bol zmiešaný s roztokom 45 % etanolu v koncentrácií 1 mg/ml. Pripravený roztok bol následne vložený do ultrazvukovej vaničky na 20 hod pri stálom chladení na 10 °C.

2.1 Klasická centrifugácia

Exfoliovaný roztok MoS_2 bol centrifugovaný pri 10 000 g po dobu 30 min. Po centrifugácii boli opatrne odobrané zhruba 2/3 vrchného roztoku, nazývaného aj ako supernatant. Zvyšný odobratý roztok bol rozdelený na dve časti, pričom prvá bola ďalej centrifugovaná 30 min pri 40 000 g a druhá pri 60 000 g 30 min.

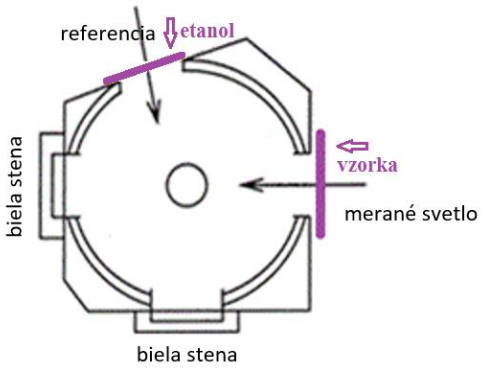
2.2 Kaskádová centrifugácia

Kaskádová centrifugácia (LCC z angl. Liquid Cascade Centrifugation) prebieha na rozdiel od klasickej centrifugácie vo viacerých krokoch, pričom sa rýchlosť a čas centrifúgy mení postupne vo viacerých krokoch. V našom prípade bol roztok centrifugovaný pri 7 500 g 2 hod, 10 000 g 2 hod, 4 000 g 6 hod a 4 500 g 7,5 hod. Po každom kroku bol sediment odstránený a centrifugácia bola zopakovaná so zvyšným roztokom. V poslednom kroku bol centrifugovaný supernatant pri 10 000 g v trvaní 1 hod. Tento konečný roztok zmiešaný so 45 % roztokom etanolu bol následne vložený do ultrazvukovej vaničky na 60 min.

3 Analytické metódy

3.1 Absorpčná spektroskopia

Materiál bol charakterizovaný absorpčnou spektroskopiou pomocou UV VIS NIR spektrofotometra SolidSpec – 3700 od firmy Shimadzu. Na detekciu v tomto spektrofotometri slúži integrálna sféra, ktorá je znázornená na obrázku č.3.

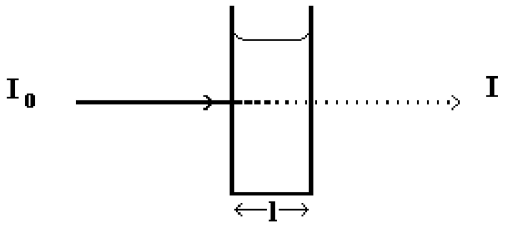


Obr.3: Integrálna sféra umiestnená vo vnútri spektrofotometra.

Meraná vzorka v kyvete bola umiestnená priamo pred integračnú guľu a ako referencia bola použitá kyveta so 45 % etanolom. Referencia slúži na odčítanie absorbcie použitého rozpúšťadla vo výslednom spektre.

Zdroj svetla osvetľuje jednotlivými vlnovými dĺžkami vzorku vo zvolenom rozsahu. V našom prípade bolo zvolené rozpätie vlnových dĺžok od 250–800 nm. Svetlo sa po prechode vzorkou následne dostáva do integračnej gule a viacnásobné odrazy vo vnútri gule napokon vytvárajú jednotný svetelný lúč, ktorý zachytáva detektor.

3.1.1 Kvantitatívna analýza spektrometrie



Obr. 4: Absorpcia svetla vzorkou.

Obrázok 4 znázorňuje vzorku roztoku, cez ktorú prechádza monochromatický svetelný lúč, ktorý je čiastočne absorbovaný roztokom, kde I_0 je intenzita dopadajúceho žiarenia, I je intenzita prejdeného žiarenia a l je dĺžka absorbujúcej dráhy.

Transmitancia (T) a absorbancia (A) je potom v termínoch I a I_0 definovaná nasledovne:

$$T = \frac{I}{I_0} \qquad A = log\frac{I_0}{I} \qquad (1)$$

Závislosť absorbancie svetla látkou pri rôznych vlnových dĺžkach sa nazýva absorpčné spektrum[12].

Vlnová dĺžka absorpcie je závislá na rozdiele medzi energetickými hladinami, pričom niektoré materiály majú typické oblasti vlnových dĺžok, kde absorbujú viac svetla[13]. MoS_2 má dve význačné oblasti, v ktorých dochádza k silnejšej absorpcii. V spektre sa tieto oblasti prejavia ako dve lokálne maximá a nazývajú sa A a B (viď obr. 5).

Píky A a B nameraného spektra boli fitované Gaussovou funkciou, pričom na pozadie sme použili parabolický fit. Počet vrstiev výsledných MoS_2 sme následne vypočítali pomocou vzťahu (2):

$$N = (2{,}3 \times 10^{36}) \times e^{-5488/\lambda_A} \quad (2)\,,$$

kde λ_A označuje vlnovú dĺžku A-excitačného píku, ktorú sme odčítali z fitu a priemernú veľkosť MoS_2 sme získali pomocou vzťahu (3):

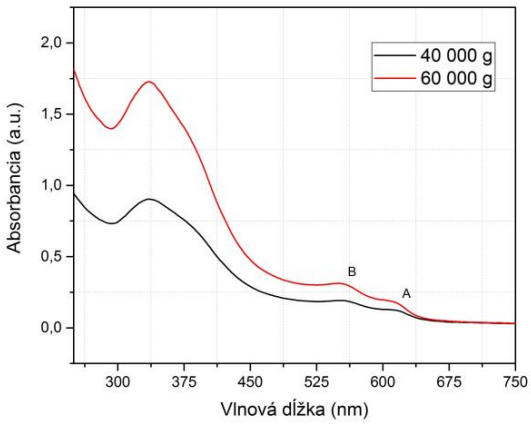
$$< L > = \frac{1000\,\frac{Ext_A}{Ext_{Min}} - 7{,}6}{2{,}8} \qquad (3)$$

kde *Ext(A)* je poloha intenzity A-excitačného píku a *Ext(Min)* označuje polohu intenzity lokálneho minima v absorpčnom spektre nachádzajúce sa v okolí 345 nm.

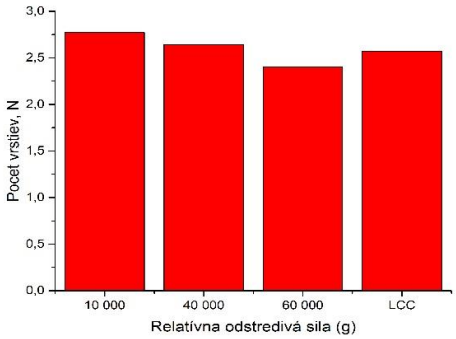
4 Diskusia a výsledky

Z 6. a 7. obrázka pozorujeme, že priemerné hodnoty počtu vrstiev a veľkosti exfoliovaných MoS_2 sa znižujú so zvyšujúcou sa odstredivou silou. Priemerný počet vrstiev označených ako N je za daných podmienok exfoliácie v rozpätí 2,4–2,7. Hodnota priemerného počtu vrstiev pri kaskádovej centrifugácii je 2,5, čo je aj v rozmedzí hodnôt klasickej centrifugácie vykonanej za vyšších otáčok. Keďže kaskádová centrifugácia bola vykonaná pri max. sile 10 000 g, môžeme povedať, že nie je potrebná vyššia centrifugačná sila pre dosiahnutie daných hodnôt. Veľkosti (označené ako L vyjadrujúce laterálny rozmer pri 2D materiáloch) sa pohybujú v rozpätí 38–47 nm. Priemernú veľkosť nebolo možné určiť z výsledného spektra pri 10 000 g kvôli vysokej koncentrácii roztoku, čo sa prejavilo i v oblasti lokálneho minima, ktoré sme nenamerali, lebo absorbancia presiahla merateľné hodnoty v oblasti daných vlnových dĺžok.

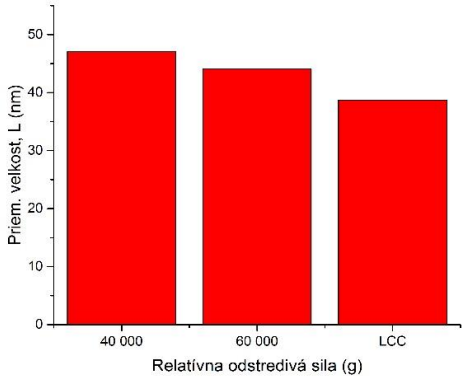
Pre uplatnenie v praxi požadujeme najväčšiu možnú výslednú veľkosť a to v našom prípade predstavovala exfoliácia pri centrifugácii 40 000 g.



Obr. 5: Absorbančné spektrum vzorky separovanej klasickou centrifugáciou pri sile 40 000 g a 60 000 g s označenými excitačnými píkmi.



Obr. 6: Závislosť priemerného počtu vrstiev MoS_2 od relatívnej centrifugačnej sily (separácia klasickou a kaskádovou centrifugáciou).



Obr. 7: Závislosť priemernej veľkosti MoS_2 kryštálov od relatívnej centrifugačnej sily (separácia klasickou a kaskádovou centrifugáciou).

5 Záver

V rámci práce sme ukázali viaceré spôsoby exfoliácie pomocou centrifugácie. Išlo o klasickú centrifugáciu, pri ktorej sa v prvom kroku odstránili hrubé MoS_2 kryštály pri nižších otáčkach a následne v ďalšom kroku sa odstránili veľmi malé kryštály pomocou vyšších otáčok. Keďže centrifugácia vedie k rozšíreniu materiálu do celého objemu ampulky a oddeleniu kryštálov podľa ich rýchlosti sedimentácie a teda veľkosti, vieme efektívne selektovať požadovanú veľkosť výsledných MoS_2 kryštálov.

Časovo náročnejšia metóda kaskádovej centrifugácie bola vykonaná s účelom produkcie kvalitnejších MoS_2 kryštálov. Jednotlivé kroky boli dôkladne prehodnotené a navrhnuté na základe doterajších dosiahnutých výsledkov iných skupín. Výsledná veľkosť MoS_2 kryštálov dosiahnutá pomocou LCC bola najmenšia v porovnaní s veľkosťami dosiahnutými klasickou centrifugáciou.

Poďakovanie

Ďakujem Mgr. Michalovi Bodíkovi a Dr. Rer. Nat. Petrovi Šiffalovičovi, PhD za odborné a cenné rady, trpezlivý prístup a vedenie pri tvorbe práce. Moje poďakovanie patrí i Fyzikálnemu ústavu SAV za ochotný prístup a umožnenie meraní.

Táto práca bola podporená Agentúrou na podporu výskumu a vývoja na základe zmluvy č. APVV-16-0641.

Literatúra

1. Novoselov, K. S. *et al.* Electric Field Effect in Atomically Thin Carbon Films. *Source Sci. New Ser. Gene Expr. Genes Action* **306,** 666–669 (2004).
2. Gupta, A., Sakthivel, T. & Seal, S. Recent development in 2D materials beyond graphene. *Prog. Mater. Sci.* **73,** 44–126 (2015).
3. Nicolosi, V., Chhowalla, M., Kanatzidis, M. G., Strano, M. S. & Coleman, J. N. Liquid Exfoliation of Layered Materials. *Science (80-.).* **340,** 1226419 (2013).
4. RadisavljevicB *et al.* Single-layer MoS2 transistors. *Nat Nano* **6,** 147–150 (2011).
5. Wang, Z. M. *MoS2: Materials , Physics , and Devices*. (2014). doi:10.1007/978-3-319-02850-7
6. Xiao, J. *et al.* Exfoliated MoS2 nanocomposite as an anode material for lithium ion batteries. *Chem. Mater.* **22,** 4522–4524 (2010).

7. Coleman, J. N. *et al.* Two-Dimensional Nanosheets Produced by Liquid Exfoliation of Layered Materials. *Science (80-.).* **331,** 568–571 (2011).
8. Backes, C. *et al.* Edge and confinement effects allow in situ measurement of size and thickness of liquid-exfoliated nanosheets. *Nat. Commun.* **5,** 4576 (2014).
9. Zhang, X., Lai, Z., Tan, C. & Zhang, H. Solution-Processed Two-Dimensional MoS2Nanosheets: Preparation, Hybridization, and Applications. *Angew. Chemie - Int. Ed.* **55,** 8816–8838 (2016).
10. Hernandez, Y. *et al.* High yield production of graphene by liquid phase exfoliation of graphite. *Nat. Nanotechnol.* **3,** 563–8 (2008).
11. Varrla, E. *et al.* Large-scale production of size-controlled MoS2 nanosheets by shear exfoliation. *Chem. Mater.* **27,** 1129–1139 (2015).
12. Biochemistry, D. of C. &. Spectrophotometry: Absorption Measurements & their Application to Quantitative Analysis. *Chem. 111 Lab Intro to Spectrophotometry* 1–8 (2005).
13. Introduction to Molecular Spectroscopy. 1–36 (2010).

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 62–69
ISBN 978-1983445132, © 2017 Patrícia Multáňová

Disociatívny elektrónový záchyt a elektrónová ionizácia biomolekúl

Patrícia Multáňová[1]*
Školiteľ: Peter Papp[1‡]

[1] Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

V prezentovanej práci predstavíme najnovšie výsledky z elektrónmi indukovanej hmotnostnej spektrometrie na biomolekule tetrahydrofurfuryl alkohol – THFA ($C_5H_{10}O_2$). Vybraná vzorka predstavuje modelovú molekulu základných stavebných jednotiek DNA. Experimentálny výskum interagujúceho nízkoenergetického elektrónového zväzku so skúmanou vzorkou bol realizovaný na aparatúre skrížených zväzkov postavenej v minulosti na KEF, FMFI UK v Bratislave [1]. Súčasná práca je zameraná na tvorbu kladných iónov pomocou nárazu elektrónu a následnej ionizácie a disociatívnej ionizácie cieľovej molekuly a taktiež záporných fragmentov, ktoré vznikajú záchytom nízkoenergetického elektrónu a následným disociatívnym záchytom na molekule. Výsledným produktom práce je namerané hmotnostné spektrum molekuly, ktoré predstavuje informáciu o komplexnom disociatívnom mechanizme po náraze elektrónom, ako aj namerané účinné prierezy ionizácie a disociatívnych procesov pri kladných iónoch (menovite 102amu $[C_5H_{10}O_2]^+$, 85amu $[C_5H_9O]^+$, 71amu $[C_4H_7O]^+$,$[C_3H_3O_2]^+$ a 43amu $[C_2H_3O]^+$, $[C_3H_7]^+$). Pri záporne nabitých molekulách je meranie hmotnostných spektier náročnejšie, pretože sú silne závislé na energii zachytávaného elektrónu, nami namerané účinné prierezy pre záporné fragmenty 59amu $[C_3H_7O]^-$, $[C_2H_3O_2]^-$ a 100amu $[C_5H_8O_2]^-$. sú prvýkrát zaznamenané a ešte nepublikované pre THFA.

Kľúčové slová: disociatívny elektrónový záchyt, biomolekuly, ionizácia

1 Úvod

Skúmanie interakcií s biologickou vzorkou stále patrí medzi veľmi aktuálne témy vo svete vedy a techniky. Mnoho popredných autorov sa zaoberalo interakciami práve nízkoenergetických elektrónov s biomolekulami, na základe takýchto pozorovaní mohli dospieť k záveru, že nízkoenergetické elektróny môžu vyvinúť škodu porovnateľnú s rádioaktívnym žiarením. To znamená, že ostreľovaním vzorky môže taktiež dôjsť k rôznym poškodeniam, mutáciám či rekombináciám, presne tak akoby naň pôsobilo β či γ žiarenie. [2] Najväčší dopad pri takýchto poškodeniach je na biomolekuly, ktoré sú reprodukovateľné, a teda sú zdrojom informácie, ktorá sa šíri ďalej. Pre nás takouto nositeľkou genetickej informácie je práve DNA. Keďže výskum priamo na DNA nie je jednoduchý, v tejto práci sa zameriame na modelovú molekulu jednej z jej mnohých stavebných prvkov, a to na tretrahydrofurfuryl alkohol (THFA). Ten je jednoduchším analógom pre deoxyribózu, ktorá zohráva veľmi kľúčovú úlohu v stavbe DNA.

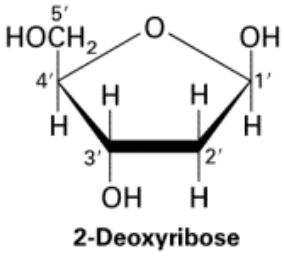
2 Charakteristika skúmanej vzorky

Biomolekuly patria k zlúčeninám nevyhnutým pre život, preto sú prítomné u všetkých živých organizmov. Základnými stavebnými jednotkami sú uhlík s vodíkom, pričom v nich nachádzame aj ďalšie významné prvky ako kyslík, dusík či fosfor a iné. Podľa ich vnútornej stavby a dĺžky väzby ich rozdeľujeme na monoméry a polyméry. Medzi známe monoméry patria v prvom rade aminokyseliny, nukleotidy, rôzne fosfáty či monosacharidy. Samotné bielkoviny, nukleové kyseliny, peptidy a polysacharidy spadajú svojou štruktúrou do skupiny polymérov. Z monomérov pozostáva aj samotná štruktúra deoxyribonukleovej kyseliny známa tiež ako DNA.

2.1 Deoxyribóza a THFA

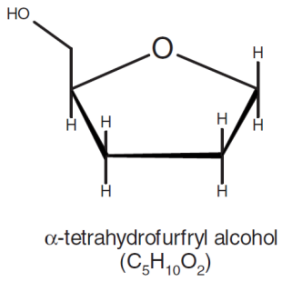
Deoxyribóza je v DNA prítomná ako monosacharid v cyklickej podobe. Zaraďujeme ju medzi aldopentózy, čo znamená, že obsahuje vo svojej štruktúre 5 atómov uhlíka a je tvorená z ôsmych optických izomérov.

* patricia.multanova@gmail.com
‡ papp@fmph.uniba.sk



Obr. 1: Schematická štruktúra deoxyribózy, chemický zápis v tvare $C_5H_{10}O_4$ [3]

Ako skúmanú vzorku v tejto práci sme použili tetrahydrofurfuryl alkohol (THFA) v kvapalnej forme, modelovú moelekulu k deoxyribóze. Pri izbovej teplote je v kvapalnom skupenstve a má dostatočne vysoký tlak nasýtených pár (2,3mmHg = 133Pa) aby sa ľahko vyparovala do vákuového experimentu. Jej výpary boli odsávané rúrkami do aparatúry, a teda naše merania mohli prebiehať už pri izbovej teplote.



Obr. 2: Schematická štruktúra skúmanej biomolekuly TetraHydroFurfuryl Alcohol (THFA,) chemický zápis v tvare $C_5H_{10}O_2$ [4]

THFA je dobre miešateľná s vodou s nízkym zápachom. Nepatrí medzi karcinogénne látky a vyznačuje sa nízkou toxicitou, preto sa používa v poľnohospodárstve, na čistenie povrchov či rôzne nátery alebo aj ako odstraňovač samotných náterov. Je ľahko biologicky rozložiteľná.

Je známe, že nízko-energetické elektróny (< 30 eV) dokážu značne poškodiť dvojzávitnicové vinutie DNA prostredníctvom disociatívneho elektrónového záchytu (DEA)[1] [2]. Sekundárne častice, medzi nimi aj elektróny, sú produkované primárne ionizovanými časticami. Takéto sekundárne častice dokážu mať veľmi ničivý dopad v poškodzovaní biologického materiálu. Ak je DNA vystavená takýmto nízkoenergetickým elektrónom, môže veľmi ľahko dôjsť k tvorbe voľných radikálov. Voľný radikál sa vyznačuje nespáreným elektrónom, čo má za následok nekontrolovateľné menenie štruktúry – mutáciu, ale taktiež môže dochádzať k rôznym rekombináciám či iným nenapraviteľným poškodeniam. V posledných rokoch bol preto veľký dôraz kladený na štúdium procesov, v ktorých interagovali elektróny so stavebnými kameňmi DNA, medzi ktoré zaraďujeme aj našu vyššie spomínanú vzorku THFA.

3 Experimentálna aparatúra

Umiestnenie meracej aparatúry [1] je v laboratóriu hmotnostnej spektrometrie, ktoré sa nachádza na KEF, FMFI UK v Bratislave.

Schematicky možno rozdeliť danú aparatúru na štyri základné časti, a to

1. Výpočtová a riadiaca časť
2. Vákuový systém
3. Napúšťací systém
4. Reakčná časť

Všetky tieto štyri časti zohrávajú veľmi dôležitú úlohu pri vzniku elektrón-biomolekulových interakcií. [5]

3.1 Výpočtová riadiaca časť

Riadiaca časť je zabezpečená riadiacou jednotkou QMS-CU od firmy Balzers (Pfeiffer). Za pomoci ovládacieho programu pod MS Windows je možné meniť tie najzákladnejšie nastavenia meraní, ako je pomer meraných hmotností *m* a nábojov *z* či zadanú rozlišovaciu schopnosť *RES*[2], a zaznamenávať namerané dáta priamo v PC. Ďalšou dôležitou súčasťou meraní je zaznamenávanie závislostí účinných prierezov elektrón molekulových procesov od kinetickej energie elektrónov, celý proces je riadený analógovým/digitálnym prevodníkom, ktorého úlohou je prelaďovať zdroj napätia, aby produkoval urýchľovacie napätie potrebné pre urýchľovanie elektrónov.

3.2 Vákuový systém

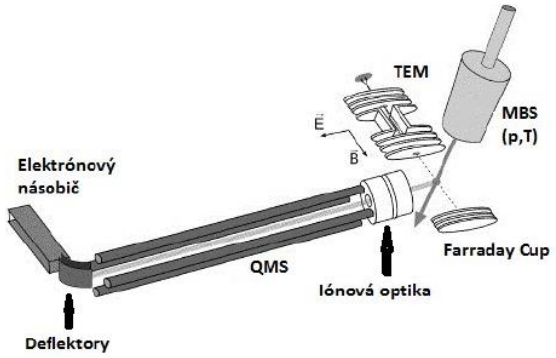
Vákuový systém sa skladá z dvoch častí, a to membránovej pumpy a turbo-molekulárnej výveva (TMV). Membránová pumpa slúži na vytvorenie predvákua o hodnote ~1mbar, následne je možné ďalej odčerpávať vzduch a znižovať tlak v komore pomocou TMV, pomocou ktorej môžeme dosiahnuť až veľmi vysoké vákuum o hodnotách 10^{-8} mbar. Na takto vysoké vákuum sa používa sada lopatiek, ktoré veľmi rýchlo rotujú čím narážajú na molekuly plynu. Následne sú tieto molekuly nasmerované do zbernej časti, z ktorej ich čerpá membránová výveva „suchým“ spôsobom. Vysoké vákuum nám

[1] DEA z ang. Dissociative Electron Attachment

[2] Z ang. resolution - rozlíšenie

zaručuje také podmienky počas meraní, že dochádza ku zrážkam iba jednej častice a jedného elektrónu, nakoľko je za týchto podmienok stredná voľná dráha častíc veľká.

3.3 Reakčná časť



Obr. 3: Schéma reakčnej časti aparatúry – trochoidálny elektrónový monochromátor (TEM), biomolekulový zdroj (MBS), kvadrupólový hmotnostný spektrometer (QMS), zberná anóda (Farraday Cup), iónová optika, deflektory a elektrónový násobič [6].

Ide o najdôležitejšiu a zrejme aj najkomplikovanejšiu časť celého experimentu, v ktorej interagujú elektrónový a molekulový zväzkom v kolmo usporiadaní a produkty sú zaznamenávané na tretej kolmej osi k prvým dvom. Zväzok elektrónov generuje trochoidálny elektrónový monochromátor (TEM) s možnými energiami v rozpätí 0 eV až 120 eV. Skúmaná vzorka sa v plynnej forme dostáva do vákua cez kapiláru a vo forme zväzku interaguje s elektrónmi. Po tejto interakcii sú elektróny odoberané zbernou anódou (Farraday Cup), vďaka ktorej dokážeme potom určiť prislúchajúcu hodnotu elektrónového prúdu. Molekuly, ktoré nekolidovali s elektrónmi sú odčerpané TMV, iba nabité produkty reakcií sú extrahované slabým elektrickým poľom na kvadrupólový monochromátor.

3.3.1 Typy reakcií

Pokiaľ dôjde k odovzdaniu kinetickej energie, a teda k zvýšeniu potenciálnej energie skúmanej molekuly, hovoríme o neelastickom rozptyle. Po náraze môže dôjsť k disociovaniu molekuly, porušeniu väzby medzi atómami

$$XY + e^- \rightarrow X + Y + e^- \quad (1)$$

Ak je energia elektrónu dostatočne vysoká, môže vyraziť elektrón z väzby a zároveň molekulu disociovať, čím vznikne kladný ión. Takýto proces nazývame disociatívna ionizácia. [7] Rozpad na neutrálny a kladný fragment

$$XY + e^- \rightarrow X + Y^+ + 2e^- \quad (2)$$

Niekedy nemusí hneď dôjsť k porušeniu väzby, ale len k vyrazeniu elektrónu, tým sa vytvorí kladný molekulový ión, tento proces voláme ionizácia

$$XY + e^- \rightarrow XY^+ + 2e^- \quad (3)$$

V prípade, že elektrón nemal dostatočne veľkú kinetickú energiu, ktorá by nejakým spôsobom narušila väzbu, môže nastať elektrónový záchyt. Takýmto spôsobom dochádza k uchyteniu sa elektrónu do orbitálu, čím z neutrálnej molekuly vznikne záporne nabitá častica v excitovanom stave Takto nabitá častica je značne nestabilná, pretože sa nachádza v stave, ktorý má omnoho vyššiu energiu. K následnému zníženiu celkovej energie môže dôjsť opätovným emitovaním elektrónu, a to pružným (4), keď energia molekuly zostane nezmenená, alebo nepružným (5) rezonančným rozptylom,keď molekula ostáva v excitovanom stave.

$$XY + e^- \rightarrow (XY^-)^* \rightarrow XY + e^- \quad (4)$$
$$XY + e^- \rightarrow (XY^-)^* \rightarrow (XY)^* + e^- \quad (5)$$

K docieleniu stability nemusí ihneď elektrón opúšťať molekulu. Existujú aj ďalšie spôsoby ako znížiť celkovú energiu. Jedným z nich je vyžiarenie prebytočnej energie vo forme fotónu. Vtedy hovoríme o rádiatívnom záchyte elektrónu

$$XY + e^- \rightarrow (XY^-)^* \rightarrow XY^- + hf \quad (6)$$

V prípade, že bola kinetická energia elektrónu porovnateľne veľká s väzbovou energiou molekuly, môže dôjsť po elektrónovom záchyte aj k jej rozpadu na jeden záporne nabitý fragment a jeden či viacej neutrálnych fragmentov.

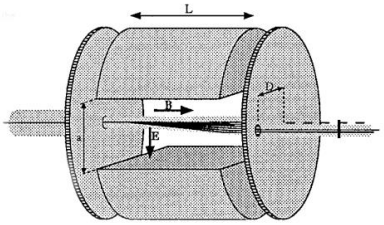
$$XY + e^- \rightarrow (XY^-)^* \rightarrow X + Y^- \quad (7)$$

Pomocou nášho experimentu dokážeme zaznamenávať len kladne, alebo záporne nabité produkty po ionizácii elektrónom (2) a (3) či záchyte elektrónu či disociatívnom záchyte (7).

3.3.2 Trochoidálny elektrónový monochromátor (TEM)

Wolfrámový filament je žhavený na 2,3A vďaka čomu sa v jeho okolí vytvára elektrónový mrak.

Takýto elektrónový mrak je následne formovaný do fokusovaného zväzku pomocou niekoľkých paralelných vzájomne odizlovonaých elektród. Vďaka tzv. plávajúcim potenciálom je možné podľa potreby merania znižovať alebo zvyšovať energiu elektrónov. Skríženie elektrického a magnetického poľa spôsobuje rovnomerný posun elektrónov v jednom smere. Monochromatický elektrónový zväzok sa takto dostáva do interakčnej časti, kde koliduje so zvolenou vzorkou. Následne po interakcii sú elektróny nasmerované na Farraday Cup, ten je pripojený na Ampérmeter, ktorý meria hodnotu prúdu generovaných elektrónov.

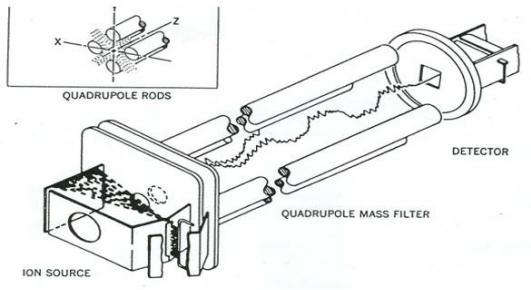


Obr. 4: Trochoidálny elektrónový monochromátor a jeho generovanie elektrónov v praxi [8]

Trochoidálny elektrónový monochromátor je schopný vytvárať elektrónový zväzok s veľmi malou šírkou rozdeľovacej funkcie danú parametrom, ktorým dokážeme určiť plnú šírku píku už v jeho polovičnej výške (z ang. Full Width at Half Maximum, skrátene FWHM). Takýmto spôsobom dostávame dostatočne široký elektrónový zväzok napriek nižším kinetickým energiám elektrónov o hodnote 70 eV. [9]

3.3.3 Kvadrupólový hmotnostný spektrometer

Kvadrupólový hmotnostný spektrometer radíme medzi dynamické hmotnostné spektrometre, ktoré sa vyznačujú časovo premennými poľami, kde dochádza k rozptýleniu jednotlivých iónov podľa ich hmotností. Podstatou kvadrupólového hmotnostného spektrometra je štvorpólové elektrické pole, ktoré sa využíva na separovanie ionizovaných častíc na základe pomeru hmotnosti a ich náboja. Separáciou tak získame hmotnostné spektrum, z ktorého vieme určiť prítomnosť iónov a ich relatívny pomer. Kvadrupólový analyzátor je možné použiť aj na zafixovanie konkrétnej hmotnosti, ktorú bude prepúšťať na detektor, vďaka čomu môžeme merať aj účinné prierezy reakcií prelaďovaním kinetickej energie elektrónov.
Rozlišovacia schopnosť kvadrupólového spektrometra použitého v tejto práci bola určená tzv. parametrom rozlišovacej schopnosti *RES* na základe možných hodnôt 0 až 255, kde 1 predstavovala najlepšiu rozlišovaciu schopnosť, ktorá klesala so zväčšujúcou sa hodnotou. V našich nastaveniach sme boli schopný rozlíšiť 2 hmotnosti od seba, dokonca niekedy aj pol homotnosti.



Obr. 5: Kvadrupólový hmotnostný spektrometer tvorený štyrmi kruhovými tyčami [6]

4 Podmienky experimentu

Našou skúmanou molekulovou vzorkou bol tetrahydrofurfuryl alkohol (THFA) v kvapalnom skupenstve objednaný od firmy Sigma Aldrich, CAS Number 97-99-4. Keďže sa vzorka pomerne dobre odparovala naše merania mohli prebiehať už pri izbovej teplote, rúrky napúštacieho systému sme však vyhrievali až na 60-70°C aby sme predišli kondenzácii na stenách. V prívodových trubiciach sme tak udržiavali tlak v rozpätí 3,5 až 4 Pa. V kolidujúcej komore, kde meranie prebiehalo, bol stály tlak na úrovni 10^{-8} mbar, čo môžeme považovať za veľmi dobré vákuum. Každému meraniu jednotlivých fragmentov či už kladných alebo záporných predchádzala kalibrácia. Na kalibrovanie sme použili dva plyny v závislosti od toho o ako nabité fragmenty sa jednalo. Na kalibráciu pre kladne nabité ióny bol použitý Argón s hmotnosťou 40amu, jeho prvým ionizačným prahom je známa hodnota 15.759 ± 0.001 eV [10], vďaka ktorej je možné získať škálovací koeficient na základe rozdielu medzi známou a nameranou prahovou energiou ionizácie. Pre záporne nabité fragmenty bol použitý kalibračný plyn SF_6, ktorý je schopný viazať elektrón už pri minimálnej energii v okolí 0 eV.

5 Namerané fragmenty

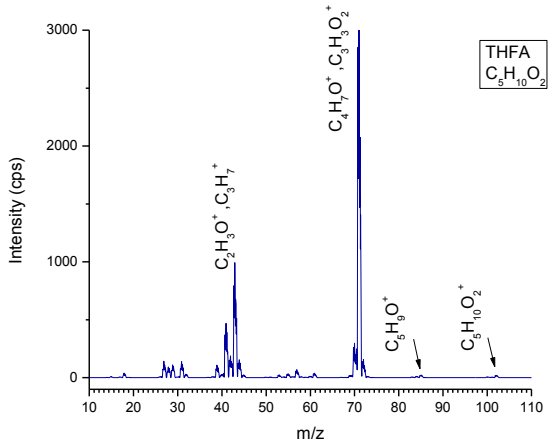
5.1 Kladné fragmenty

Pri meraní hmotnostného spektra kladných fragmentov sme použili stálu energiu elektrónov o hodnote 70 eV, ktorá prdstavuje maximálnu hodnotu účinného prierezu väčšiny ionizačných reakcií. Prelaďovaním hmotnostného spektrometra sme zaznamenali všetky ióny, ktoré sa môžu tvoriť

zrážkou elektrónu a THFA. Z takto nameraného spektra sme potom určili výskyt iónov s hmotnostnými hodnotami 71amu $[C_4H_7O]^+$,$[C_3H_3O_2]^+$, 43amu $[C_2H_3O]^+$, $[C_3H_7]^+$, 85amu $[C_5H_9O]^+$ a 102amu $[C_5H_{10}O_2]^+$, ktorý patril materskej molekule.

m/q	Reakcie a vzniknuté fragmenty
102 amu	$THFA + e^- \rightarrow THFA^+ + 2e^-$
71 amu	$THFA^+ + e^- \rightarrow C_4H_7O^+ + CH_2OH^* + 2e^-$

Z hľadiska ich intenzity sa veľmi výraznými píkmi javia aj hodnoty o hmotnosti 31amu a 41amu, ktoré sme však nepremeriavali, pretože už boli namerané Milosavljevičom a spol. v roku 2010 [4]. Sústredili sa však obzvlášť na kladné ióny, z toho dôvodu sme mohli urobiť krátke porovnanie hmotnostných spektier a nami nameraných energetických skenov, zároveň sme sa pokúsili o nameranie aj záporných fragmentov, ktoré doteraz neboli publikované.

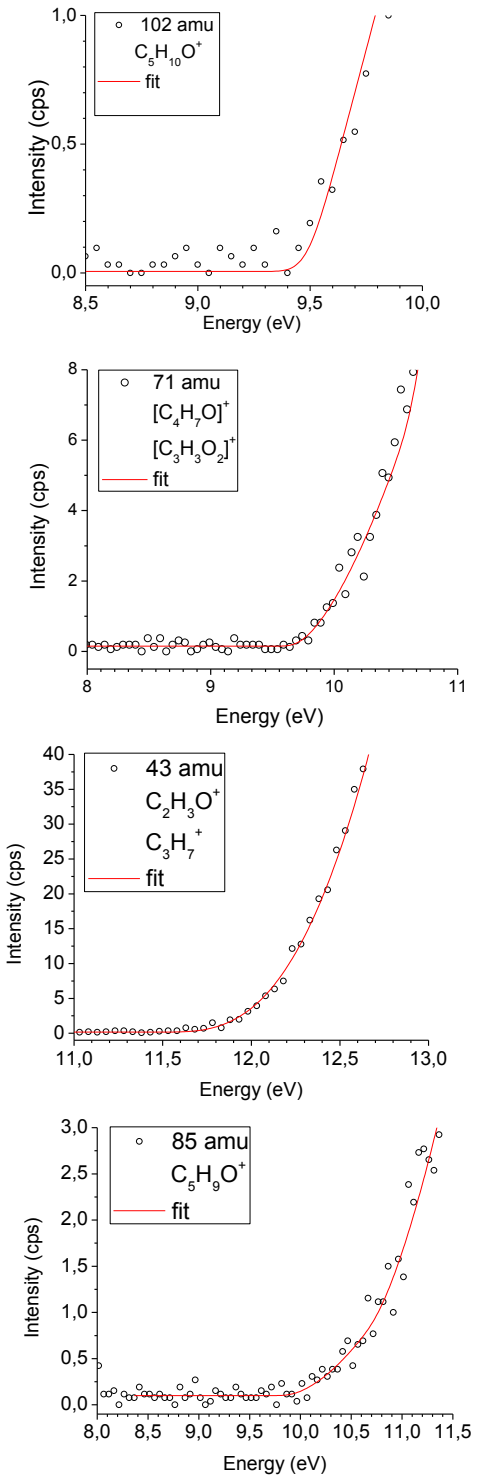


Obr. 6: ***Hmotnostné spektrum katiónov THFA pri stálej energii 70eV.***

Zafixovaním hmotnostného analyzátora na vybranej hmotnosti, ktorú sme identifikolvali zo spektra, sme preľaďovaním energie na TEM namerali účinné prierezy jednotlivých fragmentačných reakcií (graf ionizačnej energie) Takýto graf nám potom pomôže určiť najnižšiu možnú energetickú hodnotu elektrónov, ktoré sú ešte schopné detegovateľný fragment vytvoriť. Na základe rozdielov energií vieme potom určiť silu väzbu..
Namerané dáta boli spracované metódou najmenších štvorcov a fitované pomocou Wanierovej formuly

$$I(U,p,s) = \int_0^{\infty} \sigma_{\omega}(E,p).f(E,U)dE + s$$

Kde s predstavuje pozadie signálu a σ_{ω} je účinný prierez na prahu ionizácie. [1]
Nameraná ionizačná energie pre THFA mala hodnotu 9,489 eV, na základe ktorej sa vytvoril kladný ión $THFA^+$



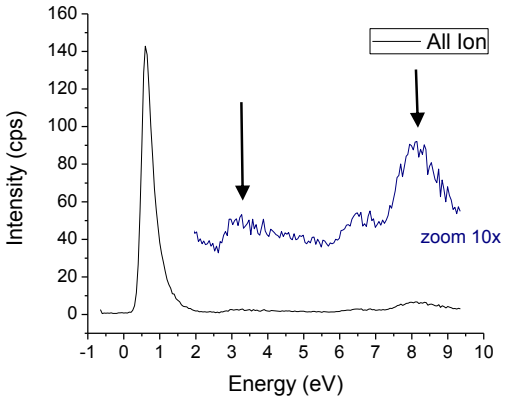
Obr. 7-10: Grafy nami nameraných kladných iónov pre hodnoty 102amu, 71amu,43amu a 85amu.

m/q [amu]	AE [eV]	AE' [eV]	Typ fragmentu
102	9,489	9,43	$[C_5H_{10}O_2]^+$
85	9,482	_____	$[C_5H_9O]^+$
71	9,659	9,574	$[C_4H_7O]^+$ $[C_3H_3O_2]^+$
43	11,563	11,52	$[C_2H_3O]^+$ $[C_3H_7]^+$

Tab. 1: Porovnanie hodnôt nami nameraných ionizačných prahov AE už s publikovanými hodnotami AE' [4].

5.2 Záporné fragmenty

Tvorba záporných fragmentov je o čosi komplikovanejšia v porovnaní s tvorbou kladných iónov. Kým u kladných iónov je treba dosiahnuť minimálnu energiu potrebnú na ionizáciu molekuly a so zvyšujúcou sa kinetickou energiou signál rastie, u záporných iónov je proces tvorby rezonančný čo znamená, že je charakterizovaný nejakým prahom, maximom píku, ktorý potom zaniká. [11] Poloha tohto píku súvisí s tým, ako ďaleko sa od seba energeticky nachádzajú neutrálna molekula v základnom stave a iónový ekvivalent. Tu sa nám podarilo vidieť na hmotnostnom spektre len tri výrazné fragmenty, menovite 15amu $[CH_3]^-$, 59amu $[C_3H_7O]^-$ a/alebo $[C_2H_3O_2]^-$ a 100amu $[C_5H_8O_2]^-$. Pričom energetický sken sme dokázali urobiť len pre dva z nich, pretože 15amu bol už príliš slabý.

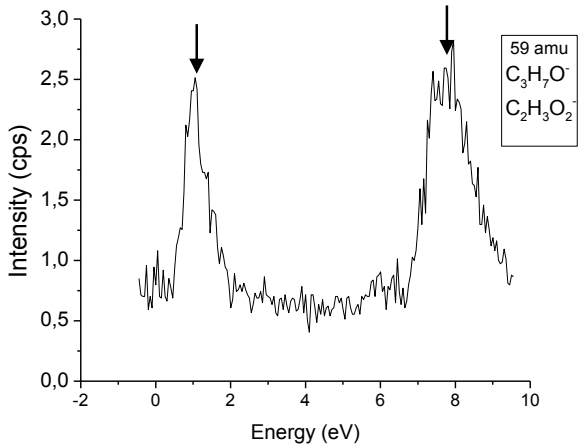


Obr. 11: Zachytené energetické spektrum všetkých tvoriacich sa záporných iónov pri vypnutej hmotnostnej rozlišovacej schopnosti.

Premeraním celého spektra pri vypnutej hmotnostnej rozlišovacej schopnosti dostaneme sumu všetký záporných iónov, ktoré sa pre THFA tvoria. Takto sme zistili polohu jednotlivých rezonancií, najvyššia intenzita tvorby záporných iónov je v okolí nuly a taktiež v intervale 6-8eV, dalšie 2 rezonancie sa nachádzajú pri 2,21 eV a 5,42 eV. V danom rozmedzí sa nachádzajú prevažne dočasné záporné ióny, ktoré sa vyznačujú krátkou živnosťou (TNI). Doba života, po ktorej sa TNI rozpadne na stabilnejší systém, je určená samotnou molekulou a jej stavom. Zachytený elektrón sa môže nachádzať v jednom z prázdnych orbitálov - jednočasticová rezonancia. Pri dostatočne vysokej kinetickej energii elektrónu dochádza okrem záchytu aj k excitacii jedného z elektrónov, pričom oba elektróny môžu obsadiť predtým neobsadený virtuálny molekulový orbitál – dvojčasticová rezonancia alebo aj core excited. [12]
Vďaka identifikácií polôh všetkých rezonancií sme sa mohli nastaviť na presnú energiu odpovedajúcu konkrétnej rezonancii a zistiť konkrétne hmotnosti patričných iónov. Hľadané hmotnosti sme určovali v možnom rozmedzí 10-110amu pri čo najlepšej nastavenej hmotnostnej rozlišovacej schopnosti aby sme rozlíšili 2 hmotnosti od seba ale nestratili úplne signál, pretože so zlepšovaním RES intezita signálu výrazne klesá aj niekoľko rádov.

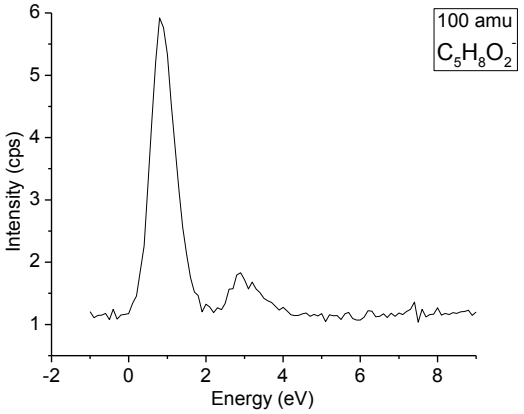
Na grafe obr. č.11 môžeme vidieť jeden veľmi výrazný pík blízko 0 eV, ktorému sme v hmotnostnom spekre priradili ión najprv o hodnote 59amu. K tejto hmotnosti dokážeme priradiť až dva možné záporné fragmenty, a to $[C_3H_7O]^-$ a $[C_2H_3O_2]^-$. Po identifikácii hmotnosti iónového fragmentu sme znovu uskutočnili energetický sken ale už s vysokou hmotnostnou rozlišovačkou, aby sme mali istotu, že nameraný účinný prierez odpovedá len tomu fragmentu po DEA na THFA.

Meraním energetického skenu zvolenej hmotnosti sme zistili, že hodnote 59amu prislúchajú aj dve možné energetické hodnoty. Daný fragment je schopný sa vytvoriť už pri veľmi nízkej energii s hodnotou 1,05 eV priamo záchytom elektrónu dovoľného molekulového orbitálu a taktiež pri hodnote 7,96 eV, pri tomto záchyte je molekula súčastne aj elektronicky excitovaná. V jeho energetickom spektre je taktiež možné vidieť aj slabý príspevok od kanálu, ktorý sa otvára na energii ~5.9 eV, taktiež core excited.



Obr. 12: Energetické spektrum záporného fragmentu 59amu.

Ďalej sa nám podarilo namerať energetický profil tvorby záporného iónu s hmotnosťou 100amu, ktorý vzniká disociáciou 2 atómov vodíka z prechodného iónu $THFA^-$. Disociácia atómu vodíka je najbežnejší DEA proces pokiaľ molekula obsahuje OH skupiny, pretože extra elektrón sa môže zachytiť na tejto skupine a následne spôsobí disociáciu H [7]. Ostreľovaním meranej vzorky nízkoenergetickými elektrónmi sme predpokladali, že tento kanál môže byť viditeľný aj vprípade THFA pokiaľ má vzniknutý fragment pozitívnu elektrónovú afinitu (schopnosť viazať elektrón navyše). Preto sme premeriavali oblasť v okolí hmotnostných hodnôt 95-105amu so zlepšovaním rozlišovacej schopnosti, až sme identifikovali aniónový fragment THFA-2H. Tu sme mohli vidieť hneď prvý najvýraznejší pík o hodnote 0,8eV, čím sa náš predpoklad potvrdil, pretože strata atómu vodíka je zvyčajne doprevádzaná existenciou nízkoenergetickej takzvanej single particle rezonancie. Ďalší možný kanál, ktorým tento proces môže prebiehať sa nachádza na energii nad ~2.8 eV.



Obr. 13: Energetické spektrum záporného fragmentu 100amu.

m/q [amu]	RMax [eV]	RMax 2 [eV]	Typ fragmentu
100	0,8	_____	$[C_5H_8O_2]^-$
59	1,048	7,955	$[C_3H_7O]$, $[C_2H_3O_2]^-$

Tab. 2: Rezonančné maximá záporne nabitých fragmentov.

6 Záver

Hlavným cieľom našej práce bolo zoznámenie sa s problematikou hmotnostnej spektroskopie vzhľadom na jej široké využitie v praxi. Kľúčovým aspektom bolo spoznanie experimentálnej aparatúry na meranie kladných a záporných fragmentov. Na toto meranie nám poslúžila vzorka $C_5H_{10}O_2$, ktorej celková hmotnosť bola 102amu, pre kotrú sme v prvom štádiu práce mohli uskutočniť porovnanie nameraných dát z kladných spektier už so známymi, pulikovanými. Podarilo sa nám určiť jeden nový kladný ión s hodnotou 85amu $[C_5H_9O]^+$. Výraznejší prínos práce spočíval v identifikácii niekoľkých záporných fragmentov. Tu sa nám podarilo nájsť dva o hodnote 59amu ($[C_3H_7O]^-$ a/alebo $[C_2H_3O_2]^-$, určiť o ktorý z nich sa jedná priamo z experimentu nie je možné) a 100amu, ktorému sme priradili $[C_5H_8O_2]^-$. Vzhľadom k tomu, že hmotnostná spektroskopia nám neumožňuje vidieť aj tvar vytvorených fragmentov, výslednú štruktúru nedokážeme presne určiť, ako ani ktoré atómy vodíka sú presne disociované.

Pri meraní kladných iónov sme namerali hmotnostný sken jednotlivých hmotností molekúl, ktoré sa v jadre aparatúre tvorili. Najvýraznejším hodnotám sme mohli potom namerať aj energetické skeny, a teda určiť presnejšiu energiu, pri ktorej sa daný ión dokázal vytvoriť. Porovnávali sme tri namerané kladné fragmenty, a to 71amu, 43amu a 102amu, s už nameranými hodnotami z roku 2010. Vyhodnotením jednotlivých hodnôt sme získali obdobné výsledky, preto môžeme povedať, že naše meranie bolo úspešné.

Poďakovanie

Touto cestou by som sa chcela poďakovať školiteľovi RNDr. Petrovi Pappovi, PhD. za pripomienky a odborné vedenie pri vypracovaní práce.

Literatúra

[1] STANO, M., MATEJČÍK, S., SKALNÝ, J.D., MIRK, T.D., Journal of Physics B-Atomic Molecular and Optical Physics 2003, 36, 261-271.

[2] SANCHE, L., Resonant Formation of DNA Strand Breaks by Low-Energy (3 to 20 eV) Electrons, 2000. VOL 287, Science, www.sciencemag.org, str.1658-1660

[3] ENCYCLOPEDIA OF SCIENCE *[online]* http://www.daviddarling.info/encyclopedia/ETEmain.html [cit. 06.04.2017]. Dostupné na internete: < http://www.daviddarling.info/encyclopedia/D/deoxyribose.html >

[4] MILOSAVLJEVIĆ, A.R, KOČIŠEK, J., PAPP, P., a.i., 2010. *Electron impact ionization of furanose alcohols* in The journal of chemical physics. 132 .vyd. 2010 s 104308

[5] MOORE, J. H., DAVIS, Ch. C., et all. Building Scientific Apparatus: A Particular Guide to Desigh and Construction. Fourth edition. Cambridge university press, Cambridge:2009. ISBN 978-0-521-87858-6

[6] LABORATORY OF ELECTRON, ION AND PLASMA PHYSICS *[online]* www.neon.dpp.fmph.uniba.sk [cit. 11.01.2017]. Dostupné na internete: <http://neon.dpp.fmph.uniba.sk/workgroup/media/documents/ms_eo.zip>

[7] ILLENBERGER, E. a MOMIGNY, J. Gaseous Molecular Ions: An introduction to elementary processes induced by ionization. New York : Springer, 1992. ISSN 0941-2646.

[8] HAL ARCHIVES-OUVERTES *[online]* www.hal.archives-ouvertes.fr [cit. 11.01.2017]. Dostupné na internete: <https://hal.archives-ouvertes.fr/jpa-00253980/document>

[9] STAMATOVIC, A., SCHULZ, G. J., Characteristics of the Trochoidal Electron Monochromator, Rev. Sci. Instrum. 1970, str.423-427

[10] NIST: NIST WebBook chemie *[online]* www.webbook.nist.gov/chemistry/ [cit.05.04.2017]. Dostupné na internete: http://webbook.nist.gov/chemistry/

[11] PAPP, P., URBAN, J., MATEJČÍK, Š., a.i,. 2006, *Dissociative electron attachment to gas phase valine: A combined experimental and theoretical study,* The Journal of Chemical Physics 125, 204301

[12] ARUMAINYAGA, CH.R., Low energy electron-induced reactions in condensed matter, Surface Science Reports 65 (2010) 1–44

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 70–74
ISBN 978-1983445132, © 2017 Dušan Mészáros

Porovnanie elektrónových záchytov molekúl C4F8 a C3F8.

Dušan Mészáros[1]*
Školiteľ: Peter Papp[1‡]

[1] Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Interakcie elektrónov s molekulami patria k elementárnym procesom v plazme a v plazmových technológiách, z toho dôvodu aj k pomerne často študovaným problematikám. Medzi významné procesy patria interakcie nízkoenergetických elektrónov (s kinetickou energiou od 0 do niekoľko desiatok eV) s molekulami. Experimentálne zariadenie určené na štúdium takýchto procesov, ktoré je inštalované na KEF, FMFI UK, je založené na princípe skrížených zväzkov elektrón/molekula vo vysokom vákuu. V reakčnej komore sa zväzok molekúl križuje s elektrónovým lúčom vytvoreným trochoidálnym elektrónovým monochromátorom, pomocou ktorého dokážeme vyprodukovať úzky zväzok elektrónov s dobre definovanou kinetickou energiou. Vďaka tomu dokážeme pomocou tohto experimentu určiť energetickú bilanciu elektrónových záchytov a s nimi súvisiacou disociáciou molekuly. Produkty týchto reakcií sú analyzované pomocou kvadrupólového hmotnostného analyzátora.

V predkladanej práci sa venujeme záchytu elektrónov na molekulách C_4F_8 a C_3F_8. Motivácia spočíva v ich použití pri DRIE (Deep Reactive-Ion Etching) naprašovacej technológii, ide o niekoľko stupňový proces, pri ktorom sa strieda leptanie povrchu plazmou a depozícia tenkej pasivačnej vrstvy. Očakávame podobné procesy pri záchyte elektrónov v dôsledku ich podobnosti.

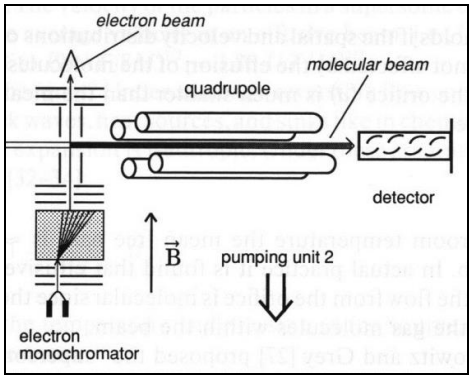
Oktafluorocyklobután (C_4F_8) je podobný cyklobutánu, ale keďže patrí do skupiny fluorocarbónov, všetky C-H väzby sa nahradili C-F väzbami. Jeho výhoda spočíva v stabilite pri vysokých teplotách. Oktafluoropropán (C_3F_8) tiež patrí do skupiny fluorocarbónov, má zalomenú štruktúru CF_3-CF_2-CF_3. Svojimi elektrickými vlastnosťami sa podobajú na fluorid sírový (SF_6), t. j. majú dobré dielektrické vlastnosti. Obe molekuly sa používajú pri procese hlbokého leptania reaktívnymi iónmi DRIE kremíka.

V našich spektrách sme zaznamenali 3 spoločné fragmenty pre obe merané molekuly, a to F^-, CF_3^-, $C_2F_5^-$. Pre C_3F_8 sme namerali aj $C_3F_7^-$ a pre C_4F_8: F_2^-, CF_2^-, $C_2F_3^-$, $C_3F_5^-$, $C_4F_7^-$, $C_4F_8^-$.

Kľúčové slová: elektrónový záchyt, oktafluorocyklobután, C_4F_8, octafluoropropán, C_3F_8

1 Experiment

Experimentálne zariadenie inštalované na KEF, FMFI UK [Ingolfsson et al., 1996] je schematicky zobrazené na Obr. 1. V reakčnej komore molekulový lúč koliduje s elektrónovým lúčom generovaným trochoidálnym elektrónovým monochromátorom (elektron monochromator) [Stamatovic and Schulz, 1970]. Ten je na Obr. 1 zobrazený ako sústava navzájom odizolovaných elektród s malými otvormi v strede každej elektródy, pomocou ktorých vieme vytvoriť dobre definovaný monochromatický elektrónový lúč.



Obr. 1: Schéma experimentálneho zariadenia [Illenberger and Momigny, 1992].

Rozlišovacia schopnosť elektrónového lúča je šírka intervalu, v ktorom sa nachádzajú energie elektrónov daného lúča. Zisťuje sa pomocou elektrónového záchytu na molekule SF_6 už pri energii elektrónov 0 eV a tomu odpovedajúci rezonančný pík by mal byť v ideálnom prípade podobný delta funkcii v nule. V experimentoch je nepravdepodobné dostať tento tvar, preto má väčšinou tvar gaussovej krivky, následne zo šírky píku v polovičnej výške (FWHM) sa dá určiť energetický interval zachytávaných elektrónov. Pri našich experimentoch sme spomínaný záchyt robili priebežne a na základe meraní sme stanovili šírku intervalu energií elektrónov na 280 meV.

Pri strete molekulového a elektrónového lúča môže dôjsť k elektrónovému záchytu a k následnej

* meszaros44@uniba.sk
‡ papp@neon.dpp.fmph.uniba.sk

disociácii pokiaľ majú elektróny dostatočnú energiu. Vo všeobecnosti môžeme tieto procesy zapísať nasledovne:

$$M + e^- \rightarrow M^-$$
$$\rightarrow (M\text{-}X)^- + X$$
$$\rightarrow (M\text{-}X)^- + X^+ + e^-$$

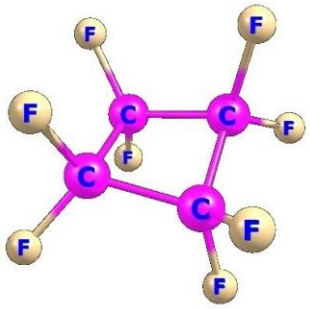
kde M reprezentuje molekulu, X neutrálny fragment a e^- elektrón, následne M^- predstavuje molekulový anión, zvyčajne však dočasný, $(M\text{-}X)^-$ jeho fragment, ktorý vzniká disociáciou M-X väzby.

Záporné fragmenty sú potom extrahované slabým elektrickým poľom do kvadrupólového hmotnostného analyzátora (quadrupole), ktorý je na Obr. 1 znázornený štyrmi rovnobežnými tyčami a je zakončený elektrónovým násobičom signálu, v našom prípade channeltron-om (detector). Pomocou kvadrupólového hmotnostného analyzátora dokážeme vyselektovať záporný fragment s určeným pomerom jeho hmotnosti a náboja označovaný m/z.

Experimentálne zariadenie dokáže pracovať v dvoch módoch. Prvý mód pozostáva zo zafixovanej energie elektrónov a mení sa m/z na kvadrupólovom hmotnostnom analyzátore, takto získame hmotnostné spektrum pre danú energiu, pokiaľ poznáme presne energiu vznikajúceho záporného iónu, nakoľko vznik záporných iónov je proces rezonančný a teda závislý od energie nalietavajúceho elektrónu. Druhý mód spočíva v zafixovanom m/z na kvadrupóle a mení sa energia elektrónov, týmto spôsobom sa dajú merať účinné prierezy reakcií znázornené na Obr. 4-16.

2 Prehľad molekúl a výsledky

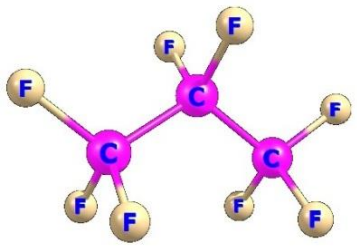
2.1 C_4F_8 a C_3F_8



Obr. 2: Schéma oktafluorocyklobutánu C_4F_8

Využitie C_4F_8 ako možná náhrada fluoridu sírového SF_6 spočíva v jeho dielektrických vlastnostiach. C_4F_8 je výrazne elektronegatívny plyn s veľkou molárnou hmotnosťou 200.04 g/mol. V elektrickom poli má C_4F_8 schopnosť zachytávať elektróny, čím vzniknú záporne nabité ióny, ktoré vďaka svojej hmotnosti majú malú pohyblivosť. Vo svojom okolí vytvárajú záporne nabité ióny stabilný priestorový náboj, elektrické pole sa postupne mení na homogénne a zabraňuje tak vytváraniu vodivostných dráh elektrónov [Blodgett, 1959]. Vďaka tomu sa používa pri DRIE (Deep Reactive-Ion Etching) naprašovacej technológii, ide o niekoľko stupňový proces, pri ktorom sa strieda leptanie povrchu kremíka plazmou a depozícia tenkej pasivačnej vrstvy. Pri leptaní sa používa plazma generovaná v zmesi SF_6 a Ar, pri ktorej vznikajú ióny fluóru, ktoré bombardujú povrch kremíka, následne s ním zreagujú a vytvoria plynný SiF_4, ktorý sa difúziou odstráni z povrchu. Leptacia fáza trvá niekoľko sekúnd. Nasleduje fáza depozície, kde sa v plazme C_4F_8 a Ar vytvorí tenká ochranná vrstva plazmového polyméru na báze Teflónu, ktorá chráni povrch na miestach, kde je leptanie nežiadúce. Tým sa zabezpečí, aby leptanie prebiehalo len v kolmom smere na povrch kremíka [Learmer, 1996].

Oktafluoropropán má zalomenú štruktúru ako je znázornené na Obr. 3. Na základe podobných elektrických vlastností s C_4F_8, s molárnou hmotnosťou 188.02 g/mol sa môže použiť ako náhrada pri spomínanej DRIE technológii.



Obr. 3: Schéma oktafluoropropánu C_3F_8

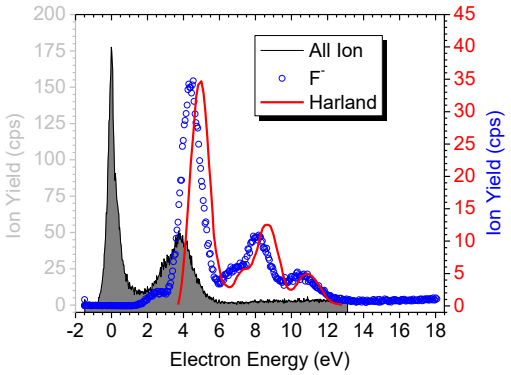
2.2 Disociatívny elektrónový záchyt na C_4F_8 a C_3F_8

Na identifikáciu energií rezonancií, pri ktorých vznikajú záporné ióny záchytom a disociatívnym záchytom na molekulu, sa v provom rade uskutočňujú takzvané *All Ion* skeny. Energetické spektrum sa meria vypnutím hmotnostnej rozlišovacej schopnosti, a teda na detektor dopadali všetky ióny, ktoré sa tvorili pri aktuálnej energii elektrónov. Pre každú viditeľnú rezonanciu v spektre sme uskutočnili hmotnostný sken a identifikovali sme jednotlivé ióny pre C_4F_8: F^- (19 amu), F_2^- (38 amu), CF_2^- (50 amu), CF_3^- (69 amu), $C_2F_3^-$ (81 amu), $C_2F_5^-$ (119 amu), $C_3F_5^-$ (131 amu), $C_4F_7^-$ (181 amu) a materský ión $C_4F_8^-$ (200 amu). Ich účinné prierezy sme v nasledujúcich grafoch porovnali s *All Ion* spektrom a s výsledkami z článku P. W. Harlanda a J. C. J. Thynne-a [Harland and Thynne, 1972], ktorý robili podobný experiment s našim. Rovnako aj pre C_3F_8 sme naše výsledky najprv porovnávali s nameraným *All Ion* spektrom a po identifikácii hmotností jednotlivých

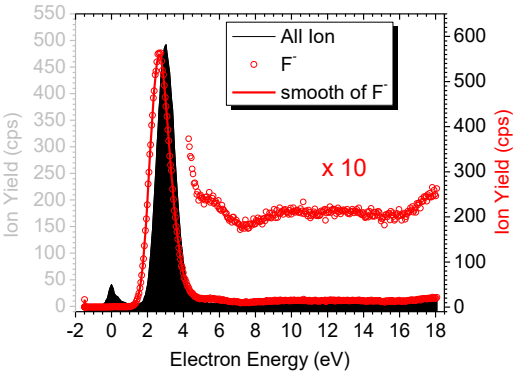
produktov sme ich jednotlivé energetické skeny precízne premerali s dostatočnou hmotnostnou rozlišovacou schopnosťou s prihliadnutím na intenzitu signálu. Pre C_3F_8 sa nám podarilo namerať 4 fragmenty: F^- (19 amu), CF_3^- (69 amu), $C_2F_5^-$ (119), $C_3F_7^-$ (169 amu).

2.3 Vznik F^- pre C_4F_8 a C_3F_8

Prvý zo spoločných iónov pre obe molekuly je atomárne F^-, no hneď na prvý pohľad je možné pozorovať niekoľko zásadných rozdielov pri tvorbe tohto iónu. Kým pre C_3F_8 je tento ión najintenzívneší, pre C_4F_8 patrí k prominentnejším iónom ale je zhruba trikrát slabší ako materský ión. Pre C_4F_8 dokážeme identifikovať až 5 rezonancií postupne pri 2,5 eV, 4,45 eV, 6,78 eV, 8,03 eV a 10,5 eV. Naopak pre C_3F_8 má F^- silnú rezonanciu už pri 2,68 eV, slabšie rozoznateľnú pri 5,39 eV, a len s ťažkosťami identifikovateľné rezonancie už na úrovni šumu pri ~10 eV a ~13 eV. Z porovnania tvorby tohto iónu môžeme usúdiť, že kým takzvaná *single particle* rezonancia (priamy záchyt elektrónu do voľného orbitálu) pri ~2,5 eV je v prípade C_3F_8 dominantný kanál a energeticky vyššie takzvané *core excited* rezonancie (záchyt elektrónu doprevádzaný elektrónovou excitáciou fragmentu) sú slabé, pre C_4F_8 je dominantný práce *core excited kanál* pri 4.45 eV.



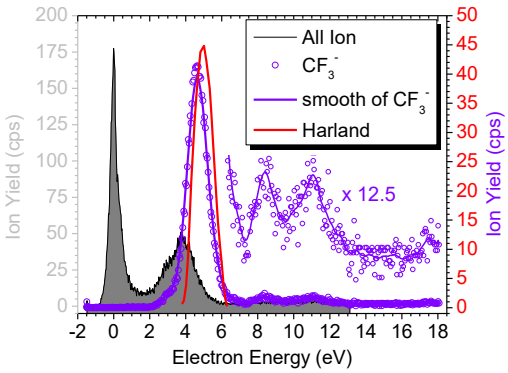
Obr. 4: F^- verzus All Ion pre C_4F_8



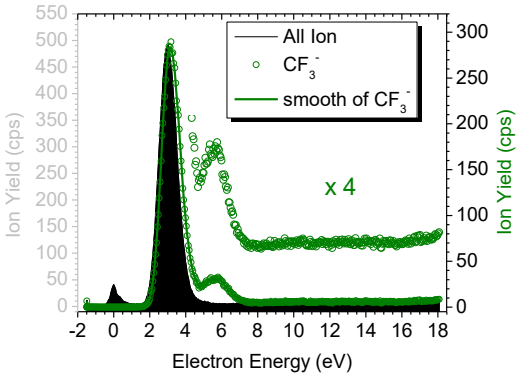
Obr. 5: F^- verzus All Ion pre C_3F_8

2.4 Vznik CF_3^- pre C_4F_8 a C_3F_8

Tvorba tohoto iónu má podobné črty ako tvorba F^-, v prvom rade v oboch prípadoch ide o silné produkty disociatívneho záchytu elektrónu. Kým v C_3F_8 môže vznikať priamo disociáciou C-C väzby, v C_4F_8 je treba disociovať až 2 C-C väzby a navyše musí vzniknúť aj nová C-F väzba. Charakteristická silná rezonancia pri 3,13 eV v C_3F_8 je slabo rozoznateľná aj na začiatku hlavnej rezonancie pri 4,64 eV v C_4F_8. Táto naopak zaniká až niekde nad 7 eV a teda zahrňuje v sebe zrejme aj rezonanciu viditeľnú z C_3F_8 pri 5,79 eV. Spektrum CF_3^- z C_4F_8 má navyše ďalšie dve *core* excited rezonancie pri energiách 8,37 eV a 11,22 eV.



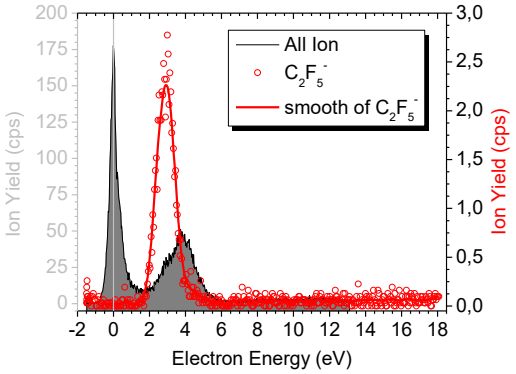
Obr. 6: CF_3^- verzus All Ion pre C_4F_8



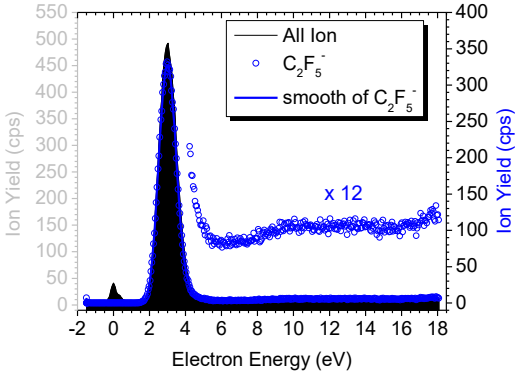
Obr. 7: CF_3^- verzus All Ion pre C_3F_8

2.5 Vznik $C_2F_5^-$ pre C_4F_8 a C_3F_8

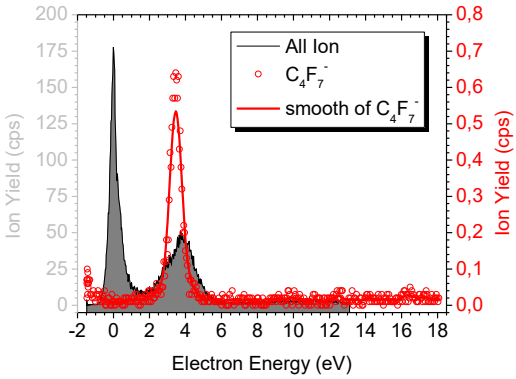
Tento ión vykazuje rovnaký charakter tvorby z oboch molekúl, cez nízkoenergetický kanál pri zhruba 2,93 eV a 2,98 eV. Kým v prípade C_3F_8 ide o konkurenčný kanál k tvorbe CF_3^- a teda disociáciou jednej C-C väzby, tak v prípade C_4F_8 musí dôjsť opäť k disociácii dvoch C-C väzieb a k vzniku jednej C-F väzby. V C_3F_8 fragmente sa javia ďalšie rezonancia okolo 10 eV a následne možno aj okolo 14 eV avšak nie sú jednoznačne identifikovateľné.



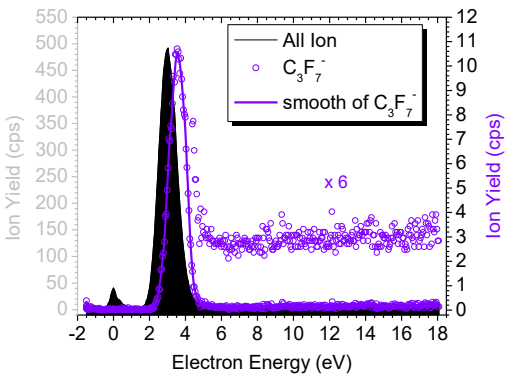
Obr. 8: $C_2F_5^-$ verzus All Ion pre C_4F_8



Obr. 9: $C_2F_5^-$ verzus All Ion pre C_3F_8



Obr. 10: $C_4F_7^-$ verzus All Ion pre C_4F_8



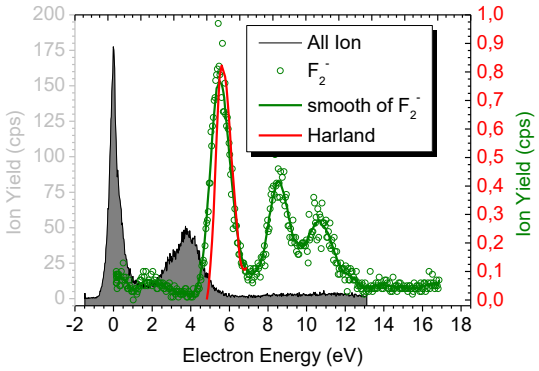
Obr. 11: $C_3F_7^-$ verzus All Ion pre C_3F_8

2.6 Vznik $C_4F_7^-$ z C_4F_8 a $C_3F_7^-$ z C_3F_8

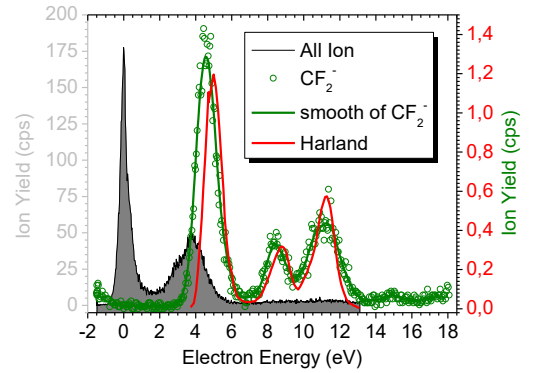
Spoločnou črtou týchto rôznych fragmentov je ich spôsob akým vznikajú. Ide o konkurenčný proces ku formovaniu F^- iónu, pretože oba tieto ióny vznikajú disociáciou jednej C-F väzby za vzniku $C_4F_7^-$ z C_4F_8 a $C_3F_7^-$ z C_3F_8. Navyše je poloha, tvar a šírka oboch nameraných rezonancií veľmi podobná, pri 3,45 eV a 3,54 eV. V oboch spektrách už nie sú viditeľné ďalšie rezonancie.

2.7 Zvyšné fragmenty z C_4F_8

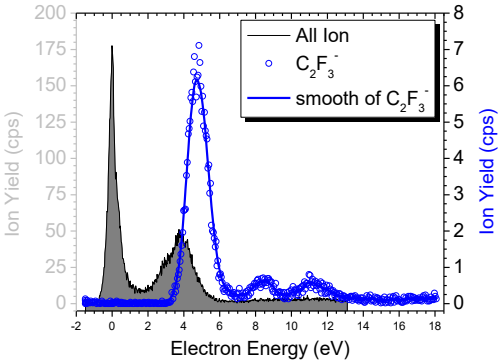
Všetky ostatné fragmenty ako už bolo spomenuté boli namerané len pre C_4F_8. Prvé 3 z nich vykazujú takmer identický charakter tvorby, dominantnou rezonanciou niekde od 4,5 až 4,7 eV, ktorá je sprevádzaná dvomi slabšími ale jednoznačne identifikovateľnými rezonanciami na ~8,5 eV a ~11 eV, líšia sa len pomerom intenzít týchto slabších rezonancií. Okrem CF_2^- zvyšné dva fragmenty F_2^- a $C_2F_3^-$ opäť nevznikajú len priamou disociáciou jednej či dvoch väzieb. Posledný nameraný fragment má dominantnú rezonanciu pri nižšej energii ako predošlé tri, a to pri 3,99 eV, a dve slabšie rezonancie pri 2 eV a 8 eV. Navyše tento ión je konkurenčným ku tvorbe iónu CF_3^- podobne ako aj vyššie spomínaný $C_2F_3^-$ ku $C_2F_5^-$.



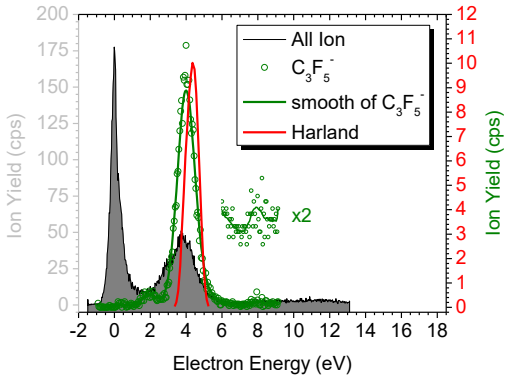
Obr. 12: F_2^- verzus All Ion pre C_4F_8



Obr. 13: CF_2^- verzus All Ion pre C_4F_8



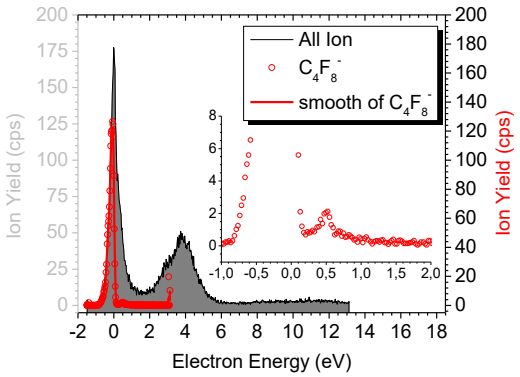
Obr. 14: $C_2F_3^-$ verzus All Ion pre C_4F_8



Obr. 15: $C_3F_5^-$ verzus All Ion pre C_4F_8

2.8 Materský ión $C_4F_8^-$

Na záver uvádzame posledný ión, ktorým je materský $C_4F_8^-$ a je natoľko stabilný, že prežil dobu letu až na detektor a je najinteznívnejším produktom pri záchyte elektrónu na C_4F_8. Z Obr. 11 je možné vidieť spomínanú podobnosť SF_6, a to silný záchyt elektrónov na molekulu pri 0 eV kinetickej energii nalietavajúcich elektrónov. Je však vidno aj náznak slabšej rezonancie pri energii 0,49 eV.



Obr. 16: $C_4F_8^-$ verzus All Ion pre C_4F_8

Záver

Z Obr. 3-16 je zjavné, že pri oboch experimentoch, sa nám podarilo namerať 3 rovnaké fragmenty, a to F^-, CF_3^-, $C_2F_3^-$. Pričom z rezonančných energií je vidieť, že spomínané fragmenty sa tvoria pri výrazne vyšších energiách práve pri C_4F_8, čo môže mať za následok práve cyklická štruktúra tejto molekuly, t. j. je stabilnejšia ako C_3F_8.

Z hľadiska fragmentácie vidíme podobné procesy pre obe molekuly. Strata jedného fluóru $C_3F_7^-$ pri energii 3,54 eV pre C_3F_8 a $C_4F_7^-$ pri energii 3,45 eV pre C_4F_8. Z toho vyplýva, že väzba C-F je podobná pre obe molekuly.

Strata C_2F_5 za vzniku CF_3^- pri energii 3,13 eV pre C_3F_8 a $C_2F_3^-$ pri energii 4,74 eV pre C_4F_8. Pri tomto procese sa už narúša cyklická štruktúra C_4F_8 a to sa prejavuje vo vyššej energii elektrónov potrebných na vytvorenie tohto fragmentu. Čo poukazuje na fakt, že cyklická štruktúra je v tomto prípade stabilnejšia ako necyklická štruktúra C_3F_8.

Ďalší z dôležitých poznatkov je existencia materského iónu len pre C_4F_8 čo môže opäť naznačovať stabilnejšiu štruktúru tejto molekuly. Poloha rezonancie je porovnateľná so záchytom na SF_6, bežne používanom plyne na kalibráciu elektrónovej energie.

Literatúra

[Ingolfsson et al., 1996] Ingolfsson, O., Weik, F., and Illenberger, E. (1996). The reactivity of slow electrons with moleculesat different degrees of aggregation: gas phase, clusters and condensed phase. *Int. J. Mass. Spectrom.*, 155: 1–68.

[Stamatovic and Schulz, 1970] Stamatovic, A., and Schulz, G. J. (1970). Characteristics of the trochoidal electron monochromator. *Rev. Sci. Instrum.*, 41: 423–427.

[Illenberger and Momigny, 1992] Illenberger, E., and Momigny, J. (1992). Gaseous molecular ions: an introduction to elementary processes induced by ionization. *Topics in physical chemistry; Vol. 2*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

[Blodgett, 1959] Blodgett F. (1959) Properties of Octafluorocyclobutane a Dielectric Gas. *American Institute of Electrical Engineers*. 1959. vol. 78. 63-66 s.

[Harland and Thynne, 1972] Harland, P. W. and Thynne, J. C. J. (1972) Ionisation of perfluorocyclobutane by electron impact. *Iernational Journal of Mass Spectrometry and Ion Physics* 1972.

[Learmer, 1996] Learmer, F. (1996) Method of Anisotropically Etching Silicon. *US Patent no. 5501893*. 1996

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 75–81
ISBN 978-1983445132, © 2017 Ján Blaško

Elektrónmi indukovaná fragmentácia molekuly 2,4,6-tribromoanizolu

Ján Blaško*
Školiteľ: Marián Danko‡

Katedra Experimentálnej Fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

V práci sme študovali tvorbu kladných iónov molekuly 2,4,6-tribromoanizolu (TBA). Použitím monochromatického elektrónového zväzku a kvadrupólového hmotnostného spektrometra sme boli schopní popísať procesy elektrónovej ionizácie a elektrónovej disociácie. Fragmentácia molekuly je charakterizovaná sekvenciami s postupnou disociáciou benzénových uhlíkových atómov. Ionizačná energia molekuly bola určená s hodnotou 8,83 eV. Taktiež boli určené disociačné prahové energie pre niektoré ostatné fragmenty. Hmotnostné spektrum molekuly TBA sme porovnali s molekulou 2,4,6-trichloroanizolu (TCA).

Kľúčové slová: 2,4,6-tribromoanizol (TBA), 2,4,6-trichloroanizolu (TCA), elektrónová ionizácia, elektrónová disociácia, hmotnostná spektrometria

1 Úvod

Nevyhnutná zložka ľudskej potravy je voda. Voda určená pre ľudskú spotrebu musí spĺňať špecifické podmienky mikrobiologickej neškodnosti pre ľudský organizmus a taktiež musí mať dobré organoleptické vlastnosti. Karsson a spol. prezentovali význam zlúčeniny 2,4,6-trichloroanizolu, $C_7H_5Br_3O$ (TCA) pri kvalite a bezpečnosti užívania pitnej vody [1]. TCA a TBA patria medzi znečisťovateľov pitnej vody. Existuje eventuálna možnosť zmeny genetickej informácie v ľudských bunkách zapríčinenej zlúčeninou TCA [2]. V experimentálnej práci [3] autori poukazujú na možnosť spôsobenia nepríjemného zápachu alebo chute už pri koncentráciách 1 ng l^{-1} (prahová hodnota zápachu koncentrácie TCA je približne v intervale 4-10 ng l^{-1}) [4-5]. V roku 1997 Whitfield a kol. [6] určili prahovú hodnotu zápachu TBA vo vode, ktorá je výrazne menšia ako pri TCA. Pohybuje sa okolo 0,02 ng l^{-1}. TCA je pravdepodobne formovaná mikrobiologickými metyláciami halogénových fenolov [7] počas prepravy vodovodmi. TBA je tvorená podobne ako TCA a to metyláciou 2,4,6-tribromofenolu (TBP) ako jej prekurzoru za prítomnosti baktérií [8], alebo chlórovaním vody obsahujúcej fenol a bróm [9]. Syntetické látky obsahujúce tribromofenoly boli v minulosti odporúčané ako ohňovzdorné materiály [10]. Materiály obsahujúce TBP sa používajú na výrobu odevov, papiera, farieb, plastov, v organických polyméroch používaných v elektrických zariadeniach a v potravinárskom priemysle ako obaly na balenie jedál. Použitie pescitídu pentachlorofenolu (PCP) bolo zakázané Európskou Úniou kvoli jeho toxicite, ale používanie ostatných zlúčenín ako tribromofenol (TBP) nie je doposiaľ regulované, a tak sa TBP používa namiesto PCP ako fungicíd. Tieto zlúčeniny nie je jednoduché odstrániť z pitnej vody. Vykonaný výskum na odstránenie škodlivín pomocou metódy ozonizácie [11] alebo karbonizácie [12] nie je dostatočný, nakoľko len malá časť bola zameraná práve na tieto chemikálie. Charakteristická chuť a vôňa pitnej vody je taktiež dôsledkom prítomnosti TCA a TBA. Pri dlhom pobyte pitnej vody v pohári s TCA, alebo TBA sa mení chuť a rovnako je to pri jedlách, kde je cítiť chuť istej skazenosti až plesnivosti [13]. Dôležitosť týchto zlúčenín je aj pri vínach. Jedným z hlavných problémov je korkový pach vína a z toho pramení aj zatuchnutosť až plesnivá aróma. Korkové zátky sa vyrábajú z kôry korkových dubov (Quercus suber), ktoré pri výrobe prechádzajú úpravami a ošetreniami najčastejšie napríklad so silikónom obsahujúcim teflónovú prísadu. Zdroj skazenej chuti podľa Chatonneta a kol. [14] pochádza od halogénových fenolov používaných ako insekticídy v technickom hospodárstve. Výsledky meraní v Austrálii a USA [15-16] ukazujú ovplyvnenie chuti o 2,5 – 5%. Amon a kol. [17] uvádzajú, že 60% z testovaných vín obsahovalo TCA a TBA. Sefton a kol. pri meraniach v Austrálii [18] ukázali, že až 80-85 % študovaných kontaminovaných vín obsahovalo

janblasko871@gmail.com
mdanko@centrum.sk

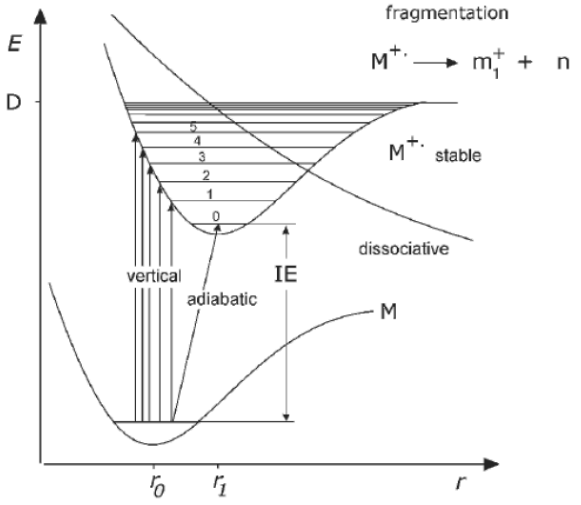
TCA. Taktiež boli testované fľaškové vína z európskych odrôd [19] a ukázali sa nedostatočné organoleptické vlastnosti vín od 0,1 až do 10%. Väčšina nedostatkov, ktoré sa objavujú pri vínach sú z veľkej časti pravdepodobne zapríčinené zlúčeninou TCA, ktorá patrí medzi chloroanizoly, podobne ako aj chlorofenol, guajakol, 1-oktén-3-on, 1-oktén-3-ol a pyrazíny. TCA je zlúčenina chlóru, ktorá sa tvorí aj ako produkt látkovej premeny charakteristickej skupiny plesní, ktoré sú zastúpené aj v póroch korkových zátok. Ďalšie kontaminácie môžu byť taktiež príčinou použitia chemických prostriedkov na ochranu dreva počas skladovania korkov a prítomnosťou trichloroanizolu v korkoch dôsledkom znečistenia. Zlúčenina TBA bola identifikovaná aj ako environmentálny kontaminant v morskej faune a sedimentoch [20, 21], v morských riasach [22], v ornej pôde a dážďovkách [23] v taktiež aj v atmosfére [24]. Existuje niekoľko technológií na elimináciu TBA a TCA z korkového materiálu, doposiaľ najmodernejším popredným postupom je ozonizácia. Táto metóda však nie je uspokojivá, pretože metóda ozonizácie prenikne iba do 5 mm hrúbky korkovej zátky. Okrem eliminácie týchto molekúl z materiálov je potrebná aj ich kvantifikácia. V súčasnosti najmodernejšou metódou pre stanovanie koncentrácie je laserová desorpcia a následná analýza pomocou pohyblivostnej spektrometrie [25].

V našej práci sme študovali procesy elektrónovej ionizácie a disociatívnej ionizácie molekuly 2,4,6-tribromoanizol (TBA). Výsledky sme porovnali pre skoršie meranú molekulu 2,4,6-trichloroanizolu (TCA). Získané vedomosti o tvorbe kladných iónov molekuly elektrónovým nárazom môžu pomôcť zlepšiť detekčné schopnosti, prípadne viesť k vytvoreniu účinnejšieho mechanizmu pre elimináciu molekuly TBA z kontaminovaných povrchov.

2 Experiment

2.1 Elektrónová ionizácia a disociatívna ionizácia

Elektrónová ionizácia a disociatívna ionizácia sú procesy vedúce k vzniku kladných iónov vplyvom elektrónového nárazu. Proces elektrónovej ionizácie nastáva v závislosti od charakteru molekuly pri energiách interagujúcich elektrónov typicky v rozsahu 7 – 15 eV. Ionizácia atómov a molekúl je rýchly a dynamický proces, pri ktorom dochádza k interakcii voľného elektrónu s elektrónom vo viazanom stave. Po interakcii následne dochádza k zmene usporiadania nábojových hustôt v častici a v prípade molekúl aj k zmene atómových súradníc.



Obr. 1. Potenciálové krivky molekuly M a molekulárneho iónu M^+ v základnom stave so znázornením elektrónového prechodu.

Existujú dva typy zrážok častíc a to pružné, pri ktorých platí zákon zachovania energie, v tomto prípade kinetickú energiu častíc a zákon zachovania hybnosti, a nepružné, pri ktorej sa zmení energetický stav jednej alebo obidvoch zrazených častíc. Takéto zrážanie molekúl a elektrónov s dostačujúcou energiou na formáciu iónov sa nazýva elektrónová a disociatívna ionizácia, ktoré patria medzi nepružné zrážky a pri ktorých vzniká ión a jeden alebo viac voľných elektrónov.

$$e^-(1) + M \rightarrow M^+ + e^-(1) + e^-(2) \qquad (1)$$

Rovnica (1) zobrazuje ilustračný príklad vzniku kladného molekulového iónu pri elektrónovej ionizácii, kde dochádza k odštiepeniu elektrónu e^- (2), ktorý obsadzoval najvyšší molekulový orbitál molekuly M, Jeho väzbová energia je najnižšia potrebná energia elektrónu e^- (1) zo zväzku na odštiepenie elektrónu z molekuly e^- (2). Táto energia sa označuje ako ionizačná energia (IE).

$$e^- + M \rightarrow 2e^- + A + B^+ \qquad (2)$$

Rovnica (2) zobrazuje ilustračný príklad vzniku kladného molekulového iónu pri disociatívnej ionizácií, kde dochádza k rozbitiu molekuly M nárazom elektrónu na atómy A a B, kde z jedného atómu dochádza k odštiepeniu elektrónu a stáva sa kladným iónom. Celkovú vnútornú energiu molekuly možno vyjadriť ako súčet vibračnej, rotačnej a elektrónovej energie

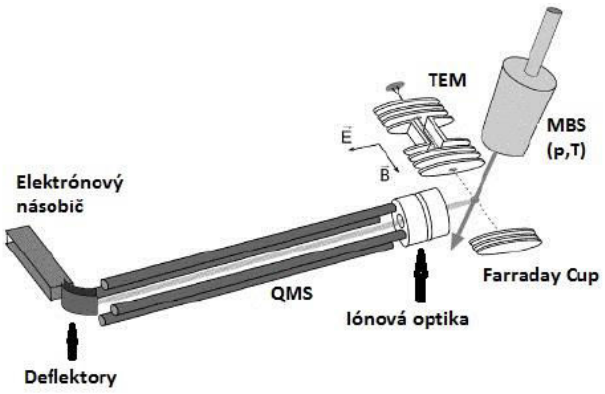
$$E_{vnútorná} = E_v(v) + E_r(J) + E_e(n, l, \lambda) \qquad (3)$$

Tieto energie sú definované súborom kvantových čísel, ktorých hodnoty určujú stav danej molekuly. Pred interakciou sa molekula nachádza v základnom

stave a celková energia molekuly má minimálnu hodnotu. Po ionizácii dochádza k zmene celkovej vnútornej energie, k zmene väzbových dĺžok a tvaru potenciálu. Proces ionizácie je ilustrovaný na obr. 1. Vrchná krivka (M^+) zobrazuje ión molekuly s príslušnými vibračnými hladinami. Ionizačná energia (IE) vyjadruje minimálne množstvo dodanej energie do systému s molekulou, aby nastal jej prechod do ionizovaného stavu. Danú hodnotu možno určiť ako rozdiel energií medzi základným stavom molekuly a vzniknutého iónu.

2.2 Aparatúra a meranie

Meracia aparatúra [26] sa skladá z výpočtovo - riadiacej časti, do ktorej patria zariadenia na vyhodnotenie a ovládanie merania a zo samotných zariadení na experimentálne meranie. Na výskum elektrón - molekulových reakcií sa používajú skrížené zväzky – elektrónový a molekulový (obr. 2). Elektrónový zväzok je tvorený trochoidálnym elektrónovým monochromátorom (TEM), ktorý vytvára zväzok monochromatických elektrónov v rozsahu energií od 0 eV až po 120 eV. Následne sú elektróny transportované na zbernú anódu (Farraday Cup), kde dokážeme pripojením pikoampérmetra (Keithley 485 pA) určiť elektrónový prúd. Hlavná časť aparatúry pozostáva z vyhrievanej komory do ktorej vchádza úzka kapilára, ktorou je privádzaný molekulový zväzok do vákuovej komory. Vzorky v kvapalnom a plynnom skupenstve sú umiestnené v externom napúšťacom systéme. Pri štúdiu vzorky v pevnom skupenstve je umiestnená tuhá látka priamo v komore, kde pri zohrievaní sublimuje do vákua. Ióny generované interakciou molekulového a elektrónového zväzku sú slabým elektrickým poľom unášané na iónovú optiku. Iónová optika nasmeruje ióny na hlavnú os kvadrupólového hmotnostného spektrometra (QMS). Separované ióny sú po prechode hmotnostným spektrometrom pomocou deflektorov nasmerované na elektrónový násobič. Signál následne vstupuje do meracej karty, ktorá je riadená meracím softvérom. QMS je riadený kontrolnou jednotkou, ktorá v závislosti od príkazov riadi parametre QMS, čím je možné meniť pomer *m/z* (*m* - hmotnosť molekuly, *z* - náboj molekuly), a rozlišovaciu schopnosť spektrometra. Tak sa zabezpečí prechod len určitej skupiny častíc. Meranie elektrónmi indukovaných procesov pozostáva z dvoch štandardných módov. Prvý mód prebieha pri konštantnej energii interagujúcich elektrónov a dochádza ku zmene pomeru *m/z* na QMS. Týmto spôsobom získavame tzv. hmotnostné spektrum pozostávajúce z ionizovaných produktov tvorených elektrónmi indukovanými procesmi. V prípade prezentovanej štúdie bolo hmotnostné spektrum získané pri energii elektrónov 70 eV.



Obr. 2. Experimentálna aparatúra
(TEM)- trochoidálny elektrónový monochromátor
(QMS)- kvadrupólový hmotnostný spektrometer
(MBS)- zdroj molekulového zväzku [27].

Pri druhom móde dochádza pri konštantnej hodnote *m/z* na QMS k lineárnej zmene urýchľovacieho napätia pre elektróny. Pre ióny s daným pomerom hmotnosti a náboja sa stanoví závislosť ich tvorby od energie interagujúcich elektrónov, tzv. účinný prierez. Pri kladných iónoch sa vytvorila takáto závislosť pre ióny už detegované v hmotnostnom spektre. Pri vyhodnocovaní meraní sme sa zaujímali hlavne o oblasť nábehovej hrany daného účinného prierezu, kde sme hľadali hodnotu počiatku nábehovej hrany. Tá definuje hodnotu prahovej energie (AE – appearance energy) pre danú reakciu. Na to sa využíva špeciálny tvar Wanierovej formuly [28], kde je ε energia interagujúcich elektrónov, *AE* hľadaná prahová energia, *a, b, d* sú voľné parametre Jednoprahový prechod molekuly do ionizovaného stavu predstavujú rovnice:

$$S(\varepsilon) = b \; ; \; \varepsilon < AE \tag{4}$$

$$S(\varepsilon) = b + a\,(\varepsilon - AE)^d \; ; \; \varepsilon > AE \tag{5}$$

Dvojprahový prechod molekuly do ionizovaného stavu predstavujú rovnice:

$$S(\varepsilon) = b \; ; \; \varepsilon < AE_1 \tag{6}$$

$$S(\varepsilon) = b + a_1\,(\varepsilon - AE_1)^{d1} \; ; \; \varepsilon > AE_1 \tag{7}$$

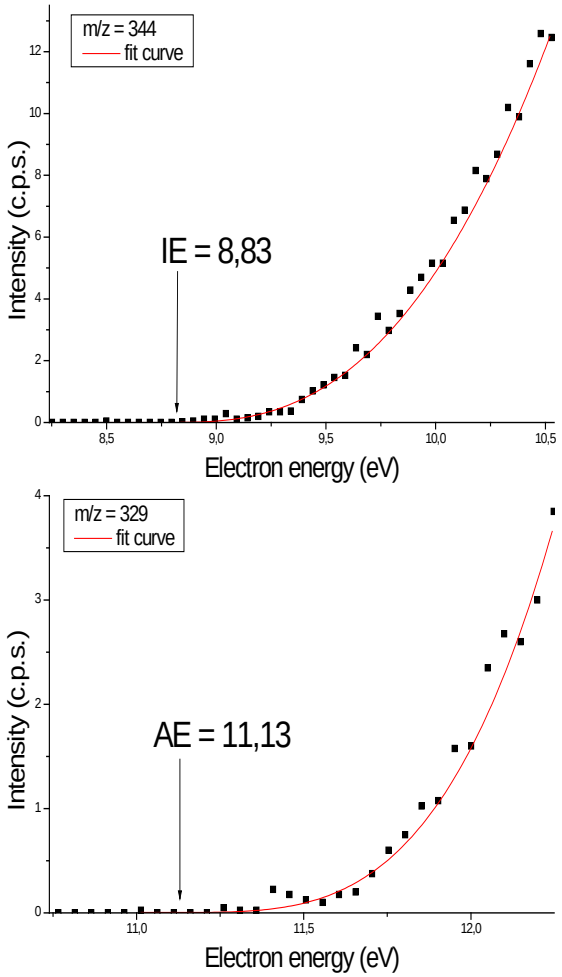
$$S(\varepsilon) = b + a_1\,(\varepsilon - AE_1)^{d1} + a_2\,(\varepsilon - AE_2)^{d2} \; ; \; \varepsilon > AE_2 \tag{8}$$

Pri skúmaní účinných prierezov je dôležitá kalibrácia energetickej škály. Kalibrácia bola vykonaná meraním ionizačnej energie atómov Ar, ktorej hodnota je IE = 15,759 eV [29]. Ako kalibračný plyn sa môže využiť každý zo vzácnych

plynov, vďaka ich strmej nábehovej hrane v účinnom priereze a dobre známym hodnotám. Kvôli zvýšeniu odstupu signálu od šumu sa merania účinných prierezov periodicky opakovali a následne priemerovali.

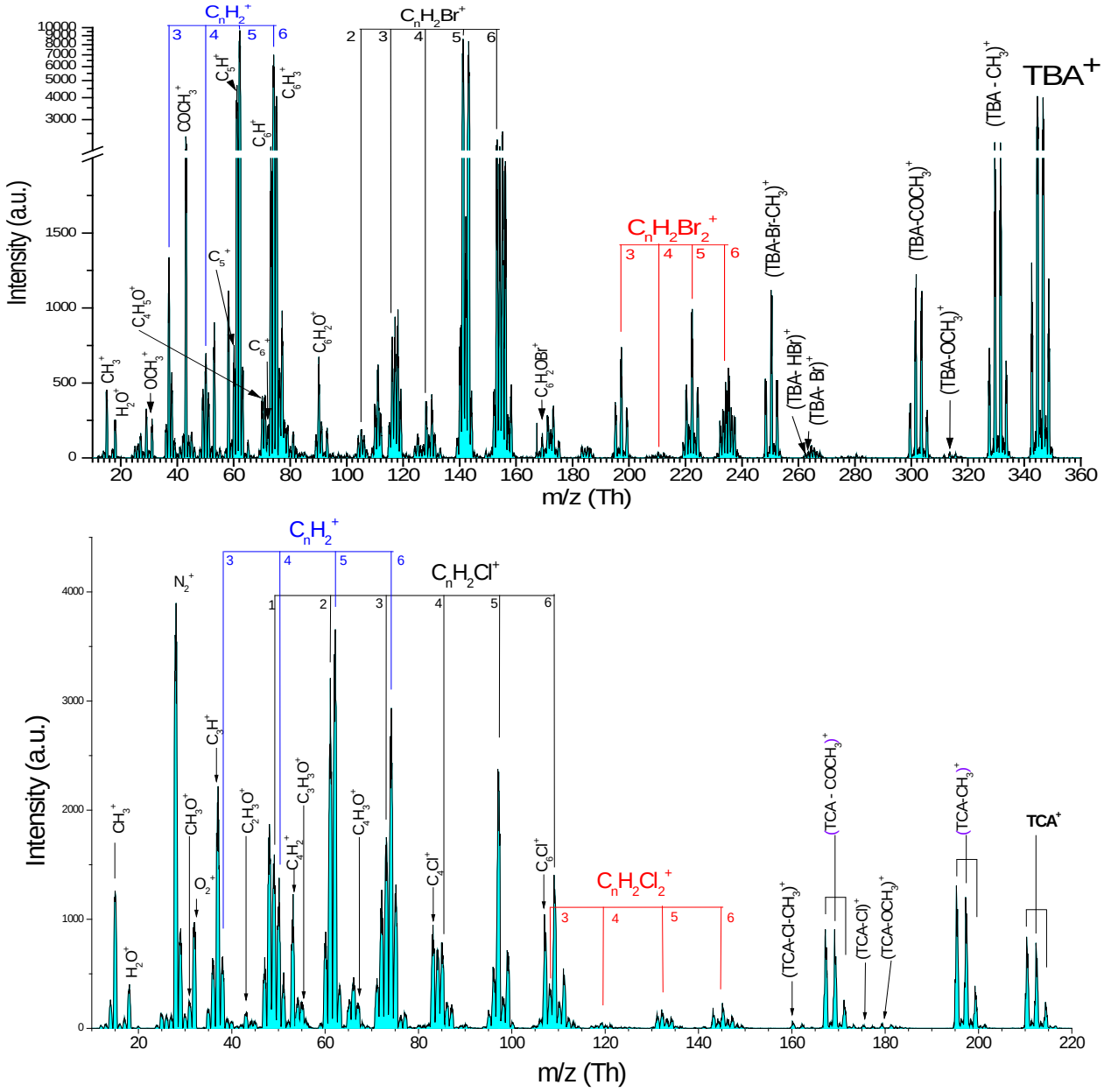
3 Výsledky a diskusia

Na obr. 4 prezentujeme hmotnostné spektrum tvorby kladných iónov molekuly TBA. Hmotnostné spektrum molekuly TBA v rozsahu od 10 do 360 Th bolo zaznamenané pri energii interagujúcich elektrónov 70 eV. Pre niektoré vybrané procesy sme vyšetrovali účinný prierez v oblasti nábehovej hrany a stanovili sme hodnoty prahových energií. Vybrané prahové energie nábehových hrán sú uvedené na obr. 3.



Obr. 3. Oblasti nábehových hrán účinných prierezov pre vybrané procesy molekuly TBA.

V hmotnostnom spektre môžeme pozorovať výrazný izotopický charakter molekuly, ktorý je dôsledkom prítomnosti brómových atómov. Izotopický pík je pík ktorého chemické prvkové zloženie obsahuje izotop prvku, avšak tento izotopický prvok v píku nemá väčšiu intenzitu ako prvok prirodzeného výskytu. Pre atóm brómu ^{79}Br je známy stabilný izotop ^{81}Br s pravdepodobnosťou výskytu v pomere 1:0,97. Pre dva atómy brómu $^{158}Br_2$ sú izotopy $^{160}Br_2$ a $^{162}Br_2$ v pomere 0,51:1:0,48. Pre tri atómy brómu $^{237}Br_3$ sú izotopy $^{239}Br_3$, $^{241}Br_3$ a $^{243}Br_3$ v pomere 0,34:1:0,97:0,32. To nám umožňuje výrazne lepšie charakterizovať jednotlivé produkty, ktoré vznikli pri procesoch elektrónovej ionizácie a elektrónovej disociácie. V spektre možno pozorovať niekoľko charakteristických sekvencií s rozdielom približne 12 Th. Takéto sekvencie sú reprezentované postupnou disociáciou benzénových uhlíkových atómov. K daným sekvenciám dochádza po parciálnej disociácii niektorých častí molekuly. Návrh jednotlivých sekvencií je znázornený na obr. 4. V hmotnostnom spektre sme kvôli lepšej prehľadnosti spektra neuviedli produkty jednotlivých kladných iónov líšiace sa o jeden, alebo viac vodíkov. Takéto produkty sú v spektre TBA na hmotnosti m/z 233 $C_6H_3Br_2^+$, m/z 171 $C_6H_4OBr^+$, m/z 154 $C_6H_3Br^+$, m/z 116 C_3HBr^+. Na hmotnosti s *m/z* 344 môžeme pozorovať tvorbu iónu TBA^+ označený ako P^+ z anglického slova Parent s ionizačnou energiou 8,83 eV. Následne môžeme pozorovať tvorbu $(TBA - CH_3)^+$ s m/z 329. Prahovú energiu sme určili s hodnotou 11,13 eV. Z rozdielu energii tvorby daných produktov môžeme odhadnúť hodnotu disociačnej energie (DE z ang. dissociation energy) pre disociáciu CH_3 z molekuly TBA, $DE(TBA^+ - CH_3) = 2,3$ eV. Hmotnostné spektrum molekuly TBA je porovnané s hmotnostným spektrom molekuly TCA. Obe spektrá boli získané pri energií dopadajúcich elektrónov 70 eV. V obidvoch spektrách je viditeľný podobný disociačný model. Keď postupujeme v hmotnostných spektrách od najväčšej hmotnosti produktov vidíme materské kladné ióny, „parent“ TCA^+ na hmotnosti m/z 210 a TBA^+ na hmotnosti m/z 344. Ako druhý produkt v oboch spektrách vystupuje $(P - CH_3)^+$, za ktorým nasleduje produkt $(P - OCH_3)^+$. V spektre TCA sa po produkte $(P - OCH_3)^+$ objavuje produkt $(TCA - Cl)^+$, avšak produkt $(TBA - Br)^+$ je v spektre TBA v inom poradí a to na hmotnosti m/z 265. Je to dôsledok rozdielnej hmotnosti medzi prvkami Cl (chlór) a Br (bróm) v týchto molekulách, kde chlór má atómovú hmotnosť 35 a bróm má atómovú hmotnosť 79. Takáto formácia je teda v spektrách očakávaná. Pri produkte $(TBA - Br)^+$ sa tvorí aj ďalší veľmi podobný produkt disociácie molekuly TBA, ktorý je o jednu atómovú hmotnosť ľahší. To prezrádza úbytok jedného vodíku a vzniká $(TBA - HBr)^+$.



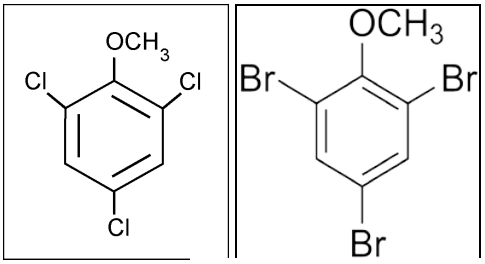
Obr. 4. Hmotnostné spektrá molekúl TBA a TCA

O hmotnosť m/z 43 nižšie od parentu sa nachádza produkt $(P\text{-}COCH_3)^+$, ktorý sa objavuje v obidvoch spektrách. Tvorba tohto kladného iónu je zaujímavosťou. Daný proces je oveľa intenzívnejší ako tvorba iónov $(TCA - Cl)^+$, $(TBA - Br)^+$ a $(P - OCH_3)^+$, u ktorých sa dá očakávať, že pri ionizácii vzniknú. Daný efekt pravdepodobne spôsobuje prítomnosť dvoch chlórových atómov. Chlór má väčšiu elektronegativitu ako uhlík čo môže spôsobiť narušenie väzieb v benzénovom jadre, čím sa ľahšie disociuje $(TCA - COCH_3)^+$ .Disociačná energia pre daný proces dosahuje približne 4,38 eV. Pri ďalšom štúdiu spektra TBA zistíme, že ďalší kladný ión je $(TBA - Br - CH_3)^+$. V hmotnostnom spektre TCA sa vyskytuje obdobný produkt avšak so zanedbateľnou intenzitou iba 66 a.u. (arbitrary units), čo zodpovedá iba šiestim percentám intenzity oproti produktu v spektre TBA. Môžeme si všimnúť, že ďalšie vznikajúce kladné ióny majú podobný tvar, čo sa týka chemického vzorca, v ktorom je diferencia v počte uhlíkov C a to od troch do šiestich a taktiež v intenzite produktov. Rozdielna intenzita daných štyroch produktov je pozorovateľná nielen v rámci spektra TBA, ale aj pri ich porovnávaní so spektrom TCA. V hmotnostnom spektre TBA na hmotnosti m/z 169 pozorujeme produkt $C_6H_2OBr^+$, pričom podobný produkt sa v spektre TCA nenachádza. Pritom

obdobný produkt $C_6H_2OCl^+$ by sa nachádzal na hmotnosti m/z 125. Následne pozorujeme vyskytujúcu sa sekvenciu kladných iónov $C_nH_2Br^+$ v spektre TBA, kde n je prirodzené číslo a n ϵ <2,6> a v spektre TCA $C_nH_2Cl^+$, kde n ϵ <1,6>. Taktiež je zaujímavé sledovať rôzne intenzity týchto produktov. Posledné komplexnejšie zoskupenie produktov tvorí sekvencia $C_nH_2^+$, kde n ϵ <3,6>. Medzi súborom kladných iónov $C_nH_2^+$ sa nachádzajú aj ďalšie produkty disociácie či už molekuly TBA alebo TCA. Najľahší produkt v spektre TCA aj v spektre TBA reprezentuje CH_3^+ na hmotnosti m/z. Najintenzívnejší pík v hmotnostnom spektre TCA bol detegovaný na *m/z* 28 a predstavuje zložku reziduálneho vzduchu- kladný ión dusíka N_2^+, ktorý sa nachádza v aparatúre. Medzi zložky reziduálneho vzduchu taktiež patrí voda s *m/z* 18 a kyslík s *m/z* 32. Dusík a kyslík sú v očakávanom pomere 1:4. Najintenzívnejší pík v hmotnostnom spektre TBA bol detegovaný s *m/z* 62 a predstavuje produkt $C_5H_2^+$. Reziduálny vzduch sa nachádza aj v spektre TBA a to na hmotnosti *m/z* 18, čo predstavuje vodu.

Tabuľka č. 1: Výsledné hodnoty prahových energií pre danú hmotnosť a produkty disociácie TCA

m/z (Th)	Produkt	Prahová energia
210	TCA^+	9,01
195	$(TCA - CH_3)^+$	11,42
167	$(TCA - COCH_3)^+$	14,02
111		13,28
109	$C_6H_2Cl^+$	16,64
107	C_6Cl^+	17,18
97	$C_5H_2Cl^+$	14,86
83	C_4Cl^+	17,38
74	$C_6H_2^+$	19,24
73	$C_3H_2Cl^+$	17,56
62	$C_5H_2^+$	20,89
61	$C_2H_2Cl^+$	20,07
53	$C_4H_2^+$	19,50
48	C_5HCl^{2+}	31,20
37	C_3H^+	25,22
15	CH_3^+	15,45



Obr. 5. Molekula 2,4,6-trichloroanizol (TCA) a molekula 2,4,6-tribromoanizol (TBA)

Tabuľka č. 2: Výsledné hodnoty prahových energií pre danú hmotnosť a produkty disociácie TBA

m/z (Th)	Produkt	Prahová energia
344	TBA^+	8,83
329	$(TBA - CH_3)^+$	11,13
302	$(TBA - COCH_3)^+$	13,21
250	$(TBA - Br - CH_3)^+$	13,79
143	$C_5H_2{}^{81}Br^+$	16,4
141	$C_5H_2{}^{79}Br^+$	15,95
74	$C_6H_2^+$	19,3
62	$C_5H_2^+$	19,59

V tabuľke č. 2 sme demonštrovali výsledné hodnoty prahových energií vybraných produktov disociácie TBA. Na porovnanie sme v tabuľke č. 1 uviedli aj výsledné hodnoty prahových energií pre molekulu TCA. Je užitočné si pripomenúť rozdiel medzi AE a IE. IE predstavuje ionizačnú energiu, reprezentujúcu najnižšiu energiu potrebnú na odštiepenie elektrónu z molekuly, teda prahovú energiu parentu – TBA^+. AE predstavuje prahovú energiu pre ďalšie disociácie molekuly (všetky prahové energie okrem prahovej energie parentu).
Prahová energia kladného iónu TBA^+ je na úrovni 8,83 eV. Rozdiel tejto prahovej energie, predstavujúcej ionizačnú energiu TBA, v porovnaní s prahovou energiou kladného iónu TCA^+ na úrovni 9,01 eV je 0,18 eV. V tabuľke nasledujú prahové energie troch ťažších produktov m/z 329, 302 a 250 s hodnotami 11,13; 13,21 a 13,79 eV. Ich disociačné energie sú 2,3; 4,3 a 4,96 eV. Prahové energie podobných produktov v tabuľke č. 1 na hmotnostiach m/z 195 a 167 sú 11,42 a 14,02 eV. Produkt $(TBA - Br - CH_3)^+$ s hmotnosťou m/z 250 nemá obdobný produkt v tabuľke č. 1. Ďalšie prahové energie sú uvedené pre produkt s hmotnosťou m/z 141 $C_5H_2{}^{79}Br^+$ a jeho izotop o dve hmotnosti ťažší $C_5H_2{}^{81}Br^+$. Prahové energie sú 15,95 eV a pre izotop 16,4 eV. V tabuľke č. 1 sa nachádza obdobný produkt na hmotnosti m/z 97 $C_5H_2Cl^+$ s väčšou prahovou energiou o 1,09 eV. Posledné dva uvedené produkty v tabuľke prahových energií produktov disociácie TBA sú $C_6H_2^+$ a $C_5H_2^+$. Ich prahové energie sú 19,3 a 19,59 eV. Prahové energie rovnakých produktov máme uvedené aj pri disociácii TCA s hodnotou 19,24 a 20,89 eV.
V tabuľke č. 1 pri hmotnosti *m/z* 111 sme neuviedli výsledný produkt disociácie. Predpokladali sme, že tento produkt by mohol byť izotopom produktu pri hmotnosti *m/z* 109. V tom prípade by museli byť prahové energie produktov približne rovnaké, avšak tieto energie pre dané dva produkty sa líšia až o 3 eV, čo znamená, že pri hmotnosti *m/z* 111 sa musí

tvoriť odlišný ión ako izotop produktu $C_6H_2Cl^+$. Možné produkty, ktoré sa môžu pri disociácii vytvárať na tejto hmotnosti sú C_5OCl^+, alebo $C_6H_4Cl^+$.

4 Záver

V práci sme namerali hmotnostné spektrum molekuly TBA a jednotlivé prahové energie pre nábehové hrany daných produktov, ktoré vznikli pri procese elektrónovej ionizácie a elektrónovej disociácie. Následne sme určili s najväčšou pravdepodobnosťou o aký fragment molekuly TBA sa jedná pri daných prahových energiách a hmotnostiach. Určili sme disociačnú energiu molekuly TBA, ktorej hodnota bola stanovená na 8,83 eV. Hmotnostné spektrum molekuly TBA sme porovnali s hmotnostným spektrom molekuly TCA, ktoré sme v minulosti namerali.

Referencie

[1] S. Karlsson, S. Kaugare, A. Grimvall, H. Boren, R. Savenhed, *Water Science and Technology* 31 (1995) 99

[2] Congwei Luo, Jin Jiang, Jun Ma, *Water Research* 96 (2016) 12e21

[3] Congwei Luo, Jin Jiang, Jun Ma, *Water Research* 96 (2016) 12e21

[4] Ariel R. Fontana, Jorgelina C. Altamirano, *Talanta* 81 (2010) 1536

[5] M.F. Tennant, D. W. Mazyck, *Pergamon* 45 (2007) 858

[6] F. B. Whitfield, J. L. Hill, K. J. Shaw, *The Journal of Agricultural and Food Chemistry* 45 (1997) 889

[7] Ariel R. Fontana, Jorgelina C. Altamirano, *Talanta* 81 (2010) 1536–1541

[8] A. S. Allard, M. Remberger, A. H. Neilson, *Appl. Environ. Microbiol*. 53 (1987) 839

[9] J. A. Sweetman, M. S. Simmons, *Water Research* 14 (1980) 287

[10] K. Takahashi, J. Sato, Japan Patent JP 06.157.873, 1994

[11] L. Meunier, S. Canonica, U. Von Gunten, *Water Research* 40 (2006) 1864.

[12] M.F. Tennant, D. W. Mazyck, *Pergamon* 45 (2007) 858.

[13] Frank B. Whitfield, Kevin J. Shaw, T. H. Ly Nguyen, J. *Sci. Food Agric.* 31 (1986) 85-96

[14] Chatonnet, P.; Bonnet, S.; Boutou, S.; Labadie, M. D. *J. Agric. Food Chem.* 52 (2004)1255–1262

[15] P. Fuller, *Austr. New Zealand Wine Indust. J.* 10 (1995) 58.

[16] T.H. Lee, R.F. Simpon, G.N. Fleet, *Harwood Academic Publishers* (1993) 353

[17] J. M. Amon, J. M. Vandepeer, R.F. Simpson, *Austr. New Zealand Wine Indust. J.* 4(1) (1989) 62

[18] M.A. Sefton, A. P. Pollnitz, K. H. Pardon, Austr. J. Grape *Wine Res.* 2 (1996) 184.

[19] QUERCUS Qualitative experiments to determine the components responsible and eliminate the causes of undesirable sensory characteristics in drinks stoppered with cork, European Union and C.E. Lie`ge Contract No. AIR 1-CT92-0372, 1996

[20] T. Miyazaki, S. Kaneko, S. Horii, T. Yamagishi, *Bull. Environ. Contam. Toxicol* 26 (1981) 577

[21] F. B Whitfield, F. Helidoniotis, D. Svoronos, K. J. Shaw, G. L Ford, *Water Sci. Technol*. *31* (1995) 113

[22] F. B. Whitfield, K. J. Shaw, D. Svoronos, *Proc. Int. Congr.Flav. Frag. Essen. Oils, 12th*, (1992) 365

[23] J. Knuutinen, H. Palm, H. Hakala, J. Haimi, V. Huhta, J. Salminen *Chemosphere* 20 (1990) 609

[24] R. Wittlinger, K. Ballschmiter, *Fresenius J. Anal. Chem*. 336 (1990) 193

[25] Z. Lichvanova, V. Ilbeigi, M. Sabo, M. Tabrizchi, S. Matejcik, *Talanta*, 127 (2014) 239-243.

[26] M. Stano, S. Matejcik, J.D. Skalny, T.D. Märk, *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 36 (2003) 261.

[27]http://neon.dpp.fmph.uniba.sk/workgroup/index.php?option=com_content&view=article&id=16&Itemid=115

[28] WANIER, G. H. *Phys. Rev.* 90 (1953) 817.

[29]http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?ID=C7440371&Units=SI&Mask=20#Ion-Energetics

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 82
ISBN 978-1983445132, © 2017 Marián Janík

Structural analysis of tantalum-alloyed Ti-Al-N hard coatings (Extended Abstract)

Marián Janík[1*]

Supervisor: Tomáš Roch[1†]

Department of Experimental Physics, FMPI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Hard protective coatings represent an important subject of application oriented material research and development in solid state physics. The goal is to enhance hardness, toughness and thermal stability of the coating material. For example, improvements were predicted by numerical simulations and shown by experiments by means of low tantalum alloying (<10 at.%) of already well known and commercially used Ti-Al-N coating material.

In this work, we aim to carry out a detailed X-ray diffraction (XRD) structural analysis of as-deposited Ti-Al-Ta-N hard coatings with respect to tantalum alloying, deposition parameters and results of hardness measurement. It is performed on a set of samples with relatively high Ta content (up to 30 at.%) on different substrates.

Two sets of samples were prepared via reactive unbalanced direct current magnetron co-sputtering from TiAl target and Ta target in a flowing Ar+N_2 mixture atmosphere. The first set consists of fifteen samples deposited on three different substrates, tungsten carbide (WC), sapphire (Al_2O_3) and silicon (Si), five samples each. They were mounted on the substrate holder at different positions with respect to the targets, yielding different Ta content y in $Ti_{1-x-y}Al_xTa_yN$ thin films.

After deposition, chemical composition was measured by energy-dispersive x-ray spectroscopy (EDS). The measurement shows $y = 0.24$, 0.32, 0.37, 0.46 and 0.6 in $Ti_{1-x-y}Al_xTa_yN$.

The investigation began with routine XRD symmetrical and grazing incidence XRD measurements to determine phase composition and lattice parameters. They revealed the structure remains cubic NaCl-type for every y. Tantalum and aluminium substitutes titatium in the base TiN matrix. The lattice parameter were evaluated from peak positions by Rietveld refinement using MAUD SW program. It increases approximately linearly as $a = 0.277(28)y + 4.17(1)$. The values agree with DFT prediction fairly well,

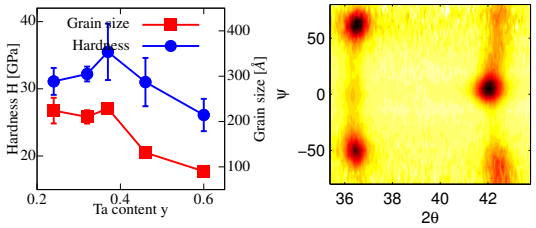


Figure 1: Evolution of grain size and hardness (left) and $(2\theta, \psi)$ XRD area map around 111 and 002 reflections (right).

with the relative error of only 0.155 %.

The θ-2θ scans were further analysed, to extract more information about microstructure. Therefore, peak broadening was investigated to estimate the grain size and microstrain. For demonstration, several established methods were used, including Scherrer, Williamson-Hall, average Williamson-Hall methods and Rietveld refinement. All show similar results. The grain size evolution copies the hardness evolution, as shown in figure 1, with agreement with the model of nanostructured hardness enhancement. The maximum hardness ∼35 GPa was observed for sample with $y = 0.37$ and with grain size ∼20 nm.

Texture was investigated by measurement of pole figures and $(2\theta, \psi)$ area maps. The texture evolves from 111 to 002 orientation with increasing y. Second set of samples was prepared to prove the effect of directional sputtering on texture. Several substrates with various azimuthal rotation with respect to targets' position were placed on the deposition holder.

Strain analysis via $\sin^2\psi$ method shows compressive stresses ~ -2 GPa for all y. In comparison, samples without tantalum ($y = 0$) exhibit tensile stresses. In these samples, texture affects residual stress and vice-versa, as expressed by non-linear trend and psi-splitting in $\sin^2\psi$ data.

This XRD structural analysis is part of larger investigation of $Ti_{1-x-y}Al_xTa_yN$ system in the Department. All analyses confirm the enhanced properties of hard coatings with tantalum alloying.

*janik30@uniba.sk
†roch@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 83
ISBN 978-1983445132, © 2017 Tomáš Hudec

Low friction thin films prepared by means of Highly Ionized Deposition Technologies (Extended Abstract)

Tomáš Hudec[1*]
Supervisor: Marián Mikula[1†]
[1] Department of Experimental Physics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Friction is one of the biggest problems in technical practice. In recent decades, the traditional liquid lubricants being replaced by solid lubricants based on thin films. Development of plasma-assisted deposition techniques allows the deposition of low-friction thin films on the surface of components. Among the well-known low-friction thin films belong lamellar molybdenum disulphide (MoS_2). Their use is strictly limited by environmental conditions such as air/vacuum, humidity, temperature and a sliding counterpart. Friction mechanism of here investigated MoS_2 is based on the weak bindings between random oriented lamellas which start to organize and peel off during sliding. [Scharf, 2012] Cutting-edge High Target Utilisation Sputtering (HiTUS) represents a very promising technology capable of producing thin films with superior quality. In this case, radio frequency discharge is generated in separated plasma source mounted on vacuum chamber. High ionized plasma is transferred to target using electromagnets. Steering of deposition parameters allows independent changing of flux and energy of ions which eject the atoms of the target forming a thin film. Here, we experimentally investigate effect of HiTUS on the structure evolution and friction behaviour of Mo-S-(N) thin films from results obtained by Scanning Electron Microscopy (SEM), Wave Dispersive Spectroscopy (WDS), X-ray Photoelectron Spectroscopy (XPS), X-ray Diffraction (XRD), Transmission Electron Microscopy (TEM), nanoindentation and ball-on-disc triboanalysis. Therefore, approx. 1 µm thick Mo-S-(N) thin films were prepared and studied in this work. Elemental analysis by WDS revealed that as-deposited MoS_xN_y are understoichiometric with S/Mo ratios in the range of 0.43 to 1.58 leading to the following compositions: $MoS_{1.58}$, $MoS_{0.69}N_{1.14}$ and $MoS_{0.43}N_{1.37}$. XPS of the films reveals chemical bonds corresponding to MoS_2 and Mo_2N phases. Analysis of the XRD patterns of MoS_x films shows polycrystalline character of $MoS_{1.58}$, since the XRD peaks are observed close to the positions of reflections belonging to MoS_2 and Mo_3S_4 phases. Increasing content of nitrogen in Mo-S-N films leads to change of the structure from x-ray amorphous $MoS_{0.69}N_{1.14}$ to polycrystalline $MoS_{0.43}N_{1.37}$ containing MoS_2 and Mo_2S_3 phases. All Mo-S-(N) thin films exhibit very low values of coefficient of friction (COF) measured by means of ball-on-disc (wet air, 20°C, WC ball) which are lower than 0.06. COF of uncoated steel surface is approx. 0.4. In comparison with magnetron sputtered MoS_x films, COF values measured at the same conditions are an order of magnitude lower. Similar COF values were obtained in sputtered MoS_x films only in vacuum conditions. Possible explanation of very low values of COF brings deeper insight into the nanostructure of Mo-S-(N) using TEM analysis. Cross-sectional TEM micrograph of $MoS_{1.58}$ (Fig. 1) reveals lamellar crystalline planes formed perpendicular to the substrate surface. We assume that the individual lamellae are MoS_2 crystalline planes. Contact of the films with ball counterpart during ball-on-disc causes shear deformation of the planes leading to their rearrangement relative to the surface (Fig. 1). Individual planes are separated during the sliding of the counterpart thus creating new surface for further contact. Addition of nitrogen to the films causes also significant increase in hardness which increases from 0.8 to 13.7 GPa for $MoS_{1.58}$ and $MoS_{0.43}N_{1.37}$, respectively. High hardness is probably caused by presence of hard Mo_2N phase. Hard and low friction Mo-S-N thin films present suitable way for solution of further practial applications.

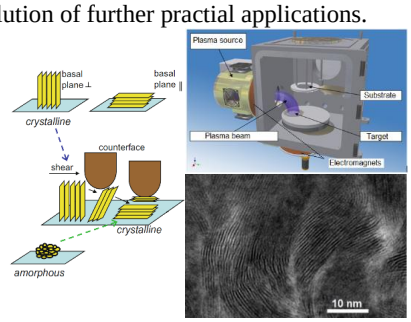


Figure 1: HiTUS. (up) Reorientation and crystallization during sliding. (left) Cross-sectional TEM micrograph showing lamellar MoS_2 planes inside the film. (down)

References

[Scharf, 2012] Scharf, T. W. and Prasad, S. V. (2012). Solid lubricants: a review, *Journal of Materials Science*, 48:511–531.

* hudec.t7@gmail.com
† marian.mikula@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 84
ISBN 978-1983445132, © 2017 Filip Kubina, Filip Michlík

Adjoint-tomography for a Local Surface Sedimentary Structure: Methodology and a Blind Test (Extended Abstract)

Filip Kubina[1]* Filip Michlík[1]

Supervisor: Peter Moczo[1] and Jozef Kristek[1]

Department of Astronomy, Physics of the Earth, and Meteorology, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

In recent international numerical exercises on numerical prediction of earthquake ground motion teams with the most advanced numerical-modelling methods reached very good level of agreement among different methods. The synthetics, however, were not sufficiently close to records of real earthquakes. It was concluded that improvement of the available structural model is necessary. We present a procedure of adjoint tomography for local surface sedimentary structures (LSSS). The problem of inversions in LSSS is specific in terms of relatively small amount of data, large initial waveform misfit, and low frequencies with respect to size of the structure. These specific features are reflected in choice of misfit, definition, computation and preconditiong of kernel, selection of inversion model parameter, misift minimization, selection of an optimal step for updating model, adaptive multiscale approach, set of scenarios and repetitive multiscale inversion. We verified the procedure in a blind test. A third party provided a) seismograms numerically simulated for an undisclosed true structure, b) source parameters and c) material parameters of the bedrock. We assumed a homogeneous halfspace as the initial model. We demonstrated the quality of the inverted model (Fig. 1) up to the target frequency 4.5 Hz using comparison

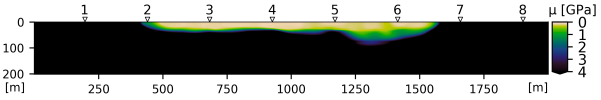


Figure 1: Inverted model of shear modulus μ. Triangles denote receivers 1-8. Two sources are located bellow the structure in 3 km depth.

of seismograms (Fig. 2), waveform misfits, waveform goodness-of-fit, and goodness-of-fit for selected earthquake ground motion characteristics. We verified the inverted model for other source-receiver configurations not used in the inversion (Figs. 3 and 4).

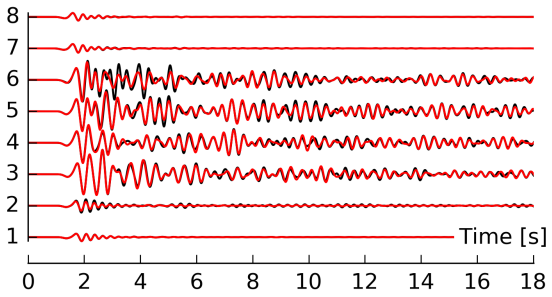


Figure 2: Horizontal component for event 1 of final inverted seismograms (red) and synthetic records (black) at receivers 1-8.

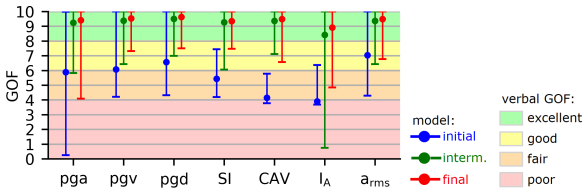


Figure 3: Goodness-of-fits calculated in verification.

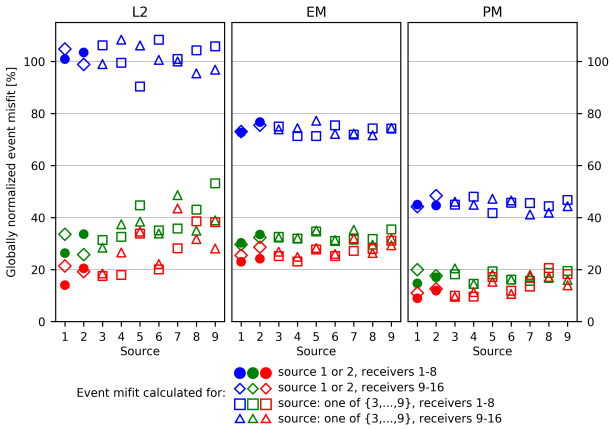


Figure 4: L2-norm, envelope (EM), and phase (PM) misfits show comparable accuracy of inverted (full symbols) and verification (empty symbols) data.

*kubina4@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 85
ISBN 978-1983445132, © 2017 Juraj Surovčík

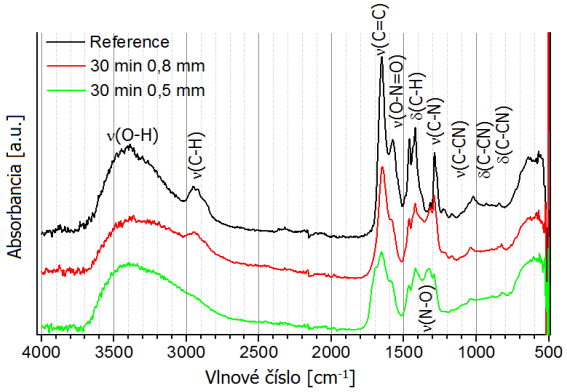
Plazmou asistovaná kalcinácia keramických nanovlákien

Juraj Surovčík[1*]
Školiteľ: Veronika Medvecká[1‡]

[1] Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Al_2O_3 nanovlákna sú materiálom so širokým využitím vďaka vysokému pomeru plochy k objemu a veľkej porozite. Vďaka týmto vlastnostiam sú používané ako izolácia, katalyzátory, či filtre [Swaminathan and Chase, 2011]. V mojej práci skúmam možnosť plazmou asistovanej kalcinácie nanovlákien polyakrilonitrilu (PAN) s prekurzorom trinitrátu hliníka $Al(NO_3)_3$. Na proces kalcinácie bol použitý Difúzny koplanárny povrchový bariérový výboj (DCSBD) a opracovanie prebiehalo v semidynamickom móde. Práca sa zaoberá sledovaním odbúravania polyméru v závislosti od času a vzdialenosti vlákien od povrchu výbojky. Výsledky dosiahnuté opracovaním vo vzduchu sme porovnávali s opracovaním v N_2 a O_2. Na analyzovanie zmien chemických väzieb na povrchu bola použitá metóda zoslabeného úplného odrazu fourierovskej infračervenej spektroskopie (ATR-FTIR).

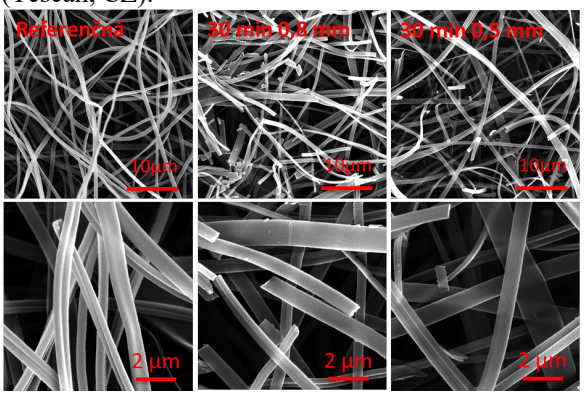
Na meranie bol použitý spektrometer Bruker Vector 22 FTIR s príslušenstvom Pike MIRacle™. Rozsah nášho merania bol 4000-500 cm^{-1} pri parametroch 20 scanov a rozlíšení 2 cm^{-1}.



Obrázok 1: FTIR spektrogram PAN/$Al(NO_3)_3$

Na obrázku 1 vidíme porovnanie referenčnej vzorky vlákien s vláknami s dobou pôsobenia plazmy 30 minút pri rovnakom výkone výbojky vo vzdialenosti vzorky 0,5 a 0,8 mm. Po kalcinácii pozorujeme výrazný pokles najmä v oblasti prislúchajúcej symetrickým a antisymetrickým valenčným vibráciám C-H. Pri 30 minútovej kalcinácii so vzdialenosťou od výbojky 0,5 mm sledujeme úplné vymiznutie prislúchajúceho peaku. Ďalej sme si všimli poklesy absorbcie vibrácii C=C, deformačných C-H a valenčných C-N, ktoré sú taktiež typickými pre PAN [Liang and Krimm, 1958][Mayo et al., 2004].

Morfológia povrchu bola skúmaná za pomoci skenovacieho elektrónového mikroskopu (SEM) Snímky boli vytvorené zariadením Vega II SBH (Tescan, CZ).



Obrázok 2: SEM snímky vlákien

Zo snímok neboli pozorované žiadne výrazné zmeny morfológie povrchu vlákien do zväčšenia 30kx. Najzásadnejší rozdiel je je v množstve potrhaných vlákien medzi referenčnou a opracovanými vzorkami.

Meraním sme zistili, že na povrchu vzorky dochádza k pomerne výraznému odbúravaniu organickej zložky nanovlákien. Lepšie výsledky boli dosiahnuté na vzorke opracovanej vo vzdialenosti 0,5 mm od výbojky, pričom zásadné zmeny v morfológii vlákien nenastali.

Literatúra

[Swaminathan and Chase, 2011]Swaminathan, S., and Chase, G. (2011). Electrospinning of Metal Doped Alumina Nanofibers for Catalyst Applications. *Nanofibers–Production, Properties and Functional Applications*, 37.

[Liang and Krimm, 1958] Liang, C. Y., and Krimm, S. (1958). Infrared spectra of high polymers. VII. Polyacrylonitrile. *Journal of Polymer Science*, *31*(123), 513-522.

[Mayo et al., 2004] Mayo, D. W., Miller, F. A., and Hannah, R. W. (2004). *Course notes on the interpretation of infrared and Raman spectra*. John Wiley & Sons.

*hellboy4247@gmail.com
‡veronika.medvecka@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 86–94
ISBN 978-1983445132, © 2017 Peter Kerényi

The reactor antineutrino signal map of Slovakia

Peter Kerényi[1]
Supervisor: Dušan Štefánik[1]

[1] FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstract

Nuclear reactors are intense sources of electron antineutrinos. Recently, many experiments concentrating on the measurements of the basic properties of reactor antineutrinos were built or are under construction. Therefore theoretical calculation of the antineutrino reactor signal and its energy spectra are subjects of great importance. This signal depends on reactor-detector distance, reactor type, reactor power and load factor. This paper summarizes the theoretical background of the signal calculation. The detailed reactor antineutrino signal map of Slovakia is presented for the first time. The antineutrino signals coming from different nuclear power plants are visualized. A possibility of revealing secret nuclear power reactors in the neighbouring countries by using properly placed antineutrino detectors is discussed.

Keywords: nuclear reactors, antineutrino, antineutrino detectors, antineutrino signal map

1 Introduction: Properties of the reactor antineutrino signal

Nuclear reactors are the strongest antineutrino sources created by humanity. In a reactor approximately 200 MeV of energy and six antineutrinos are produced per fission. Antineutrinos are emitted due to the β^- instability of the neutron-rich fission fragments, which results a flux of around $6 \cdot 10^{20}\ \bar{\nu}_e/s$ emitted from a 3 GW nuclear reactor [Hayes and Vogel, 2016]. Calculation of the reactor antineutrino signal at a given location requires many ingredients. It demands knowledge about the production of antineutrinos at reactor cores, their propagation to the detector and their detection via inverse β decay.

1.1 Production of antineutrinos at reactor cores

In nuclear reactors 99.9% of their power comes from the thermal-neutron-induced fission of uranium and plutonium isotopes ^{235}U, ^{238}U, ^{239}Pu and ^{241}Pu and from the decays of the fission fragments. These fragments are very neutron rich compared to the line of stability of nuclei making them β^- active. In β^- decay a neutron is converted into a proton, electron and an electron antineutrino.

The antineutrino spectrum produced at a given reactor can be expressed as

$$\Lambda(E_{\bar{\nu}}) = \sum_{i=1}^{4} f_i \lambda_i(E_{\bar{\nu}}), \quad (1)$$

where $\lambda_i(E_{\bar{\nu}})$ is the antineutrino emission spectrum of the i-th actinide normalized to one fission process and f_i is the fission fraction, or the fraction of fissions produced by one of the four isotopes i= ^{235}U, ^{238}U, ^{239}Pu and ^{241}Pu. The fission fraction is related to the reactor thermal power P_{th} as

$$P_{th} = R\langle Q\rangle = R\sum_{i=1}^{4} f_i Q_i, \quad (2)$$

where R is the total fission rate (number of fissions per unit time) and $\langle Q\rangle$ is the average energy released per fission [Baldoncini et al., 2015]. Reactor thermal energy can also be expressed in terms of power fractions p_i, which refer to the fraction of the thermal power produced by the fission of one of the mentioned four isotopes:

$$P_{th} = \frac{P_i}{p_i} = \frac{R f_i Q_i}{p_i}, \quad (3)$$

where P_i is the thermal power generated by the i-th isotope. From Eq. (2) and (3) one can derive the relation between the power fractions and the fission fractions:

$$p_i = \frac{f_i Q_i}{\sum_{i=1}^{4} f_i Q_i}. \quad (4)$$

Different nuclear reactor cores use reactor fuel of different composition. Natural uranium contains next to the isotope ^{238}U roughly 0.72% of isotope ^{235}U. While it's usable in some reactors, in others natural uranium needs to be enriched to contain a larger percentage of ^{235}U in order to produce a self-sustaining chain reaction. During the power cycle of a nuclear reactor, the composition of the fuel changes, shown in Figure 1, as plutonium isotopes

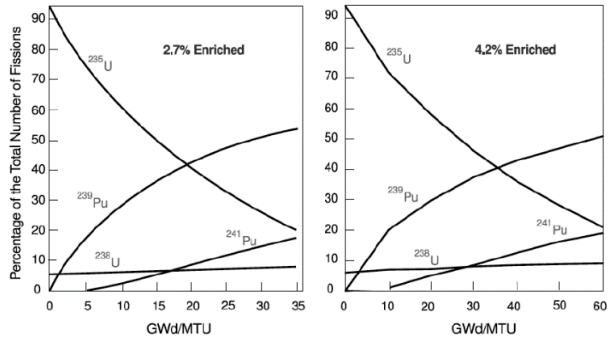


Figure 1: Evolution of fuel composition over the reactor power cycle (for pressurized water reactor). GW-days per metric ton of initial uranium based reactor fuel increases with increasing enrichment. Taken from [Nieto et al., 2004]

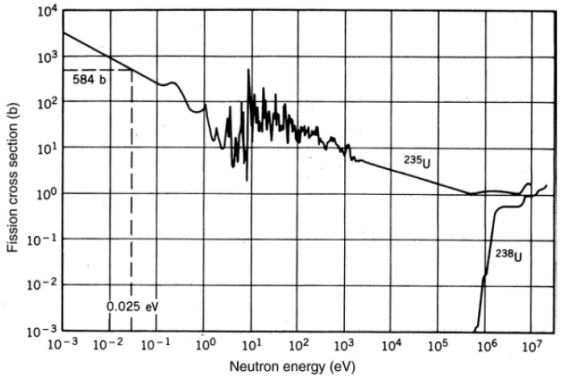


Figure 2: Fission cross sections for ^{235}U and ^{238}U for different neutron energies from [Loveland et al., 2006]

are bred and ^{235}U is consumed [Hayes and Vogel, 2016], thus the power and fission fractions evolve with time. With the evolution of fuel composition, the antineutrino signal as a function of burnup changes as well. Approximately a 10% decrease of the antineutrino count rate can be observed during a fuel cycle of about 550 days.

Since energy released per fission Q_i differs for different isotopes of uranium and plutonium in reactors (shown in Table 1), the total reactor thermal power P_{th} changes with different composition of reactor fuel.

Table 1: Energy released per fission for isotopes of uranium and plutonium in reactor fuels from [Ma et al., 2013]

Fissile isotope	Q_i (MeV)
^{235}U	202.36 ± 0.26
^{238}U	205.99 ± 0.52
^{239}Pu	211.12 ± 0.34
^{241}Pu	214.26 ± 0.33

Operation of a nuclear reactor requires cooling and moderating materials. Cooling materials of high thermal capacity are to prevent overheating of the reactor, e.g. ordinary water, heavy water. The purpose of the moderator is to slow down the neutrons from the fission, so the fission chain can be sustained, as the cross section of (n,f) nuclear reactions increases with decreasing neutron energy for ^{235}U shown in Figure 2.

The most common moderator is ordinary water used in Pressurized Water Reactors (PWRs) and Boiling Water Reactors (BWRs), however due to its high neutron capture cross section enriched uranium of 2-5% ^{235}U has to be used as nuclear fuel at those reactor types. Pressurized Heavy Water Reactors (PHWRs) use heavy water as both moderator and coolant [Baldoncini et al., 2015]. As heavy water has a smaller neutron capture cross section than ordinary water, natural uranium can be used as fuel in PHWRs. Graphite is used as moderator in Light Water Graphite Reactors (LWGRs) and Gas Cooled Reactors (GCRs). In these reactors enriched uranium is used as in PWRs and BWRs, but the enrichment level can be lower, typically 2.2-2.7% [Baldoncini et al., 2015]. Due to different reactor designs different fuel types can be used as well, e.g. mixed oxide fuel (MOX), which consists of natural uranium, recovered plutonium from used nuclear fuel, reprocessed uranium and depleted uranium. The emitted reactor antineutrino spectrum in Eq. (1) differs for each reactor type, as the fission fraction for a given fuel isotope depends on the composition of the reactor fuel.

There are two complementary ways to determine the antineutrino emission spectrum of the i-th actinide $\lambda_i(E_{\bar{\nu}})$, the 'ab initio' summation and the electron spectrum conversion methods. In the 'ab initio' approach the aggregate fission antineutrino spectrum is obtained by summing the contributions of all β decay branches of all fission fragments. In the electron spectrum conversion method the aggregate electron spectrum associated with the fission of each individual actinide is experimentally measured [Hayes and Vogel, 2016]. The measured electron spectra are fitted by 30-40 virtual allowed β decay shape factors and then are converted into the total antineutrino spectra by using the energy conservation law for β^- decay:

$$E = E_e + E_{\bar{\nu}}. \quad (5)$$

The total β electron spectra of ^{235}U, ^{239}Pu and ^{241}Pu have been measured at the Laue-Langevin Institute (ILL) in Grenoble in the 1980s, the β electron spectrum of ^{238}U, which fissions only with fast neutrons, was measured much later at FRMII (Forschungsreaktor München II) in Garching, Germany in 2014 [Hayes and Vogel, 2016].

We adopt the analytical expression for the antineutrino spectra of each four contributing isotopes from [Mueller et al., 2011]. These spectra are given in terms of the exponential of a polynomial of order 5:

$$\lambda_i(E_{\bar{\nu}}) = exp\left(\sum_{p=1}^{6} a_p^i E_{\bar{\nu}}^{p-1}\right), \quad (6)$$

where a_p^i are coefficients for each isotope from Table VI. of Ref. [Mueller et al., 2011]. These spectra are obtained from the conversion of the measured β spectra from ILL for ^{235}U, ^{239}Pu and ^{241}Pu, using physical distribution of β branches. The ^{238}U antineutrino spectrum is obtained using the summation method.

In order to approximate the number of fissions in a reactor core, one needs to know its effective working condition, or load factor (LF), defined as

$$LF = 100 \cdot \frac{EG}{REG}, \quad (7)$$

where EG is the net electrical energy produced, REG is the net electrical energy it would have produced at its reference power capacity and the calculated LF is in percents. Monthly and annual load factor data can be obtained from the International Atomic Energy Agency [IAEA] and Instituto Nazionale di Fisica Nucleare [INFN] databases. Assuming the electrical load factors from mentioned databases correspond to thermal load factors, one can obtain from equations (1), (2), (3) and (4) the emitted antineutrino spectrum from a reactor core as

$$S(E_{\bar{\nu}}) = P_{th} LF \sum_{i=1}^{4} \frac{p_i}{Q_i} \lambda_i(E_{\bar{\nu}}), \quad (8)$$

where the load factor LF is in decimal form.

1.2 Propagation of antineutrinos

From the neutrino experiments we know that there are three generations of "active" neutrinos and antineutrinos, associated with each lepton, specifically the electron antineutrino $\bar{\nu}_e$, muon antineutrino $\bar{\nu}_\mu$ and tau antineutrino $\bar{\nu}_\tau$. Arguably, the most important discovery in neutrino physics is the discovery of the oscillation between these three flavors of antineutrinos. One of the most important consequences of this discovery is the small, unequal rest mass of the neutrinos. The concept behind neutrino oscillation is that antineutrinos with definite lepton flavor $(\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau)$ and antineutrinos with definite mass $(\bar{\nu}_1, \bar{\nu}_2, \bar{\nu}_3)$ are not the same. Each antineutrino flavor eigenstate is a different superposition of antineutrino mass eigenstates. The lepton and mass eigenstates mix via the three mixing angles $(\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23})$ according to the Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata (PMNS) matrix [Beringer el al., 2012]. As time progresses and the antineutrino travels in space, the superposition of the mass states changes, and in consequence the flavor state will change as well. The probability of measuring a particular flavor for a neutrino varies periodically as it propagates through space, hence the name "neutrino oscillation".

Neutrino flavor change was identified in 2001 by the SNO (Sudbury Neutrino Experiment, Canada) experiment and subsequently the KamLAND (Kamioka Liquid Scintillator Detector, Japan) experiment provided clear evidence of the neutrino oscillatory nature [Baldoncini et al., 2015].

In order to calculate the reactor antineutrino flux, one has to determine the survival probability of the studied flavor. The flavor survival probability is governed by the mass-mixing oscillation parameters $(\delta m^2, \theta_{12}, \theta_{13})$. For our purpose - calculation of the total antineutrino signal - the relation for electron antineutrinos can be expressed as follows [Fiorentini et al., 2012]:

$$P_{ee} = cos^4(\theta_{13})\left(1 - sin^2(2\theta_{12}) sin^2\left(\frac{\delta m^2 d}{4E_{\bar{\nu}}}\right)\right) + sin^4(\theta_{13}), \quad (9)$$

where d is the antineutrino path length, d and $E_{\bar{\nu}}$ are in natural units. Values for the oscillation parameters have been calculated from different experiments by [Capozzi et al., 2014] in Table 2.

Table 2: Values for oscillation parameters from [Capozzi et al., 2014]

Oscillation parameter	Central value	1σ range
$\delta m^2(eV^2)$	0.0000754	0.0000026
$sin^2(\theta_{12})$	0.308	0.0017
$sin^2(\theta_{13})$	0.0234	0.002

When calculating the antineutrino flux in a certain distance from the reactor core, one has to take into account that neutrinos are emitted in every direction and propagate in a straight line. The further the detector from the source, the smaller percentage of the emitted antineutrinos reach it. The relation between initial antineutrino flux and the flux at a given point in the distance d can be expressed as

$$\Omega_d = \frac{\Omega_{init}}{4\pi d^2}. \quad (10)$$

The distance d must be calculated as the shortest distance between the two points. Since Earth is

almost spherical, the sought distance of the two points is not the distance "as the crow flies" on the surface, but the shortest distance through the planet, as antineutrinos propagate through it.

1.3 Detection of antineutrinos

Antineutrino detection is based on inverse β decay (IBD) on free protons

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \tag{11}$$

due to the relatively large reaction cross section on the order of $10^{-42} cm^2$. Antineutrino detectors use cheap materials rich in free protons. The IBD cross section can be parametrized according to [Strumia and Vissani, 2003] in the following way

$$\sigma_{IBD}(E_{\bar{\nu}}) = 10^{-43}\, cm^2 p_e E_e \times E_{\bar{\nu}}^{-0.07056 + 0.02018 ln E_{\bar{\nu}} - 0.00195 ln^3 E_{\bar{\nu}}}, \tag{12}$$

where $E_e = E_{\bar{\nu}} - \Delta$ is the positron energy and $p_e = (E_e^2 - m_e^2)^{1/2}$ is the positron momentum. The mass of electrons, respectively positrons is $m_e = 0.511\ MeV$, Δ stands for the mass difference of neutrons and protons, $\Delta = m_n - m_p \approx 1.293\ MeV$.

Collecting equations (8), (9), (10) and (12) we can write for the total antineutrino signal form nuclear reactors in a given detector location the following formula

$$N_{tot} = \varepsilon N_p \tau \sum_{i=1}^{N_{reactor}} \frac{P_{th}^i}{4\pi d_i^2} \langle LF_i \rangle \times \int dE_{\bar{\nu}} \sum_{k=1}^{4} \frac{p_k}{Q_k} \lambda_k(E_{\bar{\nu}}) P_{ee}(E_{\bar{\nu}}, d_i) \sigma_{IBD}(E_{\bar{\nu}}), \tag{13}$$

where ε is the detector efficiency, N_p is the number of free target protons in detector, τ is the exposure time, $\langle LF_i \rangle$ is the average load factor of the *i-th* reactor over τ, d_i is the distance of the *i-th* reactor from the detector, $N_{reactor}$ is the number of all nuclear reactors on the Earth.

Since the detection is based on the inverse β decay, only those antineutrinos are detected, which have higher energy than the IBD threshold, approximately $1.806\ MeV$ [Hayes and Vogel, 2016]. Thus, for numerical evaluation, the integral boundaries in Eq. (13) can be set from the IBD threshold to infinity.

Inverse β decay causes two light flashes in the detector. The first, prompt flash is caused by the immediate annihilation of the positron with a nearby electron producing two $511\ keV$ γ-rays. Since the positron carries almost all energy of the incident antineutrino, the energy of the prompt flash can be calculated as

$$E_{prompt} = (E_{\bar{\nu}} - 1.806\ MeV) + 1.022\ MeV = E_{\bar{\nu}} - 0.782\ MeV. \tag{14}$$

It is noteworthy, that from the energy of the prompt flash identified by the detector one can calculate the incident kinetic energy of the antineutrino starting the IBD process. The second, delayed flash, is detected from the capture of the neutron on an element or a free proton. The latter is the more typical, producing a γ-ray of $2.22\ MeV$. The delay has been calculated to have a mean time of $256\ \mu s$ in the Borexino detector [Bellini et al., 2010]

2 Calculation of the reactor antineutrino signal

We have calculated the total antineutrino signal coming from all nuclear reactors in the world according to Eq. (13) over Slovakia in the year 2015 involving 448 reactors using a computation software. We have taken the location, type, thermal power, and monthly load factors of the reactors from [INFN]. The "detectors" in our calculations were not real, we have created a 100x100 rectangular grid over the area of Slovakia and calculated the world antineutrino signal in each point.

Since antineutrinos propagate through matter, we have calculated the shortest reactor-detector distances through the planet in kilometers as follows

$$d = 2R^2[1 - \sin(\theta_r)\sin(\theta_d)\cos(\varphi_r - \varphi_d)] + 2R^2[\cos(\varphi_r)\cos(\varphi_d)], \tag{14}$$

where Earth is approximated as being a sphere with a radius of $R = 6371\ km$, θ is the polar angle, φ is the azimuthal angle in radians and the indices r and d refer to the reactors and the detectors. In the language of geographical coordinates the longitudes can be plugged in the place of the azimuthal angles φ. The relation between the polar angles and latitudes is not so straightforward, since the spherical coordinate system has $\theta = 0$ at the "North Pole", meanwhile in the geographical coordinate system the latitude equals zero at the "Equator". Therefore, the following relations apply:

$$\varphi = longitude; \quad \theta = \frac{\pi}{2} - latitude, \tag{15}$$

where the northern latitudes and eastern longitudes are represented by positive numbers, the southern latitudes and western longitudes are plugged in as negative numbers (in radians).

As for the energy released per fission Q_k for the isotopes ^{235}U, ^{238}U, ^{239}Pu and ^{241}Pu we have taken the central values from Table 1.

We have evaluated the annual average load factor for the i-th reactor $\langle LF_i \rangle$ as the arithmetic average of its monthly load factors in the [INFN] database,

Table 3: Power fractions for PWR, BWR, LWGR, GCR, PHWR reactors and reactors using MOX from [Baldoncini et al., 2015]

Reactor types	^{235}U	^{238}U	^{239}Pu	^{241}Pu
PWR BWR LWGR GCR	0.560	0.080	0.300	0.060
PHWR	0.543	0.024	0.411	0.022
MOX	0.000	0.081	0.708	0.212

while replacing the negative monthly load factors with zero, as a less-than-zero load factor doesn't refer to a reduced contribution of antineutrinos compared to a zero value, it only means that electricity was used for maintenance or other reasons. We have taken the power fractions p_k of the four examined fissile isotopes ^{235}U, ^{238}U, ^{239}Pu and ^{241}Pu for PWR, BWR, LWGR, GCR, PHWR reactors as well as for reactors using MOX fuel in Table 3 from [Baldoncini et al., 2015]. Regarding reactors using MOX, approximately 30% of their power output comes from MOX fuel, while the remaining 70% of power is produced by standard fuel [Baldoncini et al., 2015], which we have considered in our calculations. In the [INFN] database we have located a three iterations of Fast Breeder Reactors (FBRs), for these we have used the same power fractions as for PWRs, BWRs, LWGRs and GCRs due to the lack of information.

We have calculated the flavor survival probability P_{ee} from Eq. (9) for the reactor-detector distances, the IBD cross-section σ_{IBD} from Eq. (12) and the antineutrino spectra λ_i from Eq. (6) using the coefficients from [Mueller et al., 2011]. We performed integration with respect to the antineutrino energy $E_{\bar{\nu}}$ from the IBD threshold $1.806\,MeV$ to $10\,MeV$ (instead of infinity to optimize the calculation, as difference in the results is negligible). We have evaluated the reactor antineutrino signal in terestrial neutrino units (TNU) taking the detector efficiency $\varepsilon = 1$, the number of free target protons $N_p = 10^{32}$ and set the exposure time τ to a year ($\tau = 3.15 \times 10^7 s$).

2.1 Calculation of constant signal from far reactors

In order to optimize our taxing calculations, we have decided to calculate the antineutrino signal from reactors very far from Slovakia on a 6x6 grid according to Eq. (13) reactors. This calculation included 257 nuclear reactors from Argentina, Brazil, Canada, China, Taiwan, India, Japan, South Korea, Mexico, South Africa and the United States of America.

The minimal calculated antineutrino signal from the 36 points was 2.15399 TNU, the maximal 2.27553 TNU. The mean of every calculated value was 2.21181 TNU. Given the scope of later results and the possible uncertainties this mean value can be used as constant throughout Slovakia without sacrificing accuracy, meanwhile reducing the time needed for later calculations.

2.2 Calculation of the antineutrino signal from closer sources

We ran these calculations according to Eq. (13) on a 100x100 rectangular grid (in 10000 points) over the area of Slovakia from different source reactors using the 2015 data from [INFN], later combining the results for our needs. Individual calculations were the following:

- Slovak reactors from Jaslovské Bohunice and Mochovce Nuclear Power Plants
- Hungarian reactors from the Paks Nuclear Power Plant
- Czech reactors from Dukovany and Temelin Nuclear Power Plants
- Ukrainian nuclear reactors
- European nuclear reactors from Belgium, Bulgaria, Finland, France, Germany, Netherlands, Romania, Serbia, Spain, Sweden, Switzerland, United Kingdom and selected reactors from Russia located at or west of the Urals
- Nuclear reactors from Armenia, Iran, Pakistan and the Russian Bilibino Nuclear Power Plant

We have created visual representations from the calculated results in the form of maps. Combination of output data allowed the creation of custom maps with selected sources. The map created using the nuclear reactors from the Slovak Republic (Figure 3, i.) very clearly shows how the antineutrino signal rapidly decreases with growing distance, as well clearly indicates the locations of the two nuclear power plants. The maps showing antineutrino signal

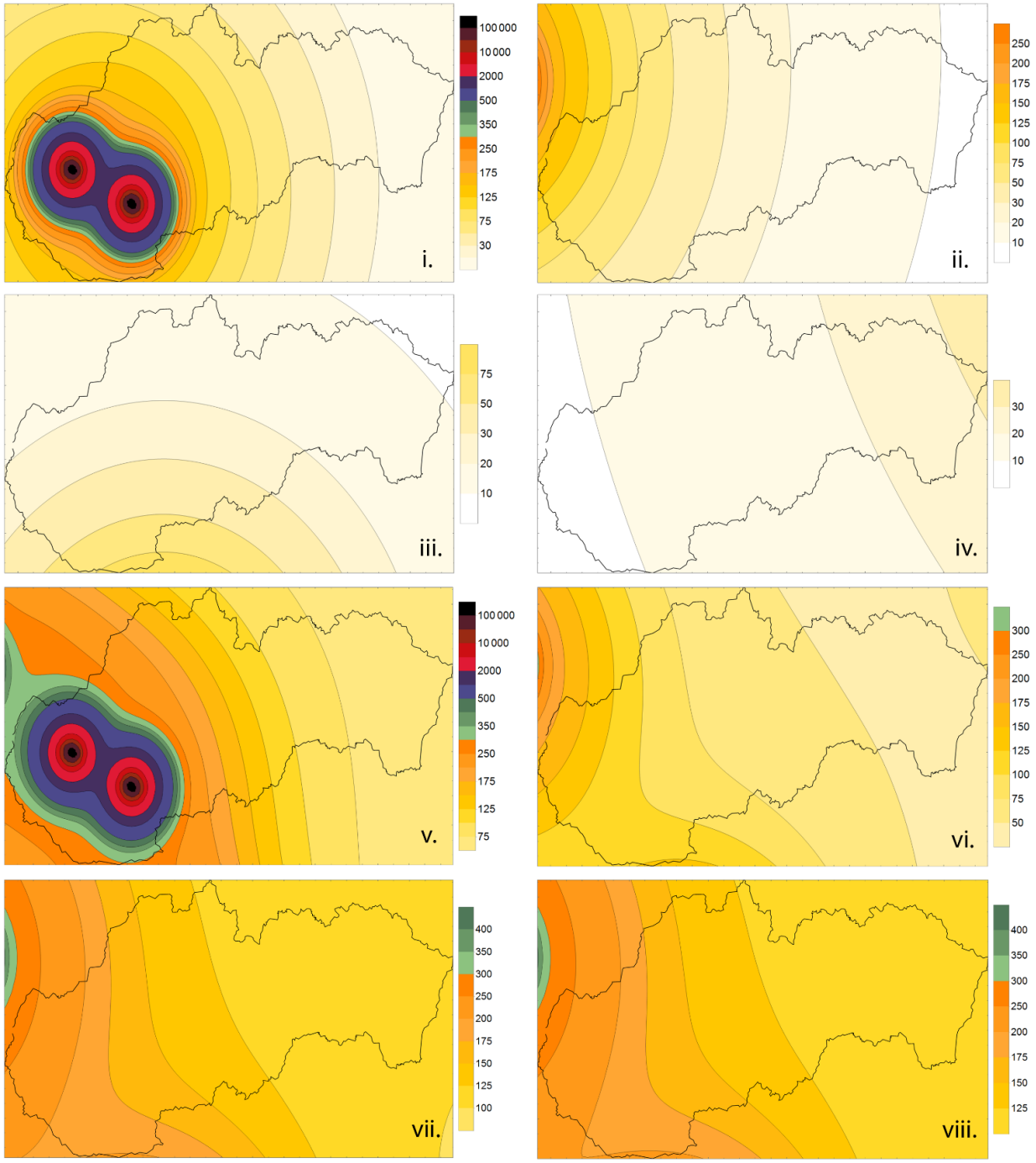


Figure 3: Reactor antineutrino signal maps over Slovakia in 2015 from nuclear reactors from: i. Slovak Republic, ii. Czech Republic, iii. Hungary, iv. Ukraine, v. neighbour states including Slovakia, vi. neighbour states excluding Slovakia, vii. neighbour states combined with European states, viii. world excluding Slovak reactors. Results are expressed in TNU. 1 TNU represents 1 antineutrino signal per year with detector efficiency $\varepsilon = 1$ and 10^{32} free protons in the detector (representing a roughly 1 kton liquid scintillator detector).

from the Czech Republic (Figure 3, ii.), Hungary (Figure 3, iii.) and Ukraine (Figure 3, iv.) qualitatively show what one would expect, as the antineutrino signal grows in the direction of the studied country. Regarding the neighbouring countries, the highest antineutrino signal comes from the Czech Republic with a maximum of ~150 TNU, Hungarian reactors contribute a maximum of ~80 TNU. Ukraine, despite having the most reactors among the neighbour states, contributes only a

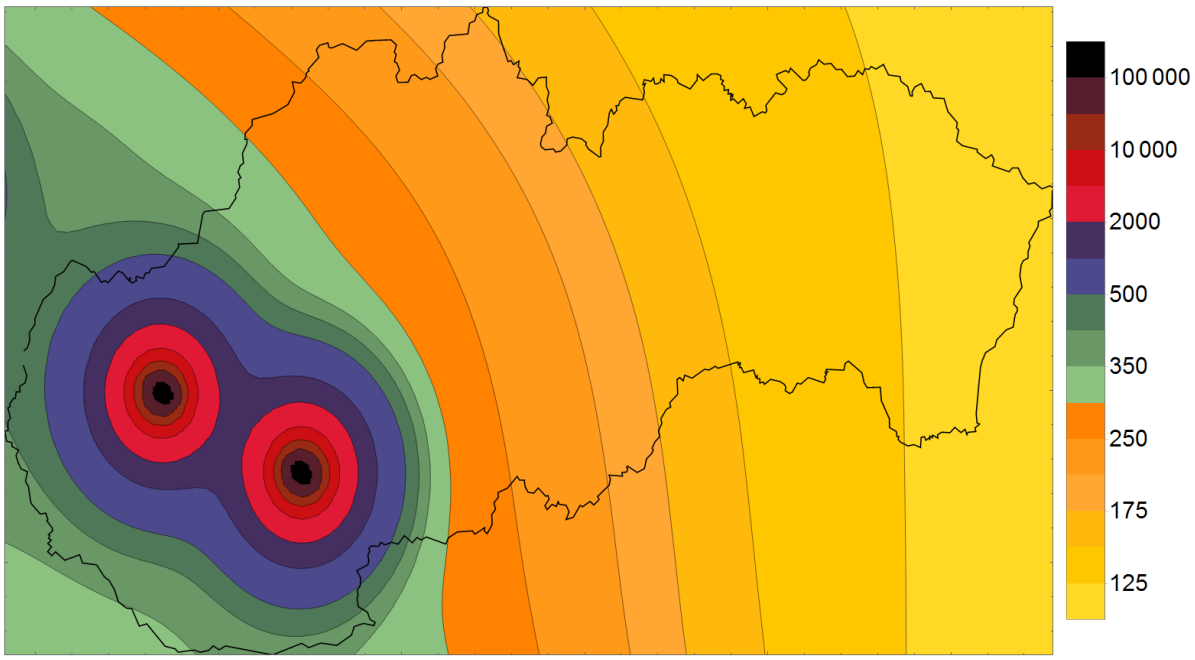


Figure 4: World reactor antineutrino signal over Slovakia in TNU in the year 2015

maximum of ~30 TNU. The cause of the low signal is the lack of nuclear reactors close to the Slovakia-Ukraine border. The remaining neighbouring states, Poland and Austria, do not have nuclear reactors.

It is interesting to compare the signal map from European and neighbour states (Figure 3, vii.) and the world antineutrino signal excluding Slovakia (Figure 3, viii.). The comparison shows only a minimal difference, meaning the antineutrino contribution of reactors beyond Europe is negligible.

The difference between the signal maps of the neighbour states (Figure 3, vi.) and neighbour states with European reactors (Figure 3, vii.) is more prominent. Since the shapes of the contour curves do not change significantly, we can say the neighbour states are still dominant. However, the signal from European non-neighbouring states shown in Figure 5 decreases from the value ~90 TNU (western Slovakia) to the value ~55 TNU (eastern Slovakia).

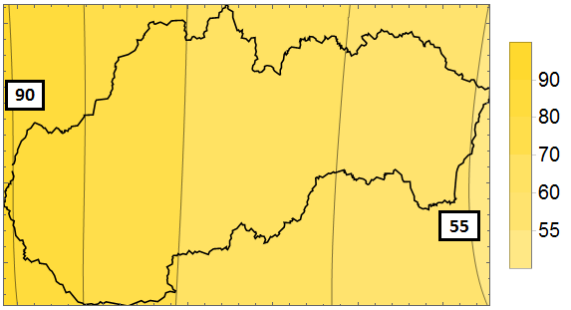


Figure 5: Reactor antineutrino signal over Slovakia from European reactors excluding reactors from Slovakia and its border states in 2015 in TNU

The visual representation of the total antineutrino signal from all reactors all over the world over Slovakia in the year 2015 is presented in Figure 4. The minimum antineutrino signal is expected in the easternmost parts of Slovakia, where the total signal is less than 125 TNU. These places are therefore the most suitable places for situating experiments studying antineutrinos coming from the earth, since the reactor antineutrinos represent background for the geo-neutrino signal.

2.3 Potential application of antineutrino monitoring of nuclear power plants

As discussed in the previous paragraphs, nuclear reactors leave a detectable footprint in the form of emitted antineutrinos from the β^- decay of fission fragments. Therefore, the installation of antineutrino detectors in the right place could be - in principle - used for monitoring nuclear power plants.

In this paragraph, we discuss a system of four hypothetical 1 kton underground liquid scintillator antineutrino detectors with efficiency $\varepsilon = 1$ (the same as we used in previous calculations) in selected points of Slovakia. Our main motivation is to examine the possibility of revealing nuclear power plants in the neighbouring countries. We choose for our detectors the following places:

- Štúrovo at the Hungarian border
- Holíč at the Czech border
- Nová Sedlica at the Ukrainian border
- Kriváň mountain in northern Slovakia

Table 4: Calculation of reactor antineutrino signals at the selected hypothetical detector sites in the year 2015

	Geographical coordinates of the hypothetical detector site	World antineutrino signal (TNU)	World antineutrino signal excluding Hungarian reactors (TNU)	World antineutrino signal excluding Czech reactors (TNU)	World antineutrino signal excluding Ukrainian reactors (TNU)
Štúrovo	47.800285 N 18.731385 E	374.125 ± 11.224	290.785 ± 8.724	346.212 ± 10.386	363.139 ± 10.894
Holíč	48.817756 N 17.150363 E	442.183 ± 13.265	425.165 ± 12.755	296.519 ± 8.896	432.835 ± 12.985
Nová Sedlica	49.048375 N 22.514777 E	118.958 ± 3.569	109.667 ± 3.290	110.533 ± 3.316	86.791 ± 2.604
Kriváň	49.162545 N 19.999940 E	172.554 ± 5.177	157.614 ± 4.728	152.046 ± 4.561	155.629 ± 4.669

We have calculated the world 2015 reactor antineutrino signal at the selected hypothetical detector sites, as well as the world antineutrino signals excluding Hungarian, Czech and Ukrainian reactors in Table 4. According to Ref. [Baldoncini et al., 2015], the Monte Carlo sampling of the input quantities results to approximately 3% total uncertainty to the calculated antineutrino signals. This uncertainty arising mainly from the uncertainties in the oscillation parameters $(\delta m^2, \theta_{12}, \theta_{13})$ and thermal power P_{th}. The contribution of uncertainties from the fuel composition and IBD cross section is less, but included in the total uncertainty. Another type of uncertainties is coming from the uncertainties in the antineutrino spectra λ_i and from effects including long-lived isotopes. We expect that all uncertainties will be substantially reduced in the future, so we adopt the 3% uncertainty in our results in Table 4, with the mean value obtained from the mean values of the input parameters for simplicity.

From the results in Table 4 we have calculated the probability of detecting antineutrino signal from the specific border state at the selected detector sites in the year 2015. We performed our calculation as the difference of the mean values of the total signal with and without observed reactors divided by the sum of their respective uncertainties. If the antineutrino signal from the studied country is more than the 3σ range compared to the world antineutrino signal, the chance of the detection of antineutrino signal from the studied country is very high. The results for each border state and hypothetical detector are in Table 5.

Table 5: Probability of detecting antineutrino signal from reactors of a selected neighbouring state at a selected hypothetical detector site using 2015 data

	Hungarian reactors	Czech reactors	Ukrainian reactors
Štúrovo	4,178σ	1,292σ	0,497σ
Holíč	0,654σ	6,573σ	0,356σ
Nová Sedlica	1,355σ	1,224σ	5,211σ
Kriváň	1,508σ	2,106σ	1,719σ

As one could expected the closest detector to the observed country is the most suitable for detecting the antineutrino signal coming from it. The results are summarized in Table 5. Štúrovo detects Hungarian signal with 4.178σ, or 99.9971% probability. Holíč detects Czech signal with an even higher probability - 6.573σ. We could also observe Czech antineutrino signal from the detector situated under the peak Kriváň, with 2.106σ, or 96.48% probability. Nová Sedlica detects Ukrainian signal with 5.211σ. We can see, that there is one detector with strong evidence of the signal from the given observed state, while signal in the other detectors is less pronounced. This gives us the possibility to evaluate the direction of the observed source of the reactor antineutrinos.

By our pioneering simple analysis, we can state that the detection of secret reactors in a neighbouring state by using a well-placed system of detectors is possible, considering we have access to reactor operation data for the other "officially" operated reactors. A system of detectors placed in different locations could determine the direction of the reactor antineutrino source.

Discussion

In this paper, we described a method of calculation antineutrino signal from arbitrary nuclear reactors at arbitrary detector sites. We calculated and visualized the antineutrino signal over the Slovak Republic which arises from all nuclear power reactors in the

world. We compared antineutrino signal arising from different sources and presented results in the series of the maps. We showed that in the east of Slovakia higher antineutrino signal comes from the European non-neighbouring states than from the Slovakian nuclear power plants. According to our results we proposed that the best place for building an experiment for studying geo-neutrinos is in the eastern regions of Slovakia. We have also discussed an experiment with hypothetical antineutrino detector sites in the Slovak Republic. Assuming such detectors will become cheaper to construct in the future, our discussed method could be used for monitoring the reactor activity of the neighbouring states of an arbitrary country, and potentially avoid the secret creation of nuclear weapons in the worst-case scenario.

References

[Hayes and Vogel, 2016] Hayes, A. C. and Vogel, P., Annual Review of Nuclear and Particle Science Vol. 66, 10.1146 (2016)

[Baldoncini et al., 2015] Baldoncini, M., Callegari, I., Fiorentini, G., Mantovani, F., Ricci, B., Strati, V. and Xhixha, G., *Phys. Rev.* D **91** 065002 (2015)

[Nieto et al., 2004] Nieto, M., Hayes, A.C., Wilson, W.B., Teeter, C.M. and Stanbro, W.D., Nucl. Sci. and Eng 149:(2004)

[Ma et al., 2013] Ma, X.B., Zhong, W.L., Wang, L.Z., Chen, Y.X. and Cao, J., Phys. Rev. C **88**, 014605 (2013)

[Loveland et al., 2006] Loveland, W.D., Morrissey, D.J., Seaborg, G.T., *Modern Nuclear Chemistry* (Wiley, 2006)

[Mueller et al., 2011] Mueller, T.A., Lhuillier, D., Fallot, M., Letourneau, A., Cormon, S., Fechner, M., Giot, L., Lasserre, T., Martino, J., Mention, G., Porta, A., and Yermia, F., Phys. Rev C **83**, 054615 (2011)

[IAEA] https://www.iaea.org/pris/

[INFN] http://www.fe.infn.it/antineutrino/

[Beringer el al., 2012] Beringer, J. *et al.*, Phys. Rev. D **86**, 010001 (2012)

[Fiorentini et al., 2012] Fiorentini, G., Fogli, G.L., Lisi, E., Mantovani, F., and Rotunno, A.M., Phys. Rev. D **86**, 033004 (2012)

[Capozzi et al., 2014] Capozzi, F., Fogli, G.L., Lisi, E., Morrone, A., Montanino, D., and Palazzo, A., Phys. Rev. D **89**, 093018 (2014)

[Strumia and Vissani, 2003] Strumia, A. and Vissani, F., Phys. Letters B **564**, 42 (2003)

[Bellini et al., 2010] Bellini, G. *et al.*, Phys. Letters B **687** (2010) 299-304

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 95–106
ISBN 978-1983445132, © 2017 Peter Čarný

Skumanie nábojovej asymetrie v semi-boosted oblasti v lepton+jetovom kanále na experimente ATLAS

Peter Čarný[1*]
Školiteľ: Mgr. Pavol Bartoš, PhD.[1†]

[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Top kvark bol objavený v roku 1995 na $p\bar{p}$ urýchľovači Tevatron, experimentami CDF a DØ [1,2]. Po jeho objave sa začali robiť rôzne merania jeho vlastností s cieľom porovnať experiment s predpoveďami Štandardného modelu (ŠM). Väčšina meraní bola kompatibilná s predpoveďami ŠM. Výnimkou bola hodnota predo-zadnej asymetrie v tvorbe top kvarkových párov $(t\bar{t})$ nameraná experimentom CDF na Tevatrone, ktorá vykazovala významnú odchýlku od predpovede ŠM na úrovni približne 2,5 štandardnej odchýlky (σ) [3]. V reakcii na to vzniklo niekoľko teoretických modelov, ktoré pomocou novej fyziky interpretovali namerané hodnoty. Neskôr teoretici zahrnuli do výpočtov druhý rád poruchovej kvantovej chromodynamiky (pQCD) [4], čo viedlo k zníženiu rozdielu medzi experimentálnymi výsledkami a predpoveďou ŠM na úroveň približne 1,5 σ. Skúmanie nábojovej asymetrie na LHC môže prispieť k tomu, aby sme vedeli rozhodnúť, či je za hodnotou predo-zadnej asymetrie na Tevatrone nová fyzika.

Analýza leptón+jetového rozpadu $t\bar{t}$ párov sa dá rozdeliť na tri oblasti podľa priečnej hybnosti top kvarku, resp. *W* bozónu z hadrónovej vetvy. Tieto oblasti sa nazývajú resolved, semi-boosted a boosted oblasť. Analýzy však zvyknú uvažovať semi-boosted oblasť ako časť resolved, resp. boosted oblasti. Preto nie sú jasne vymedzené ani jej hranice. Táto práca si dáva za cieľ presnejšie zadefinovať semi-boosted oblasť.

Kľúčové slová: asymetria, top kvark, *W*-tager, semi-bosted

1 Súradnicový systém experimentu ATLAS a definícia použitých veličín

ATLAS používa karteziánsky pravotočivý systém súradníc. Počiatok súradnicovej sústavy je daný nominálnym interakčným bodom. Smer zväzku určuje os *z*, os *x* ide do stredu detektora a os *y* ukazuje smerom nahor, ako možno vidieť na obr. 1.1. Azimutálny uhol Φ je meraný v priečnej rovine *x*-*y* vzhľadom na os *x* a polárny uhol Θ vzhľadom na os zväzku. Namiesto uhla Θ sa zvykne používať veličina zvaná pseudorapidita η, daná vzťahom:

$$\eta = -ln\left(tan\left(\theta/2\right)\right). \tag{1.1}$$

Jej výhoda je v tom, že $\Delta\eta$ je lorentzovsky invariantná narozdiel od $\Delta\Theta$. V prípade hmotných objektov prechádza pseudorapidita na rapiditu:

$$y = \frac{1}{2}\, ln\left(\frac{E+p_z}{E-p_z}\right), \tag{1.2}$$

kde E je energia a p_z je pozdĺžna zložka hybnosti častice. Uhlová vzdialenosť ΔR v $\eta-\Phi$ rovine je definovaná ako:

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\Phi)^2}\ . \tag{1.3}$$

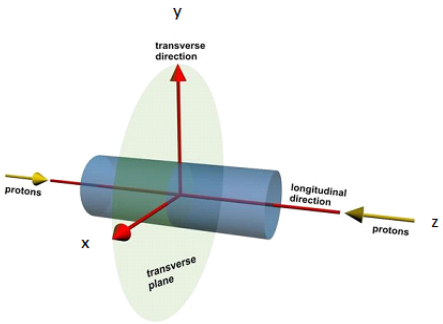
Priečna hybnosť sa počíta zo zložiek v priečnej rovine, platí:

$$p_T = \sqrt{(p_x)^2 + (p_z)^2}\ . \tag{1.4}$$

Invariantná hmotnosť $t\bar{t}$ páru, je definovaná pomocou nasledovného vzťahu:

*carnypeter83@gmail.com
†pavol.bartos@cern.ch

$$m_{t\bar{t}} = \sqrt{(E_t + E_{\bar{t}})^2 - |\vec{p}_t + \vec{p}_{\bar{t}}|^2}\,. \qquad (1.5)$$



Obr. 1.1: Súradnicový systém používaný na experimente ATLAS.

Okamžitá luminozita je daná ako:

$$L = f \times n \frac{N_1 \times N_2}{A}\,, \qquad (1.6)$$

kde f je frekvencia zrážok, n je počet zhlukov, N_1 a N_2 sú počty častíc v jednotlivých zhlukoch a A je účinný prierez zrážky dvoch zväzkov. Integráciou okamžitej luminozity cez čas získame vzťah pre integrálnu luminozitu:

$$\int L\,dt = \frac{N_{cel}}{\sigma}\,, \qquad (1.7)$$

kde N_{cel} je celkový počet udalostí a σ je účinný prierez. Integrálna luminozita je dôležitým parametrom, vzhľadom k tomu, že vyjadruje množstvo dát zo zrážok, ktoré boli z LHC dodané experimentom.

2 Asymetria v Štandardnom modeli

Diferenciálnu asymetriu v produkcii $t\bar{t}$ párov definujeme nasledovne:

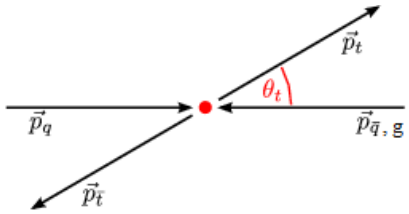
$$A(\cos\Theta_t) = \frac{N_t(\cos\Theta_t) - N_{\bar{t}}(\cos\Theta_t)}{N_t(\cos\Theta_t) + N_{\bar{t}}(\cos\Theta_t)}\,, \qquad (2.1)$$

kde Θ je produkčný uhol kvarku v pokojovej sústave $N(\cos\Theta_t) = d\sigma / d\Omega(\cos\Theta_t)$.

Vďaka nábojovému združeniu, ktoré zamení časticu pohybujúcu sa v smere dopredu za antičasticu pohybujúcu sa v opačnom smere, platí:

$$N_t(\cos\Theta_t) = N_{\bar{t}}(-\cos\Theta_t)\,. \qquad (2.2)$$

Preto môžeme o asymetrii zadefinovanej vzťahom (2.1) hovoriť aj ako o predo-zadnej asymetrii v $t\bar{t}$ produkcii.



Obr. 2.1: Znázornenie produkčného uhla top kvarku (θ_t), ktorý bol vyprodukovaný pri kvark-antikvarkovej anihilácii, resp. kvark-gluónovej interakcii. Pri nenulovej hodnote asymetrie je top kvark produkovaný viac dopredu alebo dozadu [5].

Integrálna predo-zadná asymetria v pokojovej sústave $t\bar{t}$ je definovaná pomocou uhla θ_t (obr. 2.1) medzi top - kvarkom a prichádzajúcim kvarkom q pomocou vzorca:

$$A_{FB} = \frac{N(\cos(\Theta_t) > 0) - N(\cos(\Theta_t) < 0)}{N(\cos(\Theta_t) > 0) + N(\cos(\Theta_t) < 0)}\,. \qquad (2.3)$$

V experimente nevieme povedať, kedy zaregistrovaný top kvark pochádza z procesu, ktorý dáva nulový príspevok a kedy pochádza z procesu ktorý dáva nenulový príspevok k asymetrii. Vieme len spočítať príspevky od všetkých udalostí, v ktorých sa vytvorili $t\bar{t}$ páry. Top kvarkové páry sú na hadrónových urýchľovačoch produkované predovšetkým dvoma procesmi:

$$q + \bar{q} \rightarrow t + \bar{t}$$

$$g + g \rightarrow t + \bar{t}$$

V základnom ráde poruchovej QCD sú príspevky týchto procesov k asymetrii nulové, lebo ich účinný prierez nerozlišuje medzi kvarkom a antikvarkom v koncovom stave. Procesy ako $q + \bar{q} \rightarrow t + \bar{t}$ a $g + g \rightarrow t + \bar{t}$ budeme označovať pomocou ich počiatočných stavov ako $q\bar{q}$ a gg. Diferenciálne účinné prierezy v QCD na stromovej úrovni pre procesy $q\bar{q}$ a gg sú dané vzťahmi:

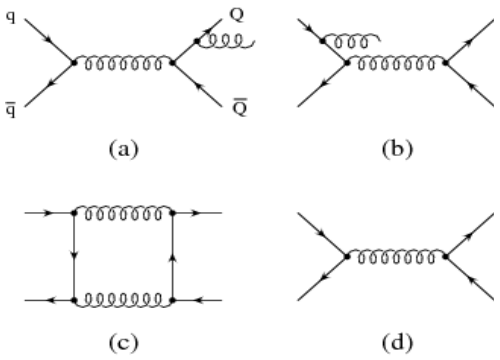
$$\frac{\sigma_{q\bar{q}\to t\bar{t}}}{d\cos\theta} = \alpha_s^2 \frac{\pi\delta}{3sN_c}\left(1 + c^2 + 4m_t^{\,2}\right), \qquad (2.4)$$

$$\frac{\sigma_{g\bar{g}\to t\bar{t}}}{d\cos\theta} = \alpha_s^2 \frac{\pi\delta}{2s}\left(\frac{1}{N_C(1-c^2)} - \frac{3}{16}\right) \times \left(1 + c^2 + 8m_t^{\,2} - \frac{32m_t^{\,4}}{1-c^2}\right), \qquad (2.5)$$

kde uhol θ_t je uhol medzi vznikajúcim top kvarkom a prichádzajúcim kvarkom v pokojovej sústave $t\bar{t}$, $N_C = 3$, $\delta = \sqrt{1 - 4m_t^{\,2}}$, $c = \delta\cos\theta_t$. Ďalším procesom, v ktorom sa tvoria top kvarkové páry je proces:

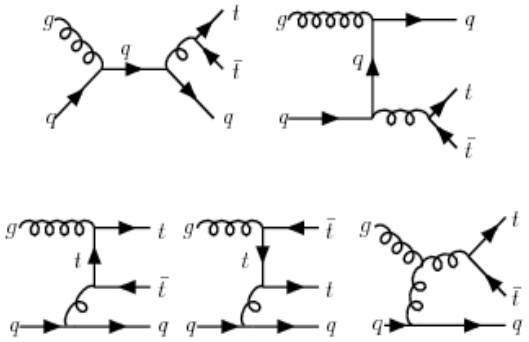
$$q + g \rightarrow t + \bar{t} + q$$

Korekcie k procesu $q\bar{q}$, zahŕňajúce vyžiarenie reálneho alebo virtuálneho fotónu (obr. 2.2), rovnako ako aj proces qg (obr. 2.3) prispievajú k asymetrii. Ich započítanie totiž vedie na také interferenčné členy v amplitúdach prechodu, ktoré nie sú symetrické vzhľadom na zámenu t a $\bar{t}$ kvarku.



Obr. 2.2: Hlavný zdroj nábojovej asymetrie v produkcii $t\bar{t}$: interferencia diagramov s vyžiarením gluónu v konečnom (a) a počiatočnom stave (b) a interferencia Born diagramu (c) a jeho jednoslučkovej box korekcie (d). Okrem interferencie diagramu (c) s diagramom (d) prispieva k nenulovej hodnote asymetrie aj interferencia diagramu (c) s jeho jednoslučkovou crossed box korekciou [6].

Dôvodom nenulovej hodnoty predo-zadnej asymetrie je predovšetkým vnútorná asymetria jednotlivých procesov podieľajúcich sa na kvark-antikvarkovej anihilácii. Jedná sa hlavne o procesy $u + \bar{u} \rightarrow t + \bar{t}$ a $d + \bar{d} \rightarrow t + \bar{t}$, vzhľadom k tomu, že protón sa skladá z u a d kvarkov. Ich vnútorná asymetria teda dáva dominantný príspevok k celkovej nábojovej asymetrii. Zároveň k asymetrii prispieva aj vnútorná asymetria procesu $q + g \rightarrow t + \bar{t}$.



Obr. 2.3: Diagramy zodpovedajúce kvark-gluónovému rozptylu, ktoré sa podieľajú na tvorbe $t\bar{t}$ párov v ráde α_S^3 [7]. Ich príspevok k asymetrii je nenulový.

Vo vzťahu (2.3) sa príspevky od symetrických procesov v čitateli odčítajú a zostanú len príspevky od nesymetrických procesov. Menovateľ vo vzťahu (2.3) je symetrický vzhľadom na zámenu vyprodukovaného top a anti-top kvarku. Výsledná asymetria od QCD procesov sa dá vyjadriť pomocou symetrických σ_S a antisymetrických σ_A príspevkov k celkovému účinnému prierezu:

$$A_{QCD} = \frac{\sigma_A}{\sigma_S} = \frac{\alpha_S^{\,3}\sigma_A^{(1)} + \alpha_S^{\,4}\sigma_A^{(2)} + \ldots}{\alpha_S^{\,2}\sigma_S^{(0)} + \alpha_S^{\,3}\sigma_S^{(1)} + \ldots} = \frac{\alpha_S^{\,3}\sigma_{A,q\bar{q}}^{(1)} + \alpha_S^{\,3}\sigma_{A,qg}^{(1)} + \alpha_S^{\,4}\sigma_{A,q\bar{q}}^{(2)} + \ldots}{\alpha_S^{\,2}\sigma_S^{(0)} + \alpha_S^{\,3}\sigma_S^{(1)} + \ldots} \qquad (2.6)$$

Pritom v prvom priblížení platí, že:

$$\sigma_S^{(i)} = \sigma_{S,q\bar{q}}^{(i)} + \sigma_{S,gg}^{(i)} + \sigma_{S,qg}^{(i)}. \qquad (2.7)$$

Vzhľadom na to, že asymetria je na stromovej úrovni pQCD nulová, zodpovedajú najnižšiemu nenulovému rádu poruchového rozvoja členy $\sigma_A^{(1)}$ a $\sigma_S^{(0)}$. A teda v prvom priblížení platí:

$$A_{QCD}^{(0)} = \frac{\sigma_A}{\sigma_S} = \frac{\alpha_S\sigma_A^{(1)}}{\sigma_S^{(0)}}. \qquad (2.8)$$

Jedinou možnosťou ako vypočítať asymetriu pomocou Monte Carlo generátorov je výpočet čitateľa aj menovateľa vzorca (2.6) do rádu α_S^3 [8]. K asymetrii prispieva aj analogický proces k procesu $q\bar{q}$ v QED so zámenou $g \rightarrow \gamma$. Podľa [6] veľkosť tohoto príspevku závisí od pomeru

účinných prierezov pre tvorbu $u\bar{u}$ a $d\bar{d}$ na Tevatrone a na LHC.

Pre Tevatron je pomer príspevku $u\bar{u}$ oproti $d\bar{d}$ daný ako $\sigma_{u\bar{u}} = 4 \times \sigma_{d\bar{d}}$, vzhľadom k tomu, že na sa tam zráža p s $\bar{p}$. Protón pozostáva z kvarkov *uud* a antiprotón z kvarkov $\bar{u}\bar{u}\bar{d}$. Existujú teda štyri kombinácie valenčných kvarkov a valenčných antikvarkov z protónu a z antiprotónu, ktoré vedú na proces $u\bar{u}$. Zároveň je len jedna možnosť pre proces $d\bar{d}$ ak sa zaoberáme len valenčnými kvarkami. Môžeme uvažovať, že funkcie partónových hustôt (PDF) sú pre valenčné u a d kvarky v protóne a $\bar{u}$ a $\bar{d}$ v antiprotóne rovnaké. Na Tevatrone sa proces $q\bar{q}$ s morským kvarkom a s morským antikvarkom deje len v menej ako 1 % prípadov a preto je možné jeho vplyv zanedbať.

Na LHC je pomer $u\bar{u}$ oproti $d\bar{d}$ daný približne vzťahom $\sigma_{u\bar{u}} = 2 \times \sigma_{d\bar{d}}$. Protón neobsahuje žiaden valenčný antikvark, ale obsahuje dva u kvarky a jeden d kvark, vďaka čomu je pravdepodobnosť pre $u\bar{u}$ dvakrát väčšia ako pre $d\bar{d}$. PDF pre morské u a d kvarky, resp. pre morské $\bar{u}$ a $\bar{d}$ kvarky je v dobrom priblížení možné uvažovať ako rovnaké funkcie. Ak použijeme realistickejšie hodnoty pre PDF u, $\bar{u}$ a d, $\bar{d}$ [6], dostaneme hodnoty, ktoré sú približne rovnaké ako hodnoty vo vzťahoch (2.10) a (2.11). Relatívny príspevok QED korekcie ku QCD asymetrii je pre proces $q\bar{q}$ daný vzťahom:

$$f_q^{QED} \approx \frac{\alpha_{QED}}{\alpha_s} Q_t Q_q , \qquad (2.9)$$

kde α_s a α_{QED} sú väzbové konštanty silnej a elektromagnetickej interakcie a Q_t a Q_q sú elektrické náboje top kvarku a kvarku q v počiatočnom stave. Relatívny príspevok QED korekcie ku QCD asymetrii na Tevatrone je:

$$f_{Tevatron}^{QED} = \frac{4 f_u^{QED} + f_d^{QED}}{5} \approx 18\,\% . \qquad (2.10)$$

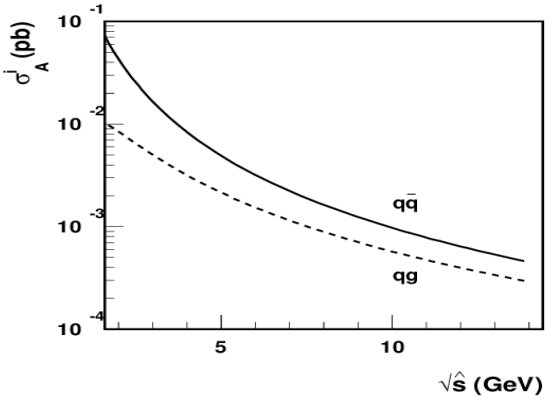
Relatívny príspevok QED korekcie ku QCD asymetrii na LHC je:

$$f_{LHC}^{QED} = \frac{2 f_u^{QED} + f_d^{QED}}{3} \approx 13\% . \qquad (2.11)$$

Pre asymetrické príspevky od procesov $q\bar{q}$ a qg zintegrované v predo-zadnom smere platí:

$$\sigma_A^{\,i} = \int_0^1 \frac{d\sigma_A^{\,i}}{d\cos\Theta} d\cos\Theta - \int_{-1}^0 \frac{d\sigma_A^{\,i}}{d\cos\Theta} d\cos\Theta . \qquad (2.12)$$

$i = q\bar{q}, qg$



Obr. 2.4: Integrál z nábojovo asymetrických častí účinných prierezov pre párovú tvorbu top kvarku pre procesy $q\bar{q}$ a qg ako funkcií CMS energie jednotlivých partónov [6]. Pre Tevatron je príspevok k asymetrii od procesu qg rádovo nižší ako príspevok od procesu $q\bar{q}$. To je rozdiel oproti LHC pri $\sqrt{s} = 13\,\text{TeV}$, kde sa na asymetrii podieľajú významne oba procesy.

2.1 Asymetria na LHC a na Tevatrone

Na to, aby bolo možné merať asymetriu na Tevatrone a na LHC, je potrebné zvoliť takú veličinu, ktorá by vhodne opisovala asymetriu pre daný typ urýchľovača.

2.1.1 Predo-zadná asymetria na Tevatrone

Na Tevatrone je top kvarkový pár produkovaný vo viac ako 85 % prípadov $q\bar{q}$ anihiláciou a v 15 % prípadov gg fúziou. Pri $q\bar{q}$ anihilácii pochádza vo viac ako 99 % prípadov kvark z protónu a antikvark z antiprotónu. Vďaka tomu je možné zvoliť referenčný smer, vzhľadom ku ktorému je produkovaný top kvark v smere dopredu alebo dozadu. Týmto referenčným smerom je smer protónu. Namiesto uhla θ_t vystupujúceho vo vzťahu (2.1) sa používa rapidita kvarkov v koncovom stave, preto môžeme predo-zadnú asymetriu zadefinovať ako:

$$A_{FB} = \frac{N(\Delta y_t > 0) - N(\Delta y_t < 0)}{N(\Delta y_t > 0) + N(\Delta y_t < 0)} . \qquad (2.13)$$

Vo vzťahu (2.13) vystupuje rozdiel pseudorapidít top kvarku a anti-top kvarku: $\Delta y_t = y_t - y_{\bar{t}}$. Pritom platí, že daný vzťah je ekvivalentný vzťahu (2.1) a (2.3), lebo $\Delta y_t > 0$ pre $y_t > 0$, resp.

$cos(\theta_t) > 0$ a $\Delta y_t < 0$ pre $y_t < 0$ resp. $cos(\theta_t) < 0$. Výhoda tejto definície je taká, že rozdiel rapidít kvarku a antikvarku je invariantný vzhľadom na boost pozdĺž osi zväzku. Boost pozdĺž osi *z* je daný maticou:

$$\begin{pmatrix} cosh\beta & 0 & 0 & -sinh\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -sinh\beta & 0 & 0 & cosh\beta \end{pmatrix}. \qquad (2.14)$$

Pritom β je dané vzťahom: $tanh\ \beta = v / c$. Pre jednotlivé komponenty vektora štvorhybnosti častice platí:

$$\begin{pmatrix} cosh\beta & 0 & 0 & -sinh\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -sinh\beta & 0 & 0 & cosh\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{pmatrix} \qquad (2.15)$$

$$= \begin{pmatrix} E\,cosh\beta - p_z\,sinh\beta \\ p_x \\ p_y \\ -E\,sinh\beta + p_z\,cosh\beta \end{pmatrix}.$$

Komponenty štvorhybnosti častice, ktoré vystupujú vo vzorci pre rapiditu sa transformujú nasledovne:

$$E \rightarrow E' = E\,cosh\beta - p_z\,sinh\beta\,, \qquad (2.16)$$

$$p_z \rightarrow p_z' = -E\,sinh\beta + p_z\,cosh\beta\,. \qquad (2.17)$$

Pre rapiditu častice a antičastice dostaneme po booste vzťah:

$$y' = \frac{1}{2}\,ln\left(\frac{E' + p_z'}{E' - p_z'}\right) \qquad (2.18)$$

$$= \frac{1}{2}\,ln\left(\frac{E\,cosh\beta - p_z\,sinh\beta - E\,sinh\beta + p_z\,cosh\beta}{E\,cosh\beta - p_z\,sinh\beta + E\,sinh\beta - p_z\,cosh\beta}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\,ln\left(\frac{E(cosh\beta - sinh\beta) + p_z(cosh\beta - sinh\beta)}{E(cosh\beta + sinh\beta) - p_z(cosh\beta + sinh\beta)}\right)$$

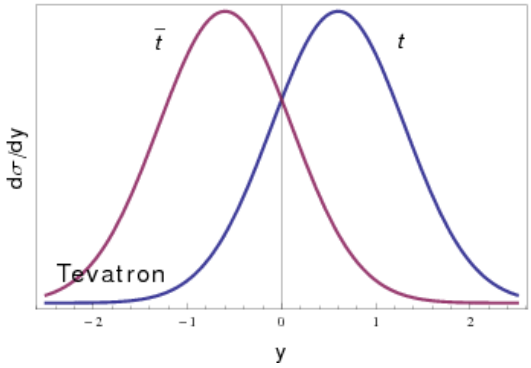
$$= \frac{1}{2}\,ln\left(\frac{(E + p_z)(cosh\beta - sinh\beta)}{(E - p_z)(cosh\beta + sinh\beta)}\right)$$

$$y' = \frac{1}{2}\,ln\left(\frac{E + p_z}{E - p_z}\right) + ln\left(\frac{cosh\beta - sinh\beta}{cosh\beta + sinh\beta}\right) = y + k\,.$$

Vzhľadom k tomu, že konštanta *k* je rovnaká pre prípad častice aj antičastice, platí:

$$\Delta y' = y_t' - y_{\bar{t}}' = y_t + k - (y_{\bar{t}} + k) \qquad (2.19)$$

$$= y_t - y_{\bar{t}} = \Delta y\,.$$



Obr. 2.5: Kvalitatívne zobrazenie účinných prierezov pre produkciu top a anti-top kvarkov na Tevatrone v závislosti od ich rapidít [9].

Na Tevatrone sa zrážali protibežné zväzky protónov s antiprotónmi s ťažiskovou energiou zrážky $\sqrt{s} = 1{,}96$ TeV. Analýzou všetkých dát (vzorka $\approx 10\ fb^{-1}$), sa na experimente D0 namerala hodnota asymetrie, ktorá sa odlišovala o 1 σ od predpovede štandardného modelu. Na experimente CDF sa namerala hodnota, ktorá sa líšila o 1,7 σ. Urýchľovač Tevatron už v súčasnosti nepracuje, a preto nie je z neho možné získavať nové dáta.

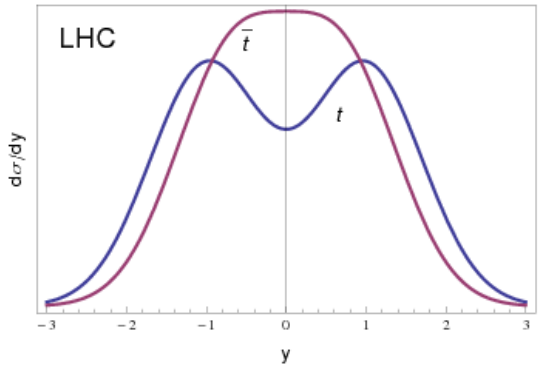
2.1.2 Nábojová asymetria na LHC

Ďalšiu možnosť na overenie toho, či hodnota asymetrie zodpovedá alebo nezodpovedá predpovedi Štandardného modelu ponúka LHC. Na ňom dochádza ku zrážkam protibežných zväzkov protónov, v súčasnosti pri ťažiskovej energii $\sqrt{s} = 13$ TeV. Rozdiel LHC oproti Tevatronu je v tom, že protóny neobsahujú valenčné, ale len morské antikvarky. Závislosť účinného prierezu od rapidity top kvarku, resp. anti-top kvarku v koncovom stave na LHC (obr. 2.6) je odlišná od rovnakej závislosti pre Tevatron (obr. 2.5). Na LHC je každá z distribúcií symetrická vzhľadom na os *y*. Preto by sme pri použití asymetrie definovanej vzťahom (2.13) dostali nulovú hodnotu pre

asymetriu. V dôsledku toho treba nájsť novú veličinu na opis asymetrie na LHC. Vhodnou veličinou je rozdiel veľkostí rapidít kvarku a antikvarku v koncovom stave a platí:

$$A_C = \frac{N(\Delta|y_t| > 0) - N(\Delta|y_t| < 0)}{N(\Delta|y_t| > 0) + N(\Delta|y_t| < 0)} . \quad (2.20)$$

Rozdiel veľkostí rapidít top kvarku a anti-top kvarku je daný ako: $\Delta|y_t| = |y_t| - |y_{\bar{t}}|$.



Obr. 2.6: Diferenciálny účinný prierez produkcie top a anti-top kvarkov na LHC v závislosti od ich rapidít [9].

O nábojovej asymetrii definovanej vzťahom (2.20) hovoríme ako o predo-centrálnej asymetrii. Dôvod je taký, že keď sa pozrieme na obr. 2.6, tak vidíme, že top kvark je produkovaný s väčšou pravdepodobnosťou v smere dopredu. Zároveň platí, že anti-top kvark je vo väčšom množstve prípadov tvorený viac centrálne v porovnaní s top kvarkom.

2.1.3 Súvis predo-zadnej asymetrie s nábojovou asymetriou

Predo-zadná asymetria, definovaná vzťahom (2.13), a nábojová asymetria, definovaná vzťahom (2.20), zodpovedajú dvom rôznym veličinám. To znamená, že ak by sa nameraná hodnota jednej z nich odlišovala od predpovede Štandardného modelu, neznamená to, že to isté by malo platiť aj pre druhú z nich. Zároveň však platí, že obe asymetrie pochádzajú z rovnakej vnútornej asymetrie procesov na partónovej úrovni. Pre procesy $u\bar{u}$ a $d\bar{d}$ je možné brať A_{FB} a A_C ako dve rôzne lineárne kombinácie asymetrií $A_{u\bar{u}}$ a $A_{d\bar{d}}$. Potom môžeme vyjadriť vzťah (13) a vzťah (2.20) nasledovne [8]:

$$A_{FB} = A_{u\bar{u}} F_u + A_{d\bar{d}} F_d , \quad (2.21)$$

$$A_C = A_{u\bar{u}} F_u D_u + A_{d\bar{d}} F_d D_d , \quad (2.22)$$

pritom F_u a F_d zodpovedajú podielu procesov $u\bar{u}$ a $d\bar{d}$ voči všetkým procesom, ku ktorým dochádza pri zrážkach protibežných zväzkov hadrónov, t.j $F_u = \sigma_{u\bar{u}} / \sigma$ a $F_d = \sigma_{d\bar{d}} / \sigma$. D_u a D_d sú dodatočné faktory, ktoré sú korekciou na prípady, kedy nesie antikvark väčšiu časť hybnosti protónu ako kvark. Pomocou týchto dvoch definícií by teda bolo možné porovnať meranie z LHC s meraním na Tevatrone.

3 Semi-boosted oblasť

Analýza leptón+jetového rozpadu $t\bar{t}$ párov sa dá rozdeliť na tri oblasti podľa priečnej hybnosti top kvarku ($p_{\perp,T}$), resp. W bozónu ($p_{\perp,W}$) z hadrónovej vetvy. Tieto oblasti sa nazývajú resolved, semi-boosted a boosted oblasť. S narastajúcou hybnosťou top kvarku sa jeho rozpadové produkty postupne približujú jeden k druhému. Preto je možné zadefinovať jednotlivé oblasti pomocou vzájomných vzdialeností kvarkov z hadrónovej vetvy. Na určenie priestorových vzdialeností dvoch kvarkov sa používa veličina ΔR, ktorá je definovaná v $\eta - \Phi$ rovine pomocou vzťahu (1.3). Označme ako ΔR_{12} vzdialenosť medzi dvoma ľahkými kvarkami a ΔR_{1b}, resp. ΔR_{2b} vzdialenosť medzi prvým, resp. druhým najenergetickejším ľahkým kvarkom a b kvarkom z hadrónovej vetvy.

V resolved oblasti (obr. 3.1a), ktorá zodpovedá najnižším hodnotám $p_{\perp,T}$, sa dajú všetky tri kvarky navzájom dobre rozlíšiť a v našej štúdii budeme uvažovať podmienky:

$$\Delta R_{12} > 1 \ \wedge \ \Delta R_{1b} > 1 \ \wedge \ \Delta R_{2b} > 1 . \quad (3.1)$$

Semi-boosted oblasť (obr. 3.1c) sa nachádza v strednom intervale $p_{\perp,T}$. Produkty rozpadu W bozónu, t.j. dva ľahké kvarky, v nej tvoria jeden veľký jet (s polomerom ΔR =1), ktorý je možné dobre rozoznať od b-jetu. Semi-boosted oblasť definujeme vzťahom:

$$\Delta R_{12} \leq 1 \ \wedge \ \Delta R_{1b} > 1 \ \wedge \ \Delta R_{2b} > 1 . \quad (3.2)$$

Okrem oblasti danej podmienkami (3.2) je možné uvažovať v rámci semi-boosted analýzy aj ďalšie dve oblasti (obr. 3.1d a 3.1e), ku ktorým prídeme pomocou cyklickej zámeny indexov pri ΔR:

$$\Delta R_{2b} \leq 1 \ \wedge \ \Delta R_{12} > 1 \ \wedge \ \Delta R_{1b} > 1 , \quad (3.3)$$

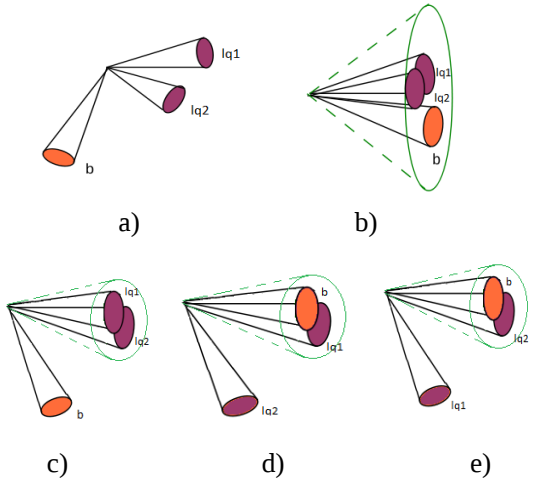
$$\Delta R_{1b} \leq 1 \ \wedge \ \Delta R_{2b} > 1 \ \wedge \ \Delta R_{12} > 1 . \quad (3.4)$$

Oblasť definovaná podmienkami (3.2) má podstatnú výhodu oproti oblastiam definovaným podmienkami (3.3) a (3.4). Pre prípad, kedy veľký jet pozostáva z dvoch ľahkých kvarkov vieme overiť správnosť identifikácie jetov pomocou kritéria na invariantnú hmotnosť W bozónu. Toto kritérium nie je možné použiť v prípade, že veľký jet obsahuje b kvark a niektorý z dvoch ľahkých kvarkov. Preto sa v tejto práci budeme zaoberať hlavne semi-boosted oblasťou danou pomienkou (3.2) a výsledky pre oblasti dané vzťahmi (3.3) a (3.4) uvedieme len pre úplnosť.

V boosted oblasti (obr. 3.1b) pozostáva veľký jet zo všetkých troch produktov rozpadu top kvarku, táto oblasť je daná pomocou vzťahu:

$$\Delta R_{12} \leq 1 \ \wedge \ \Delta R_{1b} \leq 1 \ \wedge \ \Delta R_{2b} \leq 1 . \quad (3.5)$$

Udalosti, ktoré sú v oblasti nižších, resp. vyšších $p_{\perp,W}$ majú navzájom odlišné topológie. Preto sa pre resolved a boosted oblasti používajú iné kritériá na výber udalostí, jetov a leptónov a odlišné algoritmy, slúžiace na rekonštrukciu týchto objektov. Dôvodom, pre ktorý má zmysel skúmať jednotlivo každú z oblastí je snaha o zvýšenie efektívnosti rekonštrukcie udalostí. V oblasti vysokých $p_{\perp,T}$ tak pri použití kritérií pre boosted analýzu dostávame vyššiu štatistiku ako pri použití resolved kritérií a naopak. Zároveň sa snažíme optimalizovať pomer efektívnosti a čistoty dát. Pri kombinácii oboch informácií získame výsledok s lepšou štatistickou významnosťou, t.j. prejde nám viac dát pri dobrej čistote. Cieľom tejto práce je nájsť ohraničenia pre semi-boosted oblasť a tak zlepšiť efektívnosť rekonštrukcie dát v oblasti stredných $p_{\perp,T}$. Takto zistíme, v akej oblasti je vhodné používať kritériá a algoritmy, ktoré majú dobrú efektívnosť pre rekonštrukciu W-jetov. Následne je možné urobiť kombináciu meraní z troch regiónoch a zvýšiť tak presnosť merania.



Obr. 3.1: Hadrónová vetva leptón+jetového rozpadu $t\bar{t}$ páru v jednotlivých oblastiach: a) resolved, b) boosted, c, d, e) semi-boosted.

4 Experimentálna časť

V resolved analýze (kap. 4.1) sme používali na rekonštruovanej a na partónovej úrovni nasledovné kritériá: požadovali sme semi-leptónový rozpad páru top – anti-top, t.j. jeden kvark sa rozpadol hadrónovo – na dva ľahké kvarky (u alebo d kvarky) a b kvark a druhý kvark sa rozpadol leptónovo – na leptón, neutríno a b kvark. V experimente nepozorujeme samotné kvarky, lebo všetky kvarky okrem top kvarku, rýchlo po svojom vzniku hadronizujú a vytvárajú spŕšky kompozitných častíc, tzv. jety. Od jetov a leptónov sme požadovali, aby ich priečna hybnosť bola väčšia ako 25 GeV/c a aby spadali do oblasti s najväčšou citlivosťou detektora, teda aby mali $|\eta| < 2{,}5$.Pod leptónmi sa tu myslia elektróny a mióny. Kritérium na dobrú udalosť je, aby obsahovala aspoň štyri malé $anti\text{-}k_t$ [10] jety (s polomerom $\Delta R = 0{,}4$).

V boosted analýze (kap. 4.2) požadujeme, aby bol v každej udalosti aspoň jeden veľký jet (s $\Delta R = 1{,}0$) s hybnosťou aspoň 100 GeV/c, jeden malý jet s hybnosťou aspoň 25 GeV/c a leptón s hybnosťou aspoň 30 GeV/c. Veľký jet sme zobrali za W-jet, resp. za top-jet, ak boli za také označené pomocou W-tagera, resp. top-tagera (kap. 4.3) [11].

4.1 Hľadanie semi-boosted oblasti v rámci resolved oblasti

Na to, aby bola niektorá oblasť vhodná pre semi-boosted analýzu je potrebné, aby bola splnená nasledovná podmienka:

$$\frac{N(SB)}{N(R)} > 1 \ \wedge \ \frac{N(SB)}{N(B)} > 1 \ , \qquad (4.1)$$

kde *N (SB)*, *N (R)* a *N (B)* je počet udalostí, ktoré prešli kritériami danými vzťahmi (3.1), (3.2) a (3.5). Z tab. 4.1a, 4.1b vidíme, že pre oblasť od 150 GeV/*c* na partónovej úrovni, resp. pre oblasť od 200 GeV/*c* na rekonštruovanej úrovni platí vzťah (4.1). Vzhľadom k tomu, že kalibrácie sú robené od $p_{\perp,Ljet} > 200\,\mathrm{GeV}/c$ a na to, že partónová úroveň lepšie zodpovedá skutočnosti, zoberieme ako dolnú hranicu pre semi-boosted oblasť rovnakú hodnotu pre $p_{\perp,W}$. To môžeme urobiť, lebo pre túto oblasť platí to isté, čo pre oblasť od 150 GeV/*c*. Na to, aby sme vedeli určiť hornú hranicu, potrebujeme zistiť, kde prestane platiť vzťah (4.1) a začne platiť jeho analógia pre boosted oblasť:

$$\frac{N(B)}{N(R)} > 1 \ \wedge \ \frac{N(B)}{N(SB)} > 1 \ . \qquad (4.2)$$

Pre interval $p_{\perp,W}$ medzi 350 a 400 GeV/*c* je splnený vzťah (4.2) a teda je dobrým kandidátom na horné ohraničenie semi-boosted oblasti. Zároveň platí, že najnovšie top-tagery používajú ako dolné ohraničenie pre hybnosť veľkého jetu hodnotu 350 GeV/*c*. To je dôvodom pre ktorý túto hodnotu zoberieme ako hornú hranicu pre semi-boosted oblasť.

partónová úroveň, resolved vzorka						
$p_T(W)$ [GeV/c]	N	resolved	SB 1	boosted	SB 2	ostatné
⟨0 , 50⟩	473 428	79.1 %	0.0 %	0.0 %	20.9 %	0.0 %
⟨50 , 100⟩	697 964	81.7 %	0.3 %	0.0 %	17.7 %	0.2 %
⟨100 , 150⟩	500 860	78.2 %	2.1 %	0.0 %	18.2 %	1.5 %
⟨150 , 200⟩	231 537	30.2 %	43.2 %	2.4 %	10.0 %	14.2 %
⟨200 , 250⟩	91 371	5.1 %	56.7 %	8.4 %	3.1 %	26.6 %
⟨250 , 300⟩	36 936	0.6 %	47.6 %	17.8 %	0.8 %	33.2 %
⟨300 , 350⟩	16 655	0.1 %	37.9 %	28.6 %	0.1 %	33.3 %
⟨350 , 400⟩	8 025	0.0 %	29.1 %	39.9 %	0.1 %	30.9 %
⟨400 , 450⟩	4 099	0.0 %	22.5 %	50.6 %	0.0 %	26.9 %
⟨450 , 500⟩	2 204	0.0 %	17.3 %	59.7 %	0.0 %	23.0 %
⟨500 , –⟩	3 171	0.0 %	8.7 %	75.9 %	0.0 %	15.5 %
⟨200 , 350⟩	144 962	3.4 %	52.2 %	13.1 %	2.2 %	29.1 %

a)

rekonštruovaná úroveň, resolved vzorka						
$p_T(W)$ [GeV/c]	N	resolved	SB 1	boosted	SB 2	ostatné
⟨0 , 50⟩	204 746	75.3 %	0.0 %	0.0 %	24.7 %	0.0 %
⟨50 , 100⟩	278 205	79.9 %	0.0 %	0.0 %	19.9 %	0.2 %
⟨100 , 150⟩	155 971	73.5 %	6.1 %	0.2 %	17.4 %	2.8 %
⟨150 , 200⟩	65 495	31.0 %	42.6 %	2.2 %	9.3 %	15.0 %
⟨200 , 250⟩	26 665	7.3 %	57.0 %	6.2 %	3.2 %	26.2 %
⟨250 , 300⟩	10 951	2.4 %	51.0 %	12.5 %	1.4 %	32.8 %
⟨300 , 350⟩	4 535	0.9 %	42.4 %	20.3 %	0.7 %	35.7 %
⟨350 , 400⟩	1 743	0.4 %	35.0 %	28.4 %	0.4 %	35.8 %
⟨400 , 450⟩	578	0.4 %	29.2 %	32.8 %	0.5 %	37.1 %
⟨450 , 500⟩	205	0.1 %	25.4 %	36.2 %	0.1 %	38.1 %
⟨500 , –⟩	161	0.0 %	16.3 %	41.8 %	0.0 %	42.0 %
⟨200 , 350⟩	42 151	5.3 %	53.9 %	9.4 %	2.5 %	29.0 %

b)

Tabuľka 4.1: Percentuálne zastúpenie resolved, semi-boosted a boosted udalostí pre rôzne intervaly priečnej hybnosti veľkého jetu: a) na partónovej úrovni, b) na rekonštruovanej úrovni. Predposledný riadok zahŕňa všetky udalosti s $p_{\perp,W} > 500\,\mathrm{GeV}/c$ a v poslednom riadku sú výsledky pre interval $200 \le p_{\perp,W} < 350\,\mathrm{GeV}/c$. Pre úplnosť uvádzame aj hodnoty pre oblasť definovanú vzťahmi (3.3) a (3.4) – semiboosted 2, a udalosti, ktoré neprešli žiadnym z kritérií definovaných pomocou vzťahov (3.1) až (3.5) – ostatné.

4.2 Skúmanie semi-boosted oblasti v rámci boosted oblasti

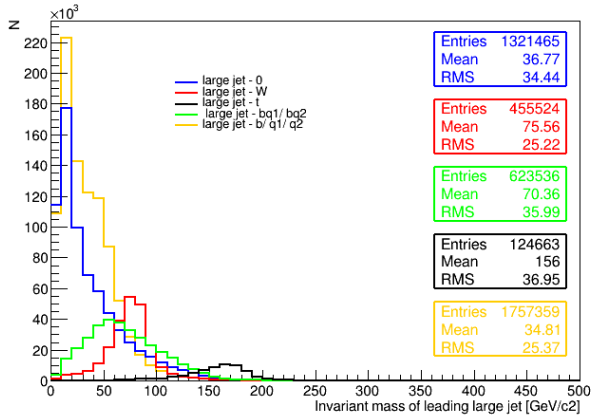
V ďalšom sa budeme zaoberať tým, či má zmysel v rámci boosted analýzy uvažovať semi-boosted oblasť. Pozrieme sa na to, či počet semi-boosted udalostí prevyšuje počet boosted udalostí. Namiesto vzájomných vzdialeností jednotlivých kvarkov z hadrónovej vetvy rozpadu top kvarku budeme skúmať vzdialenosť jednotlivých kvarkov od veľkého jetu.

V tab. 4.2 sú počty udalostí a percentá pre prípady, kedy sa v kónuse $(\Delta R \le 1)$ veľkého jetu nenachádza žiaden z troch kvarkov, nachádzajú dva ľahké kvarky, všetky tri kvarky, jeden ľahký kvark a *b* kvark a jeden z troch kvarkov. Počet prípadov, kedy veľký jet neobsahuje žiaden z troch kvarkov tvorí najväčšiu časť všetkých udalostí pre všetky intervaly okrem intervalu medzi 100 a 200 GeV/*c*, kedy dominujú udalosti s jedným kvarkom vo veľkom jete. To, že veľký jet nie je tvorený žiadnym z kvarkov zodpovedá tomu, že pri rozpade top kvarku došlo k vyžiareniu gluónu s vysokou $p_\perp$, ktorý kalorimeter považuje za veľký jet. Môžeme vidieť, že s narastajúcou $p_{\perp,W}$ rastie aj

percento týchto udalostí, čo je v súlade s očakávaniami, lebo pravdepodobnosť vyžiarenia gluónu rastie s rastúcou energiou. Tieto udalosti, rovnako ako aj udalosti zodpovedajúce ostatným prípadom, ktoré nepatria do semi-boosted oblasti, tvoria pozadie pre našu analýzu.

Pre oblasť $p_{\perp,W}$ od 200 po 350 GeV/c predstavuje QCD pozadie približne 30 %, pričom semi-boosted oblasti zodpovedá asi 20 % všetkých udalostí (tab. 4.2, hore). Z toho by sa nám mohlo zdať, že semi-boosted oblasť je potlačená QCD pozadím a že ju nemá zmysel uvažovať. Z porovnania počtu udalostí, kedy sa vo veľkom jete nachádzajú tri ľahké kvarky, čo je asi 7 %, s počtom udalostí kedy sa vo veľkom jete nachádzajú dva ľahké kvarky vidíme, že významne prevažuje druhá z týchto oblastí. A QCD pozadie je pritom pozadím pre obe tieto oblasti. Zároveň platí, že pre QCD pozadie je typické, že jeho invariantná hmotnosť má pík pri nižších hodnotách ako invariantná hmotnosť W bozónu, resp. top kvarku. Navyše pík top kvarku a W bozónu prevyšuje hodnoty, ktoré v týchto oblastiach zodpovedajú QCD pozadiu. Vďaka tomu by teda malo byť možné odrezať relatívne veľkú časť QCD pozadia pomocou dolného ohraničenia na invariantnú hmotnosť veľkého jetu (tab. 4.2, dole).

Analogický argument ako v predošlom prípade sa dá použiť aj vtedy, keď veľký jet obsahuje jeden ľahký kvark. Aj tu platí, že invariantná hmotnosť takéhoto páru má pík pri nižších hodnotách ako sú hodnoty zodpovedajúce W bozónu a top kvarku, pričom ich píky sú nad QCD pozadím. Nakoniec, W bozón je možné dobre rozlíšiť od top kvarku na základe toho istého kritéria.



Obr. 4.1: Invariantná hmotnosť veľkého jetu s najväčšou priečnou hybnosťou pre rovnaké prípady ako v tab. 4.2.

hadrónová vetva , partónová úroveň – závislosť od $p_{\perp,\mathrm{Ljet}}$						
$p_{\perp,\mathrm{Ljet}}$ [GeV/c]	N	0 kvarkov	2 kvarky	3 kvarky	b a 1 kvark	1 kvark
⟨200 , 250⟩	241 253	31.0 %	23.2 %	2.3 %	26.0 %	17.4 %
⟨250 , 300⟩	127 029	32.2 %	19.8 %	9.1 %	27.5 %	11.3 %
⟨300 , 350⟩	70 638	32.7 %	15.7 %	19.1 %	24.1 %	8.4 %
⟨350 , 400⟩	39 445	33.9 %	13.0 %	26.5 %	19.3 %	7.3 %
⟨400 , 450⟩	23 326	36.5 %	10.6 %	30.7 %	15.6 %	6.6 %
⟨450 , 500⟩	13 767	38.6 %	8.7 %	33.7 %	12.8 %	6.2 %
⟨500 , −⟩	24 556	47.6 %	5.1 %	34.0 %	8.0 %	5.3 %
⟨200 , 350⟩	438 920	31.6 %	21.0 %	7.0 %	26.1 %	14.2 %

hadrónová vetva , partónová úroveň – závislosť od $p_{\perp,\mathrm{Ljet}}$, $m_{\mathrm{Ljet}} > 50$ GeV/c^2						
$p_{\perp,\mathrm{Ljet}}$ [GeV/c]	N	0 kvarkov	2 kvarky	3 kvarky	b a 1 kvark	1 kvark
⟨200 , 250⟩	170192	20.8 %	31.2 %	3.3 %	31.7 %	13.0 %
⟨250 , 300⟩	98755	22.2 %	24.2 %	11.6 %	32.5 %	9.4 %
⟨300 , 350⟩	57518	22.5 %	18.6 %	23.4 %	28.1 %	7.5 %
⟨350 , 400⟩	32080	22.6 %	15.5 %	32.5 %	22.8 %	6.7 %
⟨400 , 450⟩	18674	24.0 %	12.7 %	38.4 %	18.8 %	6.1 %
⟨450 , 500⟩	10898	25.4 %	10.6 %	42.5 %	15.6 %	5.8 %
⟨500 , −⟩	18802	34.0 %	6.4 %	44.4 %	10.1 %	5.1 %
⟨200 , 350⟩	326465	21.5 %	26.9 %	9.3 %	31.3 %	10.9 %

Tabuľka 4.2: Percentuálne zastúpenie prípadov, kedy veľký jet neobsahuje žiaden kvark, obsahuje dva ľahké kvarky, tri kvarky, b kvark a jeden ľahký kvark a práve jeden z troch kvarkov pre intervaly rozdelené podľa hybnosti veľkého jetu na partónovej úrovni bez (a) a so (b) spodnou hranicou na hmotnosť veľkého jetu.

Ako vidno z tab. 4.2, dolné ohraničenie na hmotnosť veľkého jetu nepotlačilo pozadie pochádzajúce od prípadov, kedy veľký jet obsahuje jeden ľahký kvark a b kvark. Avšak keby sme okrem spodného ohraničenia na hmotnosť veľkého jetu aplikovali aj horné ohraničenie, očakávame, že aj podiel tohoto pozadia poklesne.

4.3 Akceptančné matice, migračné matice a nábojová asymetria

Akceptančná matica nesie informáciu o tom, aké percento udalostí sme prijali, resp. zahodili, keď sme na celú množinu udalostí aplikovali kritériá používané pri ich rekonštrukcii. Môžeme si ju predstaviť ako diagonálnu maticu NxN, ktorej nenulové prvky (ii) vyjadrujú percentuálny pomer udalostí, ktoré prešli kritériami voči udalostiam, na ktoré neboli použité žiadne kritériá. Takúto maticu je možné zobraziť graficky tak, ako to vidíme na obr. 4.2, kde sú zobrazené dve akceptančné matice pre rozdiel veľkostí rapidít top kvarku a anti-top kvarku, t.j. $\Delta|y_t| = |y_t| - |y_{\bar{t}}|$.

V našom prípade zodpovedá všetkým udalostiam partónová úroveň bez použitia akýchkoľvek kritérií, ktoré sa používajú na rekonštruovanej úrovni. Okrem kritérií definovaných v časti 4.1 sme požadovali, aby bol v udalosti nájdený veľký jet, ktorý bol označený *W*-tagerom (obr. 4.2a), resp. *W*-tagerom so súčasným vetom na top-tag (obr. 4.2b).

Keby sme mali na partónovej úrovni 1000 udalostí s hodnotou $\Delta|y_t|$ medzi -5 až -0.8 a po použití kritérií by nám z nich zostali 4, potom uvidíme v bine 11 (y=1, x=1, kde x a y idú od 1 po 4) číslo 0,4 %. Na obr. 4.2 si môžeme všimnúť, že našimi kritériami prešlo relatívne málo udalostí (menej ako 5 % pre každý bin). To je však v súlade s očakávaniami, lebo rádovo rovnaké hodnoty pre jednotlivé biny (jednotky percent) by sme dostali aj pre boosted oblasť, z ktorej sme vyberali len podmnožinu. To, že nám vyšli takéto čísla teda nie je dôvodom na to, aby sme sa nezaoberali semi-boosted oblasťou.

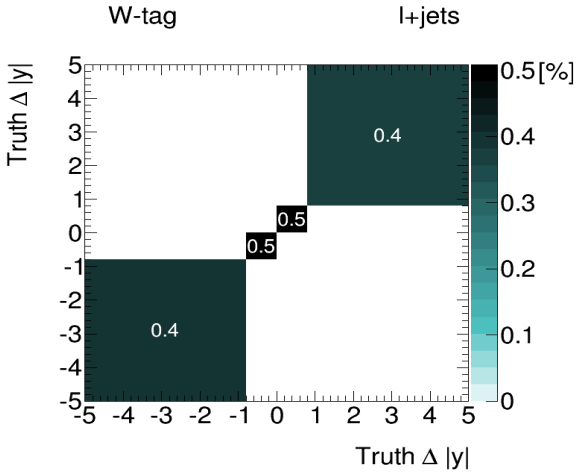
Migračná matica sa dá použiť na to, aby sme vedeli ohodnotiť vplyv rekonštrukčných kritérií na skutočné spektrum meraných veličín, t.j. nerozmazané detekčným systémom a rekonštrukčnými technikami. Dá sa zobraziť ako histogram, ako to vidíme na obr. 4.3. Je to matica *NxN*, ktorej diagonálne prvky vyjadrujú počet udalostí, ktoré boli správne rekonštruované, t.j. ak napr. máme na partónovej úrovni 1000 udalostí s hodnotou $\Delta|y_t|$ medzi -5 až -0.8 a podarilo sa nám z nich správne (v rovnakom intervale $\Delta|y_t|$) rekonštruovať 600, potom na diagonále (v bine 11) bude číslo 60 %. Na druhej strane, ak máme po rekonštrukcii 300 udalostí z oblasti $\Delta|y_t|$ medzi -5 až -0.8 v oblasti s $\Delta|y_t|$ medzi -0.8 až 0, potom máme 30 % v bine 12.

Na základe obr. 4.3 môžeme povedať, že použitá metóda rekonštrukcie bola pomerne úspešná, lebo sme správne rekonštruovali v oboch prípadoch, t.j. v prípade použitia *W*-tagera (4.3a), rovnako ako aj v prípade *W*-tagera s vetom na top-tager (4.3b), približne 60 % všetkých hodnôt veličiny $\Delta|y_t|$.

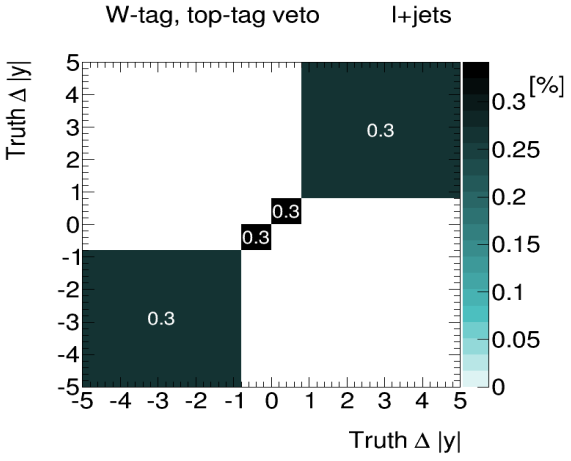
Migračná matica nám však ponúka v našom prípade aj ďalšiu dôležitú informáciu. Vidíme z nej totiž, že len v 1 % prípadov sme nesprávne rekonštruovali znamienko $\Delta|y_t|$ (bin 41 a 14).

V ďalšom kroku vypočítame hodnotu nábojovej asymetrie pre tri intervaly invariantnej hmotnosti páru top – anti-top ($m_{t\bar{t}}$). Najprv urobíme výpočet pomocou rekonštruovaných veličín (tab. 4.3a), potom pomocou partónových veličín s kritériami rovnakými ako pre rekonštruovanú úroveň (tab. 4.3c) a nakoniec vypočítame asymetriu na partónovej úrovni bez použitia akýchkoľvek kritérií (tab. 4.3b). Všetky výpočty urobíme pre interval $p_{\perp,t}$ medzi 200 a 350 GeV/c, t.j. pre semi-boosted oblasť a pre prípady, kedy bol veľký jet označený *W*-tagerom (tab. 4.3a, hore, 4.3c, hore), resp. bol označený *W*-tagerom a zároveň nebol označený top-tagerom (tab. 4.3a, dole, 4.3c, dole).

Hodnota asymetrie získaná pomocou rekonštruovaných veličín by mala zodpovedať hodnote, ktorá by sa pozorovala v dátach. Pri výpočte asymetrie na partónovej úrovni má význam uvažovať rovnaké kritériá ako sú tie, ktoré sa používajú na rekonštruovanej úrovni, lebo pomocou takejto veličiny získame predstavu o hodnote asymetrie, ktorú by sme dostali, ak by sme spravili korekciu na vplyv detekčného systému, ktorý spôsobuje rozmazanie meraných veličín, t.j. aj veličiny $\Delta|y_t|$.

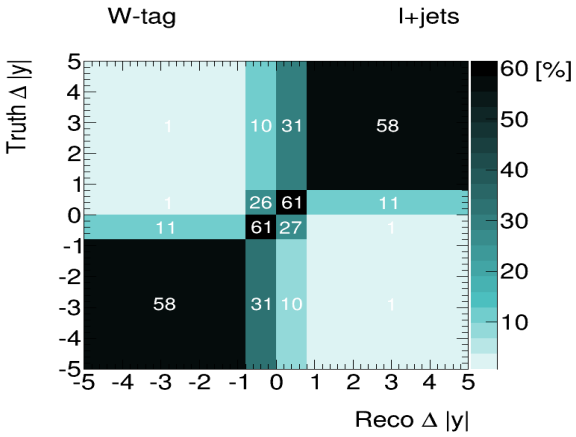


a)

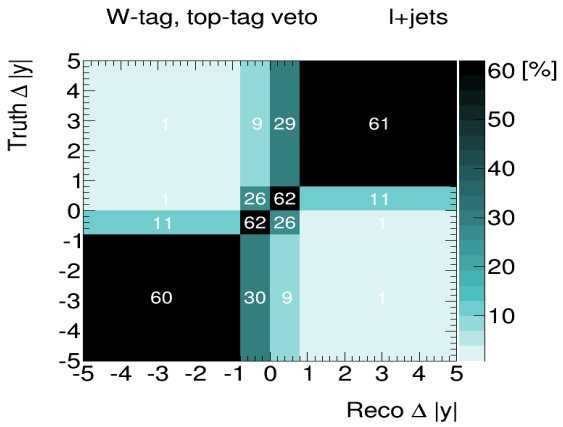


b)

Obr. 4.2: Akceptančné matice pre selekciu požadujúcu *W*-tagovaný veľký jet (a), resp. zahŕňajúcu veto na tog-tagované jety (b).



a)



b)

Obr. 4.3: Migračné matice pre selekciu požadujúcu *W*-tagovaný veľký jet (a), resp. zahŕňajúcu veto na tog-tagované jety (b).

Asymetria vypočítaná z veličín zodpovedajúcich partónovej úrovni bez použitia kritérií na rekonštrukciu má taký význam, že nám poskytuje predpoveď pre hodnotu asymetrie pre skúmané intervaly invariantnej hmotnosti páru top – anti-top.

Keď porovnáme tab. 4.3a s tab. 4.3c tak zistíme, že pre všetky tri intervaly $m_{t\bar{t}}$ je hodnota rekonštruovanej A_C v súlade s predpoveďou.
Pre interval $m_{t\bar{t}} \leq 600\,\mathrm{GeV}/c^2$ si môžeme všimnúť, že chyba A_C je menšia ako veľkosť samotnej hodnoty, vďaka čomu má tento interval $m_{t\bar{t}}$ väčšiu štatistickú významnosť ako ostatné dva intervaly, ktoré nemajú takúto vlastnosť. Na druhej strane však pre ne platí, že v rámci chyby sú v súlade s predpovedanou hodnotou. Na základe výsledku pre prvý interval však nemôžeme povedať, že naše meranie nie je v súlade s predpoveďou ŠM. Dôvodom je to, že okrem chýb, ktoré sú zobrazené v jednotlivých tabuľkách je potrebné zahrnúť aj systematické chyby, ktoré môžu ešte výrazne zvýšiť hodnotu celkovej chyby.

Nábojová asymetria na rekonštruovanej úrovni, W-tagger (ε = 50 %)			
m_ttbar	N_kladné	N_záporné	A
<=600	19 672	19 554	0,0030 ± 0,0050
600-800	3 256	3 203	0,0081 ± 0,0124
>800	783	741	0,0272 ± 0,0256

Nábojová asymetria na rekonštruovanej úrovni, W,t-tagger (ε = 50 %)			
m_ttbar	N_kladné	N_záporné	A
<=600	13 117	13 142	-0,0009 ± 0,0062
600-800	2 580	2 532	0,0094 ± 0,0140
>800	621	608	0,0112 ± 0,0285

a)

Nábojová asymetria na partónovej úrovni, W-tagger (ε = 50 %)			
m_ttbar	N_kladné	N_záporné	A
<=600	13 332	13 012	0,0121 ± 0,0062
600-800	17 403	17 410	-0,0002 ± 0,0054
>800	7 400	7 344	0,0038 ± 0,0082

Nábojová asymetria na partónovej úrovni, W,t-tagger (ε = 50 %)			
m_ttbar	N_kladné	N_záporné	A
<=600	8209	8000	0,0129 ± 0,0079
600-800	11906	11961	-0,0023 ± 0,0065
>800	5570	5528	0,0038 ± 0,0095

b)

Nábojová asymetria MC predpoveď			
m_ttbar	N_kladné	N_záporné	A
<=600	2 915 138	2 895 874	0,0033 ± 0,0004
600-800	571 706	567 499	0,0037 ± 0,0009
>800	253 841	251 115	0,0054 ± 0,0014

c)

Tabuľka 4.3: Hodnoty nábojovej asymetrie: a) na rekonštruovanej úrovni, b) na partónovej úrovni s kritériami z rekonštruovanej úrovne , c) predpoveď partónovej úrovne bez akýchkoľvek kritérií.

5 Záver

V tejto práci sme skúmali možnosť ohraničiť semi-boosted oblasť pomocou priečnej hybnosti W bozónu z hadrónového rozpadu top kvarku. Zistili sme, že oblasť s $p_{\perp,W}$ medzi 200 a 350 GeV/c je vhodnou pre semi-boosted oblasť. Zároveň platí, že v tejto časti fázového priestoru zodpovedá semi-boosted oblasti asi trikrát viac štatistiky ako boosted oblasti. Okrem toho sme nahliadli, že vplyv pozadia od QCD jetov a od ostatných pozaďových udalostí je možné potlačiť použitím dolného, resp. zároveň aj horného ohraničenia na invariantnú hmotnosť veľkého jetu. Z vypočítaných hodnôt nábojovej asymetrie vyplýva, že žiaden z intervalov nevykazuje rozdiel oproti predpovedi, avšak zároveň sú všetky tieto merania zaťažené veľkou neistotou a preto z nich nie je možné potvrdiť, ani vyvrátiť platnosť Štandardného modelu. Na to, aby sme mohli rozhodnúť, či je nameraná hodnota asymetrie v súlade s predpoveďou ŠM, alebo sa od tejto predpovede významnejšie odchyľuje by sme tak potrebovali mať k disozícii väčšiu štatistiku.

Poďakovanie

Chcel by som sa poďakovať Mgr. Pavlovi Bartošovi, PhD. za zadanie tejto práce a za jeho rady pri jej vypracovaní.

6 Literatúra

[1] F. Abe a kol. (kolaborácia CDF), Observation of Top Quark Production in ppbar Collisions with the Collider Detector at Fermilab, Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2626.

[2] S. Abachi a kol. (kolaborácia D0), Observation of the Top Quark, Phys. Rev. Lett. 74 (1995) 2632.

[3] T. Aaltonen a kol. (kolaborácia CDF), Evidence for a Mass Dependent Forward-Backward Asymmetry in Top Quark Pair Production, Phys. Rev. D 83 (2011) 112003.

[4] M. Czakon, P. Fiedler, A. Mitov, Resolving the Tevatron Top Quark Forward-Backward Asymmetry Puzzle: Fully Differential Next-to-Next-to-Leading-Order Calculation, Phys. Rev. Lett. 115 (2015) 052001.

[5] F. Kohn, Meauserement of the charge asymmetry in top quark pair production in pp collision data at $\sqrt{s}$=7 TeV using the ATLAS detector, CERN THESIS (2012) 2012-024.

[6] J. H. Kuhn and G. Rodrigo, Charge asymmetries of top quarks at hadron colliders revisited, J. High Energ. Phys. (2012) 2012: 63.

[7] W. Bernreuther, M. Fücker, and Z. G. Si, Weak interaction corrections to hadronic top quark pair production: Contributions from quark-gluon and b anti-b induced reactions, Phys.Rev. D78 (2008) 017503.

[8] J. A. Aguilar-Saavedra, A. Juste, Collider-independent ttbar forward-backward asymmetries, Phys. Rev. Lett. 109 (2012) 211804.

[9] G. Rodrigo, The ttbar asymmetry in the Standard Model and beyond, C12-03-03 (2012).

[10] M. Cacciari, G.P. Salam, G. Soyez, The anti-k_t clustering algorithm, J. High Energ. Phys. (2008) 2008: 63.

[11] Larkoski, A.J., Moult, I., Neill, D., Power counting to better jet observables, J. High Energ. Phys. (2014) 2014: 9.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 107–116
ISBN 978-1983445132, © 2017 Daniel Raška

Same-sign top quark pairs analysis

Daniel Raška[1]
Supervisor: Pavol Bartoš[2]
Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstract

The paper presents modification of sample and constitutive analysis of production of top quark pair with the same electric charge (same-sign top-quark pair). Because possible evidence of same-sign top-quark pair would give a hint about new physics Beyond the Standard Model (BSM). The motivation of this paper is to find same-sign top-quark events or find limits of observability of this phenomenon.
***Keywords**:* same-sign, top quark, semileptonic-decay, jet charge, MVA, ATLAS

Introduction

Standard Model (SM) is generally accepted theory of high energy physics. According to SM top quark pairs (tt-bar) are mostly produced by gluon fusion, or by quark-antiquark annihilation. Leading order Feynman diagrams in SM do not provide production of two top quarks or two anti-top quarks pairs.
Decay of top quark is provided by several processes. The largest branching ratio has $t \to q\bar{q}b$ (66.5±1.4%) [1] (hadronic channel). The second largest branching ratio is $t \to lv_l b$ (26.7±0.8%) [1] (leptonic channel) where "*l*" is a lepton (electron or muon) and v_l is a neutrino, and it belongs to lepton.
The most suitable process for distinguishing the same-sign top-quark pair from top-anti–top-quark pair is the process, where both top-quarks decay leptonically (dileptonic channel). However, the paper focuses on the process, where one top quark decays leptonically channel and second one via hadronic channel (semileptonic channel), as this process obtains bigger branching ratio than dilepton channel and no other work has used semileptonic events for a search of the same-sign top-quark pair production. One of the reasons why no other study used semileptonic events is that jet charge identification poses substantial problem in an experiment, however, this work uses jet charge technique [17] for charge determination.

1. Flavour-changing neutral currents

According to the SM, neutral-current interaction does not change flavour of particles. Therefore, SM does not predict production of same-sign top-quark pairs in leading order calculations. Same-sign top pairs can occur in next-to-leading orders. Cross-section ratio of this process is heavily suppressed by Glashow-Iliopoulos-Maiani mechanism (GIM) [2]. According to SM the branching-fraction of this process is about 10^{-10} [1] which is unobservable by the Large Hadron Collider (LHC). Some BSMs predict flavour-changing neutral currents (FCNCs). FCNCs are hypothetical expressions that change the flavour of a fermion current without altering its electric charge. BSMs such as R-parity-violation-super-symmetry [15] models and topcolor-assisted technicolour models [16], predict that the branching-fraction of FCNCs processes can reach up to 10^{-3}. [1] (So could be observable at LHC). One of the extensions of the Standard Model is electroweak symmetry of SM predicts existence of W′ and Z′ bosons (or W-prime and Z-prime bosons). The hypothesis also includes production of same-sign top pair in leading order diagrams.

[1] daniel.raska@cern.ch
[2] pavol.bartos@cern.ch

2. Jet charge technique

The aim of the jet charge weighting technique is to determine effective jet charge obtained from charges of individual charged particles present in the jet. Following requirements are used on the tracks inside a jet.

- Accept tracks with $\Delta R < 0.4$ to the axis of jets
- Accept tracks with $p_T > 0.4$ GeV/c
- At least one hit in the pixel detector and at least four hits in semiconductor tracker are required
- Maximum of 10 tracks can be used, while tracks with the highest p_T are preferred.

The angular separation ΔR is defined as:

$$\Delta R = \sqrt{(\Delta\eta)^2 + (\Delta\varphi)^2}\,, \qquad (1)$$

where φ is an azimuthal angle and η is pseudorapidity defined as:

$$\eta = -ln\left(tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\right), \qquad (2)$$

where θ is a polar angle. Finally p_T is a transverse momentum. All tracks which meet the criteria, are used for calculating effective of a jet using following formula:

$$Q_{jet} = \frac{\sum_i^n q_i |\vec{j}.\vec{p_i}|^\kappa}{\sum_i^n |\vec{j}.\vec{p_i}|^\kappa}\,, \qquad (3)$$

where q_i is charge of i-th particle, $\vec{p_i}$ is momentum vector of i-th particle, $\vec{j}$ is a unit vector in the direction of the jet axis and κ is a constant obtained by optimisation (κ = 0.5 is used). Unless at least two tracks meet the selection criteria, the jet is rejected (the charge cannot be determined). The efficiency of this method is close to 100% and purity is only about 65%. [3]

3. Multivariate analysis

Multivariate analysis using as an input set of discriminant variables. Signal and background data are described differently by this set. This information can be extended into so called separation depiction and it is described by the following equation:

$$< s^2 > = \frac{1}{2}\int \frac{[y_s(x) - y_b(x)]^2}{y_s(x) + y_b(x)}\,dx; \qquad (4)$$

$< s^2 >$ = 0 for identical distributions and $< s^2 >$ = 1 for different overlapping distributions. Three techniques which are described in following, are used.

3.1 Boosted Decision Tree

The basic principle of Boosted Decision Tree (BTD) is to choose from the bulk of variables the one with the highest separation strength between signal and background events. Subsequently, it is made cut on this variable by selected criteria. Procedure keeps events rejected by one criterion and it can see whether other criteria could help classify them properly. The process is repeated until only signal or background data is obtained. The tree can be built by branches splitting into many sub-branches. Firstly, all events are sorted by each variable. For each variable splitting value with the best separation between two children (mostly signal is one child and background the other one) is found. Subsequently, variables and splitting values with the best separation are selected, and two branches are produced. [4] Two new nodes are created. Algorithm is recursively applied to each node. Same variables can be re-used. Iteration continues until stopping criterion is reached. The deepest layers of tree are removed due to suppression of over-

trained effect (BDT can learn statistical fluctuation). BDT combines output of multiple decision trees. The first tree is trained as a decision tree. The following decision trees are trained in the way that weights of bad classified trees are artificially increased. Finally, the output is weighted average of all decision trees.

3.2 Artificial Neural Networks (ANN)

ANNs basis creates a large collection of simple neural units. These systems are programmed as self-learning. Neural networks depend on real numbers in a range between 0 and 1. These systems cannot be predicted in their self-learning success. However, neural networks can be used for solving problems connected with data analysis.

Neuron network in first step is trained by "training" samples for signal and background data. Neural network can learn how to distinguish between signal and background events. The output from neural network is also defined by one variable which corresponds to probability function describing difference between signal and background data. After training, it is necessary to test the ability of neural network to distinguish signal and background events on "test sample". Features of this multivariate technique depend on the number of inner layers and the number of neurons contained in them. Neural network with a big amount of inner neuron layers are called deep neural network. [5]

According to general knowledge, the more complicated dependence of selected data, the more inner layers are required. If more inner layers are used, there is a higher chance of ANN overtraining. On the other hand, the higher amount of data is used, the higher chance for overtraining exists. For samples with low statistic (lower then $\leq 10^6$events) it is necessary to use high-level variables (variables created by another method, to recognise required effect) in combination with shell neuron network (just few inner layers).

Training of neural network is set as finding of optimum weights by minimizing of lost function. Lost function is not quadratic and is set as:

$$L(\vec{w}) = \sum_{i=1}^{n}[y^i ln(y^i() + (1 - y^i) ln(1 - y^i(\vec{x}, \vec{w}))] \quad (5)$$

Where $y^i(\vec{x}, \vec{w})$ is output from ANN for i-th event where y^i=0 for background data and y^i=1 for signal data. Minimizing of lost function is made via numeric calculating. $\vec{w} \rightarrow \vec{w} + \eta \nabla_{\vec{w}} L$, where η is learning rate.

3.3 NeuroBayes

As described in [6]: "NeuroBayes is, as the name already points to, an advanced multivariate analysis tool, which takes benefit from neural network techniques and combines them with Bayesian statistics in order to yield a well performing, fast and overtraining-save algorithm for data analysis." NeuroBayes might be trained in next three methods:

- Normal iterative training. This will perform an ordinary iterative training, which will minimize the loss-function.
- Zero iteration mode.
- Internal boost. As described in [6]: "Most MVA-techniques can be boosted which means that one trains a second MVA which gets high weights on those events which the first classificatory did misclassify."

4. Event selection

4.1 Monte Carlo sample

This paper uses the ATLAS Monte Carlo (MC) simulated tt-bar signal sample. The sample was created with center-of-mass energy $\sqrt{s} = 8$ TeV and corresponds to the total integrated luminosity of 20.3 fb^{-1}. The sample corresponds to data which were collected by proton-proton collisions in LHC during a period of 2012. The POWHEG [11] simulation code was based on the calculation of next-to-leading order diagrams. The parton-level hard scattering was simulated by POWHEG [11], while PYTHIA [12] was used to simulate fragmentation and parton-showers. The response of the ATLAS detector is modelled by GEANT4 [13]. The datasets contains about 50 million events (lepton+jets and dilepton) and corresponds to 3 million events detected by ATLAS.

5. Event reconstruction and selection

This paper focuses only on lepton + jets decay channel. The tt-bar pair selection criteria are shown in Table 1. The b-tagging[1] was performed using the MV1 multivariate tagger with the 70% efficiency working point, which corresponds to purity over 92% and light jet rejection factor over 136. [3]

Selection criteria for lepton + jets channel
Electron channel
Electron trigger requirements
Require primary vertex[2] with at least 4 tracks
Exactly 1 good electron p_T > 25 GeV/c
Exactly 0 good muons p_T > 25 GeV/c
Trigger matching (selected electron matched a triggered electron)
The event is rejected if an electron and a muon share as Inner Detector track
Missing transverse energy MET[3] > 30 GeV
Transverse mass of the W > 30 GeV/c^2
At least 4 jets with p_T > 25 GeV/c
At least 1 jet with MV1 weight > 0.7892
Muon channel
Muon trigger requirements
Require primary vertex with at least 4 tracks
Exactly 0 good electrons p_T > 25 GeV/c
Exactly 1 good muon p_T > 25 GeV/c
Trigger matching (selected muon matches a triggered muon)
The event is rejected if an electron and a muon share as Inner Detector track
Missing transverse energy MET > 20 GeV
Transverse mass of the W + MET > 60 GeV/c^2
At least 4 jets with p_T > 25 GeV/c

[1] b-tagging is a method used to tag b-jets;

[2] primary vertex – interaction point of beams collision;

[3] MET – missing energy which corresponds to neutrinos;

At least 1 jet with MV1 weight > 0.7892

Table 1.: The standard lepton+jets selection of tt-bar events at ATLAS

The b-tagging was performed using the MV1 multivariate tagger. At least two b-tagged jet are required. All truth quarks from top-anti-top events must be correctly assigned to the reconstructed jets.

5.1 Definition of variables

In the analysis, the so called low-level variables are used which describe reconstructed electric charge of jets and leptons. Furthermore, so called high-level variables were defined which are used for analysis of individual events. All variables used in multivariate analysis are summarized in table 2.

Name of variable
El. charge of first light jet
El. charge of second light jet
El. charge of b jet in hadronic branch
El. charge of b jet in leptonic branch
Lepton el. charge
likelihood
Charge W_hadr.branch * lepton charge
[Charge W_hadr.branch - charge b jet in lepton branch] * lepton charge

Table 2.: Set of discriminant variables used for multivariate analysis

In the case when top quark decays into W boson which is decaying into light quarks, electric charge of top quark is reconstructed as a sum of charges of top quark decay products. Top quark (anti-top) has electric charge equal to +2/3 (-2/3). However, charge procedure which reconstructs the charge of jets is inaccurate, therefore, top-quark charge is better determined as following:

$$q_{top} = q_{1.lightjet} + q_{2.lightjet} - q_{bjet}, \quad (6)$$

where q_{top} is charge of top quark, $q_{lightjet}(q_{bjet})$ are charges of jets obtained via jet charge technique and correspond to the charge of light quark (b quark).
On other hand charge of W boson theoretically is ±1. It is reconstructed only as a sum of charge of light jets:

$$q_W = q_{1.lightjet} + q_{2.lightjet}, \quad (7)$$

Comparison of charge distribution for top quark and W boson is illustrated at Fig. 1.

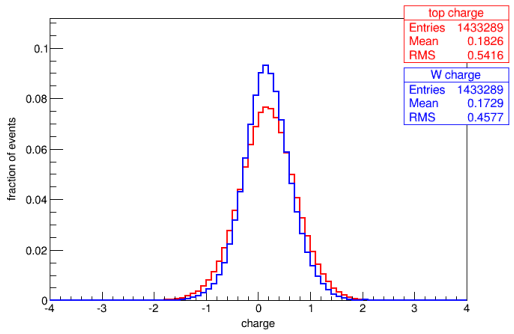


Figure 1.: Charge distribution of reconstructed W boson (blue line) and top-anti-top pair (red line)

Nevertheless, mean value of reconstructed charge of top quark has higher value than reconstructed charge of the W boson. However, top-quark charge distribution is wider and it is easily mis-reconstructed. This is the reason why reconstructed charge of W boson is used as high-level variables instead of top reconstructed charge. Two high-level variables (described below) are defined to acquire same value for both species of same-sign top events. The first one is defined as:

$$Q_{multi} = q_{W_{hadr}} * q_{lepton}, \quad (8)$$

where $q_{W_{hadr}}$ is charge of W boson decaying into light quarks (hadronic branch) and q_{lepton} is charge of the lepton from leptonic branch.
The second one is defined as:

$$Q_{minus} = [q_{W_{hadr}} - q_{b_{lepton}}] * q_{lepton}, \quad (9)$$

where $q_{b_{lepton}}$ is charge of b-jets from the lepton branch. Theoretical result is specified in table 3.

	Same-sign	Top-anti-top
Q_{multi}	+1	-1
Q_{minus}	+4/3	-4/3

Table 3.: Theoretical values of high-level variables used in same-sign top analyses

Distribution of Q_{multi} and Q_{minus} is shown in Fig. 2. and 3 where background corresponds to tt-bar pairs, while the signal corresponds to tt+t-bart-bar pairs .

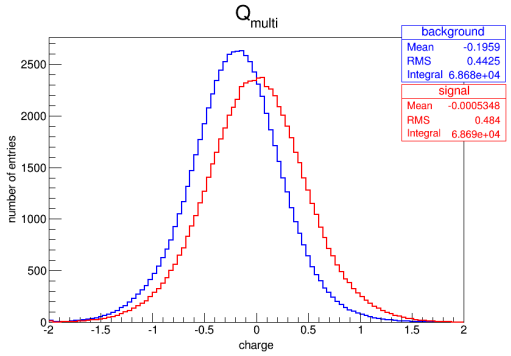


Figure 2.: Distribution of high-level variable Q_{multi} background sample – blue line, signal sample – red line

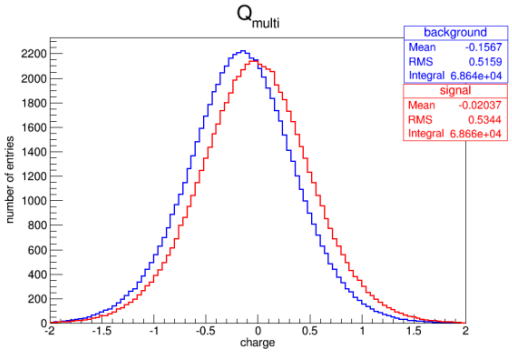


Figure 3.: Distribution of high-level variable Q_{minus} background sample – blue line, signal sample – red line

5.2 Signal sample

In ATLAS framework, no sample which corresponds to same-sign top event is available. Therefore the same-sign sample is created from tt-bar MC sample. One half of the tt-bar MC sample is taken and the changes of decay products of one of the top quarks are flipped.

6. Application of multivariate analysis

All mentioned variables were used as an input to the multivariate analysis. The main output from neural network is discriminant which corresponds to probability density distribution. If cut on discriminant is set, ROC curve (receiver operating characteristic) can be obtained. ROC is important characteristic of multivariate technique. ROC display dependence of background rejection on signal efficiency. All data were randomly split into two parts. For training purposes, it is desired to have same statistics in signal and background. Each part was used as a training and a testing sample for neural networks. Two neural networks were used, the first neural network was trained on the first half of data and tested on the second half of data, and the

second neural network was trained on the second part of data and tested on the first part of data, for better imagination diagram on Fig. 4. is included.

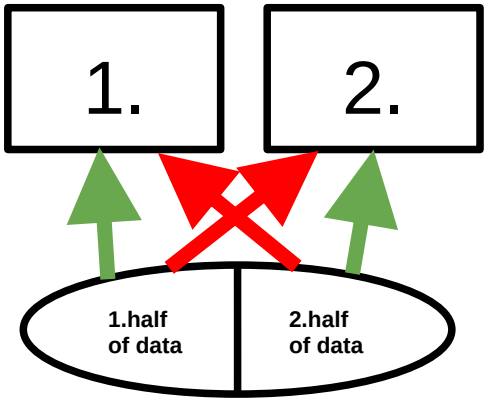


Figure 4.: Diagram depicting input data for machine learning, boxes 1 and 2 represent neural networks, green arrows presented "training" and red arrows presented "testing"

In this way, full statistics can be used.

6.1 BDT

Discriminant for BDT varies in range <-1,1>. The output is displayed in the Fig. 5.

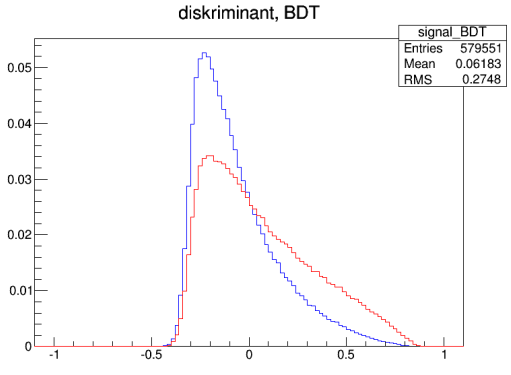


Figure 5.: Output of BDT, discriminant

ROC curve associated with this discriminant is displayed in Fig. 6.

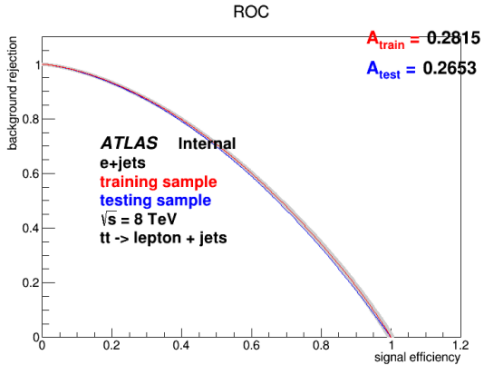


Figure 6.: ROC curve describing cut on BDT discriminant showed in Fig. 5, vertical axis corresponds to background rejection and horizontal axis correspond to the signal efficiency

The goal of NN using is to find out cut on discriminant can increased a sensitivity of signal-background separation. Functionality resolution defined as:

$$N_S/\sqrt{N_S + N_B} \quad , \quad (10)$$

where N_S is number of signal events and N_B is number of background events signal from background (resolution curve) is displayed in Fig. 7.

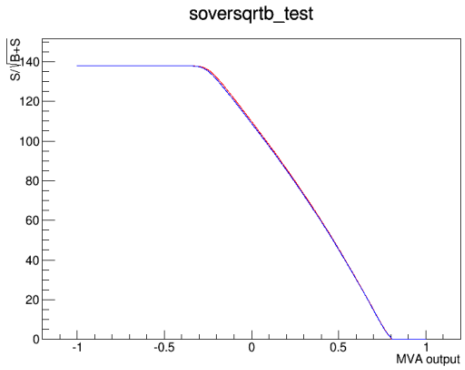


Figure 7.: Cut on BDT discriminant is made from negative values and is increased in sequence of steps, then resolution curve is set

6.2 MLP - neural network

Discriminant for MLP (multilayer perceptron) varies in range <0,1>. The output is displayed in figure no. 8.

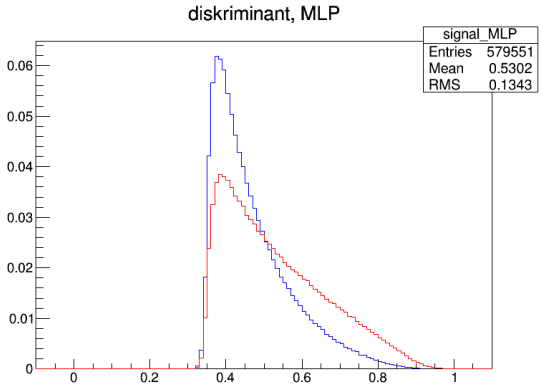


Figure 8.: Output from MLP, discriminant

ROC curve that corresponds to this graph is shown in figure no. 9.

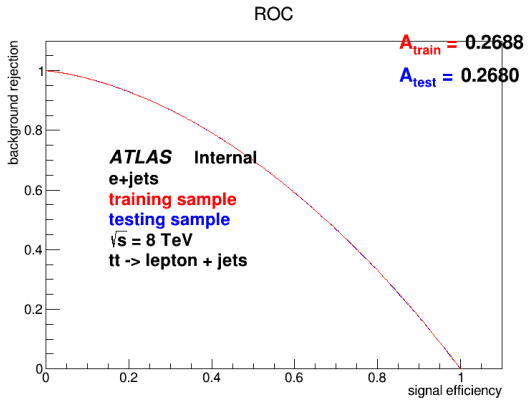


Figure 9.: ROC curve describing cut on MLP discriminant MLP showed in figure no. 8, vertical axis corresponds to background rejection and horizontal axis correspond to the signal efficiency

Resolution curve is displayed in figure no. 10.

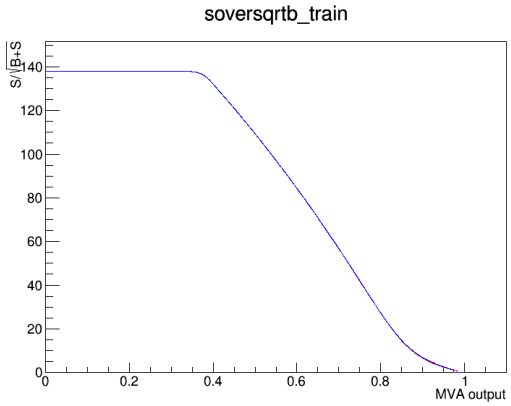


Figure 10.: Resolution curve corresponding to the cut on discriminant of MLP

6.3 Plots - NeuroBayes

Discriminant for NeuroBayes varies in the same range as BDT <-1,1>. The output is displayed in figure no. 11.

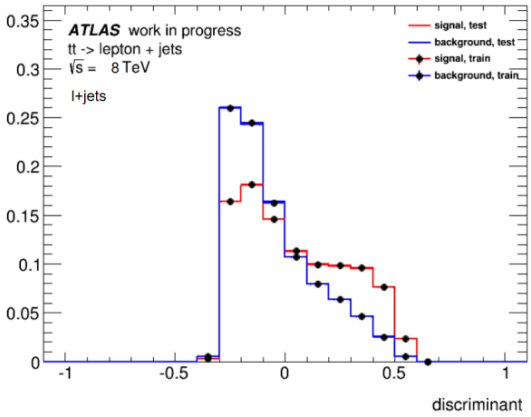


Figure 11.: Discriminant of NeuroBayes

ROC curve is shown in figure no. 12.

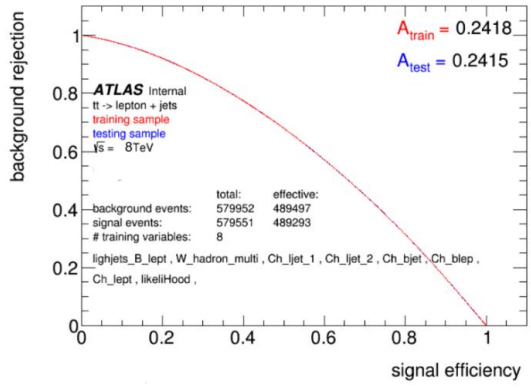


Figure 12.: The figure display ROC curve corresponding to the NeuroBayes

Resolution curve from NeuroBayes analysis is displayed in figure no. 13.

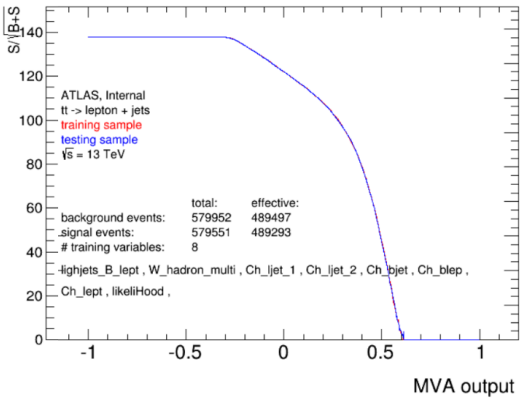


Figure 13.: The graph represents resolution curve for NeuroBayes

Correlation between used variables is important and is shown at Fig. 14. (background) and in figure no. 15. (signal)

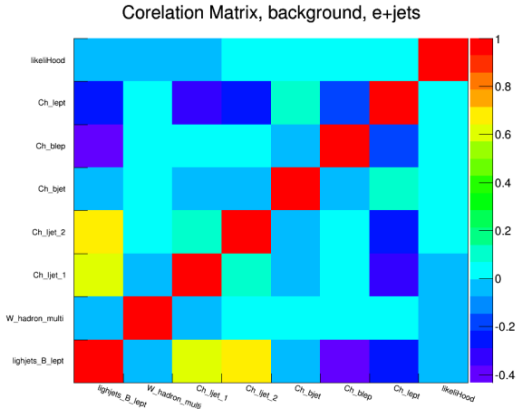


Figure 14.: Correlation matrix displaying relations between variables in tt-bar quark-pair sample

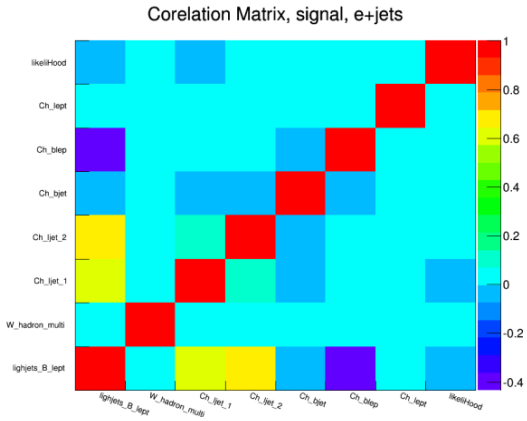


Figure 15.: Correlation matrix displaying relations between variables in same-sign top-pair sample

Conclusion

From the plots shown in Sec. 6 one can say, that the discriminant (in all three MVA techniques) has different shape for tt-bar background and tt+t-bart-bar signal. The training of the techniques is correct if the area under ROC curves for the training and testing sample is almost the same (or same). Obtained areas under ROC curves are summarized in Tab. 4. One can see, that the training of all three methods was done correctly. The MVA techniques can help to separate signal to background by applying a cut on discriminant. The resolution should be increased for a good cut value. From our result one can say, that the proposed MVA techniques do not improve the resolution.

Area	BDT	MLP	Neuro Bayes
test	0,2653	0,2680	0,2418
train	0,2815	0,2688	0,2415

Table 4.: Area under ROC curve for all used methods for testing and training sample

However, we prepared samples with different fraction of tt+t-bart-bar signal and tt-bar background. The fractions of signal are 1%, 2%, and 5%. No additional background is included in the sample. Using MVA techniques leads to a possibility to separate 1% of same-sign top signal from tt-bar background at level of 3.89 standard deviations. The separation power for other fractions of same-sign top signal is summarized in Tab. 5. It has to be noticed, that no other background nor systematic uncertainties are included.

	5%	2%	1%
$\frac{N_S}{\sqrt{(N_S + N_B)}}$	19,06σ	7,68σ	3,89σ

Table 5.: $N_S/\sqrt{N_S + N_B}$, for inserted 5%, 2%, and 1% same-sign top-quark pairs into top-anti-top quark-pair sample

References

[1] C. Patrignani et al. (Particle Data Group), *Chin. Phys. C*, 40, 100001 (2016)

[2] Maiani L., 2013. *The GIM Mechanism: origin, predictions and recent uses*, 16,

[3] ATLAS Collaboration. *Calibration of b-tagging using dileptonic top pair events in a combinatorial likelihood approach with the ATLAS experiment*. Technical Report ATLAS-CONF-2014-004, CERN, Geneva, Feb 2014. [Online] [Cited: 06.4.2017] https://cds.cern.ch/record/1664335

[4] Coadou Y., *Boosted decision trees*, CPPPM Marseille, 2016, 86,

[5] Dubovský M., *Multivarietne techniky*, 2016, 38,

[6] CERN, *NeuroBayes*. [Online], [Cited: 06.4.2017] https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/Main/NeuroBayes

[7] A.Hoecker, P.Speckmayer, J.Stelzer, J.Therhaag, E. von Toerne, H. Voss et al., 2007, *TMVA Users Guide: Toolkit for Multivariate Data Analysis with ROOT*, CERN-OPEN-2007-007, 152, 0703039

[8] O. Behnke, K. Kroninger, G. Schott, and T.Schorner-Sadenius. *Data Analysis in High Energy Physics: A Practical Guide to Statistical Methods*

[9] ATLAS Collaboration. *Measurement of the charge asymmetry in highly boosted top-quark pair production in $\sqrt{s}$ = 8 TeV/c^2 pp collision data collected by the ATLAS experiment*. 2015. [Online], [Cited: 06.4.2017] http://arxiv.org/abs/1512.06092

[10] Ferreira, C. (2006). "*Designing Neural Networks Using Gene Expression Programming*" (PDF). In A. Abraham, B. de Baets, M. Köppen, and B. Nickolay, eds., Applied Soft Computing Technologies: The Challenge of Complexity, pages 517–536, Springer-Verlag.

[11] Nason P. *A New method for combining NLO QCD with shower Monte Carlo algorithms*. JHEP, 0411:040, 2004

[12] Sjostrand et al. *PYTHIA 6.4 Physics and Manual*. JHEP, 0605:026, 2006.

[13] Agostinelli S. et al. *GEANT4: A Simulation toolkit*. Nucl.Instrum.Meth. A506:250-303, 2003

[14] David E. Kaplan, Keith Rehermann, Matthew D. Schwartz, and Brock Tweedie. *Phys. Rev. Lett. 101*, 142001-Published 2 Octorber 2008

[15] Barbier R. et al. *R-Parity-Violating Supersymmetry,* 2004, 263, [Online], [Cited: 06.4.2017] https://arxiv.org/abs/hep-ph/0406039

[16] Hill T. Ch. *Topcolor Assisted Technicolor*, 1994, 15, Submitted to Phys. Lett. B345:486-489, 1995

[17] Field, R. D. – Feynman, R. P. *A parametrization of the properties of quark jets*. Nucl. Phys B 136 (1978) 1.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 117–127
ISBN 978-1983445132, © 2017 Adam Broniš

Identifikácia izoméru ^{217}Th v reakcii $^{40}\mathrm{Ar} + {}^{181}\mathrm{Ta} \rightarrow {}^{221}\mathrm{Pa}^*$

Adam Broniš[1*]

Školiteľ: Pavol Mošať[2†]

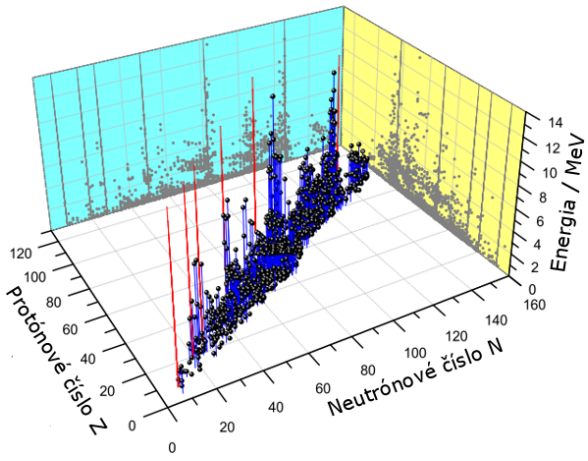
Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstrakt: V práci je popísaný hmotnostný separátor SHIP, detekčný systém a jeho kalibrácie. Z rozpadovej spektroskopie boli identifikované jednotlivé produkty reakcie a ich rozpadové produkty. Pomocou metódy pozične-časových korelácií bol identifikovaný izomérny stav ^{217}Th produkovaného v reakcii $^{40}\mathrm{Ar} + {}^{181}\mathrm{Ta}$ za vzniku zloženého jadra ^{221}Pa*.

Kľúčové slová: Izomér, SHIP, reakcia úplnej fúzie, metóda pozične-časových korelácií

1 Úvod do problematiky izomérov

Relatívne dlhožijúce ($>10^{-9}$ s) metastabilné stavy atómového jadra, vznikajúce excitáciou jedného alebo viacerých nukleónov sa označujú ako jadrové izoméry. Ich excitačné energie sú rádovo v MeV nad základným stavom obr.1.



Obr. 1 – Excitačná energia jadrových izomérov ako funkcia protónového a neutrónového čísla [A. K. Jain, 2015].

V súčasnosti je identifikovaných viac ako 2500 prípadov jadrovej izomérie [A. K. Jain, 2015]. Doby života izomérnych stavov jadier pokrývajú časové spektrum od 10^{-9} s až po 10^{15} rokov. Delia sa podľa spôsobu vzniku:

- **Tvarové izoméry obr.2a.** Ich vznik je umožnený uviaznutím jadra v sekundárnom energetickom minime, ktoré vzniká pri zmene tvaru jadra. Primárne minimum zodpovedá základnému stavu. Prechod do základného stavu je potlačený čím sa predlžuje doba života v izomérnom stave. Typickým príkladom sú štiepne izoméry v oblasti ťažkých jadier, napríklad ^{242}Am. Excitačná energia tohoto izoméru je 2.2 MeV. Predĺženie dané pomerom hlavnej a vedľajšej osy je 2:1, pri polčase rozpadu 14 ms.

- **Spinové pasce obr.2b.** Podmienkou existencie tohoto druhu izoméru je uviaznutie v excitovanom stave, kedy prechod na nižší energetický stav si vyžaduje veľkú zmenu spinu a teda emisiu žiarenia s veľkou multipolaritou. Táto emisia je však potlačená na základe výberových pravidiel, ktoré sú určené zákonom zachovania uhlového momentu hybnosti. Príkladom je ^{180m}Ta so spinom $I = 9\hbar$ ktorý prechádza na základný stav ^{180}Ta s $I = 1\hbar$. Tento prechod však vyžaduje emisiu žiarenia s vysokou multipolaritou (L=8) a je silne potlačený. Dôsledkom toho je extrémne dlhá doba života izomérneho stavu ^{180m}Ta 10^{15} rokov.

- **K-pasce obr.2c.** Tento druh izoméru vzniká v kvadrupólovo deformovaných jadrách, kde K je kvantové číslo zodpovedajúce projekcii celkového momentu hybnosti do osi symetrie. Ak sa jadro excituje, pričom rozdiel kvantových čísel K excitovaného a základného stavu je ΔK, potom výberové pravidlá určujú multipolaritu žiarenia L:

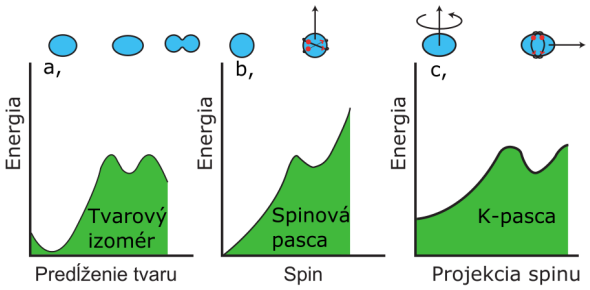
$$L \geq \Delta K \qquad (1)$$

  V prípade $\Delta K > L$ je prechod na základný stav potlačený a tým je predĺžená doba života K-izoméru.

1.1 Gama prechody

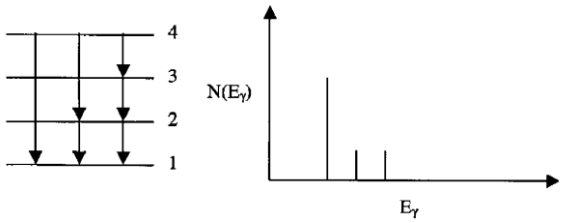
V jadrových reakciách často vznikajú jadrá vo vzbudených stavoch. Jedným zo spôsobov deexcitácie je

*adam.bronis@gmail.com
†pavol.mosat@fmph.uniba.sk



Obr. 2 – Excitačná energia jadrových izomérov ako funkcia predĺženia tvaru, spinu a projekcie spinu. V hornej časti sú zobrazené zodpovedajúce tvary jadier. Šipkou je označený vektor uhlového momentu hybnosti. Pre spinovú pascu a K-pascu uhlový moment pochádza z malého množstva nukleónov označených červenou [P. Walker, 1999].

emisia γ kvanta pričom jadro následne prechádza do stavu s nižšou excitačnou energiou (obr.3). Stavy pre



Obr. 3 – Schématické znázornenie γ prechodov vzbudeného stavu jadra. Vpravo je výsledné γ spektrum [W. D. Loveland, 2006].

a po prechode možno definovať spinom a paritou. Na základe zákona zachovania hybnosti pri emisii γ kvanta, je moment hybnosti odnášaný fotónom (L) definovaný ako:

$$| I_i - I_f | \leq L \leq (I_i + I_f) \qquad (2)$$

I_i a I_f sú momenty hybnosti pred a po deexcitácii. Hodnotou L je označovaná multipolarita prechodu (L = 1 dipól, L = 2 kvadrupól..). Pre zmenu parity možno napísať

$$\Delta\pi(EL) = (-1)^L \qquad \Delta\pi(ML) = (-1)^{L+1} \qquad (3)$$

pre elektrický (EL) a magnetický (ML) multipól. V prípade veľkej zmeny spinu počiatočného a koncového stavu jadra a zmeny parity dochádza k potlačeniu doby prechodu, pričom doby prechodov je možné odhadnúť Weisskopfovými vzťahmi [Weisskopf, 1951].

1.2 Vnútorná konverzia

Konkurenčným procesom k emisii γ kvanta je vnútorná konverzia, v rámci ktorej sa vzbudené jadro deexcituje elektromagnetickou interakciou s elektrónom v atómovom obale. Ten získa dostatočnú energiu na uvoľnenie z obalu átomu. Voľné miesto sa následne zaplní elektrónom z vyššej vrstvy, kedy sa pri prechode uvoľní röntgenovské kvantum charakteristické pre daný prvok alebo Augerov elektrón.
Energia uvoľneného konverzného elektrónu je definovaná nasledovne:

$$E_e = E_T - E_b - E_K \qquad (4)$$

kde E_e je kinetická energia ktorú získa elektrón, E_T je energia prechodu, E_b väzbová energia elektrónu a E_K je kinetická energia jadra. Vzťah medzi emisiou γ kvanta a vnútornou konverziou je vyjadruje koeficient vnútornej konverzie α

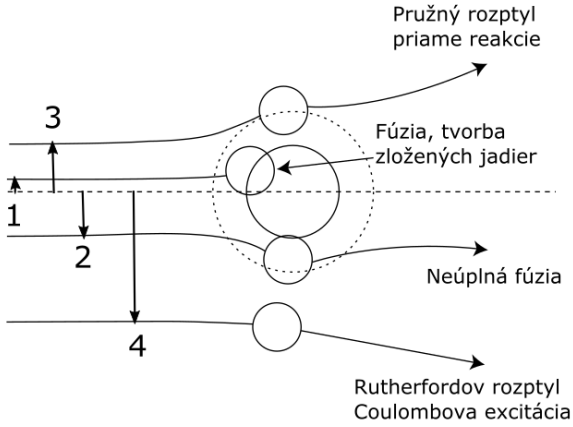
$$\alpha = \frac{\lambda_{IC}}{\lambda_\gamma} \qquad (5)$$

kde λ_{IC} je pravdepodobnosť prechodu vnútornou konverziou a λ_γ je pravdepodobnosť emisie γ kvanta. Koeficient vnútornej konverzie závisí od protónového čísla ako Z^3. Tým sa vnútorná konverzia stáva dominujúcim procesom deexcitácie pri ťažších prvkoch. Elektrón uvoľnený pri vnútornej konverzii, môže byť použitý na identifikáciu izoméru.

2 Reakcie ťažkých iónov cez zložené jadro

Reakcie cez zložené jadro prebiehajú v dvoch fázach ktoré sú navzájom nezávislé:

- Prvá fáza je vytvorenie zloženého jadra z projektilového a terčového jadra. Pri náraze projektilu sa kinetická energia štatisticky prerozdelí v systéme terč-projektil. Trvanie tohoto procesu je 10^{-22} s.
- Druhá fáza je vyparovanie nukleónov prípadne α častíc a následne emisia γ kvanta, ktoré trvá zhruba 10^{-15} s. Je spôsobené štatistickým prerozdelením energie, kde jeden alebo viac nukleónov získa dostatočnú energiu na uvoľnenie z jadra. Analogickým procesom je vyparovanie molekúl z horúcej tekutiny [Krane, 1988].



Obr. 4 – Rozdelenie procesov v reakciách ťažkých iónov podľa veľkosti impakt parametra označeného šipkami 1, 2, 3 a 4 [P. E. Hodgson, 2006].

Ako vidieť na obr.4 tvorba zložených jadier prebieha len pri impakt parametroch ktoré sú relatívne malé - centrálne zrážky. Pri nich dochádza k najmenšiemu prenosu momentu hybnosti na zložené jadro. Pre excitačnú energiu zloženého jadra E^* platí:

$$E^* = (m_p + m_t - m_{CN*})c^2 + \frac{m_t}{m_t + m_p} T_p \qquad (6)$$

kde m_p m_t m_{CN*} sú hmotnosti projektilového terčového a zloženého jadra a T_p je kinetická energia projektilového jadra. V našom prípade bola excitačná energia zloženého jadra ^{221}Pa* pri energii zväzku 182 MeV E^* = 46.3 MeV. Na výpočet boli použité experimentálne hmotnosti jadier z databázy [M. Wang, 2012].

3 Experimentálna báza

3.1 SHIP

SHIP (akronym Separator for Heavy Ion reaction Products) sa spôsobom fungovania zaraďuje medzi rýchlostné filtre. Využíva rozličné kinematické vlastnosti produktov fúzie a projektilov na ich separáciu. Tá sa dosahuje vhodným usporiadaním navzájom kolmých magnetických a elektrických polí. Ión prechádzajúci separátorom bez vychýlenia, musí mať rýchlosť, pri ktorej sa magnetická sila vyrovnáva s elektrickou.

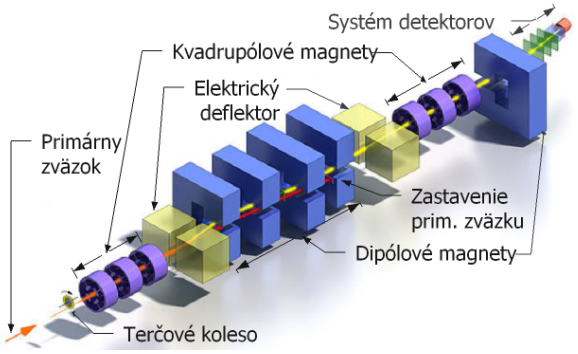
$$F_B = F_{el} \qquad (7)$$

$$-qvB = qE \qquad (8)$$

$$v = -E/B \qquad (9)$$

Pri vhodne zvolených E a B je výsledná pôsobiaca sila nulová. Tento druh separácie sa používa najmä pri asymetrických reakciách, kde je rýchlosť produktov výrazne odlišná oproti rýchlosti častíc primárneho zväzku. Tým je možné do veľkej miery potlačiť pozadie rýchlostného filtra. Transmisia separátora je pre symetrické reakcie výrazne vyššia ako pre asymetrické, ale potlačenie pozadia je horšie [M. Mazzocco, 2008].

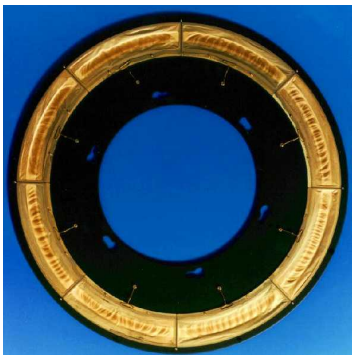
Ióny sú urýchľované lineárnym urýchľovačom (UNILAC), ktorý pracuje v pulznom režime. Dĺžka pulzu zvyčajne 5 ms a dĺžka pauzy 15 ms. Intenzita zväzku môže dosahovať 10^{13} častíc/s.



Obr. 5 – Schéma rýchlostného filtra SHIP [Hofmann, 2009].

Ako vidno z obr. 5, primárny zväzok urýchlených projektilov je smerovaný na terčové koleso s polomerom 165 mm, ktoré je rozdelené na 8 segmentov s rozmermi 110 × 23 mm. Terč kvôli rozloženiu intenzity zväzku na väčšiu plochu rotuje synchronizovane

s pulzmi urýchľovača. Využívajú sa terče na báze chemických zlúčenín, ako napr. Bi_2O_3, PbS, UF_4 a iné, vzhľadom na ich vysoké teploty topenia.



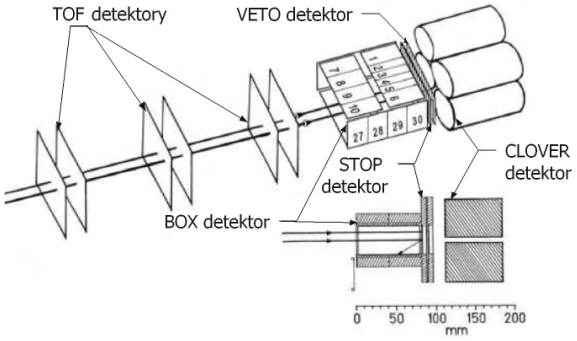
Obr. 6 – Príklad rotačného terčíka s viditeľnými ôsmymi segmentami.[GSI, b]

Pri zrážke urýchlených iónov s terčovými jadrami dochádza k reakcii úplnej fúzie za vzniku zloženého jadra. Takto vzniknuté jadro sa ochladzuje emitovaním neutrónov a γ žiarenia a vyletuje z terča v smere zväzku iónov. Zväzok produktov reakcie sa rozptyľuje na jadrách terča. Rozptyl je nežiaduci, preto sa používa sústava troch kvadrupólových magnetov, ktorých osi sú navzájom pootočené o 120° na opätovnú fokusáciu zväzku. Ten následne prechádza separátorom (elektrické deflektory a dipólové magnety), zloženého z navzájom kolmých magnetických a elektrických polí. Na základe odlišných kinematických vlastností sú projektily odseparované od reakcie dipólovými magnetmi na medenú platňu (zastavenie primárneho zväzku - Beam stop). Tam je zaznamenaný ich náboj na Faradayovom valci. Produkty a projektily ktoré prejdú separátorom sa opäť fokusujú trojicou kvadrupólových magnetov. Cez separátor môžu spolu s produktami reakcie prejsť aj častice primárneho zväzku ak splnili kinematickú podmienku 9. Preto je za separátorom umiestnený dipólový magnet, ktorý produkty reakcie vychýli o $7,5^o$, pričom projektily ním prejdú bez zmeny smeru. Týmto spôsobom sa dosahuje zníženie pozadia spôsobeného projektilmi o dva až tri rády. Následne sú nasmerované do systému detektorov.

3.2 Systém detektorov

Pozostáva z nasledovných častí (obr. 7) :

- **STOP detektor** je pozične citlivý kremíkový detektor (PSSD) zložený zo 16 stripov



Obr. 7 – Systém detektorov umiestnených za separátorom. Na spodnej časti je bočný prierez BOX, STOP, VETO a CLOVER detektorov [Hofmann, 2009].

chladených na 263 Kelvinov. Je schopný merať energiu α častíc vznikajúcich pri rozpade, a zároveň merať y-pozíciu implantovaných jadier v každom stripe. Rozlíšenie polohy je 150 μm (FWHM) a energetické rozlíšenie 20 keV (FWHM). Geometrická účinnosť STOP detektora je 53%.

- **BOX detektor**. Hĺbka implantácie produktov reakcie je iba niekoľko mikrometrov a alfa častice, alebo štiepne fragmenty môžu uniknúť zo STOP detektora v spätnom smere pod rôznymi uhlami. BOX detektor slúži na zachytenie týchto α častíc a štiepnych fragmentov vznikajúcich pri rozpade jadier implantovaných do STOP detektora. Je zložený zo 6 stripových kremíkových detektorov, chladených na 263 Kelvina s energetickým rozlíšením 40 keV (FWHM). Geometrická účinnosť spoločného zapojenia STOP a BOX detektora je na úrovni 90%.

- **TOF detektory** (Time Of Flight-prieletové detektory). Ich úlohou je v antikoincidenčnom zapojení so STOP detektorom rozlíšiť signály spôsobené rozpadmi v STOP detektore od signálov, vyvolanými implantáciami alebo projektilmi. Pozostávajú z troch dvojíc tenkých uhlíkových fólií s hrúbkou približne 30 $\mu g/cm^2$. Časová rozlišovacia schopnosť je na úrovni 700 ps. Efektivita TOF detektorov v antikoincidenčnom zapojení je na úrovni 99.8%, čo umožňuje potlačiť pozadie o zhruba dva až tri rády [Štreicher, 2006].

- **VETO detektor** je kremíkový detektor zachytá-

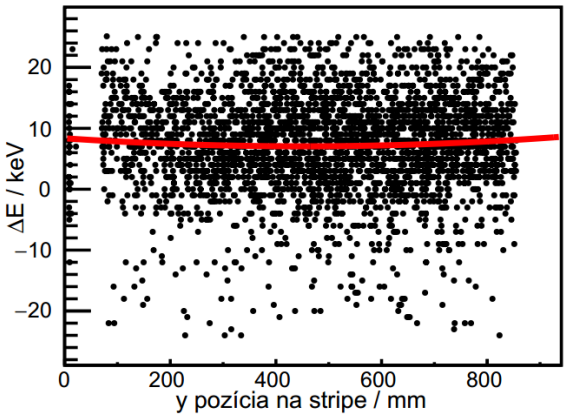
vajúci vysokoenergetické protóny, ktoré preletia cez STOP detektor. Tie vytvárajú dodatočné pozadie v oblasti nízkych energií. Na elimináciu tohoto pozadia sa používa antikoincidenčné zapojenie so STOP detektorom.

- **CLOVER detektor** je zložený zo 4 germániových kryštálov, ktorý detekuje γ prípadne röntgenové žiarenie.

3.3 Kalibrácie detekčného systému

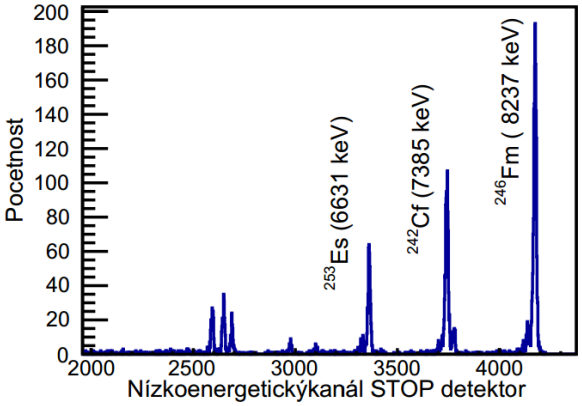
- **Balistická kalibrácia obr.8** Signály zo STOP detektora sú okrem energie dopadajúcej častice závislé aj od pozície na stripe čo sa označuje ako balistický efekt. Tento efekt zhoršuje energetické rozlíšenie a preto ho korigujeme tzv. balistickou (pozično-energetickou) kalibráciou. Rozdiel referenčnej od nameranej energie (ΔE) vykazuje kvadratickú závislosť od y-pozície na stripe, preto má korekcia nasledovný tvar

$$\Delta E = ay^2 + by + c \qquad (10)$$



Obr. 8 – Príklad balistickej kalibrácie 9. stripu STOP detektora. Červenou je znázornená funkcia závislosti ΔE od pozície y.

- **Nízko energetická kalibrácia STOP detektora obr.9.** α častica z rozpadu produktov reakcie implantovaných do STOP detektora v ňom vyvoláva signál. Nízko energetická kalibrácia má za úlohu nájsť závislosť veľkosti tohoto signálu od energie. Na predbežnú kalibráciu je možné použiť aj externé zdroje α častíc. Keďže pri rozpade v STOP detektore sa signál vytvára z kinetickej energie α častice ako aj dcérskeho jadra, kalibrácia externým zdrojom nereprodukuje reálnu situaciu. Ideálnejšia je kalibrácia podľa známych rozpadov z implantovaných jadier z tzv. kalibračných reakcií. Na ka-

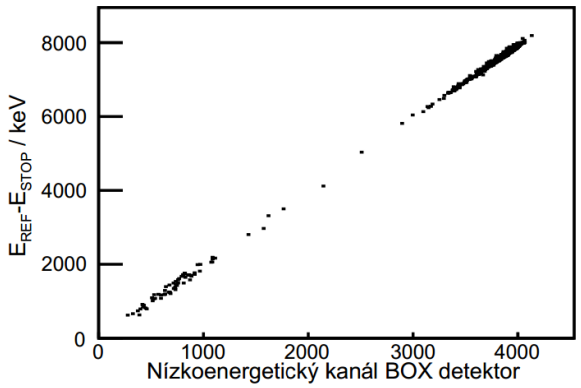


Obr. 9 – Príklad nízko energetickej kalibrácie 9. stripu STOP detektora. Označené sú niektoré energie α rozpadu produktov reakcie ^{40}Ar + ^{208}Pb použitých na kalibráciu.

libráciu sa použili α rozpady produktov reakcie ^{40}Ar + ^{208}Pb. Energetické rozlíšenie STOP detektora predstavuje FWHM≈30 keV. Každý zo 16 stripov sa kalibroval samostatne.

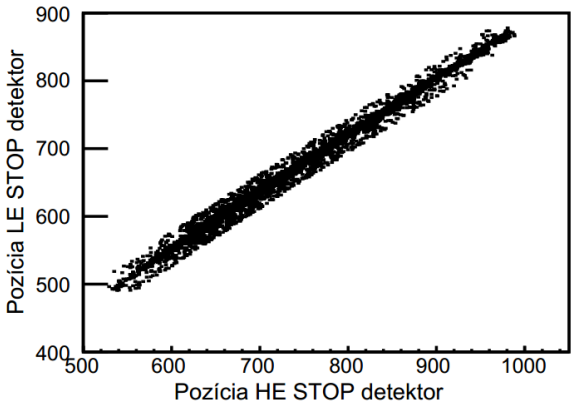
- **Nízko energetická kalibrácia BOX detektora obr.10.** Koncidenčným zapojením BOX a STOP detektorov je možné registrovať eventy, keď α častica unikla zo STOP detektora, kde nechala časť energie a bola zachytená BOX detektorom. Energia α častice sa dá zrekonštruovat sčítaním signálov zo STOP a BOX detektorov. Kalibráciu realizujeme zadefinovaním energie referenčného pík a energetického okna v jeho okolí. Energia α častice registrovaná BOX detektorom je rozdielom energie referenčného píku v STOP detektore a časti energie deponovanej v STOP detektore. Vzhľadom na prechod uniknutých častíc cez mŕtve vrstvy STOP a BOX detektora je energetické rozlíšenie výrazne horšie oproti STOP detektoru FWHM≈90 keV. Kalibráciu BOX detektora je potrebné spraviť samostatne pre 28 stripov.

- **Pozičná kalibrácia STOP detektora obr.11.** Signály STOP detektora sú spracované dvoma



Obr. 10 – Príklad nízko energetickej kalibrácie 19. stripu BOX detektora.

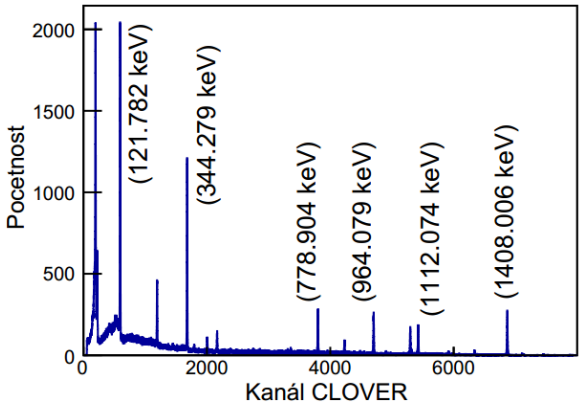
separátnymi vetvami elektroniky - nízkoenergetickou (0-16 MeV) a vysokoenergetickou (4-250 MeV). Účelom pozičnej kalibrácie je zosúladenie rozdielov v y-pozíciách ktore sú udávané týmito vetvami elektroniky pre rovnaké signály. Používa sa metóda ER-α korelácií, ktorá spočíva v priradení signálu implantovaného jadra z vysokoenergetickej vetvy k signálu α častice z nízkoenergetickej vetvy, vzhľadom na ich rovnakú pozíciu na stripe.



Obr. 11 – Príklad pozičnej kalibrácie 9. stripu STOP detektora. Na osi X je znázorná pozícia vo vysokoenergetickej vetve (HE), na osi Y je pozícia v nízkoenergetickej vetve (LE) STOP detektora.

Pri použití tejto metódy je potrebné zadefinovať časové, energetické a pozičné okno podľa charakteristiky rozpadu implantovaného jadra.

- **γ kalibrácia CLOVER detektora obr.12.** Na energetickú kalibráciu germániových kryštálov



Obr. 12 – Príklad nízkoenergetickej γ kalibrácie 1. kryštálu CLOVER detektora. Označené sú niektoré energie γ píkov pre použitý externý žiarič ^{152}Eu.

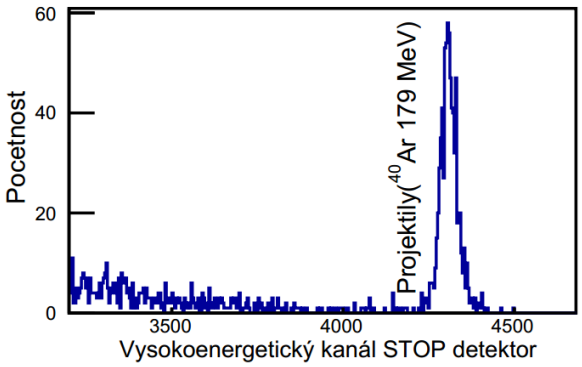
bol použitý externý žiarič ^{152}Eu ako zdroj širokého spektra energií γ kvánt. Každý zo štyroch kryštálov CLOVER detektora sa kalibroval samostatne. Energetické rozlíšenie pre 120 keV pík predstavuje 1.5 keV a pre 1408 keV pík 3 keV.

- **Vysokonergetická kalibrácia STOP detektora obr.13**. Na vysokoenergetickú kalibráciu STOP detektory boli použité α častice z rozpadov produktov reakcie ^{40}Ar + ^{181}Ta. Ďalej sa na kalibráciu využili energie projektilov ^{40}Ar, ktoré boli implantované s produktmi reakcie do STOP detektora. V prípade projektilov bolo potrebné zohľadniť ich energetické straty dané prechodom TOF detektormi a terčom za využitia programu SRIM (Stopping and Range of Ions in Matter) [James F. Ziegler, 2010]. Porovnanie energií štiepnych fragmentov ^{252}Cf nami nakalibrovaného vysokoenergetického spektra STOP detektora je na obr.14

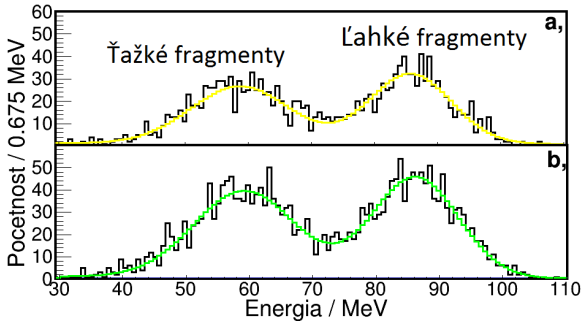
Tabuľka 1 – Porovnanie stredných hodnôt energií štiepnych fragmentov ^{252}Cf k obr.14

^{252}Cf	*RUN*262	*RUN*263
Ľahšie fragmenty / MeV	$85.62 +/- 0.34$	$86.22 +/- 0.30$
Ťažšie fragmenty / MeV	$58.55 +/- 0.42$	$59.19 +/- 0.34$

- **Vysoko energetická kalibrácia BOX detektora 15**. Na vysokoenergetickú kalibráciu BOX detektora boli použité signály eventov nachádzajúce sa vo vysokoenergetickej a nízkoenergetickej vetve BOX detektora zároveň. Tieto



Obr. 13 – Príklad vysokoenergetickej kalibrácie 12. stripu STOP detektora v antikoincidenčnom zapojení s TOF detektormi. Označený je pík projektilov ^{40}Ar.

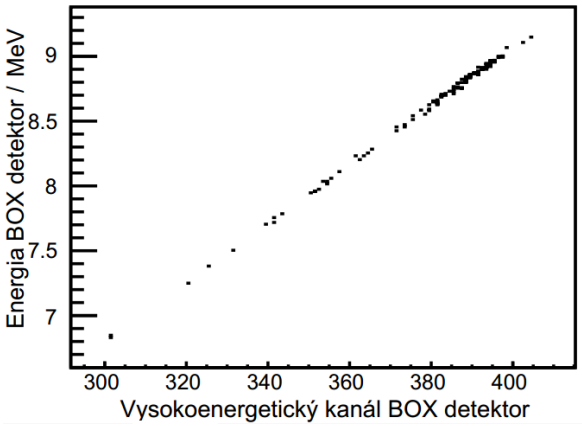


Obr. 14 – Porovnanie energií štiepnych fragmentov ^{252}Cf v nami nakalibrovanom vysokoenergetickom spektre STOP detektora-(RUN262)**a,** a pre RUN263-**b,**.

signály musia patriť do energetického okna referenčného píku podobne ako pri nízkoenergetickej kalibrácii BOX detektora.

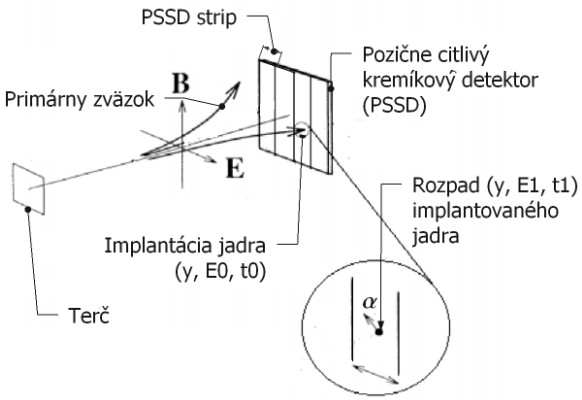
4 Spektroskopia s využitím techniky pozične-časových korelácií

Pri tejto metóde sa využíva fakt, že implantácie jadier a ich následné α rozpady prebiehajú na rovnakej y-pozícii STOP detektora. Následne je možné za použitia korelačného hľadania priradiť signály od implantovaných jadier k zodpovedajúcim signálom z α rozpadu. Porovnaním parametrov implantovaného jadra (y, E_0, t_0) a zodpovedajúcho α rozpadu (y, E_1, t_1) možno nastaviť korelačné časové a energetické podmienky. y, E_0 a t_0 zodpovedá pozícii energii a času implantácie jadra. y, E_1 a t_1 zodpovedá pozícii energii



Obr. 15 – Príklad vysokoenergetickej kalibrácie 5. stripu BOX detektora.

a času α častice vznikajúcej pri jeho rozpade. Tým sa vyselektujú α rozpady, ktoré vyhovujú nastaveným podmienkam. Z časového rozdielu medzi implantáciou jadra a jeho α rozpadom sa určí polčas rozpadu $T_{1/2}$ implantovaného jadra. Koreláciami medzi implantovaným jadrom a γ kvantom zaregistrovaným v CLOVER detektore vieme podobným spôsobom priradiť signály od implantovaných jadier k zodpovedajúcim γ prechodom.



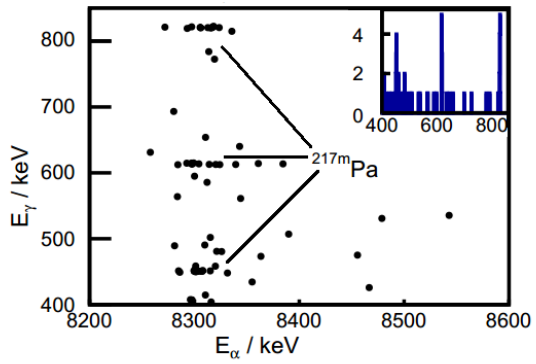
Obr. 16 – Schématický diagram ukazujúci princípy techniky pozične časových korelácií[E. S. Paul, 1995].

Ak jadro v izomérnom stave implantované do STOP detektora prejde procesom vnútornej konverzie, uvoľní sa konverzný elektrón na rovnakej pozícii ako implantované jadro. Každý následný α rozpad zo základného stavu jadra prebehne opäť na rovnakej

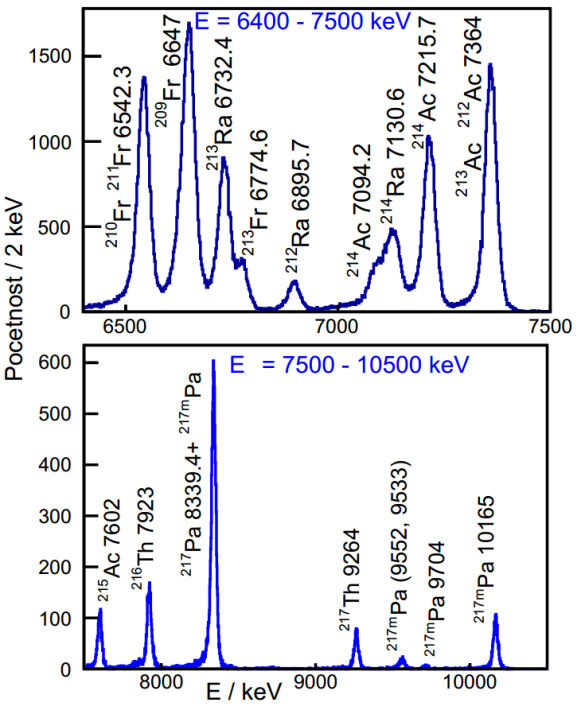
pozícii v STOP detektore. STOP detektor funguje ako kalorimeter konverzných elektrónov s takmer 100% účinnosťou pre všetky elektróny produkované v rozpade do základného stavu [Jones, 2002]. Vzhľadom na nízku kinetickú energiu konverzných elektrónov, je potrebné nastaviť diskriminačný limit STOP detektora čo najnižšie, aby ním boli tieto elektróny registrované. Konverzný elektrón je možné použiť ako "marker"pre rozpady izomérneho stavu jadra cez vnútornú konverziu a tým rozlíšiť tieto rozpady od pozadia a náhodných korelácií. Metóda korelácií medzi implantáciou jadier a emisií γ kvanta za súčasnej registrácie konverzného elektrónu a následného α rozpadu základného stavu bola použitá pri určení polčasu rozpadu $T_{1/2}$ izomérneho stavu ^{217}Th.

5 Analýza dát

Pri analýze dát reakcie $^{40}\mathrm{Ar} + {}^{181}\mathrm{Ta} \rightarrow {}^{221}\mathrm{Pa}^*$ sme použili software Go4 (GSI Object Oriented Online Off-line system [GSI, a]). V nízkoenergetickom spektre sme identifikovali α rozpady produktov reakcie a dcérskych produktov ako je vidieť z obr.18. Porovnanie s referenčnými hodnotami je uvedené v tab.2 Dominantnými výparnými kanálmi sú $2p5n$ a $2p6n$ zodpovedajúce izotopom ^{213}Ac a ^{214}Ac pri excitačnej energii zloženého jadra $E^* = 46.3$ MeV. Ďalej boli identifikované izomérne stavy ^{217}Pa pomocou $\alpha - \gamma$ koincidencií. Izomér ^{217}Pa prechádza α rozpadom na izomér ^{213}Ac. Následne sa dcérske jadro deexcituje emisiou γ kvánt na základný stav. Zodpovedajúce prechody sú na obr.17. .



Obr. 17 – $\alpha - \gamma$ koincidenčné spektrum s identifikovaným izomérom ^{217}Pa. γ prechody zodpovedajú deexcitácii dcérskeho jadra ^{213}Ac. V pravom hornom rohu je priemet spektra do osy Y.



Obr. 18 – Pauzové α spektrum s identifikovanými píkmi produktov reakcie a ich rozpadových produktov. Hodnoty energií sú uvedené v jednotkách keV.

5.1 Identifikácia izoméru ^{217}Th

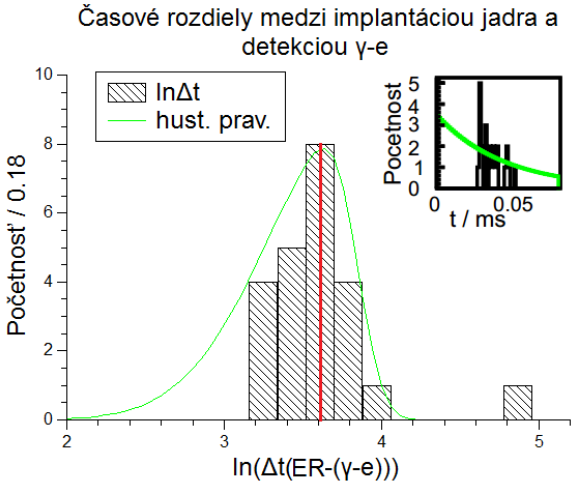
Bola použitá metóda pozične-časových korelácií (ER-($\gamma - e^-$)-α) na vyselektovanie eventov pochádzajúcich z deexcitácie izoméru na základný stav a jeho následný α rozpad na obr.20. Boli využité nasledovné korelačné podmienky:

- ER podmienka pomocou ktorej boli vyselektované produkty reakcie implantované do STOP detektora.
- γ podmienka. Nastavením časových a energetických okien pre detekciu γ kvanta sa hľadajú korelácie medzi implantáciou ER a emisiou γ kvanta. Je možnosť pridať podmienku na súčasnú registráciu konverzného elektrónu $\gamma - e^-$.
- α podmienka. Určením časových a energetických okien pre α rozpad sa vyselektovali rozpady základných stavov jadier po deexcitácii. Časové okno bolo nastavené na 4 polčasy α rozpadu základného stavu ^{217}Th.

Tabuľka 2 – Sumár rozpadových dát izotopov v reakcii $^{40}\mathrm{Ar} + {}^{181}\mathrm{Ta} \rightarrow {}^{221}\mathrm{Pa}^*$.

Izotop	$E_{\alpha EXP}$ / keV	$E_{\alpha REF}$ / keV	$T_{1/2REF}$	i_{relREF}	Referencia
^{217}Pa	8339.4 ± 10	8336 ± 4	3.6 ms±0.8	0.99 ± 0.01	[NNDC,]
^{217}Pa	10165.0 ± 10	10157 ± 5	1.2 ms±0.2	0.54 ± 0.03	[NNDC,]
^{217}Th	9264.0 ± 10	9261 ± 4	0.251 ms±0.005	0.947 ± 0.01	[NNDC,]
^{216}Th	7923.0 ± 10	7922 ± 8	26 ms±0.15	0.9946	[NNDC,]
^{215}Ac	7602.0 ± 10	7600 ± 4	170 ms±10	0.9948 ± 0.001	[NNDC,]
^{214}Ac	7215.7 ± 10	7215 ± 3	8.2 s±0.2	0.481 ± 0.018	[NNDC,]
^{213}Ac	7364.0 ± 10	7360 ± 6	738 ms±18	1	[NNDC,]
^{214}Ra	7130.6 ± 10	7137 ± 3	2.46 s±0.01	0.9978	[NNDC,]
^{213}Ra	6732.4 ± 10	6732±2	2.73 min±0.05	0.36±0.03	[NNDC,]
^{212}Ra	6895.7 ± 10	6899.2±0.2	13 s±2	0.85	[NNDC,]
^{213}Fr	6774.6 ± 10	6775±2	34.6 s±0.3	0.9923±0.002	[NNDC,]

V našom prípade sme nepoužili ER-γ-α korelácie vzhľadom na vysoké množstvo náhodných korelácií ako vidieť na obr.20b. Pridanie podmienky na konverzný elektrón viedlo k výraznému potlačeniu pozadia a náhodných koreláciií obr.20c. Následne sa analyzoval každý event zodpovedajúci nastaveným pozičným, energetickým a časovým podmienkam pre ^{217}Th. Z časových rozdielov implantácie izoméreného stavu jadra a jeho deexcitácie cez vnútornú konverziu je možné určiť strednú dobu života izoméru τ. Rozhodli sme sa nájsť polčas deexcitácie pomocou Schmidtovej techniky [K.H. Schmidt, 1983] ako vidieť na obr.19. Je to štandardne používaná metóda na určenie τ pri nízkych štatistikách. Touto metódou sa dá odhadnúť τ aj keď nie je možné použitie exponenciálneho fitu. Takto určená stredná doba života izoméru je $\tau = 37.4^{+10.1}_{-6.6}\,\mu s$. Následne doba života izoméreného stavu je rovná $T_{1/2} = 25.9^{+7.0}_{-4.6}\,\mu s$.



Obr. 19 – Graf početností logaritmov časových rozdielov medzi implantáciou jadra a detekciou γ kvanta. Červenou je označená najpravdepodobnejšia hodnota strednej doby života τ. Vo výreze je fitovanie dát pomocou exponenciálnej funkcie.

6 Diskusia

Identifikovali sme α rozpad izoméreného stavu ^{217}Pa na izomérny stav ^{213}Ac, čo je v zhode s výsledkami uvedenými v [F.P. Hessberger, 2002]. Pomocou techniky pozične-časových koreláciií boli vyselektované rozpady izoméreného stavu ^{217}Th. Fitovanie nami získaných časových rozdielov exponenciálnou funkciou nebolo možné vzhľadom na nízke početnosti. Využili sme Schmidtovu metódu na určovanie strednej doby života τ pri nízkych početnostiach. Princíp tejto metódy spočíva v zlogaritmovaní časových rozdielov medzi implantáciou jadra a deexcitáciou izoméreného stavu. Tieto hodnoty sa následne zobrazili v histograme, kde vzniká charakteristický pík. Z neho je možné určiť strednú dobu života izoméreného stavu ako vidieť na obr.19. Nevýhodou tejto metódy je jej citlivosť vzhľadom na použitie logaritmu časových rozdielov. Nami určená doba života izoméreného stavu ^{217}Th je $T_{1/2} = 25.9^{+7.0}_{-4.6}\,\mu s$. Hodnota určená Kuusiniemim pri použití ER-γ-α korelácií $T_{1/2} = 67^{+17}_{-11}\,\mu s$ [P. Kuusiniemi, 2005]. Táto doba života by zodpovedala hodnote 4.2, kde by sa dalo očakávať maximum píku na obr.19. Tento rozdiel však nie je možné vysvetliť neistotou nami získaných dát. Prechody ťažkých jadier sú pomerne vysoko konvertované, preto

je možné považovať ER-($\gamma - e^-$)-α korelácie za silné kritérium pri jednoznačnej identifikácii izoméru ako vidieť na obr.20. Časový rozdiel v dobe života izomérneho stavu ^{217}Th uvedený v tejto práci a v práci [P. Kuusiniemi, 2005] je vhodný na ďalšiu diskusiu.

7 Záver

Prebehla úspešná kalibrácia detekčného systému na zariadení SHIP. Následne sa identifikovali produkty reakcie. Bola získaná doby života izomérneho stavu ^{217}Th použitím metódy ER-($\gamma - e^-$)-α korelácií. Napriek odlišnosti našich výsledkov a výsledkov práce [P. Kuusiniemi, 2005], sme presvedčení o správnosti použitia korelačných techník v tomto prípade na základe ich efektívnosti, ako ukazuje obr.20. Vhodným rozšírením tejto práce by bolo vyhodnotenie účinných prierezov pre jednotlivé výparné kanály a porovnanie s výsledkami simulácií založenými na DNS (Dinuclear system) modeli [Peng Hui Chen,].

Pod'akovanie

Chcel by som poďakovať Mgr. Mošťovi za odborné vedenie a docentovi Antalicovi za pomoc s mnohými otázkami týkajúcich sa experimentov.

Literatúra

[A. K. Jain, 2015] A. K. Jain, B. Maheshwari, S. G. e. a. (2015). Atlas of nuclear isomers. *Nuclear data sheets*, 128:1–130.

[E. S. Paul, 1995] E. S. Paul, P. J. Woods, T. D. e. a. (1995). In-beam gamma-ray spectroscopy above 100sn using the new technique of recoil decay tagging. *Physical Review C*, 51:78–88.

[F.P. Hessberger, 2002] F.P. Hessberger, S. Hofmann, I. K. e. a. (2002). Radioactive decay of 217pa. *European Physic Journal A*, 15:335–342.

[GSI, a] GSI. Gsi object oriented on-line off-line system https://www.gsi.de/en/work/research/electronics.

[GSI, b] GSI. Target wheel ship https://www.gsi.de/fileadmin/she-physik/wheel2a.jpg.

[Hofmann, 2009] Hofmann, S. (2009). Superheavy elements. *Lecture Notes in Physics*, 764:203–252.

[James F. Ziegler, 2010] James F. Ziegler, M.D.Ziegler, J. B. (2010). Srim - the stopping and range of ions in matter (2010). *Nucl. Instr. and Meth. B*, 268:1818–1823.

[Jones, 2002] Jones, G. (2002). Detection of long-lived isomers in super-heavy elements. *Nucl. Instr. and Meth. A*, 488:471–472.

[K.H. Schmidt, 1983] K.H. Schmidt, C. C. Sahm, K. P. e. a. (1983). Some remarks on the error analysis in the case of poor statistics. *Zeitschrift fuer Physik. A, Atoms and Nuclei*, 316:19–26.

[Krane, 1988] Krane, K. S. (1988). Nuclear reactions. In *Introductory Nuclear Physics*, page 436, Hoboken, New Jersey. John Wiley and Sons.

[M. Mazzocco, 2008] M. Mazzocco, D. Ackermann, M. B. e. a. (2008). Mocadi fusion extension of the montecarlo code mocadi to heavy ion fusion evaporation reactions. *Nucl. Instr. and Meth. B*, 266:3467–3480.

[M. Wang, 2012] M. Wang, G. Audi, A. W. e. a. (2012). The ame2012 atomic mass evaluation. *Chinese Physics C*, 36:1603–2014.

[NNDC,] NNDC. National nuclear data center, brookhaven national laboratory http://www.nndc.bnl.gov/.

[P. E. Hodgson, 2006] P. E. Hodgson, E. Gadioli, E. G.-E. (2006). In *Introductory Nuclear Physics*, page 156, Oxford. Clarendon.

[P. Kuusiniemi, 2005] P. Kuusiniemi, F. Hessberger, D. A. e. a. (2005). Decay studies of 215-217th using er-gamma-alpha-gamma coincidences. *European Physic Journal A*, 25:397–404.

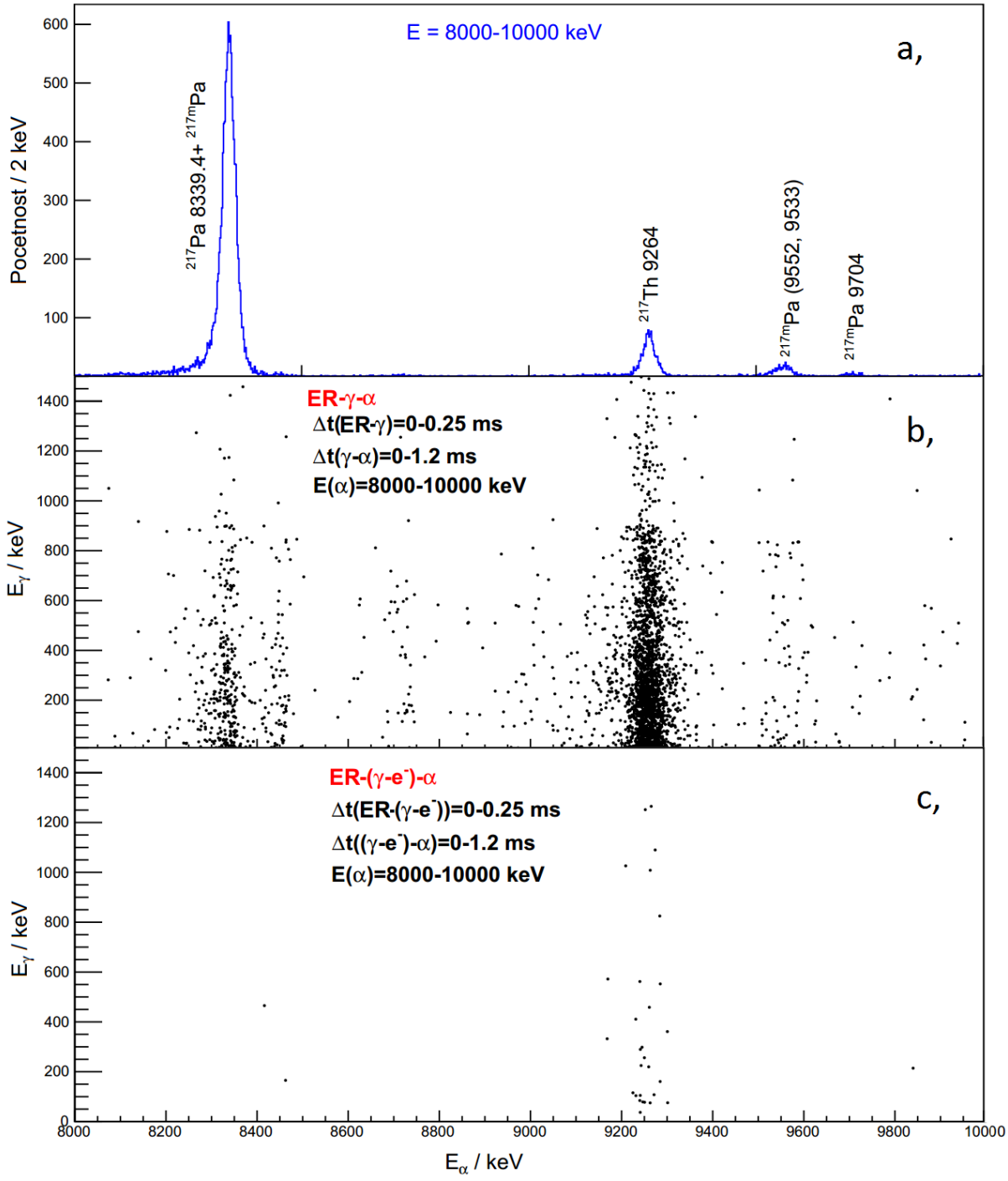
[P. Walker, 1999] P. Walker, G. D. (1999). Energy traps in atomic nuclei. *Physical Review*, 399:35–40.

[Peng Hui Chen,] Peng Hui Chen, Zhao Qing Feng, F. N. e. a. Production of proton-rich nuclei around z=84-90 in fusion evaporation reactions arxiv:1611.10046v1 [nucl-th].

[Štreicher, 2006] Štreicher, B. (2006). Synthesis and spectroscopic properties of transfermium isotopes with z = 105, 106 and 107. page 30. Comenius University.

[W. D. Loveland, 2006] W. D. Loveland, D. J. Morrisey, G. T. S. (2006). In *Modern nuclear chemistry*, pages 274,284, Hoboken, New Jersey. John Wiley and Sons.

[Weisskopf, 1951] Weisskopf, V. F. (1951). Radiative transition probabilities in nuclei. *Physical Review*, 83:1073.



Obr. 20 – Porovnanie spektier. **a,** zodpovedá pauzovému spektru reakcie $^{40}\mathrm{Ar} + {}^{181}\mathrm{Ta} \rightarrow {}^{221}\mathrm{Pa}^*$. **b,** spektrum oneskorených $\alpha - \gamma$ korelácií pri nastavených korelačných podmienkach bez konverzného elektrónu. Je vidieť veľké množstvo náhodných korelácií. **c,** spektrum oneskorených $\alpha - \gamma$ korelácií pri nastavených podmienkach s registráciou konverzného elektrónu. Náhodné korelácie sú výrazne potlačené.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 128–135
ISBN 978-1983445132, © 2017 Terézia Eckertová

Mapovanie radónu vo vodách pohorí západného Slovenska

Terézia Eckertová[1]
Školiteľ: Monika Müllerová[2]

Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Práca sa zaoberá koncentráciou ^{222}Rn v prameňoch troch pohorí západného Slovenska. Ide o mapovanie jadrových pohorí ako Strážovské vrchy, Považský Inovec a Malé Karpaty. Ich geologickú štruktúru tvorí v prevažnej miere podložie kryštalinika tvoreného premenenými a magmatickými horninami. Tie sa podľa [Nazaroff, 1988] vyznačujú zvýšenými hodnotami OAR, všeobecne na základe meraní [Daniel, 1996] im boli priradené priemerné až zvýšené (v prípade Považského Inovca) hodnoty prírodnej rádioaktivity v rámci SR. Okrem toho veľká časť Malých Karpát sa nachádza v oblasti so zvýšenou seizmickou aktivitou (od Bratislavy po Vŕbové), v Považskom Inovci zas oblasť so zvýšenou uránovou mineralizáciou (oblasť Kálnice). Navyše ide o pohoria, ktoré sa vyznačujú bohatou hydrologickou štruktúrou. V prevažnej časti územia týchto pohorí boli odoberané vzorky vôd, ktorým sa určovala objemová aktivita ^{222}Rn (OAR) a získané výsledky sa spracovali vytvárajúc mapu rozloženia aktivity radónu pomocou programu Surfer [Surfer 11, 2013] na podklade geologickej mapy podložia SR [GUDS]. Pramene s najvyššími hodnotami OAR sa porovnali prihliadajúc na aktuálny stav daného prameňa (výdatnosť, teplota) spolu s okolitými meteorologickými podmienkami.
Kľúčové slová: mapovanie rádioaktivity, radón vo vodách, objemová aktivita

1 Úvod

Jedným z primordiálnych rádioaktívnych prvkov tvoriacich geologickú štruktúru Zeme je aj ^{238}U. Aj keď môže tvoriť samostatné minerály, prevažne sa vyskytuje v rozptýlenej forme v rôznych mineráloch alebo je do nich izomorfne primiešaný [Daniel, 1996, Čerdyncev, 1969]. Jeho hmotnostný obsah v zemskej kôre je 2 - 3 ppm, pričom 1 ppm zodpovedá hmotnostná aktivita 12,2 Bq.kg^{-1} ^{238}U [Klener, 2000].

Súčasťou jeho premenového radu je ^{226}Ra, z ktorého alfa premenou vzniká ^{222}Rn (označovaný bežne ako radón). Ide o jediný plynný izotop z celého reťazca a navyše ide o vzácny plyn. Ako taký pri bežných podmienkach nevstupuje do chemických reakcií, taktiež je bezfarebný, bez chuti a zápachu. Jeho premenou vznikajú ďalšie rádioaktívne prvky, ktoré však touto vlastnosťou inertnosti nedisponujú. Radia sa medzi ne ťažké kovy, ktoré majú schopnosť usádzať sa na povrchoch materiálov alebo pri premene inhalovaného radónu sa zachytávať v dýchacích cestách a následne ich ožarovať. Reč je najmä o krátkožijúcich izotopoch ^{218}Po, ^{214}Pb, ^{214}Bi a ^{214}Po s dobou polpremeny pod 30 min. Na rozdiel od izotopov radónu ako torón (^{220}Rn) a aktinón (^{219}Rn) s dobami polpremeny 55,6 s a 3,92 s, ^{222}Rn dokáže, vezmúc do úvahy jeho relatívne dlhú dobu polpremeny 3,826 dňa, migrovať rôznymi cestami z miesta jeho vzniku do rôznych zložiek životného prostredia a dostávať sa tak aj do prítomnosti ľudských obydlí. Preto je z rádiohygienického hľadiska sledovaný a zákonom sa stanovili limity pre jeho reguláciu.

2 Meranie radónu

2.1 Dôvody merania ^{222}Rn

Radón a sledovanie jeho koncentrácií nachádza uplatnenie aj v rôznych odvetviach ľudskej spoločnosti. V hydrogeológii sa môže využiť pri určovaní doby infiltrácie povrchových vôd do podzemných spolu so stanovením ich veku [Gruebel, Martens, 1984]. Možno ho tiež využiť aj ako prírodný stopovač rôznych meteorologických procesov [Smetanová, 2008], cirkulácie vzduchu v jaskyniach, či pri odhaľovaní zlomov a trhlín v oblastiach zasiahnutými zosuvmi pôdy [Luís, 1999]. Sledovaním zmien jeho koncentrácie v podzemných vodách sa našla aj spojitosť pri registrovaní blížiacich sa zemetrasení [Montazeri, 2011, Riggio, 2015]. Avšak nachádza uplatnenie aj v zdravotníctve v rámci kúpeľov slúžiacich pri liečení a regenerácií organizmu [Gudzenko, 1987]. V neposlednom rade sa môže využiť aj pri detekcii ložísk uránu [Telford, 1983].

[1] terka6@gmail.com
[2] Monika.Mullerova@fmph.uniba.sk

2.2 Meranie ^{222}Rn vo vodách - vo svete

Jedným z účelových meraní radónu ako prekurzora blížiacich sa zemetrasení boli vykonané v JV Iráne pri kontinuálnom monitorovaní koncentrácií radónu v horúcom prameni Jowshan na aktívnom zlome Gowk Fault. Ukázalo sa, že doba k jeho indikácií zemetrasenia pozitívne koreluje s magnitúdom a negatívne koreluje so vzdialenosťou medzi epicentrom a meracou stanicou. Najskorší prejav anomálie v množstve ^{222}Rn v prameni bol nájdený 10 dní pred príchodom zemetrasenia (M = 4,2), pričom na meranie koncentrácií radónu sa využíval detektor Alpha Guard PQ2000 Pro [Montazeri, 2011].

Podobné meranie radónu vo vodách v seizmicky aktívnych zónach sa uskutočnilo na SZ Himalájí v Indii. Okrem pozorovaných anomálií radónu vo vodách v súvislosti so seizmickými udalosťami zaevidovali aj vplyv meteorologických, geofyzikálnych či geochemických parametrov. Až na niekoľko výnimiek sa ukázala pozitívna korelácia (0,6) s okolitou teplotou a negatívna korelácia (-0,4) s atmosférickým tlakom. Nameraný pík predstavujúci odchýlku v koncentrácií radónu v sebe ukrýva informáciu pre určenie epicentrálnej vzdialenosti, čas nastania zemetrasenia ako aj jeho magnitúdo [Singh, 2010].

Spojitosť variácií radónu s meteorologickými parametrami potvrdili aj v práci [Fujiyoshi, 2006], kde merali OAR v pôdnom vzduchu v hĺbke 10 cm na akademickej pôde Univerzity Hokkaido v Sapporo v Japonsku. S klesajúcou teplotou pôdy klesala aktivita pôdneho vzduchu, s čím sa prejavili aj variácie v koncentrácií radónu počas 24 hodín, s minimami v noci a maximami cez deň. Pri zachovaní ostatných meteorologických parametrov bol nárast OAR pri 1°C zhruba o 740 Bq.m^{-3}. V rámci roka, veľmi nízke hodnoty v danej hĺbke boli namerané najmä v zime, kedy bol povrch zeme pokrytý vrstvou snehu.

Merania OAR sa tiež uskutočnili v štáte Maine, USA, odoberaním vzoriek vôd zo studní v rôznych hĺbkach až do 150 m. Prihliadajúc na geológiu podložia, hydrológiu a chemické zloženie vody dospeli k viacerým záverom. Z hľadiska prítomného podložia, všeobecne najvyššie hodnoty v rozsahu 185 - 3700 Bq.l^{-1} dosahovali podzemné vody na podloží tvorenom granitmi, pričom táto koncentrácia narastala približne s každými 30 m hĺbky. Pri horninách s vysokým stupňom metamorfózy sa dosahovali tieto hodnoty od 185 - 1110 Bq.l^{-1}. Naopak, množstvo ^{222}Rn veľmi slabo súviselo s množstvom rozpustených minerálov ako K, Mg, Ca, Zn, Cu, alebo Fe [Brutsaert, 1981].

Mnohé ďalšie merania koncentrácií radónu vo vodách boli robené aj v štátoch ako Rumunsko na juhu pohoria Harghita, kde v prameňoch, vrtoch a bazénoch namerali OAR medzi 9,8 kBq.m^{-3} až po 65,03 kBq.m^{-3} [Moldovan, 2015]. K podobným výsledkom dospeli aj v Trasylvánskej časti Rumunska, kde namerali OAR od 0,9 - 68,9 Bq-l^{-1} v prameňoch, studniach, povrchových vodách či vo vodách z kohútiku [Nita, 2012].

2.3 Meranie ^{222}Rn vo vodách - na Slovensku

V rámci Slovenska, s cieľom študovať sezónne i krátkodobé variácie ^{222}Rn vo vodách a vo vzduchu vrtov, boli uskutočnené merania v Astronomickom a geofyzikálnom observatóriu Univerzity Komenského v Modre. Odber vzoriek z vrtu V-3 prebiehal trikrát týždenne po dobu 28 mesiacov od 1.1.2006. V dôsledku veľkého poklesu hladiny počas letných mesiacov a prudkého nárastu počas topenia sa snehu resp. daždivých dní, sa získalo 225 vzoriek vôd, ktorých OAR bola v rozmedzí od 0,8 - 29,1 kBq.m^{-3}. V závislosti od výšky vodnej hladiny sa menila aj koncentrácia ^{222}Rn s pozitívnou koreláciou 0,66. Na rozdiel od OAR vo vzduchu vo vrte, kde v rámci sezónnych variácií boli spojené zmeny atmosférického tlaku a taktiež zmeny teploty pôdneho vzduchu, v prípade OAR vo vodách sa táto previazanosť nepotvrdila. V prípade krátkodobých variácií, dôležitým parametrom sa ukázalo množstvo zrážok. Intenzívne zrážky predchádzali zvýšeniu koncentrácie ^{222}Rn vo vode, efekt v prípade ^{222}Rn vo vzduchu vrtu sa objavil výlučne len počas jarných a letných mesiacoch [Smetanová, 2009].

Veľký prehľad koncentrácií radónu vo vodách je obsiahnutý v práci [Daniel, 1996]. Namerané OAR v podzemných vodách v rámci rôznych častiach Slovenska sa namerali v rozsahu 0,01 - 1288,4 Bq.l^{-1}, najvyššia nameraná hodnota v prípade minerálneho prameňa Uhličitý v Oraviciach (1293,2 Bq.l^{-1}). Množstvo radónu v minerálnych vodách odpovedalo geologickej stavbe, chemickému zloženiu či obsahu CO_2 a H_2S.

V jednotlivých lokalitách Slovenska sa meral radón v podzemných vodách aj v rokoch 2002 - 2011. V priebehu monitorovania koncentrácie radónu vykazovali sezónne variácie s maximálnymi hodnotami v zime a na jar, najnižšie hodnoty počas letných a zimných mesiacoch. S prietokom sa však korelácia s OAR nepotvrdila. Merania zahrňovali lokalitu Malých Karpát s najaktívnejším prameňom Zbojníčka (max OAR 327 Bq.l^{-1}), lokalitu Nízkych Tatier či okolie Popradu - Prešova. Odmerala sa aj OAR v prameni Jašteričie neďaleko Oravíc, v ktorom sa zistili najvyššie koncentrácie radónu na Slovensku s OAR 1407 Bq.l^{-1} z roku 1998 [Gluch, 2012]. Zmenou buď hydrogeologických podmienok alebo sezónou variáciou sa táto aktivita meraním [Blahušiak, 2016] nepotvrdila, kedy namerali hodnotu 243,74 Bq.l^{-1}.

Podrobnejšie sa OAR vo vodách vrtov a prameňov Malých Karpát venujú v prácach [Blahušiak, 2012, Blahušiak, 2016], na koncentráciu ^{222}Rn v prameňoch je zas zmapované pohorie Považského Inovca v práci [Eckertová, 2016].

3 Geologická stavba pohorí

Zvýšené množstvo radónu sa uvádza pre vyvreté horniny a závisí aj od ich chemického zloženia. Čím má hornina kyslejšie pH, tým je obsah ^{226}Ra v nej viac obsiahnutý [Serdjukova, 1969]. Typickým príkladom takýchto hornín sú ryolity s priemerným obsahom ^{226}Ra 71 $Bg.kg^{-1}$, syenity s obsahom ^{226}Ra 692 $Bq.kg^{-1}$ a granity s priemerným množstvom ^{226}Ra 78 $Bq.kg^{-1}$ vo vzorkách uvádzaných v [Nazaroff, 1988]. Naopak, vo všeobecnosti najnižšími hodnotami ^{222}Rn ako aj ^{226}Ra sa uvádzajú pre horniny sedimentárneho charakteru, najmä sadrovce, pieskovce a kremenné piesky. V prípade ílovitých hornín je ich aktivita podmienená rádioaktivitou ich materského zdroja, granitov [Serdjukova, 1969].

3.1 Geológia Strážovských vrchov

Strážovské vrchy sa skladajú z dvoch morfoštruktúrnych masívov Suchý a Malá Magura. Ich tektonickú stavbu tvorí jadro kryštalinika, ktorých základnou zložkou sú biotické až dvojsľudové pararuly, migmatity a granitoidy. Tie sú v daných útvaroch rovnomerne zastúpené, so striedaním v jednotlivých pásoch typicky pre dané pohorie [Maheľ, 1986].

Zo severnej časti v okolí Žiliny sa tu nachádza jedna zo seizmicky najaktívnejších oblastí na Slovensku, pravdepodobne v dôsledku tektonického rozhrania vnútorných a vonkajších Karpát [Madarás, 2008].

Výskytom uránu sa pohorie radí k územiu s priemernými hodnotami prírodnej rádioaktivity hornín, z hľadiska radónového rizika dosahuje už vyššie hodnoty [Daniel, 1996].

3.2 Geológia Považského Inovca

Prevažne severnú časť Považského Inovca, nazývanú selecký blok, tvorí kryštalické jadro s obsahom pararúl, migmatitov, ojedinele sa vyskytujú i granitoidy. Bojnický stredný blok má ako jediný typické črty jadrového pohoria a je tvorený granitoidmi, svorami, svorovými rulami, možno nájsť i kremence či vápence. Najjužnejšiu časť hlohoveckého bloku tvoria vápence a bridlice [Maheľ, 1986].

Z hľadiska prírodnej rádioaktivity uránu sa Považský Inovec zaraďuje do území s vyššou rádioaktivitou hornín v rámci priemeru na Slovensku. Meraním obsahu radónu v pôdach, 52,7 % územia možno zaradiť do oblasti so stredným radónovým rizikom, pričom 0,1 % územia patrí do vysokého radónového rizika [Daniel, 1996].

3.3 Geológia Malých Karpát

Malé Karpaty z geologického hľadiska reprezentujú rozhranie medzi Alpami a Karpatmi s osobitou štruktúrou v jednotlivých segmentoch. Napriek tomu sa radia k jadrovým pohoriam Západných Karpát s výraznými anomáliami v stavbe kryštalinika. To je tvorené žulami, ortorulami a najmä bratislavskými a modranskými granitoidmi oddelených pruhom metamorfovaného plášťa [Maheľ, 1986].

Hlboko založené zlomy a plytko uklonené tektonické rozhrania majú za následok zemetrasnú aktivitu v oblasti Dobrej vody, obce ležiacej na SV pohoria. Tá je súčasťou seizmicky aktívnej zóny oblasti Malých Karpát od Bratislavy po Vŕbové, vrátané podoblastí Bratislava a Pernek-Modra [Madarás, 2012].

Prírodná rádioaktivita ako aj radónové riziko hornín dosahuje priemerné hodnoty, miestami sa však namerali aj vysoké hodnoty radónu v podloží [Daniel, 1996].

4 Metodika práce

Vzorky vôd jednotlivých pohorí boli odoberané v období od septembra 2016 do marca 2017. V práci pre porovnanie rádioaktivity vôd a ich vykreslenie v rámci západného Slovenska sú zahrnuté aj údaje z [Eckertová, 2016], ktoré obsahujú namerané OAR prameňoch z Považského Inovca. Časť nameraných dát z Malých Karpát boli získané v roku 2011 [Blahušiak, 2012].

Voda z prameňov sa naplnila doplna plastových fliaš s objemom 0,33 ℓ, ktoré sa do vyhodnotenia udržovali v chlade pri teplote do 5°C. Počas samotných odberov sa zaznamenávala výdatnosť zdroja, jeho teplota a zemepisná poloha. Názvy im priradené boli na základe názvov použitých v [S batohom cez hory] prípadne [mapy.hiking].

Meranie OAR sa uskutočnilo najneskôr do 3 dní po ich odobratí v Radónovom laboratóriu KJFB FMFI UK. Z odobratého objemu sa použilo 7 ml vody, z ktorých sa cez emanačnú nádobku za použití frity previedol radón v nich obsiahnutý do vopred evakuovaných scintilačných komôrok Lucasovho typu s objemom 125 ml.

Účinnosť tohto prevodu bola vopred stanovená predtým uskutočnených meraní pomocou vzťahu [Müllerová, 2005]:

$$\varepsilon_p = \frac{A_1}{A_1 + A_2}$$

kde A_1 predstavuje objemovú aktivitu radónu získanú prebublaním vzduchu cez 7 ml vzorkovej vody do prvej scintilačnej komôrky a A_2 predstavuje OAR získanú prevodom cez tých istých 7 ml vody následne do ďalšej komôrky. Ako filtračný prostriedok sa vyskúšala použiť okrem frity aj emanačná nádobka naplnená sklenými dutými valčekmi o priemeru ~ 3 mm a dĺžke ~ 4 mm.

Samotná OAR vo vodách bola stanovená zo vzťahu [Müllerová, 2005]:

$$A(t) = \frac{n_{vz} - n_p}{\varepsilon_p \varepsilon_d V} e^{\lambda t_{om}} \frac{\lambda t_m}{1 - e^{-\lambda t_m}}$$

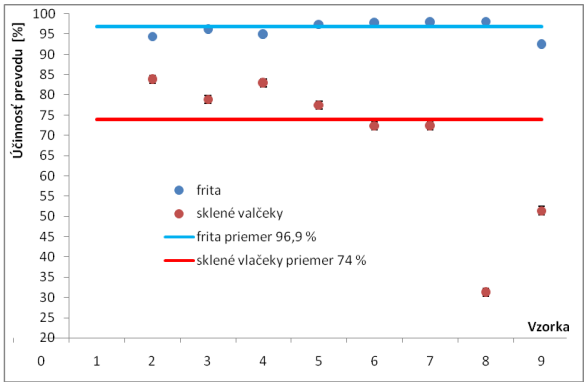
kde n_{vz}, n_p predstavujú početnosti (s^{-1}) od vzorky, ε_p je účinnosť prevodu, ε_d je detekčná účinnosť pre danú komôrku, V je objem vzorkovej vody (0,007 ℓ), λ je konštanta premeny radónu ($2{,}1.10^{-6}$ s^{-1}), t_m je doba merania vzorky (s) a t_{om} je doba od konca odberu po začiatok merania (s).

Údaje o geografickej polohe prameňa spolu s prislúchajúcou OAR boli vložené do programu Surfer [Surfer 11, 2013], kde boli spracované do máp predstavujúcich rozloženie aktivity radónu v monitorovaných pohoriach na geologickom podklade z [GUDS]. Tie sme spracovali pre každé pohorie samostatne, v prípade Malých Karpát sme kvôli chýbajúcim dátam medzi obcami Svätý Jur a Sološnica vytvorili dve podoblasti. Hrubé zobrazenie pozície týchto prameňov s ich delením podľa hodnôt OAR bolo prevzaté z [Daniel, 1996], kde sa vody na základe ich objemovej aktivity ^{222}Rn delia na tie s veľmi nízkou objemovou aktivitou (pod 20 Bq/ℓ), s mierne zvýšenou (20-50 Bq/ℓ) a zvýšenou objemovou aktivitou radónu (nad 50 Bq/ℓ).

5 Výsledky a diskusia

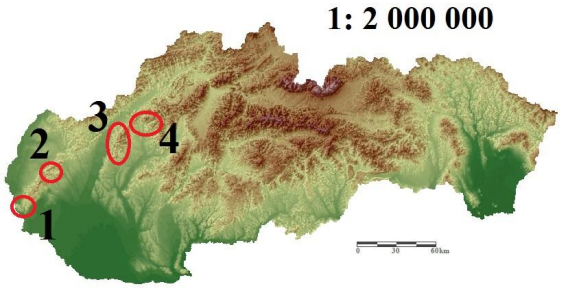
Na určenie účinnosti prevodu z emanačnej nádobky do scintilačnej komôrky pre oba typy filtračných materiálov sme uskutočnili 8 nezávislých meraní použijúc vždy vzorku vody pochádzajúcu z toho istého prameňa. Vážený priemer zo získaných hodnôt použitím frity bol 0,969 ± 0,001, použitím sklených valčekov 0,74 ± 0,004. Namerané hodnoty sú znázornené na obrázku 1.

Z uskutočnených meraní je vidieť, že hodnoty účinností za použití sklených valčekov majú veľký rozptyl hodnôt a v priemere nimi dosahujeme približne o 23 % nižšiu účinnosť. Tento fakt je pravdepodobne spôsobený tým, že počas jednotlivých meraní bolo rozloženie valčekov v nádobke rôzne v závislosti od toho, ako sa naukladali pri jej plnení. Nádobku sme totiž vždy po každom meraní vyprázdnili najmä kvôli úplnému odstráneniu použitej vody. Relatívne nízka účinnosť predovšetkým závisí od spôsobu rozloženia valčekov. Zaseknutie jedného valčeka pri vstupe do nádobky zo strany kde sa púšťal vzduch malo pravdepodobne za následok, že dosiahnutá účinnosť klesla aj pod 50 %. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli pre všetky merania OAR v prameňoch využívať emanačnú nádobku s fritou, ktorej hodnoty sa menili málo len v závislosti od nami korigovanej rýchlosti púšťania vzduchu cez emanačnú nádobku.



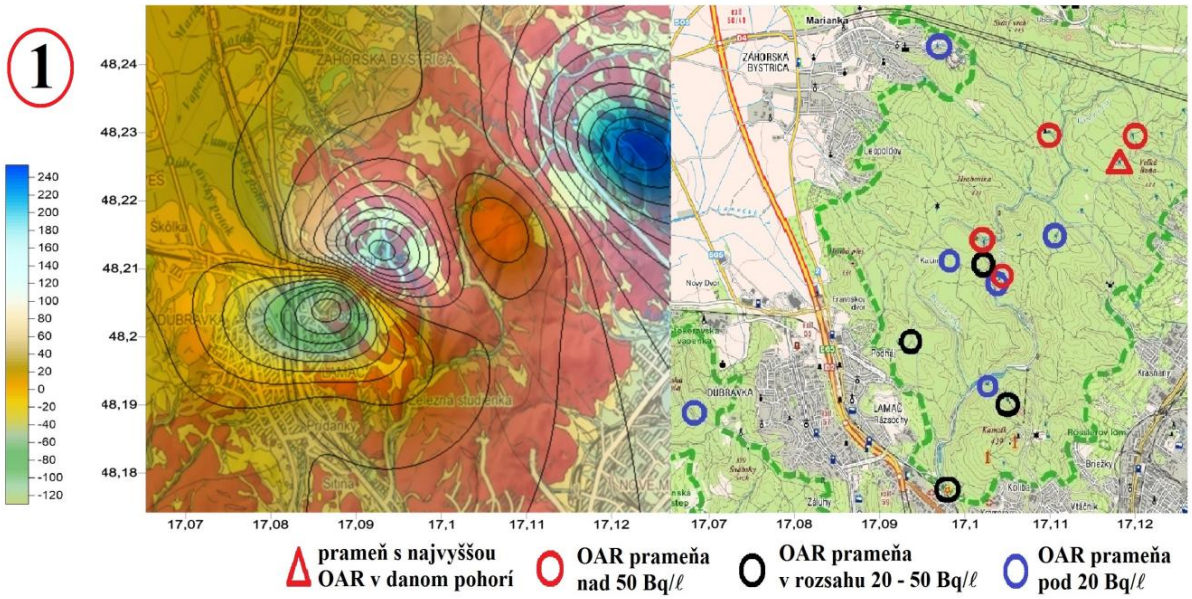
Obr.1 : Účinnosti prevodu dvoch rôznych emanačných nádobiek

Oblasti pohorí, v ktorých sme namerali OAR v prameňoch sú naznačené na obrázku 2. V nich sú jednotlivým častiam priradené čísla, z dôvodu rýchlejšej orientácie medzi mapami zobrazujúcimi tieto úseky vo väčšej mierke, s podrobnosťami o približných polohách vôd a potenciálnym vývinom aktivity na ostatných miestach územia dopočítaných mapovým softvérom. Tieto mapy možno vidieť na obrázkoch 3 - 6.

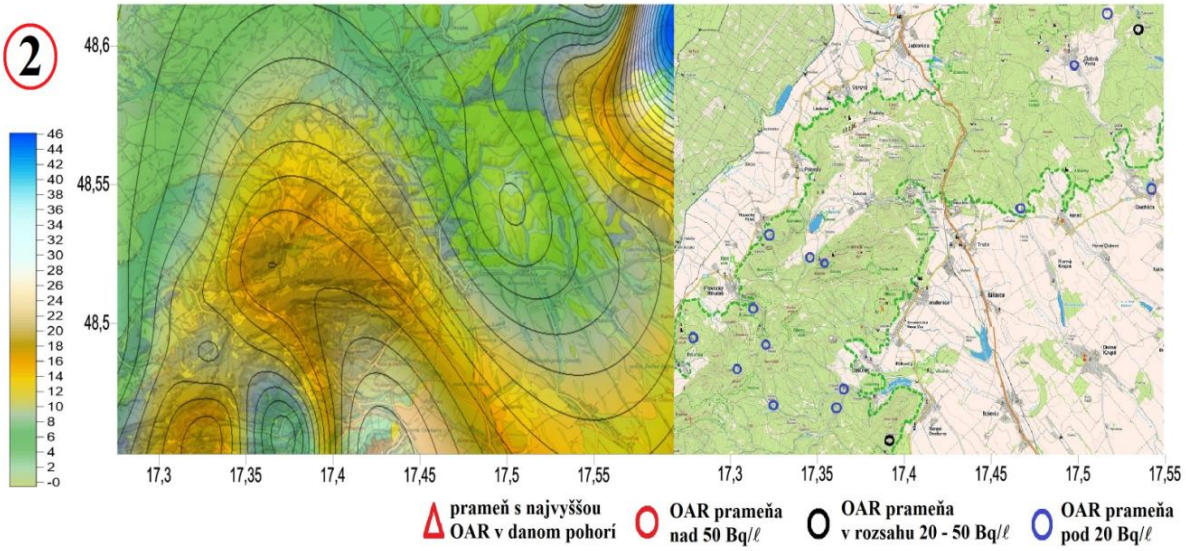


Obr.2 : Mapované oblasti v rámci jednotlivých pohorí

Pohorie s najvyššou nameranou hodnotou OAR a zároveň aj s najvyšším počtom prameňov s OAR nad 50 Bq/ℓ sú Malé Karpaty. Konkrétne sa jedná o oblasť 1, teda okolie Bratislavy. Prevažná časť tohto územia sa nachádza na podloží tvorenom granodioritmi, ktoré sa charakterizujú so zvýšeným obsahom ^{226}Ra.



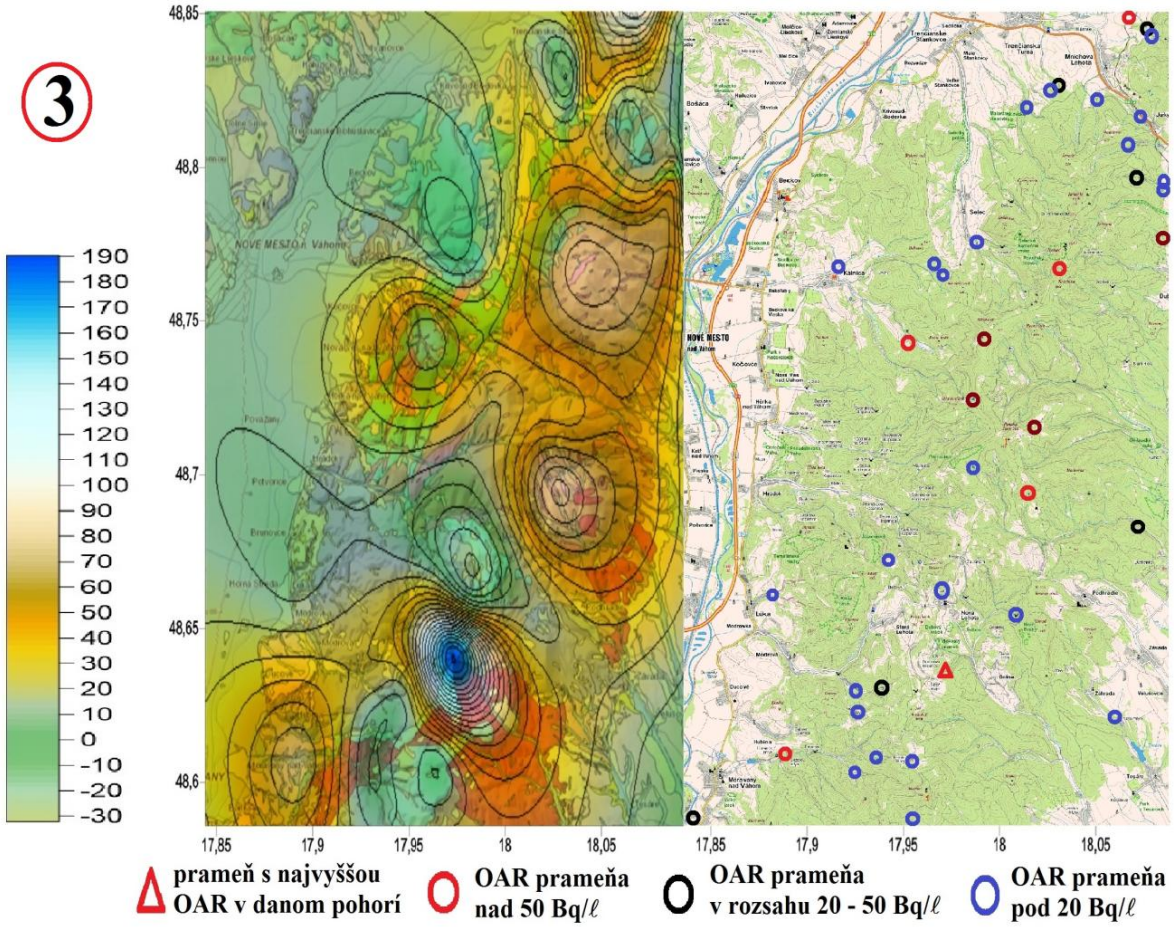
Obr. 3 : Mapa pohoria Malých Karpát, časť okolia Bratislavy



Obr. 4. Mapa pohoria Malých Karpát, časť severne od Sološnice

Toto tvrdenie je vo veľkej miere nami získanými výsledkami podporené a prameň, tiež nachádzajúci sa na tomto podloží, dosahuje vôbec najvyššiu nami uvedenú OAR 249,5 ± 11,3 Bq/ℓ. Naopak, pramene ležiace v severnej časti pohoria (oblasť 2) na podklade tvorenom vápencami, dolomitmi a rôznymi piesčito-hlinitými sedimentmi, vykazujú hodnoty OAR pod 20 Bq/ℓ. Iba dva pramene majú objemovú aktivitu nad touto hodnotou, jeden s hodnotou 24 ± 1,6 Bq/ℓ leží na podloží tvorenom premenenými horninami, ruly až pararuly. Druhý z nich je prameň zo seizmicky aktívnej oblasti Dobrá Voda, vyvierajúci na podloží tvorenom dolomitmi s OAR 38 ± 2,1 Bq/ℓ. Vzhľadom na to, že neboli uskutočnené ďalšie odbery vzorky, ktoré by túto objemovú aktivitu radónu potvrdili, nemožno povedať, či ide o variáciu v rámci vplyvu meteorologických podmienok alebo o charakter daného zdroja zahŕňajúc hĺbku a typ podložia ktorým preteká a ktorý by ju obohacoval o radón.

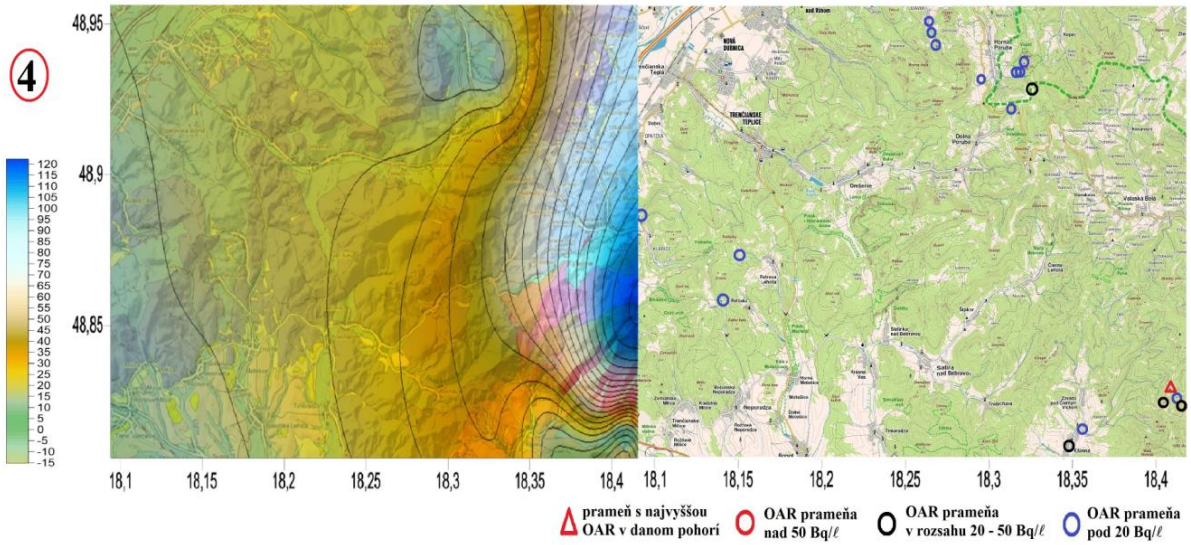
Nami najpodrobnejšie zmapovaným územím z hľadiska OAR prameňov je oblasť pohoria Považský Inovec so 40 vzorkami vôd zobrazenými na obrázku 5. Prevažná časť územia je zložená z metamorfovaných hornín ako ruly a pararuly, ktoré sa ťahajú zo severnej časti pozdĺž hrebeňa pohoria. OAR prameňov tu nájdených má zvýšenú objemovú aktivitu pod 100 Bq/ℓ.



Obr. 5. Mapa pohoria Považský Inovec

Typickým znakom týchto vôd je, že sa lokalizovali v nadmorskej výške nad 600 m.n.m., charakterizujú sa nižšou teplotou (pod 7°C) a boli nájdené v období, kedy okolitá pôda bola premočená z topiaceho sa snehu, resp. po intenzívnych zrážkach. Pramene prevažne situované na úpätí pohoria vykazujú veľmi nízke objemové aktivity radónu, v zriedkavých prípadoch mierne zvýšené. Typ týchto podloží je veľmi rôzny, od rôznych vápencov, pieskovcov až po piesčito hlinité štrky svahovín. Do južnej časti zobrazeného územia zasahuje aj časť podložia tvoreného granodioritmi. Tu sa odobrala len jedna vzorka, ktorej sme namerali najvyššiu objemovú aktivitu radónu z celého pohoria. Táto hodnota sa pohybuje okolo 200 Bq/ℓ.

Posledným zmapovaným územím je južná časť Strážovských vrchov zobrazená na obr. 6. Podložie tejto oblasti tvoria zväčša vápence, od Uhrovca smerom k Prievidzi sa začínajú objavovať aj premenené horniny (pararuly) a vyvreté (granitoidy). V týchto miestach sme lokalizovali aj prameň s doteraz najvyššou OAR v danom pohorí (96,2 ± 4,4 Bq/ℓ) spolu s ďalšími 3 prameňmi nachádzajúcimi sa od neho v okruhu 1 km pri nadmorskej výške nad 800 m.n.m. Vzorky týchto vôd boli odobraté v polovici februára, pri mínusových teplotách okolitého prostredia (-2 °C) a kedy bola značná časť pôdy pokrytá asi 5 cm vrstvou snehu. Napriek tomu, že sa pramene nachádzajú relatívne blízko seba, ich obohacovanie o radón môže prebiehať cez rôzny typ hornín najmä v dôsledku ich lokalizácie na rozhraní viacerých podloží. Navyše sa vody líšia aj spôsobom ich vyvierania. Najnižšie hodnoty sa namerali pri tých vzorkách, ktoré nemali žiaden prietok, prakticky len presakovali na povrch. Sneh, ktorý napadal do tohto priestoru mohol zriediť pomer podpovrchovej vody vo vzorke a tým aj rozriediť množstvo rozpusteného ^{222}Rn. Naopak prameň s najvyššou hodnotu mal z nich najvyššiu výdatnosť. OAR zvyšných prameňov na ostatnej časti lokality odpovedá typu podložia na ktorom sa nachádzajú a to vápencom. V dôsledku malého počtu vstupných hodnôt nerovnomerne rozmiestnených na veľkej ploche, je predpokladaný vývin OAR dopočítaného programom medzi vzdialenými bodmi nepravdepodobný a nemusí tak odpovedať skutočnosti.



Obr. 5. Mapa pohoria Strážovské vrchy, južná časť

6 Záver

Zo získaných účinností prevodu deemanovania ^{222}Rn zo vzorkovej vody sme sa pre najefektívnejšie stanovenie OAR v prameňoch rozhodli využívať ako filtračné médium fritu, s ktorou sme dosahovali priemernú hodnotu účinnosti 96,9 %.

Vytvorením máp z nameraných OAR prameňov sme získali rozloženie potenciálneho priebehu aktivity radónu na území troch pohorí západného Slovenska. Porovnaním podobných hodnôt OAR v rámci celej preskúmanej oblasti sme našli spojitosť s typom podložia na ktorom sa zdroj vody nachádzal. Vychádzali sme z predpokladu, že ^{222}Rn vzhľadom na svoju dobu polpremeny, sa bude principiálne do vôd dostávať z hornín z blízkosti zdroja výveru vody. Pramene nachádzajúce sa na podloží tvorenom granitoidmi z týchto vôd vykazovali najvyššie hodnoty OAR, teda nad 50 Bq/ℓ. Naopak najnižšie hodnoty sme namerali na podloží tvorenom sedimentárnymi horninami ako vápence, pieskovce, dolomity. Registrované výnimky v množstve ^{222}Rn mohli byť spôsobené viacerými faktormi a ich možnou kombináciou. Z nich sú to napríklad aj rozdielna hĺbka z ktorej táto voda vyviera, aktuálny stav pôdy, t.j. vlhkosť, množstvo puklín a pórov, snehová pokrývka ale aj okolité meteorologické podmienky ako teplota či množstvo zrážok vplývajúce tiež na teplotu a výdatnosť prameňa.

Berúc do úvahy doposiaľ namerané hodnoty objemových aktivít, najaktívnejšou lokalitou sa zdá byť oblasť okolo Bratislavy. Priemerná aktivita vôd z týchto miest je nad 50 Bq/l, väčšina z týchto vôd je však nepitná. Veľké množstvo prameňov so zvýšenou objemovou aktivitou sa nachádza aj v Považskom Inovci. Tieto vody sú však naopak z biologického hľadiska pitné a vo veľkom množstve využívané aj ako zdroje pitnej vody. Dosahujú však o niečo nižšie hodnoty OAR ako tie z oblasti Bratislavy. Na zvyšnej časti územia Malých Karpát a časti Strážovských vrchov sa v prevažnej miere nachádzajú iba pramene s nízkou objemovou aktivitou.

Pre získanie relevantného rozloženia aktivity v jednotlivých pohoriach by sme potrebovali čo najhustejšiu sieť nameraných hodnôt OAR vôd. Je však treba podotknúť, že v mnohých prípadoch nemusia získané informácie odrážať skutočnú hodnotu o koncentrácií radónu, ktorá môže byť veľmi citlivá aj na meteorologické podmienky. Pre určenie týchto variácií by bolo vhodné spraviť ešte aspoň jedno doplňujúce meranie za odlišného stavu počasia počas doby odberu vzorky.

Literatúra

[Blahušiak, 2012] Blahušiak, P., Kontinuálny monitor pre meranie radónu vo vodách, Diplomová práca, Bratislava, FMFI UK, 2012

[Blahušiak, 2016] Blahušiak, P., Radón vo vybraných vodách a termálnych kúpeľoch na Slovensku a vývoj metód jeho merania, Dizertačná práca, Bratislava, FMFI UK, 2016

[Brutsaert, 1981] Brutsaert, F., W., Norton, A., S., Hess, T., Ch., Williams, S., J., Geologic and Hydrologic Factors Controlling Radon-222 in Ground Watter in Maine, *Ground water*, Vol. 19, No. 4, July-August 1981

[Čerdyncev, 1969] Čerdyncev V. V. Uran – 234, Atomizdat, Moskva, 1969

[Daniel, 1996] Daniel, J., Lučivjanský, L., Stercz, M., Geochemický atlas Slovenska, časť IV:

Prírodná rádioaktivita hornín. Geologická služba Slovenskej republiky, Bratislava, 1996

[Eckertová, 2016] Eckertová, T., Rádioaktivita prameňov v oblasti Považského Inovca, Bakalárska práca, Bratislava, FMFI UK, 2016

[Fujiyoshi, 2006] Fujiyoshi, R., Sakamoto, K., Imanishi, T., Sumiyoshi, T., Sawamura, S., Vaupotic, J., Kobal, I., Meteorological parameters contributing to variability in 222Rn activity concentrations in soil gas at a site in Sapporo, Japan, *Science of Total Environment* 370, ScienceDirect, 2006

[Gluch, 2012] Gluch, A., Pramuka, S., Monitorovanie variácií objemovej aktivity radónu v geologickom prostredí vo vybraných objektoch v rámci územia Slovenskej republiky. In: Mineralia Slovaca. 44(2012). WEB ISSN 1338-3523. ISSN 0369.

[Gruebel, 1984] Gruebel, K., A., Martens, Ch., S., Radon-222 Tracing of Sediment-Water Chemical Transport in an Estuarine Sediment, Limnology and Oceanography, Vol. 29., No. 3 1984

[GUDS] mapový server GUDS, dostupné online - http://www.geology.sk/new/sk/sub/ms/zoz_apl (26.3.2017)

[Gudzenko, 1987] Gudzenko, V., V., Dubincuk, V., T., Izotopy rádia a radónu v prírodných vodách, Nauka. Moskva. 1987. p. 158 (in Russian)

[Nazaroff, 1988] Nazaroff, W.W., Nero, Jr. V.A, Radon and its decay products in indoor air, A Wiley-Interscience Publication. New York, 1988

[Klener, 2000] Klener V., a kol., Principy a praxe radiační ochrany, SUJB, Praha, 2000

[Luís, 1999] Luís, M., C., Variación espacio-temporal del nivel de emisión de radón en una zona volcánica activa: Tenerife (Islas Canarias); Universidad de la Laguna (España), 1999

[Madarás, 2008] Madarás, J., Zemetrasenia na Slovensku. In: *Enviromagazín,* Bratislava, 2008. s. 4-7.

[Madarás, 2012] Madarás, J., Fojtíková, L., Hrašna, M., Petro, L., Ferianc, D., Briestenský, M., Vymedzenie seizmicky aktívnych oblastí na Slovensku na základe záznamov historických zemetrasení a súčasného monitorovania tektonickej a seizmickej aktivity, *Mineralia Slovaca*, 44 (2012), 351 - 364, Web ISSN 1338-3523, ISSN 0369-2086

[Maheľ, 1986] Maheľ, M., Geologická stavba československých Karpát, VEDA, Slovenská akadémia vied, Bratislava, 1986. ISBN 71-060-86 590/58 03. pp. 310-329

[S batohom cez hory] mobilná aplikácia: S batohom cez hory, verzia 1.6.

[Moldovan, 2015] Moldovan, M., Bican-Brisan, N., Cozma, A., Ionescu, A., Sferle, T., Radon measurements in soil and mineral waters from Balvanyos, Tusnad and Homorod Areas, GEO2015-ESG Project Section, Bucharest, November 2015

[Montazeri, 2011] Montazeri, H., Abbasnejad, A., Negarestani, A., Continuous radon monitoring in the Jowshan hot spring as an earthquake precursor, SE Iran, *Geochemical Journal*, Vol. 45, 2011. pp. 463-471

[Müllerová, 2005] Müllerová, M., Komplexná radónová diagnostika uzavretých priestorov, Diplomová práca, Bratislava, FMFI UK, 2005

[Nazaroff, 1988] Nazaroff, W., W., Nero, Jr., V., A., Radon and its decay products in indoor air, A Wiley-Interscience Publication. New York, 1988

[Riggio, 2015] Riggio, A., Santulin, M., Earthquake forecasting: a review of radon as seismic precursor, *Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata*, Vol. 56, n. 2, June 2015

[Serdjukova, 1969] Serdjukova, A., S., Kapitanov, J., T., Izotopy radónu a krátkoţijúce produkty ich rozpadu v prírode, Atomizdat, Moskva, 1969

[Singh, 2010] Singh, S., Kumar, A., Bajwa, S., B., Mahajan, S., Kumar, V., Dhar, S., Radon Monitoring in Soil Gas and Ground Water for Earthquake Prediction Studies in North West Himalayas, India, Terr. Atmos. Ocean. Sci., Vol. 21, No. 4, 685-695, August 2010

[Smetanová, 2008] Smetanová, I., The monitoring of the ^{222}Rn activity concentration in borehole water - results from the first year of observation, Environmental Sciences, 2008. ISBN 978-80-223-2480-9

[Smetanová, 2009] Smetanová, I., Holý, K., Müllerová, M., Polášková, A., The effect of meteorological parameters on radon concetration in borehole air and water, *Journal of Radioanalytical and Nuclear Chemistry*, Akadémiai Kiadó, Budapest, Hungary 2009

[Surfer 11, 2013] Golden Software, Inc. (2013). Surfer 11

[Telford, 1983] Telford, W., M., Radon mapping in the search for uranium. In: Fitch, A., A., Developments in geophysical exploration methods – 4. Applied science publishers Ltd., 1983

[mapy.hiking] mapový portál dostupný na stránke: https://mapy.hiking.sk/

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 136
ISBN 978-1983445132, © 2017 Miroslav Macko

Meranie bezneutrínového dvojitého beta rozpadu na SuperNEMO demonštrátore (rozšírený abstrakt)

Miroslav Macko[1,2,3*]

Školiteľ: Ivan Štekl[2] a Fabrice Piquemal[4,5]

[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina F1, 842 48 Bratislava
[2] Ústav technické a experimentální fyziky, ČVUT v Praze, 12800 Praha, Česká Republika
[3] Université de Bordeaux, 351 cours de la Libération, 33405 Talence Cedex, Francúzsko
[4] CENBG, Université de Bordeaux, CNRS/IN2P3, F-33175 Gradignan, Francúzsko
[5] Laboratoire Souterrain de Modane, F-73500 Modane, Francúzsko

Dvojitý beta rozpad

V roku 1935 Maria Goeppert-Mayer navrhla možnú existenciu dvojneutrínového dvojitého beta rozpadu ($2\nu\beta\beta$). Táto zriedkavá jadrová premena je dvojitou analógiou obyčajného beta rozpadu, t.j. dva neutróny v jadre sa premenia na dva protóny emisiou dvoch elektrónov a dvoch elektrónových antineutrín (Rov. 1). Neskôr, v roku 1939, Wendell H. Furry vyslovil myšlienku existencie jeho bezneutrínového módu ($0\nu\beta\beta$), ktorý prebieha rovnako ako $2\nu\beta\beta$, avšak bez emisie antineutrín (Rov. 2).

$$2\nu\beta\beta: \quad (A,Z) \rightarrow (A,Z+2) + 2e^- + 2\bar{\nu}_e \quad (1)$$

$$0\nu\beta\beta: \quad (A,Z) \rightarrow (A,Z+2) + 2e^- \quad (2)$$

Toto by bolo možné iba v prípade, ak by neutríno bolo svojou vlastnou antičasticou, tzv. Majoranovskou časticou. Tento bezneutrínový mód, zakázaný v ŠM, doposiaľ nebol experimentálne pozorovaný.

Ak by bol $0\nu\beta\beta$ pozorovaný, malo by to vážne dôsledky na chápanie fyziky častíc. Meranie jeho času polpremeny by nám poskytlo informáciu o hmotnosti neutrín, ktoré dnes ešte stále nie sú známe. Navyše, tieto hmotnosti sú Štandardným Modelom (ŠM) predpovedané ako nulové, čo je v rozpore s pozorovaním neutrínových oscilácií. Tento proces nezachováva leptónové číslo, čo je momentálne považované za jednu zo symetrií ŠM.

SuperNEMO experiment

SuperNEMO (Neutrino Ettore Majorana Observatory) je projekt, ktorý má v pláne študovať $0\nu\beta\beta$ na 100 kg ^{82}Se rozdelených do 20 modulov. Prvý modul (SuperNEMO demonštrátor) je momentálne vo finálnej fáze výstavby v podzemnom laboratóriu LSM na Francúzsko - Talianskej hranici. Výhodou experimentálnej metódy tohto projektu je využitie kombinácie dráhových detektorov s plastickými scintilátormi (kalorimeter). Táto tzv. "tracko-calo"metóda umožní lepšie vylúčenie pozaďových procesov. Popis detektora a dôležité etapy výstavby v roku 2016 a 2017 sú zhrnuté v [Macko, 2016]. Aktuálne je demonštrátor v poslednej fáze výstavby. Spustenie meraní je naplánované na koniec prvej polovice roku 2017.

V CENBG (Centre Etudes Nucléaires de Bordeaux Gradignan) sme v júli 2016 úspešne dokončili produkciu a testovanie polystyrénových optických modulov, ktoré budú slúžiť na kalorimetrické meranie energie. Optické moduly boli vyhotovené z hľadiska energetického rozlíšenia v dvoch prevedeniach: v štandardnej kvalite (196 kusov) s rozlíšením na úrovni $8,35\% \pm 0,36\%$ (pri 1 MeV) a vo vylepšenej kvalite (214 kusov) s rozlíšením $7,97\% \pm 0,3\%$ (pri 1 MeV). Detailnejšie o procese produkcie optických modulov pojednáva [Macko, 2017].

V rámci môjho PhD. projektu sa takisto zaoberám štúdiom presnosti rekonštrukcie elektrónového vertexu pomocou simulácií. Využívam simulačný balík Falaise špeciálne vyvinutý, na báze Geant4, softvérovou skupinou SuperNEMO kolaborácie. Prvé výsledky tejto štúdie sú diskutované v [Macko, 2017].

Literatúra

[Macko, 2016] Macko, M. (2016). Current status of the demonstrator module for supernemo experiment. *Acta Phys. Polon. Supp.*, 9:797.

[Macko, 2017] Macko, M. (2017). Search for neutrinoless double beta decay with supernemo demonstrator - optical module preparation and tracker resolution performance test. Projekt dizertačnej práce.

*Miroslav.Macko@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 137
ISBN 978-1983445132, © 2017 Dana Bobuľská

Pentaquark Searches with the ALICE experiment (Extended Abstract)

Dana Bobuľská[1*]

Supervisor: Michal Mereš[1†]

Consultant: Alexander P. Kalweit[2‡]

[1] Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMFI UK, Mlynská dolina 842 48 Bratislava
[2] European Organization for Nuclear Research (CERN), Geneva, Switzerland

This short paper summarizes the results of the data analysis for investigation of possible invariant mass signals from pentaquarks which have been obtained so far for the prepared master thesis. Analysis was based on filtered data from 106 million minimum-bias p–Pb events at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}} = 5.02\,\mathrm{TeV}$ collected by the ALICE experiment in 2013.

The study of multiquark states is one of the most active frontiers since the establishment of the quark model. Nevertheless, despite decades of scrutiny, no unambiguous experimental signal indicating the existence of such a state was identified until July 2015, when the LHCb collaboration at CERN reported results consistent with pentaquark states ($c\bar{c}uud$ resonance P_c^+) in the $\Lambda_b^0 \to \mathrm{P}_c^+\mathrm{K}^- \to \mathrm{J}/\psi\mathrm{K}^-\mathrm{p}$ decays [Aaij et al., 2015]. This recent discovery invoked a renewed interest in this field. One of the interesting questions that arises is whether equivalent states with $c\bar{c} \to s\bar{s}$ exist, and how they might be produced. The idea to replace $c\bar{c}$ with the $s\bar{s}$ quark pair in the case of P_c^+ states, which also motivated our analysis, was proposed and described by Richard F. Lebed in 2015 [Lebed, 2015]. He proposed to create the precise hidden-strangeness analogues P_s^+ ($s\bar{s}uud$) through the decay $\Lambda_c \to \mathrm{P}_s^+\pi^0 \to \phi\pi^0\mathrm{p}$. Based on this proposal, we searched for a P_s^+ through its possible decay to ϕ meson and proton. Observation of such a state and comparison with the hidden charm pentaquark candidates would unveil the flavour dependent effect in hadron physics. Thus the experimental search for such a state is of great interest and will improve our understanding of the strong interaction.

The ALICE detector is well suited for the search of certain candidates thanks to its low material budget and strong PID capabilities. Additionally, we might expect the production of such particles in ALICE as in heavy-ion and proton-ion collisions the thermal models describes well the particle yields and ratios. It is reasonable to expect other species of hadrons, including also possible pentaquarks, to be produced with a rate predictable through the thermal model.

In our analysis, we firstly focused on the quality assurance of the used filtered data, such as check of the $\mathrm{d}E/\mathrm{d}x$ signal from the Time Projection Chamber (TPC) detector, β from the Time of Flight (TOF) detector, centrality or TPC calibration. Then we reconstructed the invariant mass distribution for the ϕ mesons through their decay to two oppositely charged kaons K^+ and K^- (branching ratio 48.9%). After the reconstruction of the ϕp invariant mass distribution as a possible spectrum for the investigated pentaquark state P_s^+, we studied four different methods to determine the combinatorial background of uncorrelated pairs. Namely the side-band background method, the like-sign method, the event-mixing technique and the multiple-rotations method were studied and compared. Since no significant deviation from the background invariant mass spectra was observed, the Monte Carlo studies for the determination of the efficiency are in progress. After the estimation of the efficiency we will determine an upper limit for the production cross section. Also application of the performed analysis to the recent p–Pb data sets recorded in 2016 with statistic increased by a factor of six is in progress.

References

[Aaij et al., 2015] Aaij, R. et al. (2015). Observation of $J/\psi p$ Resonances Consistent with Pentaquark States in $\Lambda_b^0 \to J/\psi K^- p$ Decays. *Phys. Rev. Lett.*, 115:072001.

[Lebed, 2015] Lebed, R. F. (2015). Do the P_c^+ pentaquarks have strange siblings? *Phys. Rev.*, D92(11):114030.

*dana.bobulska@cern.ch
†Michal.Meres@cern.ch
‡alexander.philipp.kalweit@cern.ch

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 138–147
ISBN 978-1983445132, © 2017 Patrícia Šišková

Rearranging Two Dimensional Arrays by Prefix Reversals

Patrícia Šišková*

Supervisor: Tatiana Jajcayová†

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstract: Rearranging Two-Dimensional Arrays by Prefix Reversals or Two-Dimensional Pancake Sort Problem is a generalisation of a combinatorial problem called The Pancake Sort Problem. In the original version of the problem, we are to sort n numbered pancakes by the only operation - flipping top k pancakes. In this article, we consider two-dimensional arrays with n rows and m columns and two different operations: horizontal and vertical prefix reversals. By these operations, we can reverse the first j rows or the first k columns of the array. $1 \leq j \leq n$; $1 \leq k \leq m$.

The problem was posed for the first time in 2015 by Akihiro Yamamura [10]. We analyse his work and propose new approaches to the problem. We represent it as a different structure - a regular graph. Further, we study cycles in this structure and compositions of different operations.

We ran computer experiments and provide so-called pancake numbers for arrays 2×2, 2×3 and 3×2. We propose the first lower bound for this problem, analyse upper bound and suggest significantly smaller upper bound than Yamamura set.

Keywords: pancake sort problem, flip operation, two-dimensional pancake sort problem, pancake graph, permutation group

1 Introduction

The Pancake Sort Problem or Sorting by Prefix Reversals is a famous combinatorial problem which is easy to pose but hard to solve. It has been studied for more than 40 years and it has interesting applications in computational biology and parallel computing. We summarise it in the first part of the article.

The main subject of our paper is rearranging two-dimensional arrays by prefix reversals that is the generalisation of the classical pancake problem. This problem was introduced just 3 years ago by Akihiro Yamamura [10]. We provide a brief overview of his work and the initial upper bounds of number of prefix reversals he has set.

We represent instances of the problem as graphs, study their cycles and features. We introduce a structure we call layers which is based on the graph, and by using this approach, we set the first lower bound and suggest an improvement for the upper bound. At the end of the article, we present so-called two-dimensional pancake numbers for 3 arrays. Pancake number is the number of flip operations (or number of prefix reversals) we need to sort the worst-case rearrangement of a two-dimensional array.

2 The Pancake Sort Problem

The initial problem we generalise in this thesis is the Pancake Sorting Problem. It was posted in American Mathematical Monthly in 1975 by Jacob E. Goodman:

"The chef in our place is sloppy, and when he prepares a stack of pancakes they come out all different sizes. Therefore, when I deliver them to a customer, on the way to the table I rearrange them (so that the smallest winds up on top, and so on, down to the largest on the bottom) by grabbing several from the top and flipping them over, repeating this (varying the number I flip) as many times as necessary. If there are n pancakes, what is the maximum number of flips (as a function of n) that I will ever have to use to rearrange them?"[5]

To say it in a more formal way, we are to sort an unordered one-dimensional array of natural numbers: $1,2,3,\ldots,n$ by the only operation - reversing the first $k, k \leq n$ numbers so that the kth element is the first and the first element is the kth one. The crucial is that each number occurs in the array just once.



Figure 1: Flip Demonstration

People have tried to find an answer to this question

*siskova49@uniba.sk
†jajcayova@fmph.uniba.sk

for more than 40 years. In 1979, the upper bound was set to $f(n) \leq (5n+5)/3$ by Gates and Papadimitriou [6]. They also presented lower bound $f(n) \geq 17n/16$ for n a multiple of 16. Gates' progress was further improved; upper bound in 2009 by Chitturi et al. [2], lower bound by Heydari and Sudborough [7] in 1997.

Currently, for $f(n)$ holds: $15\lfloor n/14 \rfloor \leq f(n) \leq 18n/11$ and we know the values of $f(n)$ for $n \leq 19$. [3]

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$f(n)$	0	1	3	4	5	7	8	9	10	11	13

n	12	13	14	15	16	17	18	19
$f(n)$	14	15	16	17	18	19	20	22

Table 1: Known values of $f(n)$

Since Goodman considered this problem to be a trivial puzzle, he published it under a funny pseudonym Harry Dweighter (harried waiter). However, as it has shown later, the answer to his question is not trivial at all. In 2015, Bulteau, Fertin and Rusu [1] proved that sorting by prefix reversals is NP-hard.

2.1 Burnt Pancakes

There is a variation on the pancake sort problem called the burnt pancake problem. Let us consider a stack of pancakes with different sizes, where each pancake has two sides: burnt and unburnt. Our goal is to sort it not only by size but also every pancake must face burnt-side down.

To illustrate it on one-dimensional array of integers, we can use $-$ sign to indicate that pancake is burnt-side up. Whenever we flip elements, we change the sign of the number. We can also say we multiply flipped elements by -1.

The maximum number of flips needed to sort a stack of burnt pancakes is denoted by $g(n)$. Gates and Papadimitriou [6] set upper and lower bounds: $3n/2-1 \leq g(n) \leq 2n+3$ in 1979. In 1995, Cohen and Blum [4] provided better bounds: $3n/2 \leq g(n) \leq 2n-2$, where the upper bound holds for $n \geq 10$. The lower bound was changed in 2011 by Josef Cibulka [3] and holds: $\lfloor (3n+3)/2 \rfloor \leq g(n)$.

The exact values of $g(n)$ are known for $n \leq 17$. [3]

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$g(n)$	1	4	6	8	10	12	14	15	17

n	10	11	12	13	14	15	16	17
$g(n)$	18	19	21	22	23	25	26	28

Table 2: Known values of $g(n)$

2.2 Pancakes and Mathematics

2.2.1 Permutation Groups

The most intuitive mathematical representation of "a stack of pancakes" is a permutation of natural numbers. Having a stack of n pancakes we can see it as a permutation π.

Let $i, 1 \leq i \leq n$ be the ith element in the permutation π. Then $\pi_i(\pi)$ is a permutation equal to such a stack where the first i elements are reversed. For example, having a permutation $\pi = 1,2,3,4,5$, we can derive a permutation $\pi_3(\pi) = 3,2,1,4,5$ or $\pi_4(\pi) = 4,3,2,1,5$.

We can observe that

- by flipping only the first element the permutation remains the same. Illustrating it on the previous example $\pi_1(\pi) = 1,2,3,4,5 = \pi$. We can say that $\pi_1(\pi)$ is the neutral element.
- for $1 < i \leq n$ holds: $\pi_i = \pi_i^{-1}$. If we perform the same flip operation two times, we get the original permutation. $\pi = 1,2,3,4,5$; $\pi_3(1,2,3,4,5) = 3,2,1,4,5$; $\pi_3(3,2,1,4,5) = 1,2,3,4,5 = \pi$ Hence, all the permutations are idempotents.

All possible permutations of this stack of n elements create a symmetric group S_n which is generated by $\{\pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_n\}$. The identity stack is $e_n = 1,2,3,\ldots,n$. $f(\pi)$ is the smallest number of prefix reversals which transform π into identity. $f(n)$ is the largest $f(\pi)$ over all permutations $\pi \in S_n$. [3] [6] [4]

2.2.2 Pancake Graphs

Another structure describing the problem are graphs. We can consider a permutation to be a vertex of a graph and we get a graph with $n!$ vertices. There an edge between two vertices if and only if there exists a flip which transforms one permutation into the other. [4]

There are exactly n possible flips of each permutation what means that each vertex is of outdegree n. Since we know that $\pi_i(\pi) = \pi_i^{-1}(\pi)$, we can consider graph to be undirected. $\pi_1(\pi)$ creates a loop so we can omit it and take into account a graph with vertices of degree $n-1$. So we get a regular graph of degree $n-1$.

A path from vertex A to vertex B is actually a sequence of flips which transform stack A to stack B. There are more paths transforming arbitrary vertex into identity vertex (identity permutation). We are searching for the longest path from all shortest paths from each vertex to the identity vertex. This path corresponds to our $f(n)$ in this setting.

2.3 Applications

Pancake graphs can be used as construction for parallel algorithms. They have sublogarithmic diameter and degree as a function of the number of processors (vertices) in the network. Routing between processors on the pancake graph is equivalent to sorting stacks of pancakes, and so is not so difficult. [4]

The other significant application of pancake sort problem is in computational biology. In any evolutionary process, changes in DNA sequences (genomes) can cause a new species to split off from an existing one. When we want to reconstruct this process, we compare the genomes of related species. We look for reversal events when a portion of a chromosome is deleted and replaced with the reversed sequence. [9]

3 Two-Dimensional Pancake Sort Problem

In this section, we introduce the two-dimensional pancake sort problem. It is a brand new problem, firstly described by Akihiro Yamamura in his talk in Semigroups, Languages and Algebra held in August 2014 in Akita, officially published in 2015 [10].

Yamamura [10] formulates a rearrangement of a two dimensional array by prefix reversals as a generalization of the classical pancake sort problem.

Let us consider a two dimensional array A consisting of n rows and m columns. It contains $n \times m$ elements k, such that $k \in \{1,2,\ldots,nm\}$ and similarly to the one dimensional problem, every elements appears in the A just once.

According to the definition the sorted array E is the standard $n \times m$ array:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \ldots & m \\ m+1 & m+2 & \ldots & 2m \\ 2m+1 & 2m+2 & \ldots & 3m \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ (n-1)m+1 & (n-1)m+2 & \ldots & nm \end{bmatrix}$$

As a generalisation of a one-dimensional case, we can define two basic reverse operations: horizontal and vertical flip. We divide given array A into two sub-arrays by horizontal or vertical line, rotate one of them 180 degrees and attach it back to the other part of the array A.

For example, having an identity array E, $n = 5$, $m = 6$:

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 17 & 28 & 29 & 30 \end{bmatrix}$$

we can perform a horizontal flip of 2 rows resulting in A_1 or a vertical flip of 2 columns resulting in A_2.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 12 & 11 & 10 & 9 & 8 & 7 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 19 & 20 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 25 & 26 & 17 & 28 & 29 & 30 \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 26 & 25 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 20 & 19 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 14 & 13 & 15 & 16 & 17 & 18 \\ 8 & 7 & 21 & 22 & 23 & 24 \\ 2 & 1 & 17 & 28 & 29 & 30 \end{bmatrix}$$

3.1 Reachability

Yamamura defines two operations: Corner Exchanging and Twin Transpositions. By these operations, he is able to exchange arbitrary two elements without changing the rest of the array. These exchanges cost many flip operations and are not very effective.

The concrete examples and analysis can be find in his work [10].

He showed that using these operations it is always possible to sort any array except those with $n \equiv 0 \pmod 4$ and $m \equiv 0 \pmod 4$. We explain why later.

3.1.1 Corner Exchanging

Having a matrix A, we can derive a permutation $(ad)(bc)$. We exchange four corners by 6 flip operations and obtain a matrix A'. [10]

$$A = \begin{bmatrix} a & \cdots & b \\ & \cdots & \\ c & \cdots & d \end{bmatrix} \qquad A' = \begin{bmatrix} d & \cdots & c \\ & \cdots & \\ b & \cdots & a \end{bmatrix}$$

.

3.1.2 Twin Transpositions

Let us suppose elements a and b are on the same row i, elements c, d are on the other row $j, j \neq i$. Elements a and c are on the same column k and elements b and d are on the other column $l, l \neq k$ in a matrix A. Then we can create two kinds of permutations: $(ac)(bd)$ and $(ab)(cd)$ called a twin transposition along column (matrix A') and a twin transposition along row (matrix A''), respectively. [10]

$$A = \begin{bmatrix} & & \cdots & & \\ \cdots & a & \cdots & b & \cdots \\ & & \cdots & & \\ \cdots & c & \cdots & d & \cdots \\ & & \cdots & & \end{bmatrix}$$

$$A' = \begin{bmatrix} & & \cdots & & \\ \cdots & c & \cdots & d & \cdots \\ & & \cdots & & \\ \cdots & a & \cdots & b & \cdots \\ & & \cdots & & \end{bmatrix}$$

$$A'' = \begin{bmatrix} & & \cdots & & \\ \cdots & b & \cdots & a & \cdots \\ & & \cdots & & \\ \cdots & d & \cdots & c & \cdots \\ & & \cdots & & \end{bmatrix}$$

3.1.3 $n \equiv 0 \pmod 4$ and $m \equiv 0 \pmod 4$

What happens if $n \equiv 0 \pmod 4$ and $m \equiv 0 \pmod 4$? Consider $4k \times 4j$ arrays, where $k, j \in N$. We know that by each flip (horizontal or vertical) we create permutations of the array. We can write an arbitrary permutation as a product of 2-cycles which are called transpositions.

By flip operations we are able to make all the permutations of the array which is equivalent to making all the transpositions by flips. So having the $m \times n$ array we can create all permutations from symmetric group $S_{m \times n}$.

However, if we have arrays with $4k$ rows and $4j$ columns, we obtain only the alternating group $A_{4k \times 4j}$. Let us flip the first l rows. It means we permute the subarray $l \times 4j$ and produce $l \times 2j$ disjoint cycles. This means that in any case we always get only even permutations and that is why we can obtain only the alternating group and the sorting may not be possible.

When we flip the first l columns, we permute the subarray $4k \times l$ and the situation is analogous.

3.2 Upper Bounds and Algorithm

According to previous section every reachable array can be sorted by trivial algorithm: We start on the position (1,1) in upper left corner and check whether the value is 1. If it is not, we find the element 1 in the array and based on its position we execute the proper flip operations.

After that (or in case we have the element on its place), we continue this process with next element in the array until we get the identity array E.

Yamamura provides the initial upper bounds on the number of prefix reversals to rearrange an arbitrary two-dimensional array into the identity array E for $n \geq 2$[10]:

1. For $n = 2$ and any m, an upper bound is given by $34m - 17$
2. For $n \equiv 1, 3 \pmod 4, n > 2$ and $m > 2$, an upper bound is given by $(13n + 100) \times (nm - 1)$
3. For $n \equiv 2 \pmod 4, n > 2$ and $m > 2$, an upper bound is given by $(38n + 37) \times (nm - 1)$
4. For $n \equiv 0 \pmod 4, m \equiv 0 \pmod 4$ and an even permutation, an upper bound is given by $280 \times (nm - 1)$

4 Generalisation of the Pancake Sort Problem to Two Dimensions

4.1 Algebraic Structure

Similarly to one-dimensional problem, we can see the two-dimensional array as a permutation of natural numbers π.

Let us have an array A with n rows and m columns. Let $i, 1 \leq i \leq n$ be the ith row and $j, 1 \leq j \leq m$ be the jth column. We denote $\pi_{i,h}(A)$ a permutation equal to such a rearrangement of A where the first i rows are reversed. Similarly, we denote $\pi_{j,v}(A)$ a permutation equal to such a rearrangement of A where the first j columns are reversed.

We can observe that:

- $\pi_{n,h}(A) = \pi_{m,v}(A)$
- If we perform the same flip operation two times, we get the original permutation. For $i, 1 \leq i \leq n$ holds: $\pi_{i,h}(A) = \pi_{i,h}^{-1}(A)$. For $j, 1 \leq j \leq m$ holds: $\pi_{j,v}(A) = \pi_{j,v}^{-1}(A)$.
- There is no neutral element

We have shown above that it is possible to rearrange an arbitrary array by prefix reversal in any case except those, where both number of rows and number of columns are not divisible by 4. That is why, we are able to create all the possible permutations of a given configuration. However, we cannot consider this structure to be a group because there is no neutral element.

Since there is an inverse for each element, we believe that the best describing algebraic structure of two-dimensional pancake sort problem is an inverse semigroup.

4.2 Two-Dimensional Pancake Graphs

Let a permutation written in a two-dimensional form $n \times m$ be a vertex of a graph. We know there are $(n \times m)!$ different permutations. That is why the total number of the vertices is $(n \times m)!$.

This two-dimensional array has n rows and m columns which means we can execute n different horizontal operations and m different vertical operations. Since we know that reversing n rows creates the same permutation as reversing m columns, we consider only $n+m-1$ different flip operations.

Thus, every vertex can be transformed into $n+m-1$ different vertices by flip operations and therefore is of a degree $n+m-1$. Having all the permutations we get a regular graph.

There is no neutral element, so the graph is loop-free. By performing the same operation two times we get the original permutation which means that the graph is undirected.

4.3 Cycles in Two-Dimensional Pancake Graphs

Pancake graphs were studied before in [7] and [8]. It is known that they have relatively small diameter and recursive structure. We show the examples of the pancake graphs in Figure 2.

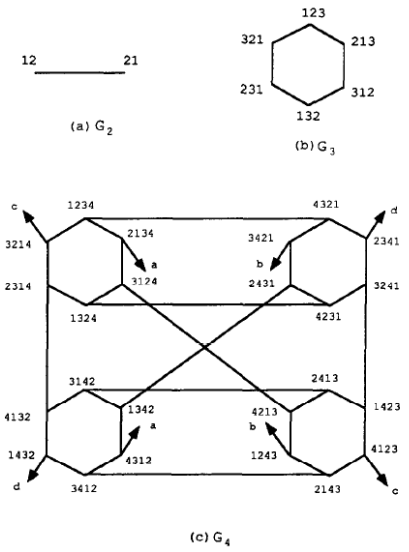


Figure 2: Examples of Pancake Graphs [8]

We noticed that the classical pancake graphs contain a lot of cycles. Two-dimensional pancake graphs are build on the same principle, with some differences.

Consider graphs 1×9 and 3×3. Both graphs have 9! vertices but the first one is $8-regular$ and the second one is $5-regular$. The difference is more significant on bigger inputs. For example 1×30 graph has vertices of degree 29 while 5×6 graph is $10-regular$.

As in one-dimensional case, let us study cycles in two-dimensional pancake graphs as well. The small-

est cycle is of length 2, because every permutation is an idempotent.

We can omit these cycles of length 2 and let us study longer cycles in the graph.

4.4 Composition of Flip Operations

We can create a cycle by alternating an arbitrary number of flip operations. We use abbreviations $\pi_{i,h}$ and $\pi_{j,v}$ for horizontal flip of i rows and vertical flip of j columns respectively. The only condition is not to repeat the same operation twice. We can compose $\pi_{1,h}, \pi_{3,v}, \pi_{1,h}, \pi_{2,h}$ but we cannot compose $\pi_{1,h}, \pi_{1,h}, \pi_{3,v}, \pi_{2,h}$ because the first two operations do not change the array.

Consider new composition of 2 operations. We can execute $n+m-1$ different operations. It means we can create $\binom{n+m-1}{2}$ different cycles by composing 2 flip operations.

Two operations which affect the smallest number of elements are reversing the first row and reversing the first column.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1} & 2 & \mathbf{3} \\ 4 & 5 & 6 \\ \mathbf{7} & 8 & 9 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 8 & 9 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \\ 3 & 8 & 9 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 8 & 9 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 8 & 9 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$$

The example above demonstrates alternating $\pi_{1,h}$ and $\pi_{1,v}$. We produced a cycle of length 6. When we examine the arrays, we can see that we permuted three elements: $1,3,7$. The vertices of the cycle are the permutations of these three numbers. Other numbers in the arrays are fixed.

However, 3×3 array fixes the element in the middle in $\pi_{1,h}$ and $\pi_{1,v}$. Let us consider an array which has $n > 3$ or $m > 3$. For example an array 2×4. We execute the same operations:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 5 \\ 1 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 5 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 5 \\ 4 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 \\ 1 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix} \to \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{bmatrix}$$

In this case we obtained the cycle of length 12. As we can see we still permute the elements in the corners: 1, 4, 5. There are 6 permutations of these elements. However, since the first row has 4 elements, by flipping it we get in the middle either the reversed order: $3,2$ or the original sequence $2,3$. So, we have $3! \times 2 = 12$ different rearrangements created by these operations.

In general, alternating the operations hf_1 and vf_1 creates:

- the cycle of length 6 if $m \leq 3$ and $n \leq 3$
- the cycle of length 12 if $m > 3$ or $n > 3$

No matter how many rows or columns the array has, the composition of these operations always products the cycle that will never be longer than 12. We still permute 3 elements in the corners and the middle elements (as a list) can only have two states.

We generalize this principle to alternating two operations: reversing j rows and reversing k of columns. We obtain a situation similar to Figure 3.

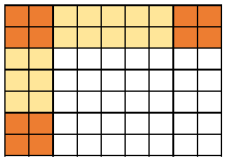


Figure 3: Alternating horizontal and vertical flips

We get the array consisting of 3 parts. The dark orange rectangles of size $j \times k$ which are intersection of row and column reversals. These rectangles change their positions by flip operations and can be

on 3 positions on the corners. The light orange areas between these rectangles are the middle parts of the rows or columns that have two states: original and reversed. The white area are fixed elements which are not affected by these operations.

According to this analysis we can say that alternating horizontal and vertical operations creates even cycles. Since the flips exchange elements among 3 corners we can also say that the length of the cycle is divisible by 3.

Let us suppose that the operations are of the same kind. We will consider only the horizontal flips but the composition of vertical flips can be derived analogously.

We flip one row and two rows in alternating order and obtain a cycle of length 8.

$$\begin{bmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}4&3&2&1\\5&6&7&8\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\begin{bmatrix}8&7&6&5\\1&2&3&4\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}5&6&7&8\\1&2&3&4\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\begin{bmatrix}4&3&2&1\\8&7&6&5\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}1&2&3&4\\8&7&6&5\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\begin{bmatrix}5&6&7&8\\4&3&2&1\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow\begin{bmatrix}8&7&6&5\\4&3&2&1\\9&10&11&12\end{bmatrix}\rightarrow$$

$$\begin{bmatrix}1&2&3&4\\5&6&7&8\\9&10&11&12\end{bmatrix}$$

We can see that elements $1,4,5,8$ exchange their positions. However, elements $1,4$ and elements $5,8$ are always in the same row. That is why we have 4 options of the rearrangement of these elements in this array.

The list of remaining elements in flipped rows have two states: the original one and reversed. The last row is not affected by flipping and all the elements are fixed.

We illustrate this process in Figure 4.

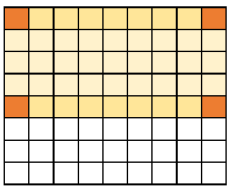


Figure 4: Alternating two different horizontal flips

We can notice that composition of $\pi_{1,h}$ and $\pi_{i,h}$ where $2 \leq i \leq n$ always produces the cycle of length 8.

If both horizontal flips reverse more than one row, the length of the cycle may be bigger because exchanging more elements is involved. However, in any case the length of the cycle is even.

The similar argument holds for two vertical flips.

4.5 New Approach

Yamamura proposed a general method for switching arbitrary two elements in the array. However, this approach requires a huge number of flips only for exchanging two elements.The upper bound for sorting a 3×3 array is 1112 flip operations.

Comparing the example of 3×3 array to the example of the array 1×9, we can see there are 9! permutations in both cases. We know that we can sort any 1×9 array by 10 flips.

Though 3×3 arrays and 1×9 arrays are not the same, 1112 flips needed to sort such an array is too much and that there is a space for improvement.

Our approach is a combination of the two-dimensional pancake graphs and structure we call layers. Layers represent the distance from a particular fixed vertex. We note that we deal with a big amount of vertices even when the inputs seem to be small. For example 5×5 array has 155112100433309859840000000 vertices.

Let us consider $n\times m$ array. The graph built from this array has $(n\times m)!$ vertices. We divide them into several layers. The starting vertex is in the layer 0. There are $n+m-1$ vertices in the layer 1 since there are $n+m-1$ different flip operations which can be executed. In the layer 2, there are $(n+m-1)\times(n+m-2)$ vertices since one flip operation leads to the layer 1. In general in the xth layer there are $(n+m-1)\times(n+m-2)^{x-1}$ vertices.

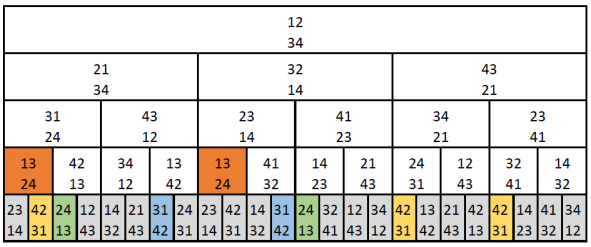


Figure 5: Layers of 2×2 array

4.6 Bounds

4.6.1 Lower Bound

We use the idea of building layers for estimating the lower bound. We can determine the number of vertices of the graph and the number of elements in each layer.

Note, elements within one layer can appear more than once because of the cycles. However, we ignore that fact now since we estimate the lower bound. We treat each layer like it has only unique elements.

We know that the sum of vertices in all layers is greater or equal to the number of all vertices in the graph. Since we estimate the lower bound and omit repeating elements, we are looking for the smallest number of layers which satisfies this condition:

$$(n \times m)! \leq 1 + (n+m-1) \times ((n+m-2)^0 + \\ + (n+m-2)^1 + \ldots + (n+m-2)^x)$$

x in the exponent indicates the $x+1$ layer. It means that the worst case is at least $x+1$ flips away from the starting vertex and the lower bound for an array $n \times m$ is $x+1$.

In the Table 3 we provide examples of the lower bounds for small arrays. We note that this estimate of the lower bound is the first estimation of this problem.

4.6.2 Upper Bound

When we have $x+1$ layers we cannot claim that all the possible permutations are covered in this structure because of the repeating elements. However, we have a hypothesis that if we build these layers from both sides: a permutation we are to sort and the identity vertex, we get the sufficient number of different vertices so that layers built from these two elements contain at least one common element. This element creates connection between two layers and we can determine the number of flips required to get from one vertex to the identity vertex.

We believe that the upper bound is $2\times$ lower bound for the matrix. We still do not have a formal proof for our hypothesis, but we ran several computer experiments to find out the permutation which requires the biggest number of flips to get sorted.

Except for the arrays 2×2 and 2×3, we did not check every possible permutation just because the number of vertices is enormous. However, in our random generated test cases we did not find such permutation which would require more flips to sort than our upper bounds. Yamamura's estimates [10], our estimates and the largest number found in our experiments are included in the Table 4.

4.7 Two-Dimensional Pancake Numbers

4.7.1 2×2

2×2 array is the smallest example of a two-dimensional pancake array. Let us consider the identity array A.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

There are three different flip operations we can execute to obtain new two-dimensional arrays: A_1, A_2, A_3.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad A_3 = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

In terms of permutations we can write A_1 as $(2,1)$, A_2 as $(1,3)$ and A_3 as $(1,4)(2,3)$. Consider the one-dimensional problem on 4 elements, the array 1×4 : $1,2,3,4 = \pi$. We can derive three new arrays by flip operations:

$$\pi_2(\pi) = 2,1,3,4; \ \pi_3(\pi) = 3,2,1,4; \ \pi_4(\pi) = 4,3,2,1$$

In terms of permutations we can write π_2 as $(2,1)$, π_3 as $(1,3)$ and π_4 as $(1,4)(2,3)$. As we can see, flip operations in 2×2 array and in 1×4 array produce the same permutations.

We conclude that the 2×2 array problem is equivalent to 1×4 array. There are no elements "in the middle", so each of the three possible flip operations in

array	2×2	2×3	2×4	2×5	3×3	3×4	3×5	4×5	5×5
lower bound	4	6	8	10	9	13	16	22	28

Table 3: Examples of lower bounds for some arrays

array	Yamamura's upper bound	our upper bound	our experiments
2×2	51	8	4
2×3	85	12	9
2×4	119	16	12
2×5	153	20	15
3×3	1112	18	15

Table 4: Examples of upper bounds for some arrays

2×2 array can be executed in one-dimensional case and vice versa.

We note that these two arrays are also equivalent in the terms of the graphs. The graph constructed from 2×2 array is a regular graph of a degree 3 and has 4! vertices. The same number of vertices of the same degree has the graph constructed from 1×4 array. In fact, they are identical.

We know that we need at most 4 flips to sort 1×4 array. Thus the number of flips needed to sort 2×2 array by flip operations is 4 in the worst case.

4.7.2 2×3 and 3×2

There are $6! = 720$ different rearrangements of the array 2×3. Using our program, we determined the smallest number of flips needed to sort each of these rearrangements. Most of the rearrangements are sortable in $5-7$ flips. The exact numbers are provided in the Table 6

The worst case includes 2 different arrays: A and B. 9 flips is needed to sort them.

$$A=\begin{bmatrix}3&6&5\\1&2&4\end{bmatrix} \qquad B=\begin{bmatrix}4&5&1\\6&3&2\end{bmatrix}$$

There are numerous ways how to obtain the identity vertex from the matrix A or B. It is natural since any vertex in each layer can be obtained from more vertices by different flip operations.

We examined the array A. There 97 different vertices which can be used for building a path from a vertex A to the identity vertex. In the Figure 6 we show only the vertices of the graph which are included in some of these paths.

The same values as in Table 6 hold also for the arrays 3×2 because of column-row dual argument.

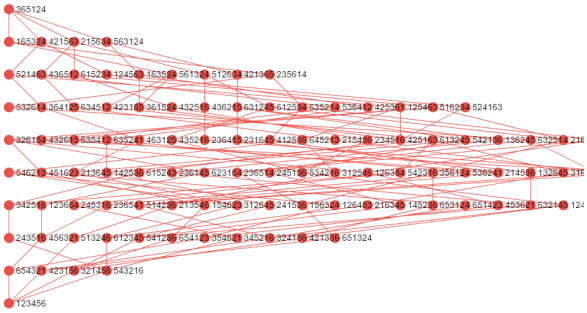


Figure 6: Possible ways of the rearrangement of the worst case in 2×3 array

The worst cases denoted as matrices C and D are shown below.

$$C=\begin{bmatrix}5&1\\6&2\\3&4\end{bmatrix} \qquad D=\begin{bmatrix}2&6\\4&1\\3&5\end{bmatrix}$$

5 Conclusion

We provided a new approach to Two-Dimensional Pancake Sort Problem via graphs and distances. We set the first lower bound for this problem and defined worst cases of rearrangement of three arrays. These results are brand new in this area. Based on our analysis, we also suggested a new upper bound which is significantly smaller than one that currently holds.

Acknowledgments

I would like to thank my supervisor, RNDr. Tatiana Jajcayová, PhD. for her valuable pieces of advice and

Number of Flips	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Number of Arrays	4	12	35	86	136	189	186	69	2

Table 5: Flips needed to sort 2×3 array

guidance throughout the whole research. I am also grateful to Jozef Dúc for his comments and consultations about technical details in Scala and Spark.

References

[1] Laurent Bulteau, Guillaume Fertin, and Irena Rusu. Pancake Flipping is hard . *Journal of Computer and System Sciences*, 81:1556–1574, 2015.

[2] Bhadrachalam Chitturi, William Fahle, Z. Meng, Linda Morales, Charles O. Shields, Ivan Hal Sudborough, and Walter Voit. An (18/11)*n* Upper Bound for Sorting by Prefix Reversals. *Theoretical Computer Science*, 410(36):3372–3390, 2009.

[3] Josef Cibulka. On Average and Highest Number of Flips in Pancake Sorting. *Theoretical Computer Science*, 412(8-10):822–834, 2011.

[4] David S. Cohen and Manuel Blum. On the Problem of Sorting Burnt Pancakes. *Discrete Applied Mathematics*, 61(2):105–120, 1995.

[5] Harry Dweighter. Problem E2569. *American Mathematical Monthly*, 82:1010, 1975.

[6] William H. Gates and Christos H. Papadimitriou. Bounds for Sorting by Prefix Reversal. *Discrete Mathematics*, 27(1):47–57, 1979.

[7] Mohammad H. Heydari and Ivan Hal Sudborough. On the Diameter of the Pancake Network. *Journal of Algorithms*, 25(1):67–94, 1997.

[8] Arkady Kanevsky and Chao Feng. On the embedding of cycles in pancake graphs. *Parallel Computing*, 21:923–936, 1995.

[9] Ivars Peterson. Pancake sorting. `http://www.uwyo.edu/bshader/mathtlcalgebra/pancake.pdf`. Visited on November 15, 2016.

[10] Akihiro Yamamura. Rearranging two dimensional arrays by prefix reversals. *Reachability Problems*, 9328:153–165, 2015.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 148–153
ISBN 978-1983445132, © 2017 Martin Masár

Vyhľadávanie a analýza grafov blízkych Moorovmu

Martin Masár[1*]

Školiteľ: Tatiana B. Jajcayová[2†]

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Abstrakt: Nadbytok (excess) k-regulárneho grafu G obvodu g je definovaná ako rozdiel medzi rádom grafu G a známym dolným Moorovskym odhadom. k-regulárny graf obvodu g s minimálnym nadbytkom sa nazýva (k,g)-klietka. V tomto článku prezentujeme počítačové algoritmy na tvorbu a analýzu grafov blízkych Moorovským grafom, t.j. grafov s malým nadbytkom. Počítačom podporované vyhľadávanie a konštrukcie sa ukazujú ako užitočné na hlbšie pochopenie štruktúry takýchto grafov, najmä cez počítanie cyklov prechádzajúcich vrcholmi, resp. hranami. Ako aplikáciu uvedieme použitie nášho prístupu pre grafy s nadbytkom 4.

Kľúčové slová: graf, Moorov graf, tvorba grafov, experimentálne overovanie

1 Úvod

Moorov graf je regulárny neorientovaný graf, ktorý má pre daný stupeň vrcholov a obvod grafu počet vrcholov rovný Moorovej hranici. Pre grafy, ktoré spĺňajú všetky podmienky s výnimkou počtu vrcholov je udávaný nadbytok(excess), ktorý označuje počet vrcholov nad Moorovu hranicu.

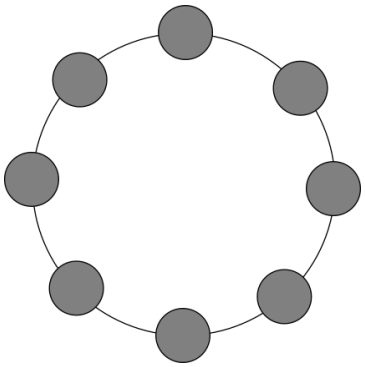
Takéto grafy sú označované $(k,g)+n$, kde k je stupeň regulárneho grafu >1, g je obvod grafu >2 a n je nadbytok grafu >=0. Ako príklady uvediem $(2,n)+(n-3)$, čo je kružnica dĺžky n , a najznámejší (3,5), čo je Petersenov graf.

Moorova hranica je dolné ohraničenie veľkosti regulárneho neorientovaného grafu stupňa k s najmenším cyklom g. Hranica má tvar:

$$n(k,g) \geq M(k,g) = \begin{cases} 1+k+k(k-1)+\ldots+k(k-1)^{(g-3)/2}, & \text{ak } g \text{ nepárne} \\ 2(1+(k-1)+\ldots+(k-1)^{(g-2)/2}), & \text{ak } g \text{ párne} \end{cases} \quad (1)$$

Ak má graf počet vrcholov rovný tejto hranici, nazýva sa Moorov a má zápis (k,g), čo je totožné s $(k,g)+0$. Pre všetky kombinácie (k,g) existuje graf, ale bez nadbytku je ich veľmi málo. Najmenší graf ktorý spĺňa podmienky(k,g) grafu sa nazýva klietka,

Obr. 1: Kružnica s 8 vrcholmi, teda (2,8)+5



pričom hľadanie najmenších klietok a lepšieho dolného ohraničenia pre ne je cieľom aktuálneho výskumu.

Tento článok je založený na výsledku bakalárskej práce Counting cycles in Moore graphs [Masár, 2016].

1.1 Popis programu

Náš program je vytvorený v Jave cez Netbeans IDE, kde sme pomocou JavaFX vytvorili požívateľské rozhranie. Jazyk bol vybraný na základe kompromisu medzi rýchlosťou, portabilitou a jednoduchosťou písania kódu. Jazyk C by bolo nutné znova kompilovať pre každý operačný systém a aj keď by bolo možné získať na výkone priamou kontrolou pamäte, ľahko by vznikol problém s algoritmom alebo ošetrovaním mazania nepotrebných údajov z RAM. Interpretované jazyky ako je Python sú pre našu implementáciu moc pomalé, resp. sú pomalšie ako Java a oproti nej pre nás neprinášajú žiadne výhody. Poslednou možnosťou by bol funkcionálny jazyk ako Haskell, ale v tom prípade by sme obmedzili možnú budúcu integráciu do väčších projektov.

1.2 Triedy a funkcie

V tejto časti v krátkosti popíšeme hlavné triedy a ich funkcie.

Trieda Node má id, svoj maximálny stupeň a pole susedných vrcholov. V nej priamo ošetruje prípad

*beleriand.masar@gmail.com
†jajcayova@dcs.fmph.uniba.sk

pridania hrany nad maximálny počet, kde pri pridaní vrátime false a hranu nepridáme. Nakoniec sme dorobili čiastočné porovnávanie pre potreby určenia izomorfizmu, kde sa zisťuje totožnosť 2 vrcholov s možnými chýbajúcimi hranami na 1. vrchole. 1. vrchol ale nesmie obsahovať dodatočné hrany, ktoré 2. neobsahuje.

Trieda Edge je určená na pomoc pri výpočte. Obsahuje 2 id vrcholov a pri porovnávaní 2 hrán berie v úvahu neorientovanosť hrán grafu.

Trieda Graph je tvorená zo stupňa vrcholov, keďže naše grafy sú regulárne je v niektorých výpočtoch výhodné mať tento údaj priamo než ho musieť vždy brať z vrchola. Potom obsahuje pole Node-ov, ktoré udávajú štruktúru v poli a ich id je totožné s ich pozíciou v poli. Taktiež obsahuje funkcie určené na analýzu grafov.

Poslednou zaujímavou triedou je GraphFactory, ktorá obsahuje statické funkcie na vytváranie grafov. Taktiež zahŕňa funkciu pre tvorbu hlbokých kópií objektov.

Časťami programu určenými na grafickú stránku sa zaoberať nebudeme, keďže nie je podstatná a slúži len na prezentovanie informácií.

2 Tvorba grafov

2.1 Úvod do tvorby

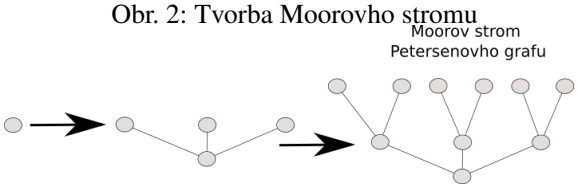
Tvorba všetkých neizomorfných grafov je veľmi výpočtovo náročný problém. Podľa naivného riešenia bez optimalizácie je počet možností $2^{\binom{n}{k}}$, z ktorých následne treba odstrániť tie s cyklom kratším ako g. Výsledné grafy treba ešte overiť na izomorfizmus. Ako vidíme, náročnosť tohto problému rastie extrémne rýchlo. Naše riešenie je založené na naivnej metóde, ale znižuje exponent počtu riešení zhruba na polovicu, podľa hľadanej kombinácie k, g a počtu vrcholov.

2.2 Generovanie možností

Urobíme maximálny Moorov strom vyrastajúci z jedného vrcholu ak je g párne alebo z dvoch vrcholov ak je g nepárne.

Zo štartovných vrcholov vytvoríme hrany k ďalším 2 vrcholom bez hrany a tým dostaneme novú vrstvu(vrcholy s rovnakou vzdialenosťou od štartovného) v strome. Potom opakujeme, kým máme dosť vrcholov na vytvorenie novej vrstvy, čo je $poet vrcholov predchdzajce j vrstvy * (k-1)$. Jediná výnimka je prvá vrstva(štartovné body sú nultá) kde ak je g grafu nepárne, potom počet prvkov je rovný k. Touto operáciou zmenšíme počet zostávajúcich hrán a teda náročnosť zvyšku algoritmu. Keďže vieme ľahko určiť štruktúru stromu, zložitosť tejto časti výpočtu je lineárna. Nadbytočné vrcholy do stromu nezaradíme. Po tomto kroku už musíme skúšať možnosti. Túto možnosť využívame ako poslednú kvôli jej zložitosti $O(2^{\binom{n}{k}})$ Prvá optimalizácia je spájanie vrcholov len s nižším a vyšším indexom, v tomto poradí. Index vrchola je totožný s jeho id, teda umiestnením v poli vrcholov. Hrany grafu sú neorientované, tak nestrácame možné výsledky a znížime počet operácií na polovicu. Hrany grafu pridávame rekurzívne, pričom pri každom kroku kontrolujeme nasledujúce podmienky:

Obr. 2: Tvorba Moorovho stromu



1. Ak sme vytvorili hranu s vrcholom, ktorý má stupeň 0, tak cyklus nemôže existovať a môžeme pokračovať v tvorbe. Inak prejdeme na ďalší krok.
2. Z koncového vrchola rekurzívne prejdime všetky jeho hrany. Ak je dĺžka cyklu>2 a zároveň menšia ako g, potom rekurzívne hľadaj ďalej. Ak nájdeme pôvodný vrchol, hranu pridať nemôžeme lebo vytvoríme príliš malý cyklus.
3. Ak sme neskončili na žiadnej z predošlých dvoch podmienok, potom hranu pridáme.

Ak splníme všetky podmienky, ktoré sme stanovili pri tvorbe, graf pridáme medzi možné výsledky.

2.3 Izomorfizmus

Keď máme vytvorené grafy, je nutné vytriediť izomorfné grafy, nech nemáme nepotrebné duplikáty. Izomorfizmus je zaujímavý problém lebo patrí medzi NP problémy, ale nie je ani NP-kompletný ani P-kompletný.

Pre riešenie izomorfizmu používame VF2 algoritmus [Naveh, 2017]. Je to jeden z najrýchlejších algoritmov, pričom je jednoduchý na implementáciu. V

našej implementácií sa najskôr porovná počet vrcholov a stupne vrcholov, a potom funguje nasledovne:

1. Pokúsime sa vytvoriť zobrazenie ϕ z vrchola s $id = 0$ grafu A do vrchola s $id = 0$ grafu B.

2. Skontrolujeme, či zatiaľ platí funkcia na čiastočné porovnanie z triedy Node 1.2. Ak áno rekurzívne skús zobraziť ďalší vrchol (t.j. s indexom 1) rovnakými krokmi. Ak si na poslednom, vráť že sú grafy izomorfné a ďalej nehľadáme.

3. opakuj prvé dva kroky pre ostatné zobrazenia prvého vrchola(0. z A -> 1. až n. z B, $n = poetvrcholovB$)

4. Ak sme nevytvorili možné zobrazenie ϕ pre všetky vrcholy v grafoch v žiadnom predošlom kroku, potom vrátime, že grafy nie sú izomorfné.

3 Analýza výsledkov

3.1 Cykly

Analýza cyklov v grafoch je hlavná časť analýzy vytvorených grafov. Bez ohľadu na počet výsledkov(vrátanie možnosti tvorby iba jedného grafu) každý graf analyzujeme zvlášť.

Cykly hľadáme štandardným algoritmom do hĺbky nasledovne:

1. Zvolíme štartovný vrchol V(pre prvý krát s indexom 0)

2. Po každej hrane E vrchola V prejdeme do ďalšieho a rekurzívne hľadáme cykly bez opakovania hrán. Ak sa vrátime k V máme cyklus. Po prejdení hrany ju zablokujeme, pri vynáraní z rekurzie odblokujeme.

3. Zablokujeme štartovný vrchol V a opakujeme pre vrchol s indexom o 1 vyšším až po počet vrcholov -3 (potrebujeme aspoň 3 vrcholy na vytvorenie cyklu).

Hľadanie cyklov je oveľa jednoduchší proces ako tvorenie grafov. To neskôr uvidíme vo výsledkoch kde čas analýzy rastie oveľa pomalšie vzhľadom na veľkosť grafu oproti času na jeho tvorbu.

Keď identifikujeme všetky cykly grafu tak sme pripravený ich charakterizovať podľa vybranej podmienky. Keď máme nájdené cykly ich rozdelíme do kategórií a podľa výberu používateľa zobrazíme. Výsledné cykly môžu patriť do viac ako 1 kategórie. Výsledky sú samozrejme len odkazy v pamäti triedené pri výpise a nie duplikáty. Máme nasledovné kategórie:

1. Počet cyklov pre každý vrchol, počet cyklov prechádzajúcich daným vrcholom danej dĺžky danej dĺžky a ich zoznam.

2. Cyklové spektrum grafu

3. Cyklová báza grafu

Cyklový základ(alebo báza) je množina cyklov, ktorých symetrickou referenciu môžeme vytvoriť ľubovoľný euklidovský cyklus na neorientovanom grafe. Vytvára sa pomocou pokrývajúceho podstromu a používa sa na uľahčenie tvorby cyklov. Mimo nášho zamerania sa využívajú na modelovanie pohybu a tuhosti telies alebo v informatike aby sme zistili, kedy sa distribuovaný systém stabilizuje. Cyklový základ na naše výpočty nepoužívame, keďže výkonnostné zisky by boli zanedbateľné.

4 Naše výsledky

4.1 Testovanie

Na testovanie našej aplikácie sme použili klasické známe Moorovské grafy Petersenov graf , t.j. (3,5) klietku a Heawoodov graf, t.j. (3,6) klietku a ich nadbytky. Praktické obmedzenie nášho algoritmu sme našli na (3,5) klietke s nadbytkom 6 a (3,6) klietke s nadbytkom 4. Pre grafy s väčším nadbytkom a počtom vrcholov je výpočtový čas vyšší ako hodina, čo je pre naše potreby nepraktické.

Na predstavu výkonnostnej náročnosti nášho algoritmu zhrniem výsledky pre Petersenov graf a verzie s nadbytkom 2 a 4. Používam možnosť pre nájdenie všetkých neizomorfných grafov a kompletnú analýzu (teda všetky cykly, rozdelenie cyklov podľa vrcholov a cykový základ). Pre každý údaj sme spriemerovali 10 za sebou idúcich testov. Čas udávame v milisekundách.

1. (3,5) klietka - 10 vrcholov. Tvorba grafu zabrala 30ms, analýza 80ms.

2. (3,5)+2 - 12 vrcholov. Tvorba grafu zabrala 140ms, analýza 100ms.

3. (3,5)+4 - 14 vrcholov. Tvorba grafu zabrala 205 869ms, analýza 146ms. Pre zaujímavosť takýchto neizomorfných grafov je 9.

Tieto grafy, ako aj ostatné doteraz vytvorené našim programom, sa zhodovali s tými vytvorenými pomocou programu GENREG [Meringer, 1999], ktorý sme použili na porovnanie výsledkov a kontrolu správnosti riešenia.

Ako vidíme z týchto výsledkov, čas analýzy je vcelku nízky a rastie pomaly oproti času potrebnému na vytvorenie grafu. Samotná zložitosť analýzy je $O(n^2)$, ale kvôli spomaleniu spôsobenému veľkým množstvom dát by sa pri veľkých grafoch mohla priblížiť až k $O(n^3)$. Ak to porovnáme so zložitosťou tvorby, tak na tejto časti výpočtu nenastane prakticky žiadne spomalenie.

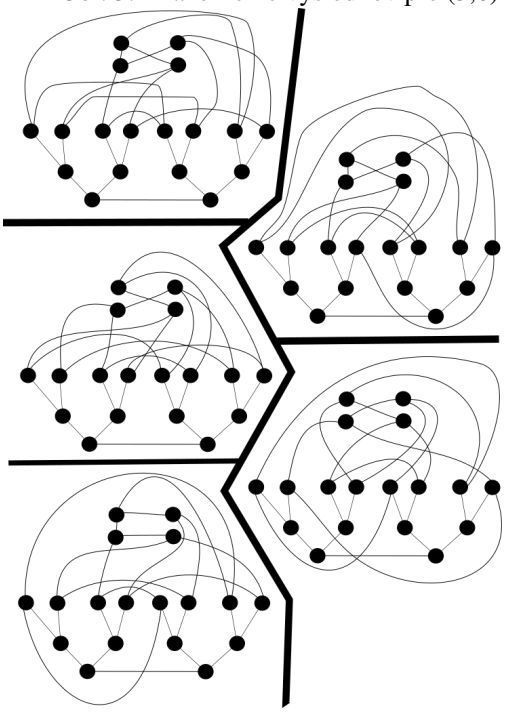
Ako príklad sme uviedli najhorší možný prípad. Ak by sme vytvárali len 1 graf(napr. pre existenčný dôkaz) môže byť čas oveľa nižší. Ako príklad uvediem graf (3,3) na 100 vrcholoch ,ktorý bol vytvorený za 10ms, napriek počtu vrcholov. Analýza trvala 36ms.

4.2 Grafy s nadbytkom 4

V našom programe sme experimentálne potvrdili na niekoľkých prípadoch zistenia z článku [T.B. Jajcayova and Jajcay, 2016b], kde naše výsledky ukázali rozloženie hrán nadbytočných vrcholov zhodné s ich teoretickým výskumom. Taktiež náš spôsob generácie grafu umožnil jasné rozdelenie vrcholov medzi tie tvoriace Moorov strom a nadbytočné, a zjednodušil tvorbu znázornenia týchto grafov. Príklad použitia tohto výsledku sa dá nájsť v [Jajcayová and Masár, 2017], kde je zobrazený graf $(3,6)+4$. Tento výsledok je zobrazený v Obr. 3.

Výhoda nášho prístupu oproti mnohým iným riešeniam je nezávislosť od pevne danej štruktúry. Jediná predom vytvorená štruktúra je Moorov strom, ktorý sa musí nachádzať v každom grafe podobnom Moorovmu. Tento prístup zvyšuje výpočtový čas ale dovoľuje nám experimentálne skúmať štruktúru výsledných grafov bez možného vplyvu algoritmu na výsledky. Nanešťastie, ako je v článku [T.B. Jajcayova and Jajcay, 2016b] uvedené, je tento princíp hrubej sily vhodný len na overovanie a vytváranie teórií na malých grafoch. Je to spôsobené rýchlym rastom počtu možných grafov s narastajúcim počtom vrcholov.

Obr. 3: Znázornenie výsledkov pre (3,6)+4



5 Pokračovanie a možné vylepšenia

5.1 Vylepšenia

Hlavný problém je výpočtová náročnosť tvorby grafov. Zlepšiť sa dá hľadaním ďalších optimalizácií, ale aj tie nakoniec narazia na problém zložitosti skúšania nových hrán, ktorý má stále zložitosť $2^{\binom{n}{k}}$. Inými slovami problém príliš dlhého výpočtu len mierne posunieme ale nevyriešime. Skutočné riešenie rýchlej tvorby ľubovoľného Moorovho grafu, alebo grafu jemu podobnému neexistuje, ale sú oveľa rýchlejšie spôsoby ako náš.

Príkladom implementácie efektívnejšieho spôsobu je Rýchla tvorba regulárnych grafov a klietok od M. Meringera [Meringer, 1999]. V jeho implementácií dosahuje oveľa nižšie zvyšovanie výpočtového času s narastajúcou zložitosťou grafu. Ako príklad uvádzame klietku na 30 vrcholoch, kde jeho výpočtový čas je nižší ako náš napriek použitiu o 15 rokov staršieho hardvéru. V jeho testovaní bol použitý Intel Pentium 200MHz, ktorý má zlomkový výkon oproti i5-7200U použitý pri našom.

Použitím jeho implementácie cez volanie jeho výsledku cez náš program a následné spracovanie výsledkov by sme dosiahli náramné zvýšenie výkonu pri tvorbe grafov. Ideálne by ale bolo prepísať jeho

riešenie natívne do Javy, čo by odstránilo problém s dostatočným programom. Toto je ale časovo náročnejšie riešenie.

5.2 Pokračovanie

5.2.1 Tvorba štatistík

Možnosťou rozšírenia je automatická tvorba štatistík zo zozbieraných údajov. Používateľ by zadal parametre v rozsahu od-do namiesto pevných údajov, ktoré by nasledovne boli spracované a zobrazené. Zaujímavé údaje by mohli byť počty a dĺžky cyklov cez vrcholy/hrany alebo štruktúra podgrafu indukovaného nadbytočnými vrcholmi.

5.2.2 Edge-girth regularity problém

Ďalšia aplikácia nášho programu je na aktuálne skúmaný edge-girth regularity problém. Z výsledkov po analýze je nutné rozdeliť cykly podľa hrán a vytvoriť štatistiky, ktoré by boli zaujímavé pre výskum ako by mohol byť počet cyklov istej dĺžky cez nadbytočné vrcholy.

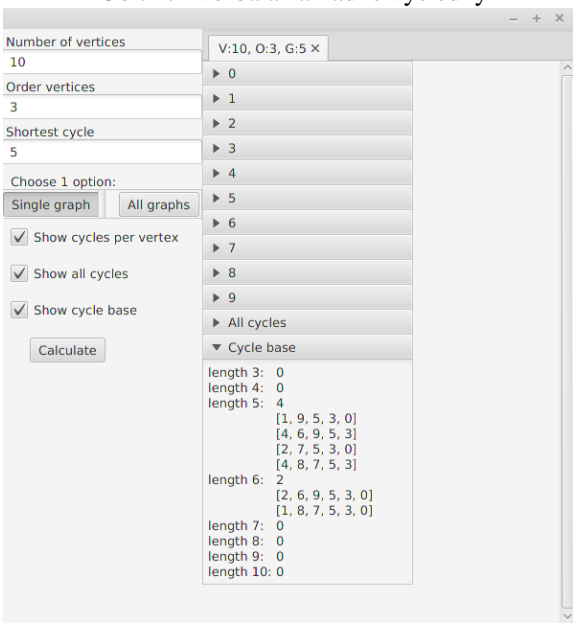
5.3 Celkový cieľ

Našim cieľom je nakoniec vytvoriť program, v ktorom by bolo možné rýchlo vytvárať veľké množstvo grafov. Tieto grafy by sme mohli následne analyzovať, dáta o nich zhromažďovať a vytvoriť z nich štatistiky. Takto by sme mohli potencionálne vysledovať a experimentálne overiť hypotézy, napr. na vylepšenie dolnej hranice počtu vrcholov veľkých klietok. Doteraz známe hranice sú uvedené v [Geoffrey and Jajcay, 2013].

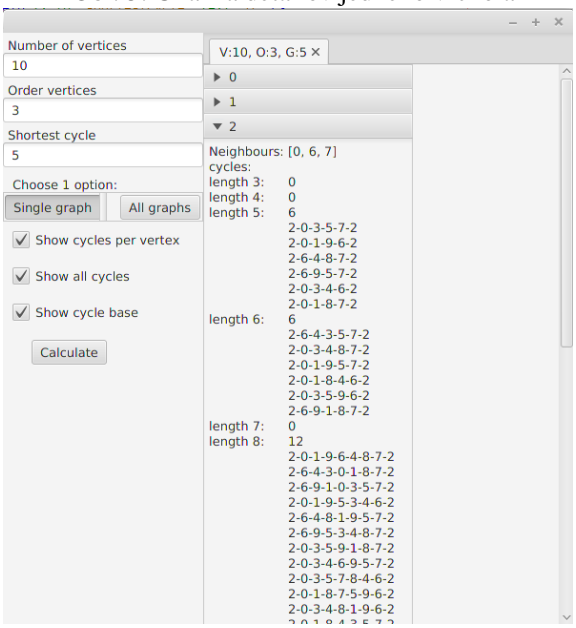
6 Ukážky z programu

V poslednej sekcií ukážem tvorbu a zobrazenie Petersenovho grafu v našom programe.

Obr. 4: Tvorba a základné výsledky



Obr. 5: Ukážka detailov jedného vrchola



Poďakovanie

Vďaka za umožnenie vytvorenia tohto článku patrí vedcom zaoberajúcimi sa výskumom klietok na FMFI UK a najmä mojej školiteľke, RNDr. Tatiane Jajcayovej, PhD.

Literatúra

[Geoffrey and Jajcay, 2013] Geoffrey, G. E. and Jajcay, R. (2013). Dynamic cage survey. *The Electronic Journal of Combinatorics [electronic only]*, DS16:55 p., electronic only.

[Jajcayová and Masár, 2017] Jajcayová, T. and Masár, M. (2017). Afd computer assisted search for graphs with prescribed degrees and cycle structure. In *APLIMAT :*

16th Conference on Applied Mathematics, pages 694–703, Bratislava. Vydavatel'stvo STU.

[Masár, 2016] Masár, M. (2016). Counting cycles in moore graphs. Katedra aplikovanej informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava.

[Meringer, 1999] Meringer, M. (1999). Fast generation of regular graphs and construction of cages. *Journal of Graph Theory*, 30:137–146.

[Naveh, 2017] Naveh, B. (2017). https://github.com/jgrapht/jgrapht/tree/master /jgrapht-core/src/main/java/org/jgrapht/alg/isomorphism.

[T.B. Jajcayova and Jajcay, 2016a] T.B. Jajcayova, S. F. and Jajcay, R. (2016a). Counting cycles in graphs with small excess. *Lecture Notes of Seminario Interdisciplinare di Matematica*, 14:17–36.

[T.B. Jajcayova and Jajcay, 2016b] T.B. Jajcayova, S. F. and Jajcay, R. (2016b). Improved lower bounds for the orders of even-girth cages. *The Electronic Journal of Combinatorics*, 23(3):P3.55.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 154
ISBN 978-1983445132, © 2017 Šimon Sádovský

Prídavná informácia a zložitosť nedeterministických konečných automatov (rozšírený abstrakt)

Šimon Sádovský*

Školiteľ: Branislav Rovan†

Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

V práci skúmame vplyv prídavnej informácie na zložitosť riešenia problému. Ako výpočtový model sme zvolili nedeterministické konečné automaty a mierou zložitosti je počet stavov. Voľne povedané, ak automatu garantujem, že vstup, ktorý ide rozpoznávať patrí do nejakého poradného jazyka, viem tým dosiahnuť, že na rozpoznávanie pôvodného jazyka stačí automat menšej zložitosti? Uveďme jeden príklad. Uvažujme, že chceme rozpoznávať jazyk $\{w \in \{a\}^* \mid |w| \equiv 0 \ (mod\ 6)\}$ a chceme ho rozpoznávať nedeterministickým konečným automatom. Ľahko vidno, že minimálny NKA pre tento jazyk má 6 stavov. Čo ak vopred vieme, že dĺžka vstupu je deliteľná tromi? Vtedy nám stačí vziať NKA s dvomi stavmi. Formalizáciou tohto problému je hľadanie rozkladov nedeterministických automatov.

Označenie 1. *Počet stavov ľubovolného konečného automatu A označujeme $\#_S(A)$.*

Definícia 1. *Nech A je nedeterministický konečný automat. Potom dva nedeterministické konečné automaty A_1, A_2 také, že $L(A) = L(A_1) \cap L(A_2)$ nazveme **rozklad automatu** A. Ak navyše platí $\#_S(A_1) < \#_S(A)$ a $\#_S(A_2) < \#_S(A)$, nazývame tento rozklad **netriviálny**. Ak existuje netriviálny rozklad automatu A, tak automat A nazývame **rozložitelný**.*

Vlastnosť rozložiteľnosti sa dá prirodzene rozšíriť aj na vlastnosť regulárnych jazykov.

Definícia 2. *Nech $L \in \mathscr{R}$ a A je nejaký minimálny NKA pre jazyk L. **Jazyk** L nazývame **nedeterministicky rozložitelný** práve vtedy, keď je automat A rozložitelný.*

Analogicky sformulovaný problém bol skúmaný pre deterministické konečné automaty v [Gaži, 2006] a pre deterministické zásobníkové automaty v [Labath, 2010].

Výsledky: Dokazujeme nedeterministickú rozložiteľnosť resp. nerozložiteľnosť konkrétnych typov regulárnych jazykov. Charakterizujeme vzhľadom na nedeterministickú rozložiteľnosť triedu jazykov, ktoré sú tvorené práve jedným slovom. Dokazujeme, že príliš malé NKA sú nerozložiteľné. Dokazujeme rozdiel medzi deterministickou a nedeterministickou rozložiteľnosťou.

Veta 1. *Nech pre $n \in \mathbb{N}, n > 0$ je $L_n = \{a^{kn} \mid k \in \mathbb{N}\}$. Potom L_n je nedeterministicky rozložiteľný práve vtedy, keď n nie je mocninou prvočísla.*

Veta 2. *Nech $L = \{w\}$. Potom je L nedeterministicky rozložiteľný práve vtedy, keď w obsahuje aspoň dva rôzne symboly.*

Označenie 2. *Počet stavov minimálneho NKA akceptujúceho jazyk L označujeme $nsc(L)$.*

Veta 3. *Nech $L \in \mathscr{R}$, pričom $nsc(L) \leq 2$. Potom L je nedeterministicky nerozložiteľný.*

Veta 4. *Existuje postupnosť jazykov $(L_i)_{i=2}^{\infty}$, taká, že platí:*

(a) Jazyk L_i je nedeterministicky nerozložiteľný a súčasne deterministicky rozložiteľný pre ľubovolné $i \in \mathbb{N}, i \geq 2$.

(b) Nech pre ľubovolné $i \in \mathbb{N}, i \geq 2$ je A_i minimálny DKA akceptujúci L_i. Potom existuje taký rozklad A_i na A_1^i a A_2^i, že platí $\#_S(A_1^i) = \#_S(A_2^i) = \frac{\#_S(A_i)+3}{2}$.

Literatúra

[Gaži, 2006] Gaži, P. (2006). *Parallel decompositions of finite automata*. Diplomová práca pod vedením prof. Branislava Rovana.

[Labath, 2010] Labath, P. (2010). *Zjednodušenie výpočtov prídavnou informáciou*. Diplomová práca pod vedením prof. Branislava Rovana.

*sadovsky5@uniba.sk

†rovan@dcs.fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 155
ISBN 978-1983445132, © 2017 Filip Mišún

Alternating Weighted Automata over Commutative Semirings (Extended Abstract)

Filip Mišún*

Supervisor: Peter Kostolányi†

Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

We define and begin the study of alternating weighted automata, a new extension of alternating finite automata, in which transitions carry weights given by elements of some commutative semiring. In our extension, disjunctions are replaced by sums and conjunctions are replaced by products of the semiring in consideration.

Alternation in weighted automata has already been studied in the particular case of tropical semirings by Chatterjee, Doyen, and Henziger [Chatterjee et al., 2009] and later by Almagor and Kupferman [Almagor and Kupferman, 2011]. Both studies were motivated by certain problems in formal verification of reactive systems. Our model can be viewed as a generalization of the one studied by Almagor and Kupferman [Almagor and Kupferman, 2011].

An alternating weighted automaton $\mathscr{A}$ over a commutative semiring S and over an alphabet Σ consists of a finite set of states $Q = \{1,2,\ldots,n\}$, a polynomial assigning function $\psi : Q \times \Sigma \to S[x_1,\ldots x_n]$, an initial polynomial P_0 in $S[x_1,\ldots,x_n]$, and a terminal weighting function $\tau : Q \to S$ (all polynomials in the definition of $\mathscr{A}$ are required to have no constant terms). For each state k in Q and each word w in Σ^*, we define a formal power series $|\mathscr{A}|_k$ over S and Σ as follows: if $w = \varepsilon$, then $(|\mathscr{A}|_k, w) = \tau(k)$; if $w = av$, where a is a symbol in Σ and v is a word over Σ, then

$$(|\mathscr{A}|_k, w) = \psi[k,a]\big((|\mathscr{A}|_1, v), (|\mathscr{A}|_2, v), \ldots, (|\mathscr{A}|_n, v)\big).$$

The *behaviour* of $\mathscr{A}$ is a formal power series $|\mathscr{A}|$ over S and Σ defined for every word w over Σ by

$$(|\mathscr{A}|, w) = P_0\big((|\mathscr{A}|_1, w), (|\mathscr{A}|_2, w), \ldots, (|\mathscr{A}|_n, w)\big).$$

A state k of $\mathscr{A}$ is called a "sum state" if for each a in Σ, we have $\psi[k,a] = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i$, where $c_1,\ldots,c_n$ are in S. A state k of $\mathscr{A}$ is called a "product state" if for each a in Σ, we have $\psi[k,a] = c\prod_{i=1}^{n} x_i^{m_i}$, where c is in S and m_i is a nonnegative integer for $i = 1,\ldots,n$. We say that $\mathscr{A}$ is *two-mode* if every state of $\mathscr{A}$ is either a sum state or a product state and if the initial polynomial P_0 is given by $\sum_{i=1}^{n} c_i x_i$ for some $c_1,\ldots,c_n$ in S. We prove that every alternating weighted automaton is equivalent to a two-mode alternating weighted automaton. We also introduce two-mode alternating weighted automata with ε-labelled transitions and present a construction that can be used to eliminate ε-labelled transitions in these automata.

A two-mode alternating weighted automaton that contains only sum states can be viewed as a (non-alternating) weighted automaton, a model that is already well known [Droste et al., 2009]. In our most significant result, we characterize the class of commutative semirings, for which weighted automata and alternating weighted automata are equally powerful. We prove that a commutative semiring S is in this class if and only if every finitely generated subsemiring of S is finite.

We also study some closure properties of the classes of formal power series realized by alternating weighted automata. We prove that for every commutative semiring S, the class of formal power series realized by alternating weighted automata over S is closed under sum and Hadamard product. We also show that there exists a commutative semiring S such that the class of formal power series realized by alternating weighted automata over S is closed neither under reversal nor under Cauchy product.

References

[Almagor and Kupferman, 2011] Almagor, S. and Kupferman, O. (2011). Max and sum semantics for alternating weighted automata. In *Intenational Symposium, ATVA 2011*, pages 13–27. Springer.

[Chatterjee et al., 2009] Chatterjee, K., Doyen, L., and Henzinger, T. A. (2009). Alternating weighted automata. In *International Symposium, FCT 2009*, pages 3–13. Springer.

[Droste et al., 2009] Droste, M., Kuich, W., and Vogler, H., editors (2009). *Handbook of weighted automata*. Springer.

*misun2@uniba.sk

†kostolanyi@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 156
ISBN 978-1983445132, © 2017 Andrej Jursa

Fast algorithm for clique number discovery in functional brain networks (Extended Abstract)

Andrej Jursa[1*]

Supervisor: Mária Markošová[1†]

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

In this paper we present our improved algorithm for finding clique number of simple undirected graph based on Östergård algorithm [Östergård, 2002]. The algorithm is aimed to solve this task efficiently on scale free networks and has been tested on several artificial and real networks of different types.

The clique number of a graph is a size of its maximum clique. To find that clique is a NP-hard problem. Our algorithm implements several pruning techniques which greatly restrict depth first search branching used in the original one [Östergård, 2002]. The resulting algorithm works faster on an arbitrary simple undirected graph, but the best performance is gained on graphs having the scale free property. We have used this algorithm to find and analyse clique numbers of 40 functional brain networks for three groups of patients, namely: elderly patients suffering with Alzheimer disease, elderly patients without Alzheimer disease and young patients [Buckner et al., 2000].

The algorithm is divided into two phases: heuristic and search phase. In the heuristic phase the algorithm is searching for a lower limit of the clique number using polynomial time greedy search based on the degree of the vertices. Such search is performed for several vertices with the highest degrees. This phase ends with k-core decomposition [Batagelj and Zaversnik, 2003] of graph and subsequent graph renumbering, while k parameter of decomposition equals to the lower limit of the clique number found.

Search phase loops through all vertices in decomposed graph in descending order of vertex indices and allocates induced root subgraph of close neighborhood for each vertex. Such root subgraph is subsequently decomposed by k-core decomposition to a reduced root subgraph, where the k parameter equals to the best clique number the algorithm currently maintains. This reduced root subgraph is a subject for a greedy chromatic number calculation process. If the reduced root subgraph have enough vertices and the chromatic number is hight enough, it is allowed to run Östergårds depth first search branching on it.

The dataset of 40 patients functional brain networks was processed by our algorithm. Found clique numbers are averaged for each group of patients. These averages and standard deviations show differences among groups. Together with combination of our fast algorithm these results might be used as a preprocessing method for the Alzheimer disease diagnostics by functional magnetic resonance imaging.

References

[Batagelj and Zaversnik, 2003] Batagelj, V. and Zaversnik, M. (2003). An o(m) algorithm for cores decomposition of networks. *CoRR*, cs.DS/0310049.

[Buckner et al., 2000] Buckner, R. L., Snyder, A. Z., Sanders, A. L., Raichle, M. E., and Morris, J. C. (2000). Functional brain imaging of young, nondemented, and demented older adults. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12(supplement 2):24–34.

[Östergård, 2002] Östergård, P. R. J. (2002). A fast algorithm for the maximum clique problem. *Discrete Appl. Math.*, 120(1-3):197–207.

*andrej.jursa@fmph.uniba.sk

†markosova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 157
ISBN 978-1983445132, © 2017 Peter Kovács

Robotic reaching and grasping using a TRPO-based reinforcement learning (Extended Abstract)

Peter Kovács[1*]

Supervisor: Igor Farkaš[1†]

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina 842 48 Bratislava

Finding a suitable grasp among infinite set of candidates is a challenging task that has been addressed frequently in the robotics community resulting in different approaches. The methodologies can be divided into two categories analytic solutions using methods of inverse kinematics/dynamics and data driven approaches. Until recently the field of robotic grasping was clearly dominated by analytic approaches. However with development of fast physics simulators and new advances in the field of machine learning and neural networks lead to new data driven approaches. Data driven approaches can be further divided into three categories. The first category covers methods that assume knowledge of 3D mesh and the challenge is then to sample a set of good grasp hypotheses and rank them according to some quality measure. Second approach would be learning from humans when robot can learn successful grasps by observing them. The last category is learning through trial and error. Instead of computing possible grasps we just try multiple of them and try to learn some generalized knowledge from such experience. Reinforcement learning algorithms are good representatives of this category.

We designed a simulation of a robotic arm with 7 degrees of freedom for object reaching and grasping. Instead of using standard inverse kinematics/dynamics, which is applicable only in systems with a small number of degrees of freedom we have used reinforcement learning approach. We used recently introduced TRPO - Trust Region Policy Optimisation algorithm [Schulman, 2015] for training policy which generates forces/torques applied on degrees of freedom. We managed to train an agent which can successfully grasp more than 90% of trials where objects to be grasped were placed at arbitrary locations in a @D reachable area.

Nowadays when CPU frequency is no longer increasing, parallelism has become a hot topic in computing. Therefore using multiple processors for our training was of the shelve method for increasing the computation speed. We have observed that we spend more than 95% of our computational time sampling paths and simulating rather than computing gradient and updating network. Using this knowledge it is easy to design parallel procedure for sampling trajectories by instantiating multiple simulation environments and multiple copies of policy network. Gathering multiple trajectories on different cores is inherently parallel task and we showed that parallel implementation can have nearly linear improvement over single core.

We have also proposed few improvements on TRPO algorithm which improve its convergence rate. First such improvement is use of modified version of the experience replay [Lin, 1992]. Instead of simply reusing it for better value function estimation we use it for better better objective approximation.

Another successful upgrade to TRPO reuse previous information by smarter conjugate gradient (CG) initialization. Concretely we use previous search direction of update instead of frequently used zero vector. This idea comes from [Martens, 2010].

References

[Lin, 1992] Lin, L.-J. (1992). Self-improving reactive agents based on reinforcement learning, planning and teaching. *Machine Learning*, 8(3):293–321.

[Martens, 2010] Martens, J. (2010). Deep learning via hessian-free optimization. In *Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning*, pages 735–742.

[Schulman, 2015] Schulman, Moritz, e. a. (2015). Trust region policy optimization. In *International Conference on Machine Learning (ICML)*.

*kovacs.pjotr@gmail.com

†farkas@ii.fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 158–159
ISBN 978-1983445132, © 2017 Tomáš Kuzma

Výpočtová analýza vnútorných reprezentácií v hlbokých neurónových sieťach (rozšírený abstrakt)

Tomáš Kuzma[1*]

Školiteľ: Igor Farkaš[1†]

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Hlboké neurónové siete sú populárnym ale hlavne úspešným nástrojom na riešenie ťažkých praktických problémov, vynikajúc napríklad v oblasti rozpoznávania obrazu alebo prirodzeného jazyka. Spôsob, akým neurónové siete tieto problémy riešia, však vo väčšine prípadov ostáva nepriehľadný za kompozíciou bohato parametrizovaných nelineárnych transformácií. Vývojom štatistických parametrov aktivácií skrytých neurónov sa prví zaoberali [Glorot and Bengio, 2010]; ich primárnou motiváciou však bolo zrýchliť trénovanie hlbších sietí. V našej práci sa venujeme analýze, aké charakteristiky nadobúdajú vnútorné reprezentácie v hlbokých sieťach trénovaných pre účely klasifikácie.

Analyzovať budeme jednoduchý model hlbokej siete, pozostávajúci z piatich skrytých vrstiev po sto neurónoch. Model najprv naučíme na trénovacích dátach sady MNIST[LeCun and Cortes, 2010] a potom v desiatich behoch analyzujeme vnútorné reprezentácie, ktoré vznikajú na vrstvách skrytých neurónov na predložených testovacích dátach. Pre charakter vnútorných reprezentácií sa ukázal ako najpodstatnejší výber aktivačnej funkcie, hoci v úspešnosti klasifikácie sú iba malé rozdiely (klasifikačné chyby na testovacej množine uvádzame v zátvorke):

logistická sigmoida ($2.37\% \pm 0.10\%$):

$$\mathrm{logsig(x)} = \frac{1}{1+e^{-x}}$$

hyperbolický tangens ($2.08\% \pm 0.08\%$):

$$\tanh(\mathrm{x}) = \frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}$$

soft-sign ($2.08\% \pm 0.05\%$):

$$\mathrm{softsign(x)} = \frac{x}{1+|x|}$$

rectified linear unit ($1.77\% \pm 0.07\%$):

$$\mathrm{relu(x)} = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ 0 & inak \end{cases}$$

Prvou metódou, ako skúmať súvis medzi vnútornými reprezentáciami v sieti a klasifikačnou úlohou, ktorú vie táto sieť riešiť, je meranie korelácie medzi aktiváciami skrytých neurónov a výstupnou triedou. Pre každú triedu sa vytvorí indikátorová premenná, nadobúdajúca pre daný vstup hodnotu 1, ak tento vstup patrí do príslušnej triedy, a 0 v opačnom prípade. Pre každý neurón sa zmeria maximum z absolútnych hodnôt korelácií zo všetkými indikátorovými premennými. Hoci táto metóda vie odhaliť iba lineárne závislosti, na obrázkoch 1 a 4 je možné pozorovať, ako na vyšších vrstvách postupne vzniká informácia relevantná pre klasifikáciu. Korelácia na poslednej, výstupnej vrstve musí byť pre klasifikačne úspešný model veľmi blízka jednej.

Detailnejšia analýza je možná, pokiaľ sa pozrieme na jednotlivé neuróny ako na *feature detektory* a skúmame, ako sú jednotlivé *features* relevantné pre výslednú klasifikáciu. Pre každý neurón a výstupnú triedu takto získame jeden údaj pre každý vstup, ktoré štatisticky zhrnieme ich priemerom, štandardnou odchýlkou a extrémnymi hodnotami. Pre *logistickú sigmoidu* (obr. 2) môžeme najľahšie pozorovať, ako štandardné odchýlky klesajú smerom k výstupu siete – detektory sú presnejšie a špecifickejšie. Pri dvojici veľmi podobných funkcií *hyperbolický tangens* (obr. 3) a *softsign* (obr. 6) vznikajú zväčša distribuované reprezentácie; funkcia *softsign*, navrhnutá aby zmierňovala saturáciu neurónov, vedie k menej extrémnym reprezentáciám. Pri použití najúspešnejšej aktivačnej funckie *rectified linear unit* (obr. 5) môžeme naopak pozorovať veľmi selektívne feature detektory.

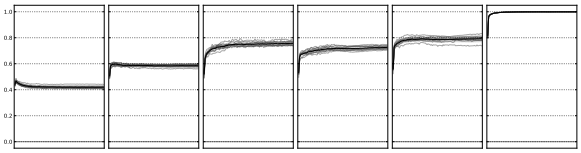
Literatúra

[Glorot and Bengio, 2010] Glorot, X. and Bengio, Y. (2010). Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks. In *Proceedings of the International conference on artificial intelligence and statistics*, pages 249–256.

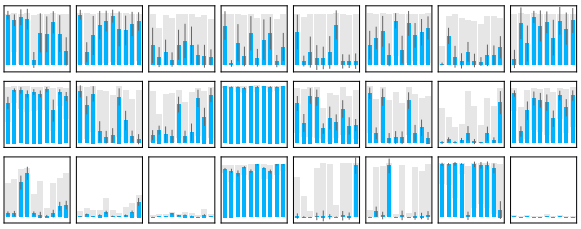
[LeCun and Cortes, 2010] LeCun, Y. and Cortes, C. (2010). MNIST handwritten digit database. `http://yann.lecun.com/exdb/mnist/`.

*`kuzma@fmph.uniba.sk`
†`farkas@fmph.uniba.sk`

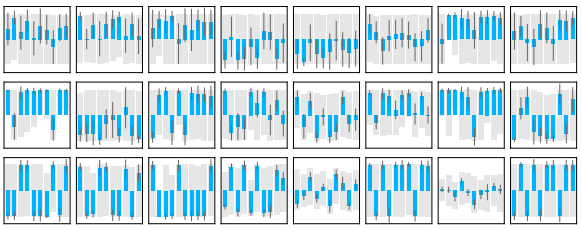
Obrazová príloha



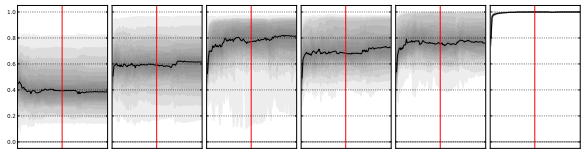
Obr. 1: Vývoj korelácie ReLU skrytých vrstiev s výstupnou triedou počas trénovania: medián korelácií pre všetky behy, priemer a štandardná odchýlka.



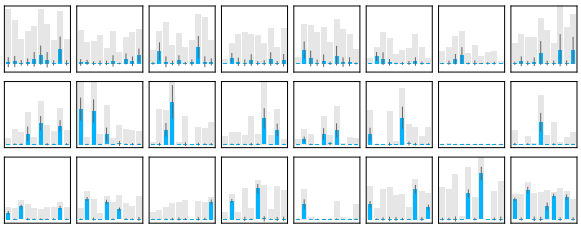
Obr. 2: Triedová špecifickosť pre 1., 3., 5. skrytú vrstvu s aktivačnou funkciou *logistická sigmoida*.



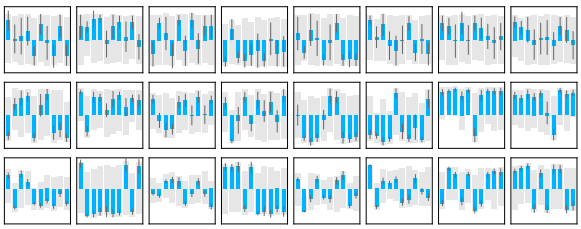
Obr. 3: Triedová špecifickosť pre 1., 3., 5. skrytú vrstvu s aktivačnou funkciou *hyperbolický tangens*.



Obr. 4: Vývoj korelácie aktivácií ReLU skrytých vrstiev s výstupnou triedou počas trénovania: detailnejší pohľad na distribúciu korelácií pre jednu inštanciu.



Obr. 5: Triedová špecifickosť pre 1., 3., 5. skrytú vrstvu s aktivačnou funkciou *rectified linear unit*.



Obr. 6: Triedová špecifickosť pre 1., 3., 5. skrytú vrstvu s aktivačnou funkciou *softsign*.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 160
ISBN 978-1983445132, © 2017 Vladimír Macko

Mining related patents for scientific papers (Extended Abstract)

Vladimír Macko[1*]

Supervisor: Vladimír Bož̌a[2†]

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Searching for relevant patents related to research in biomedicine is complicated, but important for R&D in the Biotech industry. We framed this as finding relevant patent to life-science article. Solving this problem and successfully recommending relevant patents for papers is difficult for a few reasons.

There is no publicly available, well established dataset yet. Researchers often use small (hundreds of documents), hand labeled datasets, which may not be very representative, and their methods may not be usable in practice.

Second problem is, that patents and papers are written in different styles and with different vocabularies. This paradigm shift may make advanced methods overfitt and perform poorly in real world. However this differences can be overcome to some extend as shown at Xu et al. [Xu et al., 2012].

In this paper we work with publicly available datasets containing 369,778 patent abstracts and 25,781,454 paper abstracts. To overcome a problem of unavailable dataset we propose to use citations between patents and papers. We describe an heuristic to extract citation information from raw text. Using this heuristic we extract 370,289 patent-paper citations, out of which 261,100 are used as our dataset.

To gather a golden data, we implement an interface for manual labeling and for each of 104 papers we asked a medicine student to manually label 10 patents. Out of these 1040 patent-paper pairs, 32% were labeled as relevant ones.

We evaluate three methods for document retrieval with various modifications: BM25 weighting schema, TF-IDF weighting schema, and TF-IDF schema with latent semantic allocation embedding (LSA). First we train each method on patent corpus, and create patent embeddings. Then we encode each query paper and find the most similar patent under cosine similarity.

To our surprise, the most advanced method (LSA) achieved the lowest performance. We suppose that not all dimensions of LSA embeddings are connected to the "meaning" of document, hence are not relevant for document retrieval. We confirmed this hypothesis by training a linear classifier to identify important dimensions.

Method	citations		labeled	
	map@1	map@5	map@1	map@5
LSA	0.51	0.30	0.46	0.44
BM25	**0.78**	**0.53**	0.43	0.41
TF-IDF	0.76	0.49	**0.58**	**0.50**

Table 1: Results of evaluation on labeled and citation dataset

Second surprising result is very low performance of BM25 on hand-labeled dataset. As BM25 is a broadly used method for search engines, we suppose that papers with higher BM25 similarity are more likely to be cited, because they are recommended to researcher by search engine.

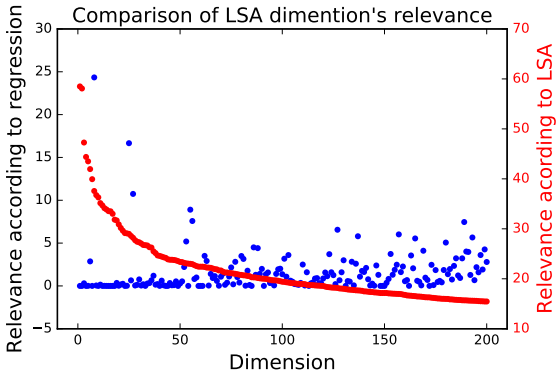


Figure 1: *LSA* dimension relevance

References

[Xu et al., 2012] Xu, S., Zhu, L., Qiao, X., Shi, Q., and Gui, J. (2012). Topic linkages between papers and patents. In *Proceedings of the 4th International Conference on Advanced Science and Technology*, pages 176–183. Science and Engineering Research Support soCiety (SERSC).

*vladimir.v.macko+svk@gmail.com
†boza@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 161
ISBN 978-1983445132, © 2017 Rastislav Rabatin

Using Sequence Ensembles for Seeding Alignments of MinION Sequencing Data (Extended Abstract)

Rastislav Rabatin[1*]

Supervisor: Tomáš Vinař[2†]

[1] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava
[2] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Oxford Nanopore MinION sequencer [Mikheyev and Tin, 2014] is currently the smallest sequencing device available. While being able to produce very long reads, it is prone to high sequencing error rates of up to 30%.

The MinION is based on nanopore sequencing technology. The main idea of this sequencer is to measure the changes in electric current inside a biological nanopore while DNA molecule is passing through it. From these changes we can say what nucleotides are passing through it.

Many commonly used alignment algorithms use seed and extend paradigm [Harris, 2007, chap. 2]. Our goal is to propose a better method for finding seeds in the MinION reads than the commonly used ones. The alignment of nanopore sequences is usually done in two steps. We translate the sequences of electric current levels into DNA sequences and then we use one of the general algorithms for sequence alignment. This is quite inefficient because we loose a lot of information in the first step since the base calling algorithm is inaccurate. Also the alignment algorithm is not exact and introduces additional error.

The most common model used for base calling is hidden Markov model (HMM) [Durbin et al., 1998, p. 51]. The usual approach takes only the most probable sequence from the HMM as the base call. Unfortunately, this sequence contains many errors. Therefore, instead of a single optimal sequence, we have decided to use an ensemble of suboptimal sequences sampled from the conditional distribution defined by the base calling HMM. The main idea of this approach is that the sampled sequences might still have a lot of very similar regions which might be good seeds.

We have designed two different HMM architectures. In our experiments, we have discovered that the first HMM performs quite well compare to the Metrichor which is the base caller designed by the manufacturer of the MinION. Our HMM is only by two percentage points worse than Metrichor which is quite sufficient for our purposes since our final goal is not base calling.

After running our HMM, we have analyzed the samples from the conditional distribution. From the alignment of these sample, we can notice that some regions are nearly identical. Unfortunately, they are interleaved by regions with are not so well aligned. The identical regions are good candidates for seeds. For identifying good seeds, we have experimented with several strategies for finding similar regions between the samples. From our experiments, we can say that a small number of samples (around three) is sufficient to achieve the same sensitivity compare to the maximum exact match strategy used only on the most probable sequence. The sensitivity can be very easily increased by just adding more samples. When we have a lot of samples then every k-mer of the reference sequence occurs in at least one of the samples. False positives can be eliminated by using a simple thresholding on the number of samples which contain the given seed. Even this simple strategy allowed us to achieve greater sensitivity and lower number of false positives than then the strategy which computes the seeds only from the most probable sequence.

References

[Durbin et al., 1998] Durbin, R., Eddy, S., Krogh, A., and Mitchison, G. (1998). *Biological Sequence Analysis: Probabilistic Models of Proteins and Nucleic Acids*. Cambridge University Press.

[Harris, 2007] Harris, R. S. (2007). *Improved pairwise alignment of genomic DNA*. ProQuest.

[Mikheyev and Tin, 2014] Mikheyev, A. S. and Tin, M. M. (2014). A first look at the oxford nanopore minion sequencer. *Molecular ecology resources*, 14(6):1097–1102.

*rabatin4@uniba.sk
†vinar@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 162
ISBN 978-1983445132, © 2017 Anton Kováč

Graphical Granger Causality for Detection Temporal Anomalies in EEG Data (Extended Abstract)

Anton Kováč[1*]

Supervisor: Kateřina Hlaváčková-Schindler[2†]

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava
[2] University of Vienna, Währinger Straße 29, 1090 Vienna

The goal of our work was to apply the algorithm of [Qiu et al., 2012], using Graphical Granger causality for time series anomaly detection so that it can be used to the EEG time series of a human brain. The algorithm [Qiu et al., 2012] is presented in a brief form and its parametrization is not sufficiently discussed. We elaborated its detailed parametrization and focused on its practical utilization for detection of anomalies in EEG data.

In the beginning we select a reference set ($D^{(a)}$) and a specific test set ($D^{(b)}$) where the anomalies will be examine:

$$\begin{aligned} D^{(a)} &= \{x_i^{(a),t} | i = 1,\ldots,p; t = 1,\ldots,T^{(a)}\} \\ D^{(b)} &= \{x_i^{(b),t} | i = 1,\ldots,p; t = 1,\ldots,T^{(b)}\} \end{aligned} \tag{1}$$

Then we compute temporal dependency graph of reference set:

$$\hat{\beta}_i(\lambda) = \underset{\beta_i}{\arg\min} \left(\sum_{t=1}^{T} \| x_i^t - X_{t,L}^{Lagged} \beta_i \|^2 + \lambda \| \beta_i \|_1 \right) \tag{2}$$

Further, we follow the steps of the basic algorithm provided by [Qiu et al., 2012] for anomaly detection consisting of:

1. Learning temporal causal graph of test set by regularization

   $$\hat{\beta}_i^{(b)}(\lambda) = \underset{\beta_i}{\arg\min} \left(\sum_{t=1}^{T} \| x_i^{(b),t} - X_{t,L}^{(b),Lagged} \beta_i^{(b)} \|^2 \right) \tag{3}$$

   subject to

   $$\sum_j | \beta_{i,j}^{(b)} - \beta_{i,j}^{(a)} \leq \varepsilon$$

2. Computing the anomaly scores of test set using Kullback-Leibler divergence (we assume that the underlying distributions are normal (thanks to the central limit theorem for large data sets)

   $$\begin{aligned} \mathrm{d}_i^{(ab)} &= -(ln|\sigma^{(a)}| - ln|\sigma^{(b)}|) \\ &- \tfrac{1}{2}(1 - \tfrac{1}{(\sigma^{(b)})^2}((\sigma^{(a)})^2 + (\beta_i^{(a)} - \beta_i^{(b)})\triangle)^2) \end{aligned}$$

   while the anomaly score of the i-th variable is defined as:

   $$a_i \equiv max\left\{ d_i^{ab}, d_i^{ba} \right\} \tag{4}$$

3. Determining anomaly by threshold cutoff and identifying potential causes.

   We slide the time windows of the reference set and compute the anomaly score for each window. We use this process to approximate the distribution of the anomaly scores, which normal time series should have. Given a significance level of α, we use α-quantile of this distribution as the threshold cutoff to detect potentially anomalies in test set. Therefore, this approach allows not only to determine, if the whole test time series is anomalous, but also in which particular time windows of test set the anomaly occurs.

This outline was intended mainly for introduction of our program to interested users. Our program may offer rigorous testing of EEG data in terms of finding the anomaly in the brain connectivity. The advantage of our program is in relatively detailed view at the temporal and spatial domain of brain activity.

References

[Qiu et al., 2012] Qiu, H., Liu, Y., Subrahmanya, N. A., and Li, W. (2012). Granger causality for time-series anomaly detection. In *Data Mining (ICDM), 2012 IEEE 12th International Conference on*, pages 1074–1079. IEEE.

*tondo.kovac@gmail.com
†katerina.schindlerova@univie.ac.at

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 163
ISBN 978-1983445132, © 2017 Vladimír Macko, Ondrej Jariabka, Lejla Metohajrová, Marek Šuppa

Sentiment Analysis for Slovak Reviews (Extended Abstract)

Vladimír Macko[1*] Ondrej Jariabka[1†] Lejla Metohajrová[1‡] Marek Šuppa[1§]

Supervisor: Ivor Uhliarik[2¶]

[1] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava
[2] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Sentiment analysis is a well established field in many languages, such as English, Chinese or Spanish. In the context of Slovak language, however, this field lacks a common ground, as the only closely related publicly available academic dataset for this task was created primarily for evaluating sentiment analysis methods in the Czech language context.

In this work we aim to establish this common ground by presenting a dataset gathered from Slovak online review forums, or other websites which provide their users with the ability to review a given product, such as **alza.sk**, **heureka.sk**, **martinus.sk**, **tripadvisor.sk** or **zlavomat.sk**. While these forums have been selected somewhat arbitrarily, they do represent some of the biggest venues of the Slovak internet space, for which reviews seem to be an important part of the functionality they provide. In all cases the text of a review was saved along with the numerical rating for the product the review described, as well as a unique link to the product in question.

Upon manual inspection, we discovered that probably due to cultural similarity and the fact that many of the considered sites are Slovak mutations of well established Czech portals, many of the saved reviews were actually written in Czech language, which rendered them useless for our purposes. We therefore used the `cld2` language detection library to filter out those comment for which their language could not be classified as Slovak with enough confidence.

	Alz	**Heu**	**Mar**	**Tri**	**Zla**
CBaseline	0.68	0.89	0.78	0.63	0.77
LdaSvm	0.68	0.89	0.78	0.63	0.77
TfIdfReg	**0.91**	**0.91**	**0.89**	**0.77**	0.79
TfIdfNaiv	0.85	0.89	0.84	0.66	**0.81**

Table 1: Weighted F1 scores obtained by evaluating proposed models on respective subsets of the dataset.

*vladimir.v.macko@gmail.com
†o.jariabka@gmail.com
‡l.metohajrova@gmail.com
§marek@suppa.sk
¶uhliarik@fmph.uniba.sk

	reviews	tokens	pos	neut	neg
Alz	28190	984913	21861	3382	2947
Heu	83117	1269189	76900	3621	2596
Mar	90464	3776090	76909	8501	5054
Tri	6512	247672	4797	1165	550
Zla	10279	121014	8683	1188	408

Table 2: Summary statistics for each subset of the presented dataset.

As part of preprocessing the data was split into tokens, all punctuation has been removed and every character was lowercased. Using the numerical value associated with each review, these were then classified into one of three categories: Positive (pos), Neutral (neut) and Negative (neg), which is similar to the approach used in [Pang and Lee, 2005] (see Table 2). Each subset was then split into training and test sent using 80:20 ratio.

These separated subsets were then used to train and test a variety of Machine Learning models: a completely naive baseline which only predicted the majority class it saw in training (CBaseline), a model which utilized Latent Dirichlet Allocation to extract "topics" out of the training data and then used them as input to a Support Vector Machine (LdaSvm) and two models, which made use of Term Frequency - Inverse Document Frequency (Tfidf) statistic to model words which occured in respective documents and them applied Logistic Regression (Reg) or Naive Bayes classifier (Naiv) on top of it. The results of the executed tests can be seen in Table 1.

References

[Pang and Lee, 2005] Pang, B. and Lee, L. (2005). Seeing stars: Exploiting class relationships for sentiment categorization with respect to rating scales. In *Proceedings of the 43rd annual meeting on association for computational linguistics*, pages 115–124. Association for Computational Linguistics.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 164
ISBN 978-1983445132, © 2017 Ondrej Jariabka, Marek Šuppa, Ondrej Rudolf

Single Camera Path Detection for Outdoor Navigation (Extended Abstract)

Ondrej Jariabka[2*] Marek Šuppa[2†] Ondrej Rudolf[2‡]

Supervisor: Pavel Petrovič[1§]

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava
[2] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

The ability to find a path leading to an objective is one of the fundamental characteristics of autonomous mobile robots. In the recent years, a class of approaches which makes use of a combination of Computer Vision and Machine Learning has gained traction in the robotics community. In this work we examine the problem of Path Detection in the context of the Robotour competition, by analyzing solutions which were previously proposed in this context and use the aforementioned combination. Furthermore, we propose new models based on recent advances in using Convolutional Neural Networks (CNNs) for related Computer Vision tasks, as well as structural changes to the processing pipeline, which help to improve its performance.

One of the biggest problem we identified in the related work was the lack of a standardized dataset for the task at hand. This means that the effectiveness of the proposed methods is difficult to assess, as their performance is usually reported on different datasets. This led us to create a dataset that can be used to evaluate different methods for off-road path detection. In this section we describe smely-zajko dataset which is released as part of this work.



(a) Various lighting conditions and obstacles in the road

(b) Labeled image

Figure 1: Sample images from smely-zajko dataset

This dataset consist out of 534 labeled images. These images were taken during previous years of Robotour competition, and also include images from near by parks and other off-road scenarios. Each image has its own corresponding mask which contains two classes - path, a road or any other navigable surface depicted in the image (white) and the sky (blue). Images were manually labeled by multiple human experts. They were taken with a low cost analog camera in various lighting and weather conditions, such as sunny, cloudy, rainy, etc.

model	type	train acc	test acc
MLPs	8 neurons	0.8215	0.8190
MLPs \w LAB	12 neurons	0.8297	0.8243
LR		0.8929	0.8670
CNN	1 conv block	0.9133	0.9125
CNN	2 conv blocks	**0.9413**	**0.9223**

Table 1: Evaluation of considered models for pixel-wise path classification. Note that only the best models of each type are presented.

We also evaluated a set of previously introduced baseline models [Moravčík, 2015], as well as two new CNN-based networks. As we can see in Table 1, the CNN model managed to outperform MLPs (which were previously considered to be the best model available) by almost more than 6%.

More information on the discussed models, along with the code used to reproduce the experiments conducted as part of this work, as well as the newly introduced dataset can be found at `https://github.com/NaiveNeuron/smely-zajko-dataset`.

References

[Moravčík, 2015] Moravčík, M. (2015). Autonomous mobile robot for robotour contest. Master's thesis, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Comenius University in Bratislava.

*o.jariabka@gmail.com
†marek@suppa.sk
‡rower@naivenauron.com
§ppetrovic@acm.org

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 165
ISBN 978-1983445132, © 2017 Roman Ševaňák, Adrián Matejov, Ondrej Jariabka, Marek Šuppa

PKSpace: An OpenSource Solution For Parking Space Occupancy Detection (Extended Abstract)

Roman Ševaňák[2*] Adrián Matejov[2†] Ondrej Jariabka[2‡] Marek Šuppa[2§]

Supervisor: Marek Nagy[1¶] and Igor Farkaš[1‖]

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava
[2] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Parking space management is an issue that affects any building above certain size. While there are solutions which rely on networks of connected sensors for each parking space, these are usually difficult to maintain and expensive to implement. In this work we present `PKSpace` – an open source solution for detecting vacant and occupied parking spaces, using only an inexpensive camera and single-board computer. PKSpace aims to be the whole package: by being able to obtain the images, provide admin interfaces for specifying parking spaces, marking them as vacant or occupied, and offering tools for training machine learning models, which are capable of predicting the number of vacant or occupied parking spaces in new images, it allows the user to deploy the system in a short amount of time while minimizing the amount of resources necessary for its maintenance.

Most recent works in this area utilize publicly available datasets like PKLot [De Almeida et al., 2015] or a more recent one called CNRPark-Ext [Amato et al., 2017]. Both of these use high-definition cameras, and feature a top-down view, so overlays of cars parked side by side are not that significant. Moreover, the images are taken on parking lots with lines separating spots clearly marked on the ground, so exact masks can be made for each parking spot independently. The parked cars usually adhere to the lines, and so cars parking over multiple parking spaces can be considered an anomaly.

One issue with these datasets is that they were obtained in circumstances which cannot always be assumed in real world usage of parking space detection systems. To this end we introduce the FMPH dataset, which represents a more real-world setup. It is named after Faculty of Mathematics, Physics and Informatics in Bratislava, where it was created and consists of 1,093 pictures that depict 25,139 parking spaces out of which 14,311 (57%) are occupied and 10,828 (43%) are vacant. Pictures are taken in various weather conditions like fog, sunny weather with snow or pure show. In order to make this dataset academically valuable, we also evaluate a set of baseline models on this dataset, the result of which can be found in Table 1.

model	accuracy	F1 score	AUC
kNN k=1	0.82253	0.80996	0.76133
kNN k=3	0.82346	0.80962	0.75921
Log. Re.	0.74761	0.73643	0.69163
MLP (15, 15)	**0.88219**	0.88155	0.86550
ICF LR	0.86100	0.86300	0.86950
ICF SVM	0.87680	**0.88690**	**0.87680**

Table 1: Results of baseline models trained and evaluated on the FMPH dataset

The open source implementation of `PKSpace`, distributed under the terms of the GNU GPL 3 license, along with the introduced FMPH dataset can be obtained from `https://github.com/NaiveNeuron/PKSpace`.

References

[Amato et al., 2017] Amato, G., Carrara, F., Falchi, F., Gennaro, C., Meghini, C., and Vairo, C. (2017). Deep learning for decentralized parking lot occupancy detection. *Expert Systems with Applications*, 72:327–334.

[De Almeida et al., 2015] De Almeida, P. R., Oliveira, L. S., Britto, A. S., Silva, E. J., and Koerich, A. L. (2015). Pklot–a robust dataset for parking lot classification. *Expert Systems with Applications*, 42(11):4937–4949.

*rstevanak@gmail.com
†ado.matejov@gmail.com
‡o.jariabka@gmail.com
§marek@suppa.sk
¶mnagy@ii.fmph.uniba.sk
‖farkas@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 166
ISBN 978-1983445132, © 2017 Martin Stuchlík

Extraction of Displacements between Mesh and Basemesh (Extended Abstract)

Martin Stuchlík*

Supervisor: Martin Madaras

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

In computer graphics, a vertex displacement mapping denotes a set of techniques to change 3D positions of vertices while using information stored in a raster texture called a displacement map. These methods enable us to easily enhance detail of polygonal meshes and even to reconstruct a highly detailed mesh from a remarkably downsampled basemesh, when both meshes have appropriate parameterizations.

Generally, when approximating a high-poly mesh by a low-poly basemesh, the basemesh is either obtained by iterative edge-collapsing of the initial high-poly mesh [Sander et al., 2001, Tisevich and Ignatenko, 2007] or it is strictly predefined [Praun and Hoppe, 2003]. Therefore, our motivation for this work was to propose and implement a solution which enables to extract a displacement map between two input meshes independently of their origin.

Our approach consists of several steps. The initial inputs are two arbitrary meshes (the high-poly mesh and a low-poly basemesh) with matching convex parameterization boundaries. In the first step, parameterizations have to be computed and optimized according to these boundaries. When both meshes are properly parameterized, the displacements can be extracted and saved into the texture. After the displacement map is obtained, it can be further used to displace the tessellated basemesh at various LOD in real-time.

Our parameterization is based on barycentric mapping which can be obtained by solving the following linear system [Botsch et al., 2010]:

$$-a_{i,i}\begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \sum_{j\neq i} a_{i,j}\begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

where,

$$\begin{cases} a_{i,i} = -\sum_{j\neq i} a_{i,j}, & \\ a_{i,j} = e_{i,j}, & \text{if vertices } v_i \text{ and } v_j \\ & \text{are connected by an edge,} \\ a_{i,j} = 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \qquad (2)$$

and $e_{i,j} = 1$. To maximize amount of stored geometry detail, the parameterization is first refined with energy $e_{i,j} = A^t_{i,j}$ and $A^t_{i,j}$ equals the sum of the texture space area of the triangles incident with the edge. Afterwards, energy $e_{i,j} = \sqrt{{e'_{i,j}}^2 \cdot {A^t_{i,j}}^2 \cdot 1/A^o_{i,j}}$ is used, where $e'_{i,j}$ represents the energy from the previous step and $A^o_{i,j}$ is the sum of the object space area of the triangles incident with the edge, The solution is being refined using until it converges. Comparisons with stretch-minimizing parameterizations have shown that our method is often visually better in storing geometry details.

To extract displacements we use a lightweight raster-based solution. The idea is to render both surfaces into the geometry images [Gu et al., 2002], where red, green and blue texture channels represent the 3D position on the surface. Then, the whole displacement map extraction is reduced to a simple per-texel subtraction of these images.

References

[Botsch et al., 2010] Botsch, M., Kobbelt, L., Pauly, M., Alliez, P., and Lévy, B. (2010). *Polygon mesh processing*. CRC press.

[Gu et al., 2002] Gu, X., Gortler, S. J., and Hoppe, H. (2002). Geometry images. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 21(3):355–361.

[Praun and Hoppe, 2003] Praun, E. and Hoppe, H. (2003). Spherical parametrization and remeshing. In *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, volume 22, pages 340–349. ACM.

[Sander et al., 2001] Sander, P. V., Snyder, J., Gortler, S. J., and Hoppe, H. (2001). Texture mapping progressive meshes. In *Proceedings of the 28th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 409–416. ACM.

[Tisevich and Ignatenko, 2007] Tisevich, I. and Ignatenko, A. (Citeseer, 2007). Displacement and normal map creation for pairs of arbitrary polygonal models using gpu and subsequent model restoration. pages 61–68.

*stuchlik@skeletex.xyz

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 167
ISBN 978-1983445132, © 2017 Adam Riečický

Hybrid Motion Tracking (Extended Abstract)

Adam Riečický*

Tutor: Matrin Madaras†

Supervisor: Roman Ďurikovič‡

Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Nowadays, motion capture (mocap) systems are widely spread in film and game industry. Their aim is to simplify process of character animation by capturing real life performance of human actors, instead of hand animating them by an artist. Currently there are two mayor approaches to motion capture - optical and inertial, each of them having its own advantages and limitations. An output of both systems is actors skeleton pose in time, which may be afterwards transferred directly to fictional character.

Inertial mocap suits use orientation sensors placed on actor. This approach have flexible capture area (outdoor capture, water capture), occlusion independence, fast setup time, transferability and possibility of direct use of the raw output data for a rigged 3D model. The biggest disadvantage is that one can get only rotation data of each joint of a skeleton. The joint positions in 3D space have to be calculated depending on the calibration process and the root position in time, which is unknown here. Optical mocap approaches use optical markers placed on actors body, which are tracked afterwards using multiple cameras. This approach makes the solution great for position tracking, but it have problems with occlusions and cannot directly return the information about the bone rotations, therefore requires more computation time.

We propose a new solution - a hybrid optical-inertial approach. In this approach, the mocap inertial suit is combined and synchronized with a single camera. Once the camera is calibrated, it can be used for real-time tracking of actors position. Such a hybrid system has advantages over both optical and inertial motion capture systems.

The main idea behind the optical-inertial tracking solution of the suit and the camera is determining the 3D position of actor from its silhouette in the camera image based on his actual pose. Knowing actor's skeleton pose from the suit in real-time, we are able to predict the body shape we are looking for within the camera image. First, a base mesh is constructed using actor's specific parameters such as height or local diameters. This mesh is then used for rendering a shape which is similar to actor's silhouette in image. A virtual camera which is used for the base mesh rendering needs to see the scene with the same way as a real camera sees the scene with actor, therefore it needs to be calibrated.

The rendered base mesh silhouette is then used to search the local neighbourhood of the last know position of the subject in the next image frame. Minimizing the energy composed of spatial integration of Chamfer matching error in the image space, we are able to perform real-time tracking of the subject. During the tracking, a 3D virtual scene is rendered and matched to the camera image, therefore if it is matched with the precisely calibrated camera setup, we are able to directly estimate the 3D position of the subject in real world.

In general, the system can find its utilization in applications such as virtual reality, movement analysis, sport evaluation, biometrics. Using a hybrid mocap system a drift issues of an inertial suits can be solved. Moreover, the missing positioning capability of inertial mocap was solved, and therefore it can be directly used for subject movement analysis in 3D space, ergonomic work analysis process or virtual reality games. The inertial-optical hybrid system is capable of measuring subjects position with high precision even if partially or fully occluded, and all the computations can be performed in real-time. The whole system is fully modular and extensible, therefore as a future work we would like to use the system for an automatic and effortless recalibration of the suit. The correct position and orientation of the joints, evaluated from the camera image, can be used for on-line correction of suit sensors.

*adam.riecicky@fmph.uniba.sk
†martin.madaras@fmph.uniba.sk
‡roman.durikovic@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 168
ISBN 978-1983445132, © 2017 Marcel Makovník

Point cloud simplification (Extended Abstract)

Marcel Makovník[1*]

Supervisor: Pavel Chalmoviansky[1†]

Katedra algebry, geometrie a didaktiky matematiky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

In our work, a new method for non-linear simplifying point clouds is proposed. The method is an inverse type of operation for quadric fitting refinement (QFR) [Stanko, 2014]. Given a source triangle mesh $\mathscr{M}$, we need to construct a coarser mesh $\mathscr{M}'$, such that a refined mesh $\tilde{\mathscr{M}}$ is a good approximation of the mesh $\mathscr{M}$.

For each vertex V with valence lower than 9, a neighbourhood, consisting of points $P_i = (x_i, y_i, z_i) \in \mathscr{A}(\mathbb{R}^3)$ and their corresponding normal vectors $\mathbf{n}_i \in \mathscr{V}(\mathbb{R}^3)$, is approximated by fitting a quadric $Q(x,y,z) = Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz + 2Gx + 2Hy + 2Iz + J$, meaning the objective function

$$\mathscr{F}(A,B,...,J) = \sum_{i=1}^{n} (w_{P_i} Q^2(x_i,y_i,z_i) + w_{\mathbf{n}_i} \|\nabla Q(x_i,y_i,z_i) - \mathbf{n}_i\|^2)$$

is minimized. A weight w_{P_i} is computed as an exponential of a sum of squared angles around the vertex, and a weight $w_{\mathbf{n}_i}$ is computed as a reciprocal of a squared deviation of $\mathbf{n}_i$ and the mean normal of the approximated set. Vertex V is evaluated by distance of V and the foot point V_{fp} of V onto the quadric Q.

Vertices with the lowest evaluation are erased. The neighbouring vertices, which are not going to be deleted are connected into a polygon M, and M is subsequently triangulated by a triangle fan. Interior edges of M are flipped, until topological incorectnesses are eliminated and equiangular skewness of the faces gets improved.

Results

An experiment was performed on a mesh of a hand, having over 5000 vertices and detailed geometry. The proposed method is compared with some of the commonly used simplification algorithms, see figure 1. Our method tends to retain the variation of discrete mean curvature and minimal/maximal values, see figure 1 right and table 1.

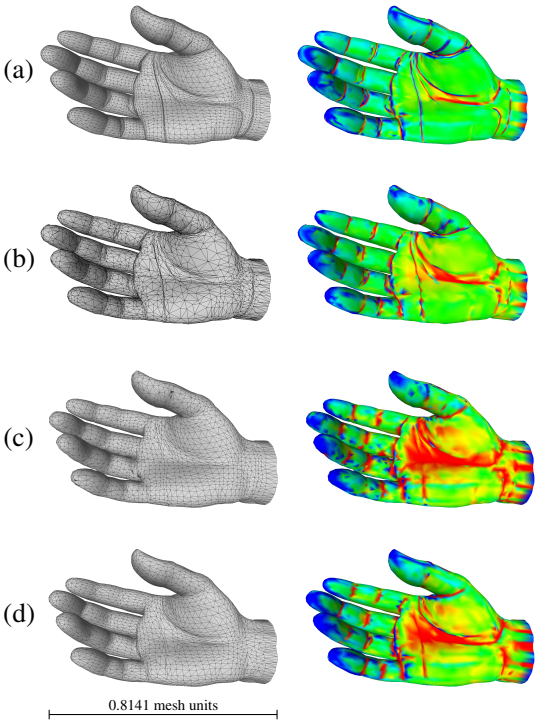


Figure 1: (a) input mesh of a hand (b) mesh simplified using the proposed method, (c) mesh simplified using the vertex clustering method, (d) mesh simplified using error metrics. Meshes with highlighted edges are depicted on the left, discrete mean curvatures (red - positive values, green - values near 0, blue - negative values) are pictured on the right.

	input	our method	VC	SEM
# vertices	7936	3757	3724	3732
min. DMC	-3878.587	-3878.587	-633.446	-156.797
max. DMC	2403.692	2403.692	393.328	122.149

Table 1: minimal/maximal discrete mean curvature for the different methods.

References

[Stanko, 2014] Stanko, T. (2014). Refining procedures on mesh via algebraic fitting. Master's thesis, Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics.

*marcel.makovnik@gmail.com
†pavel.chalmoviansky@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 169
ISBN 978-1983445132, © 2017 Tomáš Kovan

Application of Visualization of Triangle Quality Measures

Tomáš Kovan 1*
Supervisor: Andrej Ferko 1‡
1 Comenius University in Bratislava, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstract

The topic of this research is a novel implementation and possible improvement of the visualization of triangle quality for given mesh. Software in C# we plugged into an international project MeshLab. Project enhances the visualization of triangle quality to extend the MeshLab options. Our experiments focus on the most popular meshed objects in academic research, such as Stanford bunny, Happy Buddha or famous Hairball. The solution serves for both 2D and 3D color coded visualization.
Keywords: triangle, quality measure, visualization

Quality measures and experiments

While rendering 3D models [Botsch, 2010] , on a display of computer, we are using mathematical functions, which accuracy and approximation depends on shape and size of triangles of which it consists. If some triangles of object, have wide or blunt angles or there are big differences in size of individual triangles, visible errors can be spotted in final visualization to prevent these errors, triangle quality measures were invented. They are mathematic functions, which by geometric properties of triangles (height, volume, length of sides, circumference) return numeric value, usually from interval <0, 1>, which expresses its quality for further rendering. Value 0 means often the worst quality and 1 is the best quality.

For creation of application there will be used language C++ with multiplatform environment QTCreator [QT, 2017] .MeshLab has a modular architecture, most of its functionalities are implemented as dynamically loaded plugins. For purpose of this work, is best suited Filter plugin class.

First we performed experiments on various models, for example model Stanford Bunny [Bunny, 2017] in **Figure 1**.

We have compared our 3D visualization of quality of these models using measures defined by Shewchuk [Shewchuk, 2002] . The insight obtained led us to propose a novel quality measure, combining the properties of the former ones, we named it Combination quality measure and its shown in **Figure 2**.

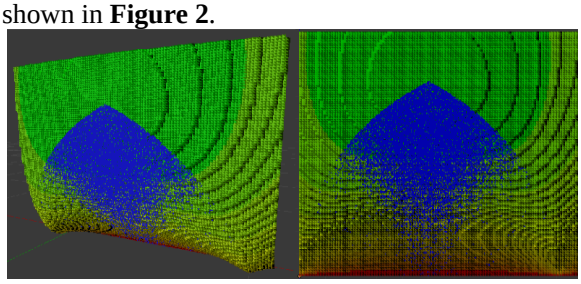


Figure 1 – Stanford bunny, contour surface visualization, measure M6.

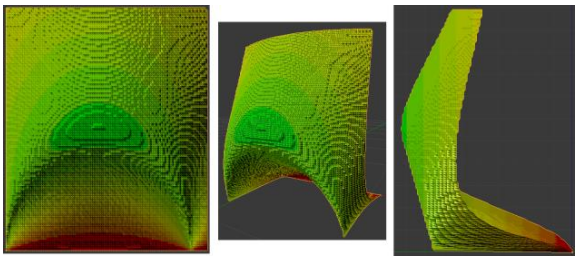


Figure 2 – Combination measure:

$$M = \left(((A+1)/{r_{mc}}^2) + (A/(l_1 l_2 l_3))\right)/6,$$

front, perspective, and side view.

Conclusion

We succeeded to visualize the triangle quality measures, to compare them and to propose a new quality measure that we have implemented in the environment MeshLab.

References

[Shewchuk, 2002] SHEWCHUK, J. 2002. What Is a Good Linear Finite Element? Dec 31, 2012 [online,7.4.2017] http://www.cs.berkeley.edu/~jrs/papers/elemj.pdf.

[Botsch, 2010] BOTSCH, M. et al. 2010. *Polygon Mesh Processing*. A K Peters/CRC Press.

[QT, 2017] QT, QT Creator [online, 7.4.2017] https://www.qt.io/

[Bunny, 2017] Stanford bunny [online, 3.4.2017] http://www.cs.umd.edu/phi/

* tomaskovan111@gmail.com
‡ ferko@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 170
ISBN 978-1983445132, © 2017 Paula Budzáková

Vyhľadávanie objektov pomocou lokálnych príznakov na základe teórie oponentných procesov (rozšírený abstrakt)

Paula Budzáková*

Školiteľ: Milan Ftáčnik†

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava

Metódy na extrakciu lokálnych príznakov najčastejšie opisujú tvar s využitím intenzity obrazu, no úplne ignorujú farebnú informáciu. Farebný obraz vieme opísať globálnymi príznakmi, ktoré sú jednoducho vypočítateľné, no popisujú obraz ako celok. Aby sme mohli využívať globálne príznaky v aplikáciach na vyhľadávanie objektov, museli by sme najprv daný objekt v obraze vysegmentovať a až tak extrahovať príznaky. V mnohých prípadoch však takýto postup pri vyhľadávaní podobných objektov zlyháva.

Pomocou lokálnych príznakov vieme opísať časti obrazu, kde sa niečo zaujímavé udialo. Identifikované zaujímavé body neobsahujú informácie o homogénnych častiach obrazu, no obsahujú veľkú variáciu intenzity. Mnoho metód deteguje zaujímavé body v šedotónovom obraze, vytvorí deskriptory, ktoré sú afinne invariantné, no neobsahujú fotometrickú invarianciu.

Extrakcia lokálnych príznakov prebieha v dvoch krokoch: detekcie zaujímavých bodov a ich deskripcie. V minulosti bolo navrhnutých množstvo rôznych farebných modifikácií metódy SIFT [1], ktoré extrahujú lokálne príznaky v rôznych farebných priestoroch s rovnakým postupom. Detekcia zaujímavých bodov prebieha v šedotónovom obraze s využitím intenzity daného obrazu. Farebná informácia z obrazu sa využíva až pri vytváraní deskriptora.

Navrhli sme modifikáciu metódy SIFT [1], s prístupom zameraným na ľudský vizuálny systém s využitím teórie oponentných procesov. RGB obraz prevedieme do oponentného farebného priestoru a vytvoríme chromatické kanály [2], na ktoré aplikujeme detektor SIFT, vypočítame deskriptory a párujeme jednotlivé deskriptory za účelom rozpoznania podobných objektov.

Na otestovanie navrhnutej metódy sme vykonali dva testy. Prvý test bol zameraný na fotometrickú invarianciu v našej metóde a pôvodnej metóde SIFT. Validácia prebiehala vypočítaním detegovaných zaujímavých bodov v šedotónovom obraze a v chromatických kanáloch, ktoré boli porovnané s počtom spárovaných bodov. Naša metóda dosahuje v priemere o 60% vyššie hodnoty pri detegovaných zaujímavých bodoch a o 90% vyššie hodnoty pri spárovaných bodoch, čím dosahuje vyššiu fotometrickú invarianciu v zaujímavých bodoch oproti pôvodnej metóde SIFT.

Druhý test overoval výkon vyhľadávania objektov v databáze, ktorá obsahovala 303 obrázkov s rôznymi objektami v 35 rôznych modifikáciách pre každý objekt. Náš prístup sme porovnávali s podobnými existujúcimi modifikáciami YCbCr-SIFT, CSIFT, Opponent-SIFT a pôvodnou metódou SIFT s prahmi správne spárovaných zaujímavých bodov od počtu párov 3 do 6. Výsledky sme prezentovali pomocou testov presnosti a citlivosti pre jednotlivé metódy s rôznymi prahmi.

Naša metóda dosiahla najlepšie výsledky pri správne vyhľadaných objektoch s prahom 6 párov pre citlivosť 0.927 a presnosť 0.939. Celkovo naša metóda dosiahla najlepšie výsledky pri hodnotách citlivosti pre každý prah. Najvyššiu hodnotu presnosti dosahuje metóda CSIFT, ktorá má zároveň veľmi nízku hodnotu citlivosti, čo znamená, že aj keď všetky výsledné obrázky objektov boli relevantné, no metóda rozpoznala len polovicu obrázkov s daným objektom z celkového množstva.

Literatúra

[1] David G Lowe. Distinctive image features from scale-invariant keypoints. *International journal of computer vision*, 60(2):91–110, 2004.

[2] M.J. Swain and D.H. Ballard. Color indexing. *International Journal of Computer Vision*, 7(1):11–32, 1991.

*paula.budzakova@fmph.uniba.sk

†milan.ftacnik@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 171
ISBN 978-1983445132, © 2017 Michal Sejč

Vyhľadávanie v databáze ľudí reprezentovaných kostrou (rozšírený abstrakt)

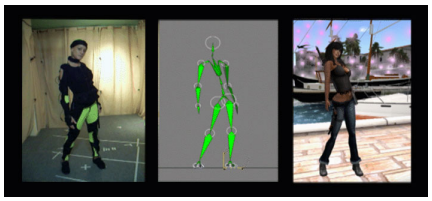
Michal Sejč*

Školiteľ: Andrej Mihálik†

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina 842 48 Bratislava

Ľudské telo obsahuje veľké množstvo biometrických čŕt, ktoré sú pre každého z nás jedinečné. Medzi ne patrí napríklad DNA, odtlačky prstov, očná dúhovka a mnoho ďalších. Chôdza človeka by mohla byť taktiež jednou z nich [3]. Cieľom našej práce bolo analyzovať chôdzu človeka a nájsť v nej špecifické parametre, ktoré by mohli slúžiť na identifikáciu.

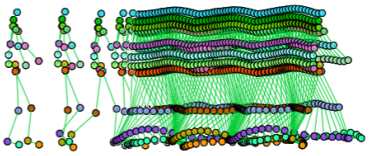
Dáta ktoré sme používali, boli získané pomocou metódy snímania obrazu. Pri tejto metóde je scéna snímania viacerými kamerami. Po scéne sa pohybuje ľudský herec v špeciálnom oblečení, ktoré obsahuje reflexné body. Kamery zaznamenávajú pohyby týchto bodov, ktoré sa následne aplikujú na virtuálnu kostru (obr. 1). Takto nasnímaný pohyb je možné uložiť v rôznych formátoch. My sme si vybrali formát *BVH* (biovision hierarchy).



Obr. 1: Motion capture pipeline.

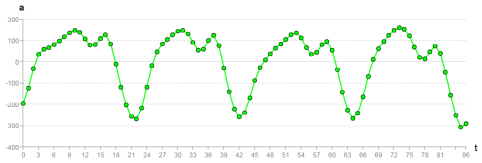
Kostra je reprezentovaná ako množina bodov, ktoré majú hierarchickú štruktúru. Môžeme si ju predstaviť ako graf, kde vrcholy predstavujú kĺby a hrany zase kosti. Každý z vrcholov obsahuje svoj názov, svoju pozíciu vzhľadom na predka a odkaz na svojho potomka. Každá z kostier, ktoré sme používali, pozostávala z iného počtu kĺbov, ktoré navyše nemali jednotné názvy. Bolo teda potrebné, aby sa pred spracovaním dát, kľúčové kĺby označili jednotným názvom. Prebytočné a chýbajúce kĺby tak boli ignorované.

Pohyb pozostáva zo série po sebe idúcich snímok, pričom každá snímka obsahuje kostru v inej polohe (obr. 2). Z pohybu sme museli extrahovať samotnú chôdzu. Za chôdzu sme považovali pohyb, ktorý mal konštantnú rýchlosť a smer.



Obr. 2: Snímky reprezentujúce chôdzu.

Z chôdze sme následne vypočítali príznaky. Niektoré boli jednorozmerné, ako napríklad výška trupu a dĺžka kroku. Iné boli zase vo forme signálu (obr. 3).



Obr. 3: Zrýchlenie bedier.

Zhodu medzi jednorozmernými parametrami sme vypočítali ako relatívnu chybu. Zhodu medzi signálmi sme počítali pomocou krížovej korelácie. Výsledná zhoda bola vypočítaná ako vážený priemer zhôd vybraných parametrov.

Spomedzi jednorozmerných parametrov sme vybrali tie najvýznamnejšie pomocou metódy *PCA* [1]. Pri parametroch tvoriacich signál sme použili metódu *MDS* [2]. Z pôvodných 40 parametrov sme na testovanie vybrali 14. Medzi ne patrilo napríklad zrýchlenie kolien, dlaní a piat.

Pri testovaní sme mali k dispozícii 32 záznamov chôdze od 8 rôznych ľudí. Do databázy sme uložili 11 z nich. Zvyšných 21 sme sa snažili priradiť k správnej osobe na základe zhody vybraných parametrov. Výsledná úspešnosť sme vypočítali ako percento správne priradených osôb. Najvyššiu úspešnosť 71%, sme dosiahli použitím zrýchlenia bedier, hlavy, lakťov a piat.

Literatúra

[1] *Principal Component Analysis*. Springer-Verlag New York, 2002.

[2] *Handbook of Data Visualizationg*, chapter Multidimensional Scaling. Springer Berlin Heidelberg, 2008.

[3] Elena G. Marco G. Maurizio L. Nello B. Human classification using gait features. 2014.

*michal.sejc@gmail.com
†mihalik@sccg.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 172–181
ISBN 978-1983445132, © 2017 Jarier Wannous

Od pojmu hybnosť k pojmu sila vo vyučovaní fyziky na gymnáziu

Jarier Wannous[1]*
Školiteľ: Peter Horváth[2‡]

[1 2] Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Pojem sila patrí medzi kľúčové pojmy vo vyučovaní fyziky od 6. roč. základnej školy až po maturity. Napriek tomu sa ukazuje, že tento pojem je mnoho krát spojený s nesprávnymi žiackymi predstavami. Tieto predstavy vznikajú na základe interpretácie každodennej skúsenosti a preto sú často hlboko zakorenené. V našej práci navrhujeme použiť historický prístup na vyučovanie pojmov vedúcich k pojmu sila. V práci sa snažíme pritom postupovať podľa metódy didaktickej rekonštrukcie pri tvorbe časti tematického výchovno-vzdelávacieho plánu (TVVP) pre tematický celok sila. Vytvorený plán rešpektuje historickú postupnosť, ktorá viedla k definícii sily. Plán taktiež zahrňuje aktivity zamerané na rozvoj žiackych predstáv a ich spôsobilosti vedeckej práce. Súčasťou práce je aj použitie vytvoreného plánu vo vyučovaní konkrétnej triedy a nasledovné overenie posunu žiackych predstáv pomocou FCI testu. Výsledkom práce je vytvorená časť TVVP, ktorú je možné ďalej upravovať, aj na základne skúseností so žiakmi.
Kľúčové slová: didaktická rekonštrukcia, historický prístup, didaktika fyziky, žiacke predstavy, sila, hybnosť.

Úvod

Sila je fyzikálny pojem, s ktorým sa žiaci vo vyučovaní stretávajú v nejakej forme už od 6. ročníka základnej školy. Napriek tomu pojem sila je sprevádzaná častými problémami v predstavách žiakov, čo je spôsobené hlavne vysokou mierou abstrakcie, ktorá je s týmto pojmom spojená. Mnoho výskumov sa v minulosti zameriavalo na odhalenie žiackych predstáv v tejto oblasti. Mnohé metódy boli taktiež použité na ich rozvíjanie. Aj my sme sa už v školskom roku 2015/2016 zaoberali problematikou vyučovania pojmov súvisiacich so silou v práci Využitie interaktívnych metód vo vyučovaní kinematiky na gymnáziu [Wannous, 2016]. Zamerali sme sa na použitie historického prístupu vo vyučovaní krátkej sekvencie a podarilo sa nám odhaliť v kinematike nejaké korene problémov v predstavách žiakov o sile. Zistili sme napríklad, že žiaci spájajú rovnomerný pohyb so silou. Na základe skúseností sme sa rozhodli pokračovať vo využívaní historického postupu vo vyučovaní širšieho vyučovacieho celku.

Preto v tejto práci zavádzame pojem sila na strednej škole pomocou historického prístupu. Hlavným cieľom práce je tvorba časti tematického výchovno-vzdelávacieho plánu, ktorý je zameraný na vyučovanie pojmov hybnosť a sila. Tvorba plánu je založená na metóde didaktickej rekonštrukcie, ktorá nám umožňuje vytvoriť plán, ktorý rešpektuje historický vývoj sledovaných pojmov. Počas tvorby plánu sa pozeráme na výskumy v oblasti žiackych predstáv o pojme sila, ako aj na historický vývin tohto pojmu. Po zistení paralely medzi žiackymi predstavami a historickým vývinom vytvárame časť TVVP zameranú na pojem sila, kde sledujeme historický postup pri zavádzaní pojmov. V pláne používame aktivity zamerané na rozvoj žiackych predstáv a taktiež aktivity zamerané na rozvoj spôsobilostí vedeckej práce.

Nasledovne v našej práci používame vytvorený plán priamo na vyučovacích hodinách triedy Kvinta B v Súkromnom bilingválnom gymnáziu Česká 10 a realizujeme prieskum posunu žiackych predstáv pod vplyvom daného plánu pomocou testu FCI.

1 Metóda didaktickej rekonštrukcie

V dnešnej dobe je známa potreba použitia empiricko-historického prístupu vo vyučovaní prírodných vied. Práve v oblastiach, kde je potrebné abstraktné myslenie sa ukazuje nutnosť dávať dôraz na vzťah fylogenézy a ontogenézy. V matematike si tento prístup môžeme všimnúť aj v práci Teória vyučovania matematiky 2 [Hejný, 1990]. Vo vyučovaní fyziky sa tento prístup dostal do popredia aj pri projektoch ako je napríklad FAST [Lapitková, 2015], pričom mal významný dopad na dnešnú formu štátneho vzdelávacieho plánu.

Podobne v najnovších učebniciach fyziky si môžeme všimnúť použitie empiricko-historického prístupu v učebnici pre 7. ročník základnej školy [Lapitková et. al., 2010], kedy sa žiaci snažia

* JARED512a@gmail.com
‡ horvath@fmph.uniba.sk

kopírovať historický postup, ktorý posunul vedcov k pochopeniu pojmov teplo a teplota. Taktiež v učebnici 2. ročníka gymnázia je použitý historický prístup pri zavádzaní stavovej rovnice [Demkanin et. al., 2010]. Opis zavádzania stavovej rovnice môžeme taktiež nájsť v zborníku pre Veltrh nápadů učitelů fyziky. Autor v práci poukazuje na to, že „teoretický prístup môže viesť u žiakov k pocitu, že fyzika je odtrhnutá od života. ... Pre žiakov jednoduchší a aj príťažlivejší spôsob zavedenia stavovej rovnice predstavuje empirický prístup“. Autor ďalej pokračuje s tým, že prístup „sleduje aj historický vývoj, akým sa k stavovej rovnici naozaj prišlo.“ V závere práci taktiež nájdeme konštatovanie, že „pre žiakov je historicko-empirický prístup k zavedeniu stavovej rovnici ľahší ako teoretické odvodenie z kinetickej teórie“ [Horváth, 2006].

Na použitie historického prístupu pri vyučovaní mechaniky poukázal taktiež Horváth výrokom, že „ďalším impulzom, ktorý si podľa nášho názoru zaslúži osobitnú explicitnú pozornosť, aj keď je prítomný vo všetkých hore uvedených prácach, je súvis fylogenézy a ontogenézy, teda rešpektovanie historického prístupu k získavaniu žiackych poznatkov. Často, a v mechanike zvlášť, sú totiž žiacke predstavy, z ktorých by sme mali vychádzať, podobné alebo totožné s prekonanými historickými predstavami a názormi“ [Horváth, 2017].

Na tvorbu plánu vyučovania s dôrazom na použitie historického prístupu je výhodné sa pozrieť na model Didaktickej rekonštrukcie. Model didaktickej rekonštrukcie používa paralelu medzi predstavami vedcov v histórii a žiackymi predstavami o vyučovaných pojmoch na tvorbu vyučovacieho plánu. Podľa Kuhnovej je model „vytvorený ako rámec predovšetkým pre realizáciu výskumu v oblasti odborových didaktík. Objasnenie odborových predstáv a skúmanie predstáv žiakov vo vzťahu k skúsenostiam v každodennom živote z hľadiska didaktických zámerov tvoria základné komponenty modelu“ [Kuhnová, 2007].

Didaktická rekonštrukcia je vytvorená podľa Jelemenskej et. al. z troch základných krokov [Jelemenská et. al., 2003]:

1. Objasnenie odborných predstáv: Tento krok je spojený s oboznámením sa s vedeckými teóriami spojenými s vyučovanými pojmami a s poznaním ich vývoju v historickom kontexte. Nutnou súčasťou tohto kroku je zmapovanie štádia vývoju vyučovaných pojmov.
2. Výskum predstáv žiakov: V tomto kroku je potrebné získať žiacke predstavy z každodenného života a porovnať ich s vedeckými predstavami v historickom kontexte. Žiacke predstavy sa dávajú do zovšeobecnených konceptoch, ktoré sú obsiahnuté v predstavách žiakov.
3. Didaktická štrukturácia: Pod čím rozumieme proces plánovania tematických okruhov.

Je nutné upozorniť na skutočnosť, že model didaktickej rekonštrukcie je rekurzívny proces. To znamená, že vyššie spomínané kroky sa neberú ako presne zadaná postupnosť, ktorú je treba dodržiavať pri práci, ale ide o navzájom ovplyvňujúce sa kroky. Taktiež to znamená, že TVVP vytvorený pomocou didaktickej rekonštrukcie nie je finálny, ale je možné ho ďalej rozvíjať na základe skúseností učiteľa so svojimi žiakmi.

Zo spomínaných informácií si taktiež môžeme všimnúť, že model didaktickej rekonštrukcie nám poskytuje vhodný nástroj na prípravu časti tematického výchovno-vzdelávacieho plánu. Plán pritom bude rešpektovať postup vývoja pojmov hybnosť a sila v histórii. Použitie tohto modelu si však od nás vyžaduje analýzu žiackych predstáv o pojme sila, ako aj detailne oboznámenie sa s historickým kontextom vývoja týchto pojmov, čomu sa budeme venovať v ďalších častiach práce.

2 Predstavy žiakov o sile

V dnešnej dobe existuje mnoho výskumov poukazujúcich na problémy, ktoré majú žiaci v oblasti mechaniky. Medzi nimi napríklad patrí Champaigneov výskum z 80. rokov [Champaigne et al., 1980], ktorý odhalil u žiakov nasledujúce predstavy:

- dôsledkom konštantnej sily je pohyb s konštantnou rýchlosťou,
- veľkosť rýchlosti pohybu je priamoúmerná veľkosti pôsobiacej sily,
- pohyb je vždy spôsobený silou,
- zmena rýchlosti je spôsobená zmenou veľkosti pôsobiacej sily.

V súčasnosti patrí medzi novšie publikácie, ktoré sa zaoberajú žiackymi predstavami, kniha *Žákovské prekoncepce ve výuce fyziky* [Mandíková, Trna, 2011]. V časti Dynamika pohybu Mandíková zaznamenáva nasledujúce najčastejšie žiacke miskoncepcie:

- pri každom pohybe musí pôsobiť sila v smere pohybu,
- pri krivočiarych pohyboch sila pôsobí v smere dotyčnice k trajektórii,
- sila musí pôsobiť, pokým netrvá pohyb,
- na teleso, ktoré sa pohybuje rýchlejšie pôsobí väčšia sila,
- na teleso, ktoré je v kľude nepôsobiac žiadne sily,
- pri uvádzaní telesa do pohybu sa na neho prenáša sila, ktorú teleso ďalej nesie,
- pohybujúce sa teleso má tendenciu zachovávať pôvodný tvar trajektórie aj potom, čo prestanú pôsobiť väzbové sily.

Pri čítaní tohto zoznamu si môžeme všimnúť spojitosť medzi spomínanými predstavami a predstavami odhalenými už v starších výskumoch.

Ďalšia práca, ktorá sa zaoberá žiackymi predstavami v mechanike je Pojem sila v predstavách žiakov na Slovensku. V nej autor spomína, že „u veľkej väčšiny žiakov sa vyskytla predstava o nutnosti pôsobenia sily v smere pohybu telesa, impetum. Táto predstava vyplýva z každodennej skúsenosti. Ak prestanete napríklad zaberať na bicykli, za chvíľu zastavíte. Podobne aj auto potrebuje palivo, aby mohlo ísť“ [Horváth, 2017].

Z týchto prác môžeme vidieť, že pojem sila je ťažko pochopiteľný pre žiakov. U žiakov sa opakovane objavuje problém so spájaním sily s rovnomerným pohybom s konštantnou rýchlosťou. Pri práci s týmito predstavami je ďalej potrebné podľa metódy didaktickej rekonštrukcie zoznámiť sa s historickým vývojom pojmu sila. Nasledovne môžeme pomocou paralely medzi predstavami žiakov a historickými predstavami vytvoriť vhodnú postupnosť vyučovania, cez ktorú môžeme ďalej pracovať na žiackych predstavách.

3 Historický vývoj pojmu sila

Medzi prvými historickými dokumentami, kde sa objavuje pojem sila sú spisy, ktoré sa zvyčajne pripisujú Aristotelovi, t.j. Problémy mechaniky a Fyzika. V týchto spisoch môžeme zistiť aké boli úvahy Aristotela a jeho žiakov o tomto pojme. Podľa Baeza [Baez, 2008], Miaoa [2016] a Dugasa [1955] k týmto úvahám patrí:

- pohyb je vždy spôsobený silou,
- teleso pôsobiace na objekt musí byť v kontakte s pohybujúcim sa objektom,
- rýchlosť pohybu je priamoúmerná veľkosti pôsobiacej sily.

Pomocou týchto úvah sa snažil Aristoteles vysvetliť všetky pohyby, ktoré sa dajú pozorovať. Pomocou nich vysvetlil napríklad aj pohyb vystreleného šípu alebo hodeného kameňa vo vzduchu. Podľa neho sa sila výstrelu preniesla na vzduch okolo šípu. Vzduch ďalej pôsobil na šíp a poháňal ho v pohybe [Dugas, 1955].

Aristoteles a jeho žiaci si však všimli, že niektoré pohyby nepodliehajú pravidlám, ktoré vytvorili. Medzi nimi bol napríklad pád telies alebo stúpanie pary. Tieto pohyby vysvetlili tým, že všetky telesá majú prirodzenú tendenciu k jednému z dvoch pohybov [Miao, 2016]:

- Prirodzený pohyb smerom k nebesiam, t.j. levitácia.
- Prirodzený pohyb smerom k zemi, t.j. gravitácia.

Tým pádom Aristoteles rozdelil všetky pohyby na dva typy: pohyby spôsobené vonkajšími silami, ktoré nazval aj násilnými pohybmi, a pohyby, ktoré pochádzajú z podstate telies a tie nazval prirodzenými pohybmi.

Čo sa týka pádu telies, Aristoteles veril, že rýchlosť pádu telies je konštantná, priamoúmerná hmotnosti telesa a nepriamoúmerná odporu prostredia [Baez, 2008]. Pomocou moderného zápisu tento vzťah môžeme vyjadriť ako:

$$v \propto \frac{m}{R}$$

Kde m je hmotnosť telesa a R odpor prostredia. V skutočnosti je vzťah pravdivý, keď hovoríme o terminálnej rýchlosti pádu. Aristoteles však predpokladal, že túto rýchlosť teleso dosiahne hneď na začiatku svojho pohybu a nie po nejakom procese zrýchlenia.

Keď porovnáme úvahy Aristotela s predstavami žiakov v súčasnosti, tak si rýchlo môžeme všimnúť paralely medzi nimi. Spojenie pohybu so silou alebo priama úmera veľkosti sily s rýchlosťou pohybu nám odhaľujú, že žiacke predstavy môžeme rozvinúť nadstavbou na toto historické obdobie.

Prvé pochybnosti o Aristotelových predstavách prichádzali v 5. storočí, kedy Ján z Alexandrie, taktiež nazývaný Filiponus [Wildberg, 2007], spochybnil Aristotelove riešenie pohybu šípu vo vzduchu. Podľa Filipona pokračovanie pohybu šípu nie je spôsobené prenesením sily na prostredie. Filiponus bol prvý, ktorý navrhol, že ide o vlastnosť samotného šípu. Táto úvaha dovolila Filiponovi ďalej odhaliť skutočnú úlohu prostredia pri pohybe projektilov, a to odpor. Filiponus taktiež poukázal na nesprávnosť Aristotelovej predstavy o páde telies a jeho nezhodu s pozorovaním. Bol dokonca prvým, ktorý navrhol experiment, ktorý Galilei vykonal skoro o tisícročie neskôr.

Avšak napriek správnosti Filiponovej kritky, jeho úvahy boli odmietnuté väčšinou vedeckej komunity až do 14. storočia. V tom čase prišli Buridan a jeho žiak Oresme s teóriou Impetus, ktorú založili na Filiponovej predchádzajúcej práci. Podľa ich návrhu teória Impetus mala nasledujúce body [Miao, 2016]:

1. Impetus je moc, ktorá existuje vo fyzickom svete a dokáže pohybovať objekt v tom istom smere aký má samotný impetus.
2. Objekt môže odovzdať svoj impetus inému objektu.
3. Objekt sa pohybuje podľa množstva impetu, ktorý mu bol udelený.
4. Impetus môže byť oslabený alebo zrušený odporom prostredia.
5. Impetus môže byť priamočiary alebo krivočiary, preto pohyb vytvorený impetom môže byť priamočiary alebo krivočiary.

Po prečítaní týchto bodov si môžeme všimnúť podobnosť medzi impetom a súčasným pojmom hybnosť. Jedine 5. bod teórie sa vymyká súčasnej predstave o hybnosti. Buridan dokonca navrhol vzťah na počítanie impeta, ktorý znie nasledovne:

$$I = \rho.V.v$$

Kde I je impetus, ρ je hustota telesa, V je jeho objem a v je jeho rýchlosť. Po úprave môžeme dospieť k vzťahu $I = m.v$, ktorý je totožný so vzťahom pre hybnosť, ktorý dnes používame.

Pri analýze tohto historického bodu pokladáme za potrebné pri vyučovaní sily najprv prejsť so žiakmi cez pojem hybnosť, aby sme mohli vytvoriť u nich správnu predstavu o sile, podobne ako to bolo potrebné aj pri vývoji predstáv počas histórie.

Kritika Aristotelových predstavách pokračovala Albertom Saským, ktorý sa zameral na Aristotelovu predstavu pádu telies. Podľa Saského „povedať, že ťažší objekt padá rýchlejšie ako ľahší, alebo že kamene, ktoré sú spojené sa spomaľujú navzájom je falošné a v rozpore s pozorovaním“ [Dugas, 1955, str. 53]. Saský ako náhradu navrhol dve možnosti:

- Zmena rýchlosti pádu telesa závisí od zmeny jeho polohy.
- Zmena rýchlosti pádu telesa závisí od času.

Saský však neskôr odmietol obidve možnosti, pretože by znamenali, že by teleso mohlo zväčšiť svoju rýchlosť až do nekonečna, čo považoval za nemožné. Namiesto toho sa priklonil k teórii impetus a vysvetlil pád telies tým, že impetus telesa narastá počas pádu. Tento nárast je však spomaľovaný odporom prostredia až po moment, kedy sa stane impetus konštantným. V úvahách Saského môžeme znova vidieť ako teória impetus ovplyvnila vývoj vedeckých predstáv do podoby, ktorú dnes poznáme. Ďalej to aj podporuje návrh, o vyučovaní hybnosti, ktorý sme uviedli vyššie.

Vývoj predstáv v histórii po tento bod bol založený hlavne na pozorovaní, opise a dedukcii. Výnimkou je práca Oresmeho, ktorý používal aj grafické zobrazenie pozorovania [Baez, 2008]. Skutočná zmena však nastala až príchodom Galilea Galileiho, ktorý odmietol scholastický prístup a snažil sa všetky získané poznatky potvrdiť experimentálne. V súčasnosti je jeho najznámejším experimentom overovanie Aristotelovej predstavy o páde telies, ktorým spôsobil škandál počas svojho pôsobenia ako vedúci katedry matematiky na Univerzite v Pise [Dugas, 1955]. Galilei s veži v Pise vyhodil dve gule rôznych hmotností, ktoré dopadli na Zem súčasne.

Galilei priniesol v oblasti mechaniky dva významné poznatky:

- Vypracoval bližšie teóriu impetus a overil experimentálne vzťah hybnosti a sily. Galilei pomocou svojho pádostroja ukázal priamu úmeru medzi impulzom sily a zmenou hybnosti telesa. Bol teda prvým, ktorý poukázal na vzťah medzi silou a hybnosťou [Baez, 2008].
- Overil platnosť Saského úvah o páde telies. Galilei ukázal, že priama úmera medzi zmenou rýchlosti a zmenou polohy by viedla k začiatku pohybu v čase -∞. Ďalej analyzoval vzťah medzi zmenou rýchlosti a času. Tento vzťah upravil pomocou postupu podobnému súčasnému integrálnemu počtu a dostal vzťah $s = \frac{1}{2}at^2$, ktorého platnosť overil experimentálne [Šebesta, 1990].

Galileiho postup na získanie vzťahu závislosti prejdenej dráhy od času, ako aj jeho použitie vo vyučovaní voľného pádu, sme detailnejšie opísali v práci Využitie interaktívnych metód vo vyučovaní kinematiky na gymnáziu [Wannous, 2016].

Galileiho práca nás priviedla ďalej v poznávaní vzťahu medzi silou a hybnosťou. Sila bola však stále hmlisto definovaná cez Aristotelove predstavy. Bolo to až v roku 1687, kedy Newton predstavil svoje tri pohybové zákony a vytvoril ucelenú definíciu sily pomocou hybnosti. Originálne znenie jeho zákonov uvádza Dugas nasledovne [Dugas, 1955]:

1. Každé teleso zotrváva v pokoji alebo v rovnomernom pohybe po priamej čiare, kým nie je prinútené tento stav zmeniť pôsobením iného telesa.
2. Zmena hybnosti telesa je priamoúmerná sile tvoriacej zmenu a je v smere priamej čiare, po ktorej sila pôsobí.
3. Každá akcia vyvoláva rovnakú reakciu opačného smeru, alebo vzájomné silové pôsobenie dvoch telies je rovnako veľké, ale opačne orientované.

Zároveň k Newtonovym zákonom podotýkame, že podľa ich znenia spájajú zmenu hybnosti s jednou konkrétnou silou. V súčasnosti ich podoba zahrňuje pôsobenie viacerých síl na teleso.

Zaujímavou charakteristikou Newtonovej práce bola metóda, ktorou získaval poznatky. Newton uplatňoval štyri pravidlá racionálnej vedeckej práce, kde tvrdil, že je potrebné:

1. predpokladať iba dôvody, ktoré sú nutné na vysvetlenie fenoménu,
2. vysvetľovať analogické javy analogickými dôvodmi všade, kde sa to dá urobiť,
3. vzťahovať na telesá iba vlastnosti, ktoré sa dajú experimentálne potvrdiť,
4. považovať každý predpoklad získaný indukciou z pozorovania javov za platný pokiaľ nenastanú nové javy, ktoré protirečia predpokladu alebo limitám jeho platnosti [Dugas, 1955].

Newtonové pravidlá pokladáme za predchodcov súčasných predstáv o vedeckej práci, ktoré sa snažíme žiakom podať počas vyučovania. Je to taktiež potvrdením, že použitie induktívneho prístupu pri poznávaní je nevyhnutné ak chceme využívať historický prístup počas vyučovania. Štvrtý bod Newtonových pravidiel je jasným príkladom toho, čo sa snažíme so žiakmi dosiahnuť počas hodín fyziky. Žiaci majú mnoho krát skreslenú predstavu

o fyzike, že ide o exaktnú vedu, podobne ako matematika. Použitie tohto pravidla nám ukazuje, že v skutočnosti nejde o ten istý prípad. Získanie zákonov vo fyzike je založené na indukcii a experimentoch, pričom matematika je založená na dedukciu z vopred známych pravidiel.

Analýza histórie nám teda odhaľuje postupnosť, v ktorej sa historicky vyvíjali pojmy hybnosť a sila. Pomocou získaných poznatkov z tejto časti nakoniec môžeme vytvoriť osnovu plánu, v ktorej zapíšeme postupnosť vyučovania pojmov, ktorá je v súlade z ich historickým vývojom. Postupnosť ponúkame v tabuľke 1. Za dôležitú časť postupnosti považujeme vyučovanie pojmu hybnosť pred vyučovaním pojmu sila, kde sa snažíme zdôrazniť, aj prostredníctvom časovej dotácie, historické obdobie, ktoré bolo potrebné v histórii na prekonanie bariéry impetu.

Vyučovaný pojem	Historická pozícia
Rovnomerný pohyb	Oresme, 14. st.
Hybnosť	Buridan a Oresme, 14. st. (Impetus), Galileo, prelom 16. a 17. st.
Sila a zmena hybnosti	Galileo, prelom 16. a 17. st.
Rovnomerne zrýchlený pohyb	Galileo, prelom 16. a 17. st.
Sila a Newtonové poh. zákony	Newton, prelom 17. a 18. st.

Tabuľka 1. Poradie vyučovania pojmov a ich pozícia v histórii

4 Tvorba tematického výchovno-vzdelávacieho plánu

Ďalším krokom v našom postupe práce je samotná tvorba časti tematického výchovno-vzdelávacieho plánu, ktorá je zameraná na vyučovanie témy sila. Pri tvorbe plánu používame osnovu zhodujúcu sa s postupnosťou vývoja pojmov v histórii, ako ju uvádzame v tabuľke 1. Počas procesu tvorby plánu musíme dbať na použitie vhodných aktivít, ktoré sú zamerané na vývin žiackych predstáv o sile. Taktiež je nutné, aby aktivity podporovali žiacku samostatnú prácu, kedy žiaci môžu objavovať pojmy, vzťahy a problémy, ktoré sa nachádzajú vo vyučovacom celku a pritom môžu aj rozvíjať svoje spôsobilosti vedeckej práce. Taktiež zdôrazňujeme potrebu spätnej väzby od žiakov, ktorú môžeme získať pomocou použitia diskusie a tvorby predpokladov počas aktivít aj počas celého vyučovania.

V tejto časti stručne opisujeme oblasti a problémy, na ktoré sme sa zameriavali počas tvorby plánu vyučovania každého pojmu, ako ich uvádzame v tabuľke 1. Taktiež pri každom pojme poskytneme zoznam aktivít, ktoré budeme so žiakmi robiť so stručným opisom. Výsledkom tejto časti je tabuľka časti tematického výchovno-vzdelávacieho plánu, ktorú uvádzame v práci ako prílohu 1.

4.1 Rovnomerný pohyb

Počas vyučovania témy rovnomerného pohybu je potrebné sa zamerať na niekoľko oblastí. Medzi ne patrí pochopenie vzťahov rovnomerného pohybu, všeobecne prácu s grafmi, ale aj konkrétne práca s grafmi rovnomerného pohybu. Práve grafická gramotnosť, je problematickou súčasťou vyučovania na Slovensku. Výsledky testovaní PISA [Ferencová et. al., 2015] ako aj výskum Lapitkovej [Lapitková et. al., 2015] jasne poukázali na tento fakt. Preto väčšina použitých aktivít v tejto časti bude zameraných na použitie grafov. Takisto aj odvodzovanie vzťahov pre rovnomerný pohyb prechádza cez grafické zobrazenie použité v aktivitách.

V tejto časti používame nasledovné aktivity:

1. **Tvorba grafov pohybu žiaka:** žiaci stopujú svoj pohyb, tvoria tabuľky a kreslia grafy pohybu.
2. **Tvorba grafov polohy od času:** žiaci tvoria grafy polohy od času dvoch vozíkov pohybujúcich sa rôznymi rýchlosťami.
3. **Tvorba grafov rýchlosti od času:** žiaci tvoria grafy rýchlosti od času vozíkov z aktivity 2.
4. **Graf polohy od času so zmenou rýchlosti:** žiaci tvoria graf polohy vozíka, ktorého rýchlosť sa mení počas pohybu.
5. **Graf polohy od času vozíkov z rôznym začiatkom pohybu:** žiaci tvoria grafy polohy od času vozíkov s odlišnými časmi začiatku pohybu.
6. **Graf polohy od času ľubovoľného objektu:** žiaci overujú, či ľubovoľný vybraný objekt sa pohybuje rovnomerným pohybom.

Počas vyučovania je samozrejme potrebné použiť aj vhodné úlohy na precvičenie vzťahov pre rovnomerný pohyb. Vhodné úlohy môžeme napríklad nájsť v knihe Sbírka úloh pro střední školy [Lepil et. al., 1995]. Predpokladáme, že na vyučovanie tejto časti bude potrebných 6 vyučovacích hodín.

4.2 Hybnosť:

Pri vyučovaní pojmu hybnosť navrhujeme deduktívny postup v súlade s historickým vývojom pojmu hybnosť. Preto počas vyučovania začíname so žiakmi diskusiou o efekte hmotnosti a rýchlosti telesa na jeho pohyb a nasledovne sprostredkujeme žiakom vzťah pre hybnosť. Ďalej u žiakov upevňujeme pojem pomocou príkladov a diskusie.

Okrem rešpektovania historického vývoja pojmov sme zvolil tento postup, aby sme obmedzili stretnutie žiakov s pojmom sila pred definovaním hybnosti. Tým pádom sa snažíme zabrániť vytvoreniu spojenia medzi silou a rovnomerným pohybom. Konkrétne v tejto časti sa snažíme so žiakmi vytvoriť paralelu historickej predstavy Buridana o impete.

Okrem príkladov na upevnenie pojmu hybnosť môžeme rozvíjať grafické predstavy žiakov. To môžeme dosiahnuť príkladmi spojenými s rovnomerným pohybom. Teda aktivity s rovnomerným pohybom sa dajú pretransformovať na aktivity s hybnosťou.

Prvé aktivity zamerané na nové pojmy sa objavujú až pri zákone zachovania hybnosti. Tieto aktivity sú:

1. **Sledovanie zmeny pohybu mincí pri nárazoch:** žiaci sledujú nárazy mincí rovnakých hmotností a tým získavajú predstavu o zákone zachovania hybnosti (obr. 1).



Obrázok 2. Sledovanie nárazov mincí

2. **Sledovanie zmeny pohybu mincí pri nárazoch:** žiaci sledujú nárazy odlišných mincí a vytvárajú si predstavu o zákone zachovania hybnosti.
3. **Videomeranie nárazu vozíkov:** žiaci pomocou vhodného programu (tracker, coach 7, atď.) analyzujú video nárazu vozíkov a overujú zákon zachovania hybnosti.

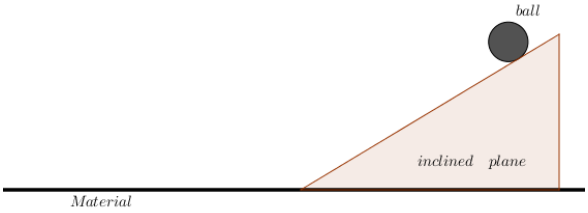
Predpokladáme, že na vyučovanie tejto časti bude potrebné so žiakmi stráviť 6 vyučovacích hodín.

4.3 Sila a zmena hybnosti

Podobne ako v histórii sa vo vyučovaní po pojme hybnosť zaoberáme spojením sily pôsobiacej na teleso so zmenou hybnosti telesa. Samozrejme je potrebné najprv zoznámiť žiakov aj s pojmom sila. Pritom dávame dôraz na to, že v inerciálnych sústavách má každá sila „pôsobiča“, ktorý ju vytvára. Podobne sa počas definovaní sily zaoberáme aj vzájomným pôsobením telies, kedy poukazujeme na skutočnosť, že sa sily sa vytvárajú v pároch.

V tejto časti použijeme so žiakmi jednu základnú aktivitu. Použitá aktivita je založená na štvrtom bode Buridanovej teórie o impete, ako aj na práci Galilea pri spájaní hybnosti s impulzom sily. So žiakmi počas aktivity sa snažíme dospieť k vzťahu pre silu: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$.

Aktivita: žiaci spúšťajú guličku z naklonenej roviny s dobehom na vodorovnú rovinu. Na vodorovnú rovinu môžeme prikladať rôzne materiály (Obr. 2) a sledovať, pri ktorých materiáloch sa guličk a posunie najďalej alebo najbližšie. Pomocou tejto aktivity môžeme taktiež dospieť k abstrakcii, že pri pôsobení nulovej trecej sily, by sa guličk a pohybovala do nekonečna bez zastavenia.



Obrázok 1. Spojenie zmeny hybnosti so silou

Napriek tomu, že v tejto časti máme iba jednu zapísanú aktivitu, tak očakávame, že jej vyučovanie nám bude trvať 5 vyučovacích hodín. Dôvodom tohto časového intervalu je aj abstraktnosť predstavy, ku ktorej chceme u žiakov v tejto časti dospieť. Náplňou hodín je taktiež riešenie úloh vedúcich k upevneniu predstavy o spojení medzi pojmami hybnosť a sila.

4.4 Rovnomerne zrýchlený pohyb

Počas vyučovania rovnomerne zrýchleného pohybu prvý krát so žiakmi pracujeme s kinematickými dôsledkami pôsobenia síl. Žiaci sa však ešte nestretli počas vyučovania s pôsobením viac ako jednej sily.

Medzi prvými rovnomerne zrýchlenými pohybmi, ktoré sa riešili počas histórii bol voľný pád. Preto je podľa nášho názoru voľný pád vhodným na vyučovanie tohto druhu pohybu. Aktivity, ktoré použijeme v tejto časti budú kopírovať Galileov postup pri hľadaní vzorca pre voľný pád. Niektoré z použitých aktivít sme spomenuli aj v práci Využitie interaktívnych metód vo vyučovaní kinematiky na gymnáziu [Wannous, 2016], podobne môžeme nájsť detailný opis aj v práci Zavadzanie kľúčových pojmov pomocou žiackych aktivít [Brezániová, 2007].

1. **Voľný pád telies s rôznymi hmotnosťami:** žiaci sledujú, či je rýchlosť pádu telesa priamoúmerná jeho hmotnosti. Po uskutočnení niekoľkých pozorovaní by žiaci mali zistiť, že pád telesa nezávisí od jeho hmotnosti.
2. **Sledovanie rýchlosti voľného pádu:** žiaci sledujú pád rovnakých guličiek do piesku z rôznych výšok. Žiaci by mali podľa veľkosti diery vytvorenej pádom guličky zistiť, že ide o zrýchlený pohyb.

3. **Získanie vzťahu závislosti prejdenej dráhy od času:** žiaci použitím grafického znázornenia zmeny rýchlosti od času by mali dospieť ku vzťahu $s = \frac{1}{2}v.t$ a nasledovne ku vzťahu $s = \frac{1}{2}at^2$.
4. **Meranie zrýchlenia g (Videomeranie):** žiaci tvoria video pádu telesa a pomocou vhodného programu ho analyzujú. Žiaci by mali pomocou analýzy dospieť k hodnote g približne 9,81 $m.s^{-2}$.
5. **Babinetov pádostroj:** žiaci vešajú štipce na špagáte v takých vzdialenostiach, aby po spustení z istej výšky boli časové intervaly medzi pádom jednotlivých štipcov rovnaké.

Predpokladáme, že k vyučovaniu tejto témy budeme potrebovať 6 vyučovacích hodín.

4.5 Sila a Newtonove zákony

Poslednou časťou vyučovania skúmaného celku je zhrnutie všetkých získaných znalosti do troch Newtonových pohybových zákonov. Dôležitým bodom pred ich zavedením je pracovať so žiakmi so skladaním síl. Pri skladaní síl nazývame výsledok „výslednicou pôsobiacich síl“, aby sme predišli konfliktu s podmienkou, že každá sila musí mať „pôsobiča“, ktorú sme zaviedli v časti sila a zmena hybnosti. Po zavedení výslednice pôsobiacich síl so žiakmi sformulujeme Newtonove zákony v nasledujúcej podobe:

1. Teleso zotrváva v pokoji alebo v rovnomernom priamočiarom pohybe, kým nie je nútené vonkajšími silami tento svoj stav zmeniť.
2. Zmena hybnosti telesa je priamoúmerná výslednici pôsobiacich síl tvoriacich zmenu a je v smere priamej čiary, po ktorej výslednica síl pôsobí.
3. Dve telesá na seba pôsobia rovnako veľkými, opačne orientovanými silami.

Zavedenie Newtonových zákonov môžeme urobiť pripomenutím aktivít, ktoré sme so žiakmi robili v predchádzajúcich častiach. Žiakom taktiež môžeme dať za úlohu vymyslieť vlastné aktivity, ktorými by mohli ukázať platnosť týchto zákonov.

Čo sa týka skladania síl môžeme použiť nasledujúcu aktivitu:

Aktivita: žiaci zdvíhajú nákupnú tašku pomocou jedného silomeru a nasledovne pomocou dvoch silomerov, ktoré sú pod nejakým uhlom. Žiaci zakresľujú sily a hľadajú vzťah medzi pôvodnou silou a dvoma silami, ktoré boli pod uhlom. Merania môžu žiaci opakovať pre rôzne uhly medzi silami.

Na vyučovanie tejto časti predpokladáme potrebu 3 vyučovacích hodín. So žiakmi používame aj úlohy zamerané na spájanie síl, ako je napríklad zakresľovanie síl do obrázku letiacej lopty alebo padajúceho parašutistu. Nakoniec v tejto časti môžeme využiť aj iné aktivity na overenie úrovni osvojenia predstáv, ktoré žiaci dosiahli cez vyučovaný celok. To môžeme dosiahnuť pomocou vysvetľovania aktivít ako je ťahanie obrusu spod pohára alebo vozíku po naklonenej rovine.

5 Prieskum posunu žiackych predstáv

V predchádzajúcich častiach práce sme poukázali na problém žiackych predstáv v oblasti mechaniky, ako aj na niektoré predstavy, ktoré sa objavujú u žiakov. Našim návrhom na prácu so žiackymi predstavami bolo nasledovanie modelu didaktickej rekonštrukcie pri tvorbe časti tematického výchovno-vzdelávacieho plánu. Vytvorený plán tým pádom nasleduje historický kontext vývoju pojmov a stavia žiacke predstavy pomocou krokov podobných tým, ktoré použili vedci pri ich objave. Vytvorený plán sme nasledovne využili na hodinách fyziky triedy Kvinta B v Súkromnom bilingválnom gymnáziu Česká 10, kde sme mali v školskom roku 2016/2017 pracovný úväzok.

Ďalším krokom našej práce je analyzovať žiacke predstavy pred a po implementovaní plánu. V našom prípade sme sa rozhodli použiť test *Forc Concept Inventory* (Ďalej FCI), ktorý vytvoril Halloun v roku 1992. Pri testovaní predstáv našich žiakov sme použili slovenský preklad reevidovanej verzie testu z roku 2006 [Hanč, Tóth, 2006].

FCI test obsahuje 30 otázok s možnosťou výberu odpovedí. Otázky sa zameriavajú na oblasti kinematika, Newtonove zákony, skladanie síl a druhy síl. Autori testu uvádzajú, že ide o jedinečný druh testu, „ktorý je vytvorený na ohodnotenie žiackeho porozumenia najzakladanejších pojmov v Newtonovej fyzike. Test môže byť použitý pre rôzne účely, ale najvhodnejšou z nich je ohodnotiť efektivitu vyučovania“ [Hestenes, Halloun, 1995].

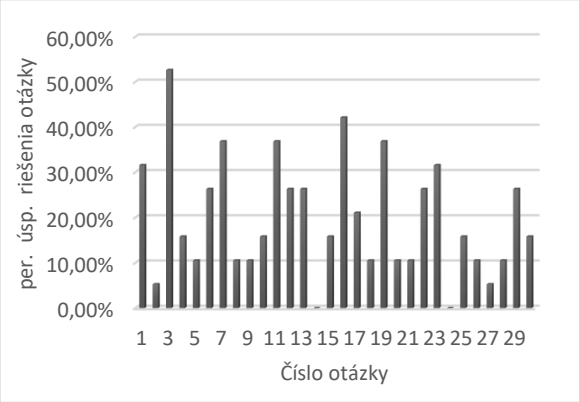
Nami sledovaná trieda obsahovala na začiatku vyučovania 20 žiakov, z toho 7 chlapcov a 13 dievčat.

5.1 Pre-test

Žiakom triedy Kvinta B sme zadali pre-test počas mesiaca september. V triede bolo počas testu prítomných 19 žiakov z 20. Riešenie pre-testu im trvalo jednu vyučovaciu hodinu. Výsledky žiakov sme nasledovne zapísali pomocou programu Excel a vytvorili sme graf percentuálnej úspešnosti riešenia jednotlivých otázok (graf 1).

Trieda v pre-teste dosiahla priemerný výsledok 19,82%, čo zodpovedá hodnotám v prípade nevyvinutých predstavách o sile. Výsledok je porovnateľný s prípadom náhodného výberu odpovedí, kedy by sme očakávali výsledok 20%, keď

zoberieme do úvahy počet možnosti výberu pri každej otázke.



Graf 1. Percentuálna úspešnosť riešenia jednotlivých otázok FCI testu, September, 2016

V grafe môžeme ďalej vidieť, že pri väčšine otázok žiaci nedosiahli ani 40% úspešnosť. Jedine otázky č. 3 a 16 dosiahli vyššiu úspešnosť, ktorá však nemusí zodpovedať skutočnému porozumeniu problematiky vzhľadom na to, že pri podobných otázkach žiaci nedosiahli porovnateľnú úspešnosť. Úloha č. 3 sa zameriava na sily pôsobiace na teleso počas jeho pádu, podobne ako úloha č. 13 ktorý mala úspešnosť nižšiu ako 30%. Úloha č. 16 je zameraná 3. Newtonov zákon podobne ako úlohy č. 4 a 15, ktoré nedosiahli ani 20% úspešnosť.

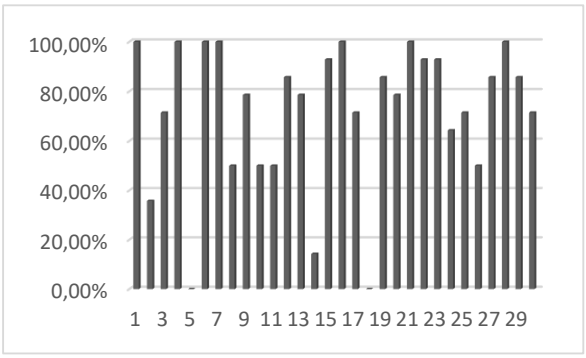
Z výsledkov testu môžeme vidieť, že sa u žiakov vyskytli nasledovné predstavy:

1. Z odpovedí na otázky 1 a 2 vyplýva, že žiaci veria, že pád telies závisí od hmotnosti telesa.
2. Z odpovedí na otázky 19 a 20 vyplýva, že si žiaci mýlia pojmy rýchlosť a zrýchlenie.
3. Podľa otázok 4, 15, 16, 28 a 29 je zjavné, že žiaci nemajú vytvorenú predstavu o treťom Newtonovom pohybovom zákone. V prípade, keď dve telesá vytvárajú medzi sebou silové pôsobenie, tak žiaci majú tendenciu jednému z nich priradiť väčšiu silu ako druhému.
4. V otázkach 5, 6, 7, 11, 13,17, 25 a 30 test odhalil, že žiaci majú predstavu o existencii sily pôsobiacej v smere pohybu telesa.
5. V otázkach 26 a 27 sa objavila žiacka predstava, že sila je priamoúmerná rýchlosti pohybu.
6. Podľa odpovedi na otázku č. 3 žiaci predpokladajú, že okrem gravitačnej sily na padajúce teleso pôsobí aj tlaková sila smerom nadol.
7. V otázkach 5 a 18 sa ukazuje, že žiaci nemajú žiadnu predstavu o dostredivej sile.

Výsledky pre-testu nám ukazujú, že sa potvrdili u našich žiakov výsledky výskumov, ktoré sme spomínali v druhej kapitole. Rozdiel si môžeme všimnúť iba v predstave o tlakovej sile smerom nadol (6) a o dostredivej sile (7). Prvej z nich sa môžeme venovať počas vyučovania voľného pádu. Druhú považujeme za pozitívnu vzhľadom na to, že žiaci nemajú predstavu o dostredivej, ale ani o odstredivej sile. Znamená to, že môžeme so žiakmi pracovať na tvorbe správnych predstáv už od začiatku.

5.2 Post-test

Post-test sme žiakom zadali 7. Apríla 2017. V triede sa zmenil počas tohto obdobia počet žiakov z 20 na 18, kedy dvaja žiaci prešli na pol roka na iné školy. Počas písania FCI testu v triede chýbali 4 žiaci a test písalo 14 žiakov.



Graf 2. Percentuálna úspešnosť riešenia jednotlivých otázok FCI testu, Apríl, 2017

Výsledky žiakov sme analyzovali podobne ako pre-test a vytvorili sme graf percentuálnej úspešnosti riešenia jednotlivých otázok (graf 2).

Trieda dosiahla v post-teste priemerný výsledok 71,90%. Získaný výsledok znamená nárast úspešnosti riešenia o 52,08%. Maximálny nárast, ktorý sme mohli dosiahnuť v teste je 80,12%, z čoho vyplýva, že úspešnosť vyučovania môžeme vypočítať ako pomer dosiahnutého nárastu ku maximálnemu možnému nárastu, t.j. 65%. Túto úspešnosť považujeme za pozitívnu vzhľadom na to, že vyučovanie sa nezameriavalo na všetky oblasti, ktorým sa zaoberá test FCI.

Predstava, ktorú sme napríklad priamo riešili vo vyučovaní je sila pôsobiaca v smere pohybu (4. predstava zistená u žiakov v predchádzajúcej kapitole). Očakávali sme pritom vylepšenie žiackych odpovedí hlavne v otázkach č. 11, 13, 17, 25 a 30. Neočakávali sme vylepšenie v otázkach č. 5-7 vzhľadom na to, že boli spojené s pohybom po kružnici, ktorý sa neobjavil v našom pláne. Podľa výsledku post-testu sa žiaci výrazne vylepšili v otázkach č. 6, 7, 13, 17, 25 a 30. Jedine v otázke č. 11 sa neprejavila významná zmena, kedy sa úspešnosť žiakov vylepšila iba o 13%. Neočakávaný nárast v otázkach 6 a 7 môžeme vysvetliť tým, že si

žiaci uvedomili, že po skončení pohybu po kružnici už nepôsobili sily, ktoré nútili teleso meniť svoj pohyb a tým pádom mohlo ďalej pokračovať v pohybe po priamke. Naopak nízky nárast úspešnosti pri 11. otázke môžeme vysvetliť kontextom úlohy. V úlohách 8-11 žiaci sledujú pohyb puku po údere hokejkou, pričom každá z úloh 8-11 sleduje inú predstavu spojenú s daným pohybom. Tým pádom je možné, že žiaci mali problém s pochopením kontextu úlohy, čo viedlo k zníženej úspešnosti celého komplexu otázok 8-11.

Záver

Hlavným cieľom našej práce bola tvorba časti tematického výchovno-vzdelávacieho plánu na vyučovanie pojmov hybnosť a sila. Našou snahou bolo, aby vytvorený plán rešpektoval historický vývoj pojmov. Založený je na paralele medzi historickým vývojom a žiackymi predstavami.

Prvý bod, ktorý sa nám podarilo odhaliť v našej práci bol, že žiacke predstavy nami vyučovaných žiakov, podobne ako predstavy žiakov na Slovensku a v iných krajinách, sú porovnateľné s Aristotelovskými predstavami o týchto pojmoch. Z toho vyplýva, že učiteľ, ktorý začína s vyučovaním mechaniky môže očakávať podobné predstavy aj u svojich žiakov.

K druhému bodu sme dospeli počas analýzy histórie vývoja pojmu sila. Zistili sme, že historicky bolo potrebné, aby sa vytvorila ucelená predstava o pojme hybnosť predtým, ako mohli vedci vysvetliť pojem sila. Z toho dôvodu sme navrhli, že je potrebné počas vyučovania týchto pojmov začať so žiakmi pojmom hybnosť a až nasledovne prejsť na pojem sila. Tento bod sme ďalej použili ako základ pri tvorbe tematického výchovno-vzdelávacieho plánu, ktorý uvádzame ako prílohu 1.

Práca poskytuje učiteľom osnovu, ktorú je možné využiť počas plánovania tematického výchovno-vzdelávacieho plánu na vyučovanie pojmov hybnosť a sila. Zároveň poskytuje už vypracovaný plán podľa spomínanej osnovy, ktorý je možno ďalej upravovať pre potreby konkrétnej triedy. Práca taktiež poskytuje zoznam konkrétnych aktivít, ktoré sa dajú so žiakmi robiť počas vyučovania spomínaných pojmov a ktoré môžu pomôcť pri budovaní predstavy o sile, ako aj pri rozvíjaní spôsobilosti vedeckej práce žiakov.

Poďakovanie

Ďakujem svojmu školiteľovi za mnohé vzácne konzultácie, ako aj za usmernenie pri každom kroku spracovávania tejto práce. Taktiež ďakujem vedeniu Súkromného bilingválneho gymnázia, Česká 10 za možnosť odučenia vytvoreného plánu.

Literatúra

[Baez, 2008] Baez, J. (2008): *A Tiny Taste of the History of Mechanics*. Dostupné na internete: <https://goo.gl/QU3aa6, 14.02.2017>.

[Brezániová, 2007] Brezániová, M.: Zavádzanie kľúčových pojmov pomocou žiackych aktivít. Diplomová práca. Bratislava.

[Champaigne et. al., 1980] Champaigne, A. and Klopfer, J. (1980): *Factors Influencing Learning of Classical Mechanics*. In: *American Journal of Physics* 48.

[Demkanin et. al., 2010] Demkanin, P. et al. (2010): Fyzika pre 2. ročník gymnázia a 6. ročník gymnázia s osemročným štúdiom, Bratislava.

[Dugas, 1955] Dugas, R. (1955): *A History of Mechanics*, London.

[Ferencová et. al., 2015] Ferencová, J. et al. (2015): PISA 2012 Národná správa Slovensko, Bratislava.

[Hanč, Tóth, 2006] Hanč, J. and Tóth, J. (2006): Test, pochopenie pojmov, Pojmy súvisiacie s pojmom sila, Košice.

[Hejný, 1990] Balažovič, M. (2012): Súčasný stav experimentovania na našich školách. In: Tvorivý učiteľ fyziky V, Košice.

[Hestenes, Halloun, 1995] Hestenes, D. and Halloun, I. (1995): *Interpreting the Force Concept Inventory*. In: *The Physics Teacher*, 33. vyd. Dostupné na internete: <https://goo.gl/DE5Mc9, 14.02.2017>.

[Horváth, 2006] Horváth, P. (2006): Historický prístup k zavedeniu stavovej rovnice ideálneho plynu. In: Veletrh Nápadů učitelů fyziky XI, Olomouc.

[Horváth, 2017] Horváth, P (2017): Pojem sila v predstavách žiakov na Slovensku (v tlači).

[Jelemenská et. al., 2003] Jelemenská, P. et al. (2003): Model didaktickej rekonštrukcie: Impulz pre výskum v odborných didaktikách, In Pedagogika, Praha.

[Kuhnová, 2007] Kuhnová, M. (2007): Úod do modelu didaktickej rekonštrukcie pojmu energia. In: Inovačné trendy v prírodovednom vzdelávaní, Trnava.

[Lapitková et. al., 2010] Lapitková, V. et al. (2010): Fyzika pre 7. ročník základných škôl, Bratislava.

[Lapitková et. al., 2015] Lapitková, V. et al. (2015): Spôsobilosti vedeckej práce v prírodovednom vzdelávaní, Bratislava.

[Lepil et. al., 1995] Lepil, O. et al. (1995): *Fyzika, Sbírka úloh pro střední školy*, Praha.

[Mandíková, Trna, 2011] Mandíková, D. and Trna, J. (2011): *Žákovské prekoncepce ve výuce fyziky*, Brno.

[Miao, 2016] Miao, K. X. (2016): *Physics, Chapter 2*. Dostupné na internete: <https://goo.gl/EHN7la, 14.02.2017>.

[Šebesta, 1990] Šebesta, J. and Zajac, R. (1990): Historické pramene súčasnej fyziky 1, Bratislava.
[Wannous, 2016] Wannous, J. (2016): Využitie interaktívnych metód vo vyučovaní kinematiky na gymnáziu. In: Študentská vedecká koneferencia, zborník príspevkov, Bratislava.
[Wildberg, 2007] Wildberg, C. (2016): *John Philoponus*. In: *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. Dostupné na internete: <https://goo.gl/TURCeD, 14.02.2017>.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 182–194
ISBN 978-1983445132, © 2017 Tünde Kiss

Predstavy žiakov základných škôl vo vyučovaní fyziky

Tünde Kiss[1]*
Školiteľ: Klára Velmovská[1‡]

[1] Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Predstavy, s ktorými vstupujú žiaci do školy, môžu byť v súlade, alebo v rozpore s už vedecky uznanými teóriami. Učiteľ by mal tieto predstavy poznať a zohľadňovať ich pri zavádzaní nových poznatkov. V práci sa budeme venovať vymedzeniu základných pojmov, znakom a diagnostike žiackych predstáv, podobne ako prekonávaniu chybných žiackych predstáv. Pri analýze filmov z Festivalu fyzikálnych filmov sa ukázalo, že žiaci majú niekoľko nesprávnych predstáv. Budeme sa zaoberať najmä predstavami žiakov spojených s pojmami a javmi z tematického celku *Statika kvapalín*. Na diagnostiku žiackych predstáv sme vytvorili test, ktorý sme zadali žiakom rôznych ročníkov základnej školy. V práci uvedieme výsledky testovania ako aj javovú analýzu žiackych odpovedí.

Kľúčové slová: žiacke predstavy, vyučovanie fyziky, test

1 Základné charakteristiky žiackych predstáv

Deti sú od narodenia v kontakte s okolitým svetom. Majú okolo seba množstvo predmetov, ktoré vidia a hrajú sa s nimi. Pozorujú rôzne javy, a vyskúšajú všetko, čo sa len dá. Ostatnými zmyslami, ako sú sluch, čuch a chuť, vnímajú ďalšie vlastnosti okolitých predmetov. Takýmto spôsobom nadobúdajú určité skúsenosti. Na základe týchto skúseností vytvárajú svoje vlastné predstavy o svete, o fungovaní rozličných predmetov a vysvetlenia niektorých javov. Ich predstavy ovplyvňujú aj informácie, ktoré počujú od ostatných, alebo vidia v televíziách, či na internete. S týmito predstavami vstúpia do školy, kde začína ich vzdelávanie, ako aj ich výučba fyziky.

1.1 Vymedzenie pojmov

Predstavy, s ktorými vstupujú žiaci do školy môžu byť v súlade, alebo v rozpore s už vedecky uznanými teóriami. Ale ako by sme mohli označiť tieto žiacke predstavy?

Ako by sme mohli zadefinovať pojmy prekoncepcia a miskoncepcia? Bohužiaľ o jednotnej terminológii hovoriť nemôžeme. Ako dôvod, Mandíková a Trna [2011, s. 9] uvádzajú *„relatívnu novosť pojmu a pomerne spontánne bádanie v tejto problematike bez existencie všeobecne uznávanej základnej teoretickej štúdie.“*

Mandíková a Trna [2011, s. 11] definujú pojem prekoncepcia nasledovne: *„Prekoncepcie sú predstavy a interpretácie objektov a javov, ktoré si človek vytvára od raného detstva na základe bezprostredného vnímania a pozorovania okolitého sveta, na základe manipulácie s objektami tvoriacimi tento svet a na základe intuitívneho zovšeobecňovania svojich skúseností.“*

Haverlíková [2013, s. 6] prekoncepcie označuje ako prvotné predstavy. Hovorí, že: *„Prekoncepcie sa začínajú vyvíjať už od prvého okamihu, kedy začne jedinec interagovať s okolím. Sú to individuálne predstavy utvárané z osobného stanoviska na základe predchádzajúcich skúseností.“* Ďalej hovorí, že prekoncepcie nie sú vždy v súlade s vedeckým pohľadom, avšak ani napriek tomu ich nemôžeme označiť ako nesprávne. Vychádzajú z vlastných skúseností z bežného života, čo znamená, že sú postačujúce, čo sa týka riešenia každodenných úloh. Práve preto sú odolné voči zmenám a tradičnej výučbe.

Miskoncepcie Haverlíková [2013, s. 6] definuje nasledujúcim spôsobom: *„Miskoncepcie sú deformované myšlienkové štruktúry, ktoré vedú k nesprávnym predpovediam, interpretáciám, vysvetleniam alebo riešeniam problémov v oblasti vedy. Jedinec síce vtedy môže používať vedecké pojmy, ale argumentuje prekoncepčnými mentálnymi štruktúrami.“*

Wijaya et al. [2016, s. 14] vo svojej práci uvádza jednoduchšiu definíciu pojmu miskoncepcia. Píše, že predstavy, ktoré sú vyvinuté žiakmi a sú odlišné od vysvetlenia odborníkov sú známe ako miskoncepcie.

Môžeme vidieť, že sa chápanie pojmov prekoncepcia a miskoncepcia u rôznych autorov líši. My pod pojmom prekoncepcia rozumieme predstavy, ktoré si žiaci vytvárajú už pred školskou výučbou na základe svojich skúseností z každodenného života. Môžu byť správne alebo nesprávne. Vplyvom školskej výučby sa tieto predstavy vyvíjajú, buď k správnej vedeckej predstave alebo k nesprávnej. Túto nesprávnu predstavu chápeme my pod pojmom miskoncepcia.

* kiss55@uniba.sk
‡ velmovska@fmph.uniba.sk

Avšak v našej práci používame termíny správna predstava a nesprávna predstava hlavne kvôli jednoznačnosti termínov.

Čo sa týka nášho používania terminológie, ďalšie podkapitoly tejto kapitoly tvoria výnimku. V týchto podkapitolách budeme používať pojem prekoncepcia a budeme pod ním myslieť predstavy žiakov vo všeobecnosti. Pod pojmom miskoncepcia budeme mať na mysli iba nesprávne predstavy žiakov. Urobíme tak kvôli tomu, lebo autori, ktorých prácam sme sa venovali, používali tieto pojmy.

1.2 Znaky prekoncepcií

Učitelia sa každodenne stretávajú na hodinách fyziky so žiackymi predstavami. K tomu, aby učitelia vo vyučovaní mohli nadviazať na prekoncepcie žiakov a umožnili žiakom rozširovať si pojmový aparát, je dôležité, aby poznali znaky prekoncepcií. Ďalej by sa mali naučiť ako s danými prekoncepciami pracovať, resp. ako prekonať nesprávne predstavy žiakov.

Mandíková a Trna [2011, s. 18–25] uvádzajú nasledujúce typické znaky prekoncepcií:

- trvalosť a odolnosť prekoncepcií,
- nezávislosť prekoncepcií na type školy, národnosti a štátnej príslušnosti,
- nezávislosť prekoncepcií na veku,
- nezávislosť prekoncepcií na študijných výsledkoch,
- nedôslednosť využívania prekoncepcií v rôznych situáciách.

Driverová [2002] vo svojej práci uvádza [cit. podľa Haverlíková, 2013, s. 7-11] základné znaky alternatívnych predstáv (prekoncepcií a miskoncepcií) a typické znaky prvotných predstáv (prekoncepcií). Ako základné znaky prekoncepcií a miskoncepcií uvádza osobný charakter predstáv, nekoherentnosť, vysokú stabilitu a závislosť uplatnenia sa od kontextu úlohy. Podľa nej medzi typické znaky prekoncepcií patria nasledujúce:

- dominancia zmyslového vnímania,
- úzke zameranie pozornosti,
- zameranie na zmenu,
- lineárne príčinné uvažovanie,
- nediferencované pojmy,
- dominantné predstavy.

1.3 Diagnostika prekoncepcií

Žiaci vstupujú do školy, ako aj do vyučovania fyziky so svojimi vlastnými skúsenosťami, vytvorenými predstavami.

Ako pracovať s prekoncepciami vo výučbe? Mandíková a Trna [2011, s. 13] uvádzajú na to dve kľúčové fázy. Prvú fázu označili ako diagnostika prekoncepcií. V rámci nej ide o zisťovanie a zhromažďovanie informácií o žiackych prekoncepciách. V rámci druhej fázy ide o prehodnotenie a zmenu alebo rozvíjanie žiackych názorov podľa toho, či sú v rozpore, alebo v súlade s poskytnutým podnetom, či myšlienkou.

To, aké máme metódy a nástroje na diagnostiku prekoncepcií môžeme nájsť v literatúre od rôznych autorov.

Na diagnostiku prekoncepcií Mandíková a Trna [2011, s. 29-42] uvádzajú nasledujúce metódy a nástroje: písomné didaktické testy, rozhovory, pojmové mapy, asociačné úlohy, dotazníky, analýza žiackych výkonov a výtvorov.

Medzi výskumné metódy na rozpoznávanie prekoncepcií a miskoncepcií zaraďuje Haverlíková [2013, s. 21-32] analýzu verbálnych protokolov, interview, pojmové mapy a metódu Delphi. Môžeme si všimnúť, že z týchto štyroch metód prvé tri metódy spomínali aj Mandíková a Trna.

Podľa Haverlíkovej tieto výskumné metódy slúžia na odhalenie, identifikáciu, kategorizáciu žiackych predstáv, na nájdenie spoločných znakov. Ako hovorí Haverlíková, spomínané metódy môže učiteľ aplikovať počas vyučovania, avšak sú časovo náročné. Na rozpoznávanie alternatívnych predstáv v školskej praxi autorka uvádza [Haverlíková, 2013, s. 32-43] nasledujúce metódy: triedenie, napíš 5 tvrdení, ktoré obsahujú slovo..., poster, myšlienkový experiment, predpovedaj a vysvetli, navrhni a urob, realizuj experiment.

Okrem týchto metód Haverlíková uvádza dotazníky s možnosťou výberu odpovede, príbehy baróna Prášila a pojmové komiksy.

O metódach a nástrojoch, ktoré slúžia na identifikáciu a diagnostiku žiackych predstáv môžeme čítať aj v zahraničnej literatúre. Gurelová a jej kolegovia [2015, s. 989-1008] sa zaoberali rôznymi diagnostickými metódami a nástrojmi, ako aj ich porovnávaním. Podľa ich štúdie, medzi najčastejšie metódy a nástroje patria rozhovory, testy obsahujúce otázky s otvorenými odpoveďami a testy obsahujúce otázky s výberom odpovede, ako aj testy obsahujúce otázky s výberom odpovede s viacerými úrovňami. Autori uvádzajú testy obsahujúce otázky s ponúknutými odpoveďami s dvoma, troma a štyrmi rôznymi úrovňami.

My sa v tejto časti práce podrobnejšie zaoberáme len písomným didaktickým testom. Dôvodom je, že na zisťovanie žiackych predstáv z vybranej témy fyziky sme vytvorili písomný test pre žiakov.

Ako hovoria autori Mandíková a Trna, písomné didaktické testy patria medzi najpoužívanejšie diagnostické metódy. Pomocou nich sa dajú získať dáta od veľkého počtu ľudí za krátky čas. Na druhej strane však pomocou písomných didaktických testov nie je možné rozoberať odpovede do väčšej hĺbky. Práve preto sú niekedy písomné didaktické testy doplnené rozhovormi. Ak pomocou písomných didaktických testov chceme zisťovať prekoncepcie žiakov, úlohy, ktoré tvoria test, musíme dobre premyslieť. Úlohy sú väčšinou orientované

na zručnosť žiakov a sú zamerané na skutočné pochopenie a nie len na pamäťovú reprodukciu vedomostí. V testoch sa väčšinou nachádzajú kvalitatívne úlohy bez potreby výpočtov, ktoré môžu byť s otvorenou odpoveďou alebo s výberom odpovede. Niekedy sa vyžaduje od žiakov aj zdôvodnenie výberu odpovede. Písomné didaktické testy sa používajú hlavne na zisťovanie výskytu prekoncepcií a ich identifikovanie. Úlohy s otvorenou odpoveďou slúžia na identifikáciu prekoncepcií. Pomocou úloh s výberom odpovede môžeme zisťovať výskyt prekoncepcií a ich zastúpenie, alebo pri dobre zvolených distraktoroch aj identifikovať prekoncepcie.

1.4 Prekonávanie nesprávnych predstáv žiakov

Môže sa stať, že nesprávne predstavy zabránia žiakom v tom, aby si nové fyzikálne poznatky dobre osvojili a správne pochopili. Môže sa stať, že žiaci sa dobre naučia poznatky z hodín fyziky a vedia ich správne aplikovať pri skúšaní alebo riešení školských problémov. Avšak v každodennom živote, aj bez toho, aby si to uvedomili, často používajú svoje prvotné predstavy. Dokonca aj vtedy, keď sú v rozpore s tými, ktoré sa naučili v škole.

Jedným z typických znakov pre prekoncepcie, ako sme spomínali aj v podkapitole 1.2, je trvalosť a odolnosť. Práve kvôli týmito vlastnostiam je ťažké ovplyvniť, korigovať a odstrániť nesprávne predstavy žiakov.

Haverlíková [2013, s. 48-52] tiež hovorí, že nie je jednoduché nahradiť jednu koncepciu inou. Hovorí, že k tomu, aby nastala zmena, je mnohokrát potrebné prekonať nasledujúce bariéry:

- bariéra prvých predstáv – neochota pripustiť potrebu zmeny,
- bariéra zmyslového vnímania,
- jazyková bariéra,
  - vzájomné ovplyvňovanie sa každodenného a vedeckého jazyka,
  - slová cudzieho pôvodu,
  - jazyk logiky,
- predčasná verbalizácia, formalizácia,
- bariéra matematických poznatkov,
- bariéra prekračovania stupníc, mierok.

Mandíková a Trna [2011, s. 59-64] spomínajú analógiu s premostením, kognitívny konflikt podľa učebnice základných škôl a autoreflexívne aktívne učenie žiaka ako konkrétne výučbové techniky na prekonávanie chybných prekoncepcií.

Rovnako ako Mandíková a Trna chápe metódu učenia analógiou aj Haverlíková [2013, s. 55]. Vo svojej práci ju uvádza ako jedna z možností na rekonštrukciu a rozvoj predstáv. Haverlíková [2013, s. 45-46] a Lapitková [2010, s. 9] tiež opisujú kognitívny konflikt.

Niektorí autori (National Research Council, 1997, s. 30-31) hovoria, že pomáhať žiakom, aby prekonali svoje nesprávne predstavy, je zložitá úloha. Avšak, keď sa niekto rozhodne pomáhať žiakom prekonať ich nesprávne predstavy, odporúčajú nasledujúce metódy:

- Predvídať najčastejšie nesprávne predstavy týkajúce sa danej učebnej látky a byť opatrný k ostatným predstavám.
- Povzbudiť žiakov, aby testovali svoje predstavy v diskusii s ostatnými žiakmi a aby premýšľali o dôkazoch a možnostiach overenia svojich predstáv.
- Premýšľať o tom, ako sa dá narábať s častými nesprávnymi predstavami pomocou demonštrácie alebo v rámci laboratórnej práce.
- Vrátiť sa k častým nesprávnym predstavám tak často, ako sa len dá.
- Hodnotiť a prehodnotiť platnosť žiackych predstáv.

Autori hovoria, že kľúčom k úspešnému prekonávaniu žiackych predstáv je treba zabezpečiť, aby žiaci vytvárali alebo rekonštruovali správny rámec pre svoje nové znalosti. Jedným zo spôsobov ako vytvoriť tento rámec je, podľa autorov, aby žiaci vytvorili pojmové mapy. Ďalším spôsobom, ktorý uvádzajú ako pomoc pre žiakov prekonávať nesprávne predstavy, sú starostlivo vybrané demonštrácie.

Fyzika je súčasťou nášho každodenného života. Vo vyučovaní fyziky žiaci niekedy nemajú dobre osvojené základy, na ktorých učitelia budujú ďalšie fyzikálne poznatky. Ak žiaci nemajú dobré základy a nerozumejú základným pojmom, ťažšie pochopia aj ďalšie časti fyziky, pri ktorých treba vedieť využiť základné znalosti osvojené v minulosti.

Neexistuje univerzálna metóda na odstránenie chybných predstáv žiakov. Učitelia by mali postupovať na základe danej situácie podľa toho, o aký problém ide a aký je daný žiak. Na to, aby učitelia vedeli opraviť, korigovať, odstrániť žiacke chybné predstavy, by v prvom rade mali mať správne osvojené fyzikálne poznatky. Ďalej by bolo dobré, keby učitelia vedeli, pri ktorých témach robia žiaci chyby, aké sú to chyby a ako ich odhaľovať.

Každý učiteľ by sa mal naučiť pracovať s prekoncepciami a miskoncepciami. Ale čo všetko ovplyvňuje deti v každodennom živote, kvôli čomu vznikajú ich nesprávne predstavy? Haverlíková [2013, s. 6-7] ako najčastejšie zdroje miskoncepcií uvádza pozorovania z bežného života, pozorovania z televízora, sledovanie počítačových hier, sledovanie filmov, v ktorých sú počítačovo upravené scény alebo jazyk.

Nemôžeme zabudnúť, že žiaci do školy vchádzajú s vlastnými skúsenosťami, vytvorenými predstavami. Nie je to inak ani na hodinách fyziky. Učitelia by sa mali so žiakmi o týchto predstavách

porozprávať. Učiteľ aj pri tom, ako žiaci vysvetľujú svoje predstavy môže prísť na to, v čom tieto zlé predstavy spočívajú, prípadne kde žiaci robia chyby. Keď deti chceme naučiť niečo nové, mali by sme najprv zistiť, aké sú ich predstavy. Či sú v súlade, alebo v rozpore s vedeckými poznatkami. Keď sú žiacke predstavy v súlade s vedeckými poznatkami, môžeme ich využiť pri budovaní nových pojmov. Avšak keď sú v rozpore, najprv by sme mali u žiakov vyvodiť nejakú konfliktnú situáciu, aby prehodnotili svoje nesprávne predstavy. Treba byť opatrný, aby žiakom ich nesprávne predstavy nebránili pri osvojovaní nového učiva, pri budovaní nových pojmov. Po tom, ako si žiaci osvoja nové poznatky, mali by sme sa vrátiť k ich nesprávnym predstavám, aby si uvedomili rozdiely medzi novými, správnymi poznatkami a chybnými predstavami.

2 Festival fyzikálnych filmov

Ako sme už písali, učitelia fyziky by mali poznať predstavy žiakov o daných fyzikálnych objektoch či javoch. Ale kde by sa učitelia mohli oboznámiť s najčastejšími žiackymi predstavami o týchto veciach okrem vyučovacích hodín? Kde by mohli preskúmať, akými objektmi a javmi sa žiaci najčastejšie zaoberajú a aké sú ich predstavy?

Viacerí autori sa už venovali žiackym predstavám. Vytvárali zoznam s najčastejšími nesprávnymi predstavami žiakov podľa jednotlivých tematických celkov.

Nesprávne predstavy žiakov sa môžu prejaviť pri ich samostatnej tvorivej práci, ku ktorej patrí napríklad natáčanie krátkeho filmu s fyzikálnou tematikou na Festival fyzikálnych filmov. Pozreli sme si niekoľko filmov a zistili sme, že sa vo filmoch žiaci dopúšťali rôznych nepresností. Rozhodli sme sa teda pozrieť sa na filmy z Festivalu fyzikálnych filmov bližšie. Našim cieľom bolo zistiť, ktorými fyzikálnymi témami sa žiaci najčastejšie zaoberajú, aké sú ich predstavy, prípadne aké nepresnosti robia, a podľa nich identifikovať niektoré nesprávne predstavy žiakov.

Festival fyzikálnych filmov je súťaž, do ktorej sa môžu zapojiť študenti základných a stredných škôl. Filmy, s ktorými sa študenti prihlásia do súťaže, majú byť spojené s fyzikou. Študenti môžu v rámci týchto filmov riešiť fyzikálne javy, pokusy, ale aj osobnosti, či inštitúcie venujúce sa fyzike.

Každý film, ktorý študenti pošlú do súťaže, by mal spĺňať určité kritériá. Dôležité, okrem iných, sú aj technické parametre. Každý film musí obsahovať názov a úvodné alebo záverečné titulky, v ktorých je uvedený autor. Dĺžka bez titulkov musí byť maximálne 7 minút. Autori by ďalej mali dávať pozor na formát a rozlíšenie videa. Ak filmy tieto podmienky nespĺňajú, organizátori ich vylúčia ešte pred tým, ako sa dostanú pred porotu. Organizátori niektoré videá môžu vylúčiť aj kvôli tomu, že sa v nich žiaci nesprávne interpretujú fyzikálne zákony, princípy, prípadne mylne objasňujú fyzikálne javy.

Filmy, ktoré prešli výberom sú rozdelené do troch kategórií: základná škola, stredná škola, krátky film. Úlohou poroty je vybrať z každej skupiny víťazné filmy. Súťaž končí festivalom, na ktorom premietajú tie najlepšie videá a ocenia víťazov. Pomocou tohto festivalu a filmov študenti môžu prezentovať svoj pohľad na fyziku a to nie len rovesníkom, ale aj verejnosti. Tieto a ďalšie informácie, ako aj videá, ktoré prešli výberom, môžeme nájsť na webovej stránke *www.fyzikalnefilmy.sk* alebo na ich *youtube kanáli*.

2.1 Analýza videí

V rámci tejto časti sme sa rozhodli pozrieť si videá Festivalu fyzikálnych filmov z roku 2013. Dokopy sme videli 88 filmov, medzi ktorými boli aj tie, ktoré neprešli užším výberom súťaže. Tieto videá sa nenachádzajú na internete - poskytli nám ich organizátori Festivalu fyzikálnych filmov. Ostatné filmy, ako sme už spomínali vyššie, sa dajú nájsť na youtube kanáli Festivalu fyzikálnych filmov. Pred pozeraním videí sme si položili nasledujúce otázky:

1. Zapájali sa do súťaže hlavne študenti základných alebo stredných škôl?
2. Ktoré témy či fyzikálne javy riešili študenti najčastejšie?
3. Aké najčastejšie nedostatky sa vyskytli vo filmoch?

Urobili sme analýzu filmov. Pri analýze videí sme zistené informácie zaznamenávali do tabuľky A.1 (v prílohe uvádzame skrátenú tabuľku A.1) s nasledujúcimi stĺpcami: názov videa, téma – zastúpenie tém a javov, dĺžka videa, ZŠ/SŠ, početnosť autorského kolektívu, typ videa, obsah videa, nedostatky, poznámky.

Z výsledkov vyplýva, že z 88 videí 10 poslali študenti základnej školy, 20 študenti strednej školy a pri ostatných (58 videí) sa typ školy nedal určiť. A to kvôli tomu, že študenti buď neuviedli školu a ročník, prípadne uviedli iba školu, ktorá môže byť aj základnou aj strednou. Tým pádom nevieme odpovedať na našu prvú, vyššie spomenutú otázku.

Aby sme vedeli odpovedať na druhú otázku, týkajúcu sa zastúpenia tém a javov vo videách, sme filmy rozdelili do viacerých kategórií. Naše rozdelenie a počty videí v jednotlivých kategóriách môžete vidieť v tabuľke 1.

Najviac videí (35 videí) obsahuje kategória *Mechanika hmotného bodu* (kategória *Kinematika hmotného bodu* spolu s kategóriou *Dynamika hmotného bodu*). Druhá najväčšia kategória je *Mechanika kvapalín a plynov* (kategória

Hydrostatika spolu s kategóriou *Hydrodynamika*) s počtom videí 21.

Tab. 1 – Rozdelenie filmov do kategórií a počet videí v jednotlivých kategóriách

Kategória	Počet videí
Kinematika hmotného bodu	7
Dynamika hmotného bodu	28
Hydrostatika	17
Hydrodynamika	4
Mechanika tuhého telesa	15
Častícová stavba látok	15
Elektromagnetizmus	11
Energia okolo nás	8
Teplo, teplota	5
Optika	4
Mechanické vlnenie	3
Astronómia	2
Meteorológia	2
Iné	5

Súčet filmov v kategóriách je väčší ako 88. Dôvodom je, že v niektorých videách sa študenti zaoberali viacerými témami naraz. Z témy *Mechanika hmotného bodu*, presnejšie z *Dynamiky hmotného bodu* si študenti najčastejšie vyberali pokusy súvisiace s Newtonovými pohybovými zákonmi a gravitačným zákonom. Viackrát sme mohli počuť príbeh o Newtonovi a padajúcom jablku. Medzi populárne pokusy medzi študentmi na ukážku tretieho Newtonovho zákona patrila raketa vytvorená z plastových fliaš. Čo sa týka *Mechaniky tuhého telesa*, viackrát sme sa stretli s pokusmi, ktoré boli zamerané na moment sily alebo ťažisko určitého telesa. V tejto kategórii medzi obľúbené ukážky študentov patrili hojdačky. Rovnaký počet videí, ako kategória *Mechanika tuhého telesa*, obsahuje aj kategória *Častícová stavba látok*. V tejto kategórii najčastejšou spomínanou témou bola hustota. V pokusoch, ktoré boli zamerané na hustotu, študenti najčastejšie miešali kvapaliny s rôznymi hustotami v odmerných valcoch alebo predviedli, ako sa dajú vymeniť v dvoch pohároch dve rôzne kvapaliny bez toho, aby sme ich vyliali do tretej nádoby.

Z tabuľky A.1, ktorú sme vytvorili pri analyzovaní videí, môžeme vyčítať aj nedostatky, ktoré sme si všimli pri pozeraní filmov. Študenti mali problémy so zápismi na tabuľu. Zle uvádzali značky a jednotky fyzikálnej veličiny, prípadne indexy. Ďalej sa viackrát stalo, že študenti písali na tabuľu niečo iné, ako hovorili. Vyskytli sa problémy s nesprávnym spôsobom merania. Samozrejme, problémy boli aj s vysvetleniami daných javov, boli nesprávne alebo absentovali. Niektoré videá mali okrem nedostatkov z fyzikálneho hľadiska aj zlú kvalitu, čo sa týka zvuku alebo obrazu. Tým pádom sme odpovedali na našu tretiu otázku.

Na základe analýzy môžeme povedať, že priemerná dĺžka filmov sú 4 minúty 41 sekúnd. Početnosť autorského kolektívu sa nedá presne určiť. Čo sa týka typu videí, študenti najčastejšie predvádzali pokusy, ukážky, animácie, aj s vysvetlením vybraných fyzikálnych javov. Len v 20 % všetkých filmov sa stalo, že študenti neurobili žiadny pokus, nevysvetľovali. V týchto prípadoch robili rozhovor, prerozprávali životopis známych fyzikov alebo robili anketu medzi ľuďmi.

Pri analýze videí sme zistili, že v niektorých prípadoch sa žiaci pri objasňovaní pokusov dopúšťajú nepresností.

V jednom videu, s názvom *Archimedov zákon*, študenti chceli pomocou pokusu predviesť Archimedov zákon. Myšlienka bola dobrá, avšak komentár pri pokuse a vysvetlenie, spolu so záverom, sú nesprávne. Hneď na začiatku videa študenti správne prečítajú znenie Archimedovho zákona. Ďalej uvádzajú, že meraním zistia hmotnosť telesa vo vzduchu, vo vode, v slanej vode a v oleji. Následne pomocou digitálnej váhy odmerajú hmotnosť telesa vo vzduchu a zapíšu si hodnotu na tabuľu. Nasledujú merania hmotnosti telesa ponoreného vo vode, v slanej vode a v oleji. Zistené údaje zapisujú na tabuľu. Na konci pokusu vyslovia záver: *„Meraním sme zistili, že hmotnosť telesa vo vzduchu je 0,52 kg, vo vode je 0,45 kg, v slanej vode je 0,43 kg a v oleji 0,49 kg. Z pokusu vyplýva, že čím je kvapalina hustejšia, tým je hmotnosť telesa menšia.“*

V inom videu s názvom *Hry fyzikov* študenti hovoria o Archimedovom, Pascalovom a Newtonovom gravitačnom zákone. Na konci videa je známy vtip o fyzikoch v nebi. Video je pekne spracované, avšak Pascalov zákon formulovaný študentmi: *„Pôsobením vonkajšej tlakovej sily na voľnú hladinu kvapaliny v uzavretej nádobe vznikne vo všetkých miestach kvapaliny rovnaký tlak.“* naznačuje jeho nesprávne pochopenie.

Nedostatky sme však nenašli len pri téme hydrostatika. Ako ďalší príklad uvádzame video s názvom *Gravitačná sila*. V tomto videu študenti tvrdili, že niektoré telesá gravitačnej sile môžu odporovať. Ako príklad uvádzajú tenisovú loptičku, ako sa odráža od betónu a zvieratá, ako skáču cez rôzne predmety. V ďalšej časti videa študenti riešia beztiažový stav. Píšu, že *„je to stav, kde nepôsobí gravitácia. Vyskytuje sa v medziplanetárnom priestore.“* Na konci videa žiaci majú ukážku, ako sa bubliny vznášajú vo vzduchu. Uvádzajú, že *„Bubliny sa vznášajú, lebo sú redšie ako vzduch, nemajú hmotnosť. Gravitácia ich nemôže ovplyvniť.“*

Na základe nedostatkov vo vysvetľovaní a argumentácii žiakov sme sa rozhodli bližšie preskúmať predstavy žiakov súvisiace s pojmami

a javmi v téme *Hydrostatika*. Čo sa týka *Hydrostatiky*, najčastejšie (v 11 prípadoch) sme sa stretli s pokusmi, ktoré boli zamerané na tlak, podtlak a hydrostatický tlak. Ďalšími, rovnako častými témami, boli Archimedes a vztlaková sila. Tie študenti v rámci videí spomínali sedemkrát. Dvakrát sa u študentov objavil aj Pascalov zákon. Z tohto dôvodu sme vytvorili test s úlohami zameranými na pojmy a javy ako sú hustota, Pascalov zákon, Archimedov zákon a vztlaková sila. Videí, v ktorých sa študenti zaoberajú spomínanými témami sme videli 17. Medzi filmami sme našli 2 také, v ktorých sa žiaci dopúšťajú rôznych nepresností, podľa ktorých sa môžeme domnievať, že ide o nesprávnu predstavu.

3 Test zameraný na predstavy žiakov základných škôl týkajúcich sa pojmov a javov z tematického celku *Statika kvapalín*

Existuje množstvo možností a nástrojov na diagnostiku žiackych predstáv. Tieto sme spomínali v podkapitole 1.3. Nájdeme v nej nasledujúce: písomné didaktické testy, rozhovory, pojmové mapy, asociačné úlohy, dotazníky, analýzu žiackych výkonov a výtvorov, metódu Delphi, príbehy baróna Prášila či pojmové komiksy.

3.1 Vytvorenie testu

S cieľom zistiť, aké majú žiaci základnej školy predstavy o javoch v statike kvapalín a o pojme hustota, zvolili sme test s voľnými odpoveďami. Ako sme písali v podkapitole 1.3, písomné didaktické testy sú jednou z najpoužívanejších metód na diagnostiku predstáv. Úlohy, pomocou ktorých chceme zisťovať predstavy žiakov, majú byť dobre premyslené. Orientované skôr kvalitatívne, než kvantitatívne a zamerané na skutočné pochopenie. Poznáme testy s výberom odpovede (pri identifikácii predstáv sú dôležité dobre zvolené distraktory), ako aj s otvorenou odpoveďou. My sme na identifikáciu žiackych predstáv vybrali možnosť voľných odpovedí. Tie sme zvolili práve preto, lebo nás zaujíma, ako žiaci pri jednotlivých otázkach rozmýšľajú a aké sú ich vysvetlenia. Keby sme dali žiakom test s výberom odpovedí, mali by určitú šancu označiť správnu odpoveď aj bez vysvetlenia a bez toho, aby rozumeli daným javom.

Ďalej sme rozmýšľali, ako postupovať pri zadávaní testu. V teste, ktorý je v úplnom znení v prílohe (príloha B), sa nenachádzajú žiadne náčrty, a obrázky. Úlohová situácia je daná slovným opisom. Dôvodom je, aby žiaci neboli ovplyvnení pri odpovedaní. Náčrty, či obrázky by ich mohli naviesť k tomu, čím sa v danej úlohe treba zaoberať, čo si všímať alebo na čo si dávať pozor. Zvažovali sme, či nie je potrebné ukázať žiakom pokusy namiesto ich opisu. Túto možnosť sme zamietli kvôli rovnosti vstupných podmienok testovania pre všetkých žiakov. Keby sme realizovali pokusy pri vyplnení testu, mohlo by sa stať, že by sa náš komentár v jednej testovanej skupine pri predvedení pokusov odlišoval od vysvetlenia tých istých javov v druhej testovanej skupine. Tým pádom by žiaci nemali rovnaké vstupné podmienky.

3.2 Zadania testových úloh

Náš test je zameraný na zisťovanie predstáv žiakov základnej školy. Úlohy v teste sú zamerané na pochopenie javov v hydrostatike (bližšie Pascalov zákon, Archimedov zákon, vztlaková sila) a na pochopenie pojmu hustota. Pri zostavení testu sme vychádzali z videí Festivalu fyzikálnych filmov, z rôznych príkladov z literatúry a ďalej z našich skúseností s učením.

Úlohy sme sa snažili sformulovať tak, aby sme nepoužívali odborné termíny. Keďže test je pre žiakov základnej školy, vymysleli sme k zadaniu testu príbeh s Miškom z každodenného života.

V úvode, pred prvou úlohou žiaci sa oboznámia s Miškom: *Miškov obľúbený predmet je fyzika. Veľmi rád robí pokusy. Letné prázdniny trávil u babky a aby sa nenudil, robil pokusy pomocou rôznych vecí, ktoré u babky našiel.*

Úloha 1

V teste zo šiestich úloh tri úlohy sú zamerané na správanie sa telies v kvapalinách, resp. na pochopenie pojmov hustota a viskozita. Medzi nimi patrí aj prvá úloha, ktorú sme sformulovali nasledujúcim spôsobom:

Miško našiel starú hliníkovú lyžicu. Vložil ju do nádoby s vodou. Lyžica klesla na dno. To isté zopakoval so starými hliníkovými mincami, ktoré našiel. Aj mince klesli na dno. Potom našiel alobal, ktorý je vlastne tenučká hliníková fólia. Odtrhol z alobalu kus s rozmermi približne 5x5 cm. Ponoril ho pod hladinu vody a pustil. Ako sa správal tento kus alobalu vo vode? Ako by sa správal vo vode menší kus alobalu? Svoje odpovede vysvetli!

Pomocou tejto úlohy by sme chceli u žiakov zistiť, ako uvažujú pri rozhodovaní o správaní sa telies vo vode. Naše skúsenosti hovoria, že pri rozhodovaní o tom, či teleso bude plávať alebo nie, žiaci uvažujú najmä o hmotnosti telies a o ich hustote nie. V zadaní sme uviedli, že Miško kus alobalu najprv ponorí pod hladinu vody a až potom ho pustí. Tento krok sme uskutočnili kvôli tomu, aby žiaci nemohli argumentovať tak, že alobal zostane na hladine vody kvôli povrchovému napätiu.

Náš test budú vypĺňať žiaci šiesteho, siedmeho a ôsmeho ročníka. Rozhodli sme sa pozrieť na učebnice pre základné školy, ktoré boli vydané

po obsahovej reforme školstva, po roku 2008. Zaujímalo nás, kedy a v akom rozsahu sa žiaci základnej školy stretávajú s pojmami a javmi zo statiky kvapalín.

Žiaci sa prvýkrát stretnú s fyzikou počas výučby v šiestom ročníku na základnej škole. Na začiatku učebníc autori vždy zaradia pár úloh a pokusov týkajúcich sa tém, ktorými sa budú žiaci zaoberať v danom ročníku s cieľom vyvolať v žiakovi kognitívny konflikt. V učebnici pre 6. ročník základných škôl nájdeme úvodné pokusy, ktoré sa týkajú hustoty. Žiaci sa tu konkrétne stretnú s karteziánskym potápačom a pokusom na správanie sa troch rôznych kvapalín v jednej nádobe. [Lapitková et al., 2010, s. 11-12] V druhej kapitole s názvom *Správanie telies v kvapalinách a plynoch* sa vrátia k pokusom, ktoré boli spomenuté na začiatku učebnice. Žiaci v tejto časti skúmajú vplyv hmotnosti, objemu a tvaru telies na ich správanie vo vode. Následne sa pomocou pokusov dostávajú k hustote tuhých látok, ako aj k hustote kvapalín. Hustotu opisujú slovne, aj pomocou vzťahu.

Vidíme teda, že žiaci sa o hustote učia už v šiestom ročníku. To znamená, že každý žiak, ktorý bude odpovedať na test, by už mal mať skúsenosti s pokusmi týkajúcimi sa pojmu hustota.

Úloha 2

Druhá testová úloha sa tiež týka správania sa telies v kvapalinách. Jej znenie je nasledovné:

Miško si všimol, že babka nechala na stole olej a vodu. V skrini našiel dve rovnaké skúmavky. Do jednej skúmavky nalial trochu vody a zatvoril ju. Následne ju ponoril do akvária s vodou. Skúmavka sa vo vode ustálila vo zvislej polohe, plávala kolmo na hladinu vody. Druhú skúmavku naplnil olejom do rovnakej výšky a ponoril ju do akvária s vodou. Skúmavka s olejom vo vode sa tiež ustálila vo zvislej polohe. Porovnaj ponor týchto skúmaviek a svoju odpoveď vysvetli!

Pri tejto úlohe nás zaujíma, či si žiaci uvedomujú, že napriek tomu, že v skúmavkách sú rovnaké objemy kvapalín, nebudú sa vo vode správať rovnako, keďže majú kvapaliny (voda a olej) rôzne hustoty a tým pádom aj rôzne hmotnosti. Pri riešení tejto úlohy žiaci by najprv mali vedieť, že hustota oleja je menšia ako hustota vody. Následne by si žiaci ešte mali uvedomiť, že kvapalina s rovnakým objemom, ale väčšou hustotou má väčšiu hmotnosť a následne sa zamyslieť nad tým, ako súvisí ponor telesa s jeho hmotnosťou.

V učebnici pre 6. ročník základných škôl, v štvrtej podkapitole druhej kapitoly *Správanie telies v kvapalinách a plynoch* sa žiaci zaoberajú hustotou kvapalín. V úvodnom pokuse na začiatku učebnice [Lapitková et al., 2010, s. 12] mali žiaci do tej istej nádoby naliať med, priliať olej a nakoniec vodu. Následne mali nakresliť výsledok pokusu do zošita. K tomuto pokusu sa vrátia v štvrtej podkapitole druhej kapitoly [Lapitková et al., 2010, s. 85], a keďže už vedia, čo je hustota, majú určiť hustotu kvapalín. Pomocou tohto pokusu žiaci teda zistia, aká je hustota oleja a ako sa správa olej v porovnaní s vodou. Ďalej majú v učebnici v časti *„Čo sme sa naučili“* spomenutú nasledujúcu vlastnosť: *„Telesá, ktoré majú rovnaký objem, plávajú ponorené hlbšie, ak majú väčšiu hmotnosť.“* [Lapitková et al., 2010, s. 90] Z týchto pokusov vyplýva, že všetci žiaci by sa už mali vedieť rozhodnúť aj pri našej úlohe, ako sa budú správať skúmavky naplnené vodou a olejom.

Úloha 3

V tretej úlohe nášho testu sa zameriavame na Archimedov zákon. Naša úloha vyzerá nasledovne:

Miško vložil do pohára s vodou kocku ľadu. Fixkou si na pohári poznačil pokiaľ siaha voda. Počkal, kým sa všetok ľad roztopil. Ako sa zmenila výška hladiny vody? Hladina vody bola nad čiarou, ktorá bola na pohári, pod ňou alebo na rovnakej úrovni? Svoje tvrdenie vysvetli!

V učebnici pre 6. ročník základných škôl jedenásta podkapitola prvej kapitoly *Skúmanie vlastností kvapalín, plynov, tuhých látok a telies* sa týka merania objemu pevných telies. Uvádza sa spôsob určovania objemu geometricky pravidelných, ako aj nepravidelných telies. Pri určovaní objemu nepravidelných telies autori uvádzajú: *„Druhý spôsob, ktorý sa používa pri stanovovaní objemu telies menších a nepravidelných rozmerov, spočíva v meraní množstva vody vytlačenej ponoreným telesom. Jednoduchým pokusom sa dá dokázať, že teleso úplne ponorené do vody vytlačí taký objem vody, aký je jeho objem.“* [Lapitková et al., 2010, s. 59] Môžeme teda povedať, že žiaci sa zaoberajú už v šiestom ročníku určitou podobou Archimedovho zákona, len ho tak nenazvú. Na konci tejto podkapitoly avšak v okienku *„? Vieš, že...“* nájdeme nasledujúcu poznámku: *„ARCHIMEDES, grécky učenec, ktorý žil v rokoch 287 až 212 pred našim letopočtom, dokázal, že teleso úplne ponorené do vody vytlačí presne toľko vody, aký je jeho objem?“* [Lapitková et al, 2010, s. 62] V jednej časti druhej kapitoly *Správanie telies v kvapalinách a plynoch* sa zaoberajú objemom kvapaliny vytlačenej telesami. V prvej úlohe žiaci majú zistiť, *„či sú nejaké vzťahy medzi hmotnosťou telies plávajúcich vo vode a hmotnosťou vody, ktorú telesá vytlačili.“* [Lapitková et al., 2010, s. 94] Po vykonaní pokusu podľa postupu majú žiaci odpovedať okrem iných aj na nasledujúcu otázku: *„Čo možno povedať o objeme ponorenej časti telesa a objeme vody vytlačenej týmto telesom?“* [Lapitková et al., 2010, s. 95] Ďalší pokus je podobný, s tým rozdielom, že žiaci majú porovnať hmotnosť vytlačenej vody

s hmotnosťou potápajúcich sa telies. Na základe týchto pokusov vyslovia nasledujúci záver: *„...hmotnosť plávajúcich telies a hmotnosť vytlačenej vody boli rovnaké. To však neplatí pre potápajúce sa telesá. Potápajúce sa telesá majú väčšiu hmotnosť, ako je hmotnosť vytlačenej kvapaliny."* [Lapitková et al., 2010, s. 96] Tu si tiež môžeme všimnúť podobu Archimedovho zákona. V nasledujúcej podkapitole sa autori zaoberajú správaním telies v kvapalinách s rôznou hustotou. Na konci tejto podkapitoly uvádzajú, že *„podrobnejšie vysvetlenie správania telies v kvapalinách a plynoch spočíva v Archimedovom zákone, ktorý je zložitejší a hovorí o pôsobení síl na telesá ponorené v kvapalinách, prípadne na telesá nachádzajúce sa v plynoch. O tom sa však budete učiť neskôr."* [Lapitková et al., 2010, s. 99] Môžeme teda povedať, že žiaci sa v šiestom ročníku stretnú s propedeutikou Archimedovho zákona. Autori v tejto časti neuvádzajú presné znenie Archimedovho zákona. Dôvodom je, že pojem sila je zavádzaný až v ôsmom ročníku.

Vidíme teda, že čo sa týka tejto úlohy žiaci šiesteho ročníka síce majú spomenutú určitú podobu Archimedovho zákona, avšak jeho presné znenie sa učia až v ôsmom ročníku. Podľa našich doterajších skúseností očakávame nesprávne odpovede. Podľa nášho názoru, žiaci si myslia, že hladina vody stúpne (na základe „logiky", lebo sa ľad roztopí a voda pribudne). Túto úlohu sme čerpali z učebnice *Metodika k učebnici fyziky pre 6. ročník základnej školy a 1. ročník gymnázia s osemročným štúdiom*, v ktorej uvádzajú nasledujúce vysvetlenie danej úlohy: *„Po vložení ľadu sa hladina vody v pohári zvýši, vytlačí sa hmotnosť vody, ktorá je rovnaká ako hmotnosť ľadu. Hmotnosť ľadu a hmotnosť vody, ktorá vznikne po roztopení ľadu, je rovnaká, preto sa hladina vody v pohári nezmení."* [Velmovská et al., 2016, s. 151]

Úloha 4

V štvrtej úlohe sa venujeme pochopeniu Pascalovho zákona. Pascalovým zákonom sa zaoberáme, pretože žiaci sa veľmi ľahko vedia dostať k jeho nesprávnemu zneniu. Aj napriek faktu, že učitelia na hodinách fyziky žiakov Pascalov zákon naučia v správnom znení, tí ho následne môžu zle interpretovať.

Na viacerých webových stránkach nájdeme znenia Pascalovho zákona, ktoré môžu viesť k nesprávnemu pochopeniu. Pomocou *Google* sme dali vyhľadať heslo *„Pascalov zákon"*. Na prvých dvoch webových stránkach môžeme čítať nasledujúce: *„Tlak v kvapaline, ktorý vznikne pôsobením vonkajšej sily na povrch kvapaliny v uzavretej nádobe, je v každom mieste kvapaliny rovnaký."* [Wikipédia, 2016, Kireš, Labuda, n.d.] Na tretej webovej stránke nájdeme znenie: *„Pôsobením vonkajšej sily na voľnú hladinu kvapaliny v uzavretej nádobe vznikne v kvapaline tlak, ktorý je vo všetkých miestach rovnaký."* [Podmanická, 2010] V staršej učebnici fyziky pre 7. ročník [Bohuněk et al., 2003, s. 85] základných škôl nájdeme nasledujúce znenie Pascalovho zákona: *„Pôsobením vonkajšej tlakovej sily na voľnú hladinu kvapaliny v uzavretej nádobe vznikne vo všetkých miestach kvapaliny rovnaký tlak."*

Naša úloha k tejto téme je sformulovaná nasledovne:

Miško našiel v pivnici plastovú fľašu. Tenkým klincom na jej boku urobil v rôznych výškach pod sebou tri rovnako veľké diery. Do plastovej fľaše napustil vodu. Voda začala vytekať zo všetkých troch otvorov. Najrýchlejšie vytekala voda z otvoru najbližšieho ku dnu fľaše, a najpomalšie z otvoru najbližšieho k otvoru fľaše. Miško fľašu zatvoril. Čo sa stalo, keď Miško zatlačil zatvorenú fľašu? Porovnaj rýchlosť vytekania vody z jednotlivých otvorov. Svoju odpoveď zdôvodni!

Pri tejto úlohe našou snahou je zistiť, ako žiaci rozumejú Pascalovmu zákonu. Ak ho majú zle osvojený, t.j. myslia si, že pôsobením vonkajšej sily bude vo vode vo všetkých miestach kvapaliny rovnaký tlak, očakávame, že žiaci budú tvrdiť, že rýchlosť vody po zatlačení zatvorenej fľaše bude z každého otvoru rovnaká.

Čo sa týka tejto úlohy, všetkým žiakom by mal byť známy pokus s uvedenou fľašou, keďže ju majú viackrát spomenutú v učebniciach pre základné školy. V týchto učebniciach nájdeme na konci jednotlivých kapitol zhrnutie toho, čo sa žiaci naučili v danej kapitole a viackrát sa stretneme aj s testami, kde žiaci môžu zistiť úroveň osvojenia pojmov a zručností. Prvýkrát sa s podobnou úlohou stretnú v šiestom ročníku. V učebnici pre 6. ročník základných škôl v prvej podkapitole prvej kapitoly *Skúmanie vlastností kvapalín, plynov, tuhých látok a telies* sa žiaci učia o vlastnostiach kvapalín. Tu sa stretnú aj s Pascalovým zákonom v kvapalinách, ktorý majú uvedený v nasledujúcom znení: *„Keď zatlačíme piest v nádobe, voda začne striekať rovnako prudko všetkými smermi, pretože sa zvýši v nádobe tlak a tlak sa prenáša v kvapaline rovnako do všetkých smerov. Tento poznatok sa nazýva Pascalov zákon."* [Lapitková et al., 2010, s. 15] V teste, ktorý sa týka vlastnosti kvapalín a plynov nájdeme nasledujúcu úlohu: *„Chlapec fúka do plastovej fľaše s vodou, ktorá má okolo dna otvory. Voda strieka rovnako prudko na všetky strany. Ako sa dá vysvetliť tento jav?"* [Lapitková et al., 2010, s. 37] Ďalej v učebnici pre ôsmy ročník základnej školy a tretí ročník gymnázia s osemročným štúdiom [Lapitková et al., 2012] sa žiaci stretnú v súvislosti s hydrostatickým tlakom s fľašou s dierami.

Úloha 5

Piata testová úloha sa týka vztlakovej sily. S pojmom vztlaková sila sa žiaci prvýkrát stretnú na hodinách fyziky až v ôsmom ročníku základnej školy. To znamená, že u žiakov šiesteho a siedmeho ročníka naozaj budeme zisťovať ich prvotné predstavy o vztlakovej sile, ktoré ešte nie sú ovplyvnené výučbou fyziky na základnej škole. Domnievame sa, že žiaci si myslia (bez ohľadu na to, v ktorom ročníku sú), že čím hlbšie je už celé teleso ponorené do kvapaliny, tým väčšia vztlaková sila naň pôsobí.

Aby sme zistili predstavy žiakov ohľadom tejto témy, navrhli sme nasledujúce zadanie úlohy:

Miško zjedol čokoládové vajíčko s prekvapením. Plastový obal z neho naplnil kamienkami a zavesil na gumičku. Gumička sa natiahla. Keď plastový obal ponoril celý do vody tesne pod hladinu vody, gumička sa skrátila. Čo sa stalo s gumičkou, keď plastový obal ponoril hlbšie? Svoju odpoveď zdôvodni!

Úloha 6

Posledná úloha nášho testu súvisí s viskozitou kvapalín. Ako hovorí Haverlíková, *„pojem hustý z bežného jazyka vedie k miskoncepcii v chápaní fyzikálneho pojmu hustota a k jeho stotožňovaniu s mierou tečenia, vnútorného trenia, ktoré sa vo fyzike označuje pojmom viskozita.“* [Haverlíková, 2013, s. 7] Nás zaujíma, ako budú reagovať žiaci na nasledujúcu úlohu:

Babka piekla koláč a povedala Mišovi, že jej má doniesť z chladničky mlieko a smotanu na šľahanie. Keď babka začala liať mlieko a smotanu z pohára do misky, Miško si všimol, že sa smotana prelieva „horšie“. Miško však často v rozprávkach čítal, že mačka líže smotanu z hladiny mlieka. Začal nad tým rozmýšľať, či je to vôbec možné. K akému záveru Miško prišiel? Svoju odpoveď zdôvodni!

4 Prieskum žiackych predstáv o pojmoch a javoch z tematického celku *Statika kvapalín*

4.1 Úloha prieskumu

Pomocou prieskumu sme sa snažili zmapovať aktuálny stav predstáv vybraných žiakov. Ako hlavnú úlohu prieskumu sme si stanovili:

Zistiť ako žiaci základných škôl chápu vybrané javy a pojmy z tematického celku Statika kvapalín (bližšie Pascalov zákon, Archimedov zákon, vztlaková sila, hustota).

Domnievame sa, že žiaci majú vybudované nesprávne predstavy spojené s pojmami a javmi z tematického celku *Statika kvapalín*. Na základe výsledkov iných prieskumov a výskumov a analýzy žiackych filmov na Festival fyzikálnych filmov očakávame nasledovné zistenia:

1. Žiaci pri rozhodovaní o správaní sa telies v kvapalinách uvažujú najmä o hmotnosti telies.
2. Žiaci si zamieňajú pojem hustota s pojmom viskozita.
3. Žiaci pri riešení úlohy zameranej na uplatnenie Archimedovho zákona o ňom neuvažujú.
4. Žiaci sa domnievajú, že pri pôsobení vonkajšou silou na kvapalinu v uzavretej nádobe bude v každom mieste kvapaliny rovnaký tlak.
5. Žiaci sa domnievajú, že veľkosť vztlakovej sily závisí od hĺbky ponorenia ešte aj vtedy, keď už je celé teleso ponorené do vody.

4.2 Metódy prieskumu

Prieskum sme uskutočnili v marci a apríli 2017. Prieskum bol realizovaný formou písomného testu s úlohami s voľnými odpoveďami (príloha B). Testu sme sa bližšie venovali v kapitole 3. V teste sa nachádzalo 6 úloh. Úlohy boli zamerané na pochopenie pojmov a javov z tematického celku *Statika kvapalín*. Zo šiestich úloh tri úlohy (prvá, druhá a šiesta úloha) boli zamerané na pochopenie pojmu hustota a na správanie sa telies v kvapalinách. Zvyšné tri úlohy (tretia, štvrtá a piata úloha) obsahovali otázky súvisiace s Pascalovým a Archimedovým zákonom, resp. so vztlakovou silou. Žiaci test vypĺňali počas jednej vyučovacej hodiny v trvaní 45 minút. Analyzované a spracované dáta sme vyhodnotili pomocou programu Excel.

4.3 Charakteristika súboru

Do prieskumu sa zapojili žiaci zo Súkromnej základnej školy Česká v Bratislave. Do prieskumu bolo zapojených 32 respondentov (Tab. 2). Test zo šiesteho ročníka, rovnako ako z ôsmeho ročníka, vyplnilo 12 žiakov. Zo siedmeho ročníka test vyplnilo 8 žiakov. Žiaci na súkromnú základnú školu nie sú prijímaní na základe žiadnych kritérií, môžeme sa preto domnievať, že ide o bežných žiakov populácie.

Tab. 2 – Počet respondentov zapojených do prieskumu

Súkromná základná škola Česká v Bratislave				
Ročník	6.	7.	8.	**Spolu**
Počet žiakov	12	8	12	**32**

4.4 Spracovanie a interpretácia výsledkov prieskumu

Na testové úlohy odpovedalo 32 žiakov základných škôl. Žiaci boli zo šiesteho, siedmeho a ôsmeho ročníka.

Každú úlohu sme vyhodnotili osobitne. Najprv sme odpovede na danú úlohu rozdelili do kategórií podľa toho, k akému záveru žiaci prišli. Ďalej v jednotlivých kategóriách sme hľadali spoločné znaky – na základe čoho, akého predpokladu, myšlienkového pochodu sa žiaci dopracovali k danej odpovedi. Takto sme jednotlivé kategórie odpovedí rozdelili do menších skupín. Následne sme vytvorili tabuľku, do ktorej sme zaznamenali našu kategorizáciu odpovedí aj s relatívnou početnosťou zastúpenia jednotlivých odpovedí podľa ročníkov. Na konci spracovania výsledkov sme vytvorili grafy, aby získané hodnoty boli prehľadnejšie. V tabuľkách sme správne odpovede zvýraznili oranžovou farbou. V grafoch relatívnu početnosť správnej odpovede sme zakrúžkovali červenou farbou. Za správnu odpoveď sme považovali len odpoveď, v ktorej žiak uviedol aj vysvetlenie. Ak žiak odpovedal správne, ale nezdôvodnil svoje tvrdenie, odpoveď sme nepovažovali za správnu, keďže v zadaní sme vysvetlenie striktne požadovali.

Úloha 1

Z výsledkov prieskumu vyplýva, že na prvú otázku správne odpovedalo 6,3 % všetkých respondentov, čo znamená 2 žiaci. Tento výsledok nám ukazuje aj graf C.1 (v prílohe).

Z tabuľky C.1 (v prílohe) môžeme vyčítať, že až 50 % respondentov nesprávne predpokladá, že hustota telesa závisí od jeho rozmerov. Ďalšiu veľkú skupinu (21,9 %) tvoria tí, ktorí si myslia, že plávanie telesa súvisí len s jeho hmotnosťou.

Úloha 2

Na druhú otázku nášho prieskumu, ako sa dá vyčítať aj z tabuľky C.2 (v prílohe), odpovedalo správne 12,5 % žiakov (4 respondenti).

Ako vidieť na grafe C.2 (v prílohe), vysoké percento odpovedi respondentov patrí do druhej kategórie – *Skúmavka naplnená olejom sa ponorí hlbšie*. Z grafu C.2 môžeme vyčítať, že 31,3 % žiakov patrí do tejto kategórie. Najväčší počet žiakov (43,7 %) však patrí do kategórie *Iné nesprávne odpovede*. Najpočetnejšia skupina tejto kategórie je skupina *Nesprávne pochopené zadanie*. Sem patrí 21,9 % respondentov.

Úloha 3

Z výsledkov prieskumu vyplýva, že na tretiu úlohu zo všetkých respondentov (32) vedel správne odpovedať len jeden žiak. Túto skutočnosť môžeme vidieť aj v tabuľke C.3 (v prílohe).

Z tabuľky C.3 ďalej môžeme vyčítať, že 28,2 % odpovedí patrí do kategórie *Hladina vody sa nezmení*, ktorá označuje správnu odpoveď. Avšak z týchto 28,2 % respondentov približne 44 % sa dostalo k správnej odpovedi pomocou nesprávneho predpokladu. Títo žiaci si mysleli, že objem ľadu a vody po roztopení ľadu je rovnaký.

Z grafu C.3 (v prílohe) je zrejmé, že až polovica žiakov, ktorí tvrdili, že hladina vody po roztopení ľadu stúpne, zanedbala skutočnosť, že ľad vytláča časť vody, t.j. pri riešení úlohy neaplikovali Archimedov zákon.

Úloha 4

Podľa tabuľky C.4 (v prílohe) vidíme, že na štvrtú testovú úlohu uviedlo správnu odpoveď s neúplným vysvetlením 12,5 % respondentov, čo znamená 4 žiaci.

Ako nám ukazuje aj graf C.4 (v prílohe), vysoké zastúpenie majú skupina *Nesprávna aplikácia Pascalovho zákona* (25 %) v kategórii *Rýchlosť výtoku zo všetkých dier je rovnaká* a kategória *Iné nesprávne odpovede* (28,1 %).

Úloha 5

Z výsledkov prieskumu vyplýva, že na piatu testovú úlohu odpovedalo správne len 3,1 % respondentov, čiže jeden žiak. Tento fakt vidíme aj v tabuľke C.5 (v prílohe).

Z grafu C.5 (v prílohe) je zrejmé, že najviac odpovedí sa nachádza v kategórii *Gumička sa skrátila*. Sem patrí 47 % respondentov. Z nich najviac žiakov sa domnievalo, že vztlaková sila závisí od hĺbky ponorenia. Veľké zastúpenie (31,3 %) má aj pri tejto úlohe kategória *Iné nesprávne odpovede.*

Úloha 6

Relatívna početnosť správnych odpovedí v šiestej úlohe, ako to vidieť aj z tabuľky C.6 (v prílohe), je 3,1 %. To znamená, že z 32 respondentov len jeden žiak uviedol správnu odpoveď na danú otázku.

Z grafu C.6 (v prílohe) je zrejmé, že 65,7 % odpovedí patrí do druhej kategórie *Mlieko bude vyššie, smotana nižšie*. V tejto kategórii je najpočetnejšia skupina *nesprávny predpoklad – smotana má väčšiu hustotu* s relatívnou početnosťou 31,3 %.

4.5 Diskusia k výsledkom prieskumu

V ďalšom uvedieme dominantné zistenia o predstavách žiakov z empirického materiálu (zo žiackych testov), pričom budeme postupovať po jednotlivých úlohách.

Úloha 1

Prvá testová úloha sa týka správania sa telies v kvapalinách. Plávanie telies súvisí s ich hustotou. Žiaci však majú nesprávnu predstavu, že o tom, či sa teleso bude vznášať, plávať alebo ponárať, rozhoduje len hmotnosť telesa. Ukázalo sa, že aj tí žiaci, ktorí pri plávaní telies uvažujú o hustote telesa,

majú nesprávnu predstavu, že táto súvisí s hmotnosťou – malý kus alobalu má malú hustotu. Z toho usudzujeme, že plávanie telies dávajú do súvislosti s hmotnosťou telesa. Z nášho prieskumu teda vyplýva, že žiakov, ktorí pri rozhodovaní o správaní sa telies uvažujú o hmotnosti telies je 71,9 %. Za typickú nesprávnu odpoveď z tejto kategórie môžeme považovať nasledujúcu: *„Alobal bude na hladine vody. Menší kus tiež. Lebo alobal nie je až tak ťažký.“*

Úloha 2

Druhá úloha testu tiež súvisí so správaním sa telies v kvapalinách. V tejto úlohe si žiaci musia uvedomiť, že kvapaliny síce majú rovnaký objem, avšak nemajú rovnakú hustotu. Tým pádom nemajú rovnakú ani hmotnosť. Následne túto skutočnosť, že kvapaliny (voda a olej) majú rôzne hmotnosti musia dať do súvisu s ponorom telesa. Žiaci, ktorí odpovedali na otázku, nemali problém si uvedomiť, že objemy kvapalín sú rovnaké. Pri rozhodovaní sa, či voda, alebo olej má väčšiu hustotu už problémy mali. Žiaci by sa mali počas vykonávania rôznych pokusov vo vyučovaní fyziky viackrát stretnúť s olejom. Na základe skúseností s olejom by mali vedieť, že hustota oleja je menšia ako hustota vody. Výsledky prieskumu ukazujú, že 28,2 % respondentov tvrdilo, že olej má väčšiu hustotu ako voda, resp. olej a voda majú rovnakú hustotu. Ukázalo sa, že dvaja žiaci sa nesprávne domnievajú, že skúmavka s olejom bude ponorená hlbšie, keďže olej je ťažší ako voda. Teda pri rozhodovaní sa o plávaní telies považujú za dôležitú hmotnosť telesa a nie jeho hustotu. Skutočnosť, že sa žiaci nesprávne domnievali, že olej je „ťažší“ ako voda pripisujeme skutočnosti, že si zamieňajú pojem hustota s pojmom viskozita. Ukázalo sa, že niektorí žiaci sa aj v tejto úlohe rozhodovali o hustote oleja pomocou jeho hmotnosti. Týmto problémom sme sa zaoberali v poslednej testovej úlohe. Výsledky prieskumu ukazujú, že približne 22 % respondentov nesprávne odpovedal na úlohu kvôli nesprávnemu pochopeniu zadania. Títo žiaci sa sústredili na polohu (zvislá a kolmá poloha) skúmaviek vo vode.

Úloha 3

Tretia testová úloha nepriamo súvisí s Archimedovým zákonom. Výsledky prieskumu hovoria, že zo všetkých žiakov uviedol správnu odpoveď len jeden žiak zo šiesteho ročníka. Jeho odpoveď sme síce zaradili do skupiny *neúplne vysvetlenie*, avšak ju považujeme za správnu. Znie nasledovne: „*Na tej istej úrovni, lebo síce keď to tam dáme tak vystúpi, ale potom sa roztopí a stráca tú výšku.“* Myslíme si, že na úrovni žiaka šiesteho ročníka je táto odpoveď postačujúca. Medzi správne odpovede by sme mali zaradiť aj kategóriu *Hladina vody klesne*. Dôvodom je, že kým sa ľad roztopí, voda sa vyparuje a v skutočnosti môže hladina vody klesnúť. Avšak my sme tak neurobili, lebo ani jeden žiak neuvažoval nad tým, že voda sa pri procese topenia sa ľadu vyparuje.

Predpokladali sme, že väčšina žiakov bude myslieť na základe „logiky“, že ľad sa roztopí a hladina vody stúpne. Výsledky prieskumu sú v súlade s našim predpokladom. Z výsledkov prieskumu vyplýva, že 56,2 % respondentov tvrdilo, že hladina vody po roztopení ľadu stúpne. Najčastejšou odpoveďou z kategórie *Hladina vody stúpne* je nasledujúca: „*Hladina vody bola vyššia, pretože ľad je zamrznutá voda a keď sa roztopí, tak sa zvýši hladina vody, lebo tá voda pribudne z tej ľadovej kocky.“* Z týchto odpovedí vidieť, že žiaci si neuvedomujú uplatnenie Archimedovho zákona – že voda nadľahčuje kocku ľadu, resp. kocka ľadu vytláča časť vody.

Úloha 4

Štvrtá úloha testu je zameraná na aplikáciu Pascalovho zákona. Výsledky prieskumu ukazujú, že 37,5 % respondentov patrí do kategórií *Iné nesprávne odpovede* a *Neriešené*. Zvyšok (20 žiakov) patrí do ďalších kategórií. Z výsledky prieskumu vyplýva, že z tých 20 respondentov 8 respondentov aplikovalo nesprávne Pascalov zákon a tvrdilo, že rýchlosť výtoku po stlačení fľaše zo všetkých dier je rovnaká. Domnievame sa, že ide o nesprávnu predstavu o tom, že ak na kvapalinu v uzatvorenej nádobe pôsobí vonkajšia sila, tlak bude v každom mieste kvapaliny rovnaký. V skutočnosti bude v každom mieste kvapaliny rovnaký len dodatkový tlak spôsobený touto vonkajšou silou, o ktorý sa zvýši hodnota tlaku v každom mieste kvapaliny. Teda, ak je tlak v kvapaline pri dne nádoby väčší ako tesne pod hladinou (bez pôsobenia vonkajšej sily), tak pri pôsobení vonkajšej sily sa tlak všade zvýši o rovnakú hodnotu. Stále však bude platiť, že tlak pri dne nádoby je väčší ako tlak tesne pod hladinou. Do kategórie *Iné nesprávne odpovede* sme zaradili odpovede, v ktorých žiaci napríklad tvrdili, že po zatvorení fľaše sa vyleje z fľaše všetok voda a tým pádom Mišo bude stláčať prázdnu fľašu.

Úloha 5

V piatej úlohe žiaci museli uvažovať o vztlakovej sile. Veľkosť vztlakovej sily nezávisí od hĺbky ponorenia, keď už je celé teleso ponorené do vody. Žiaci však majú nesprávnu predstavu a myslia si, že keď ponoríme celé teleso do vody napríklad tesne pod hladinu vody, a následne ho ponoríme do väčšej hĺbky, pôsobí naňho väčšia vztlaková sila. 18,9 % zo všetkých respondentov tvrdilo, že vztlaková sila závisí od hĺbky ponorenia ešte aj vtedy, keď už je celé teleso ponorené do vody. Ak zo všetkých respondentov odpočítame tých, ktorí patria do kategórií *Iné nesprávne odpovede* a *Neriešené,* zostane nám 20 respondentov. Z 20 respondentov

teda 6 žiakov (30 %) tvrdilo, že veľkosť vztlakovej sily závisí od hĺbky ponorenia ešte aj vtedy, keď už je celé teleso ponorené do vody. V kategórii *Iné nesprávne odpovede* (10 odpovedí) sa nachádzajú odpovede, v ktorých žiaci neodpovedali na položené otázky. Z 10 odpovedí v šiestich sa žiaci vyjadrovali k úlohovej situácii. V kategórii *Gumička sa opäť natiahla* sme našli nasledujúcu odpoveď: „*Gumička sa opäť natiahla, pretože predtým plastový obal plával na hladine vody, ale keďže sme to ponorili, tak gravitácia začala ťahať plastový obal dole.“* Túto odpoveď uviedol žiak ôsmeho ročníka. Zaujímavou myšlienkou je, že podľa neho gravitácia začala pôsobiť na plastový obal len po jeho ponorení do vody.

Úloha 6

Posledná úloha v teste, ako sme už spomínali vyššie, je zameraná na zisťovanie, či žiaci rozlišujú pojmy hustota a viskozita. Na úlohu správne vedel odpovedať len jeden žiak siedmeho ročníka. Zo všetkých respondentov 19 respondentov uviedlo, že smotana má väčšiu hustotu, ako mlieko. Väčšina žiakov sa vyjadrila, že keďže sa smotana horšie leje, má väčšiu hustotu. Medzi odpovede sa viackrát môžeme stretnúť s nasledujúcou: *„Smotana má väčšiu hustotu, tým pádom sa ťažšie prelieva.“*

Aj pri tejto úlohe si môžeme všimnúť, že žiaci spájajú hustotu s hmotnosťou telesa, rovnako ako v prvej úlohe. Napríklad žiak siedmeho ročníka odpovedal nasledovne: *„Smotanu mačka nemôže lízať z hladiny mlieka, lebo je ťažšia a smotana nemôže plávať na hladine mlieka.“*

4.6 Zhrnutie

Analýza dát získaných prieskumom potvrdzuje, že sledovaní žiaci základnej školy majú nesprávne predstavy spojené s pojmami a javmi zo statiky kvapalín, ktoré sme predpokladali. Jedna nesprávna predstava sa spája so správaním sa telies v kvapaline – žiaci pri rozhodovaní o správaní sa telies v kvapalinách uvažujú najmä o hmotnosti telies. Ukázalo sa, že si zamieňajú pojmy hustota a viskozita. Pri úlohe zameranej na aplikáciu Archimedovho zákona sa ukázalo, že žiaci o ňom neuvažujú. Ďalšia nesprávna predstava žiakov je spojená s aplikáciou Pascalovho zákona - žiaci majú nesprávnu predstavu, že ak na kvapalinu v uzatvorenej nádobe pôsobí vonkajšia sila, tlak bude v každom mieste kvapaliny rovnaký. Ukázalo sa, že žiaci majú nesprávnu predstavu spojenú aj so vztlakovou silou – myslia si, že veľkosť vztlakovej sily závisí od hĺbky ponorenia ešte aj vtedy, keď už je celé teleso ponorené do vody.

V ďalšom kroku by sme chceli do prieskumu zapojiť väčší počet žiakov základných škôl a analyzovať ich predstavy spojené s pojmami a javmi z tematického celku *Statika kvapalín*. Považujeme za dôležité s nesprávnymi predstavami žiakov oboznámiť učiteľov fyziky na základných školách. Na základe zistení by sme chceli urobiť odporúčanie pre vyučovanie fyziky, ktoré môžu žiakom pomôcť hlbšie pochopiť vybrané pojmy a javy a postrehnúť medzi nimi súvislosti, či prepojiť teoretické poznatky s praktickými.

5 Záver

V práci sme sa zaoberali predstavami žiakov základných škôl vo vyučovaní fyziky. Vymedzili sme základné pojmy, ako sú prekoncepcia a miskoncepcia. Venovali sme sa znakom a diagnostike žiackych predstáv, podobne ako prekonávaniu chybných žiackych predstáv.

V druhej časti práce sme uviedli analýzu filmov z Festivalu fyzikálnych filmov z roku 2013. V posledných dvoch častiach práce sme sa venovali žiackym predstavám ohľadom pojmov a javov z tematického celku *Statika kvapalín*.

S cieľom identifikovať žiacke predstavy týkajúce sa javov a pojmov z tematického celku *Statika kvapalín* sme vytvorili test, ktorý sme v rámci prieskumu zadali žiakom základných škôl. Na základe výsledkov výskumu a analýzy žiackych odpovedí uvádzame žiacke predstavy spojené s pojmami a javmi ako sú Pascalov zákon, Archimedov zákon, vztlaková sila, hustota a viskozita.

Poďakovanie

Touto cestou by som sa chcela poďakovať doc. PaedDr. Kláre Velmovskej, PhD. za ochotu, pomoc, cenné rady a usmernenie, ktoré mi poskytla pri vypracovávaní tejto práce.

Literatúra

[Bohuněk, 2003] Bohuněk, J. et. al. (2003): Fyzika pre 7. ročník základných škôl – študijná časť A. Bratislava : Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 2003. s. 133. ISBN 80-10-00155-4.

[Driver, 2012] Driver, R., Guesne, E., Tiberghien, A. (Ed.). (2002): Children's Ideas in Science. Philadelphia : Open University Press, Milton Keynes, 2002. 208 s. ISBN 0-335- 15040-3. (First published 1985) In: Haverlíková, V. (2013): Alternatívne predstavy žiakov vo fyzikálnom poznávaní. [online]. Bratislava : Knižničné a edičné centrum FMFI UK, 2013. s. 85. ISBN 978-80-8147-005-9. [cit. 25-01-2017]. Dostupné na: https://zona.fmph.uniba.sk/fileadmin/fmfi/sluzby/elektronicke_studijne_materialy/ip_uk/Fyzikalne_poznavanie_alt_predstavy.pdf

[Gurel, Eryilmz, McDermott, 2015] Gurel, D. K., Eryilmz, A., McDermott, L. CH. (2015): A review and comparison of diagnostic instruments to identify students´ misconceptions in science. [online]. In: Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 2015, 11(5), s. 989-1008. [cit 30-04-2017]. Dostupné na: http://www.iserjournals.com/journals/eurasia/download/10.12973/eurasia.2015.1369a

[Haverlíková, 2013] Haverlíková, V. (2013): Alternatívne predstavy žiakov vo fyzikálnom poznávaní. [online]. Bratislava : Knižničné a edičné centrum FMFI UK, 2013. s. 85. ISBN 978-80-8147-005-9. [cit. 25-01-2017]. Dostupné na: https://zona.fmph.uniba.sk/fileadmin/fmfi/sluzby/elektronicke_studijne_materialy/ip_uk/Fyzikalne_poznavanie_alt_predstavy.pdf

[Kireš, Labuda, n.d.] Kireš, M., Labuda, J. 2.1 Pascalov zákon [online]. [cit. 12-03-2017]. Dostupné na: http://physedu.science.upjs.sk/kvapaliny/pascal.htm

[Lapitková, 2010] Lapitková, V. (2010): Koncepcia spracovania učebnice Fyzika pre 6. ročník základných škôl a prvého ročníka osemročných gymnázií. In: Fyzikálne listy. Roč. 15, č. 1 (2010), s. 8-12. ISSN 1337-7795.

[Lapitková et al., 2010] Lapitková, V. et al. (2010): Fyzika pre 6. ročník základných škôl. Bratislava : EXPOL PEDAGOGIKA, 2010. s. 112. ISBN 978-80-8091-173-7.

[Lapitková et al., 2012] Lapitková, V. et al. (2012): Fyzika pre 8. ročník základnej školy a 3. ročník gymnázia s osemročným štúdiom. Bratislava : Vydavateľstvo Matice Slovenskej, 2012. s. 199. ISBN 978-80-8115-045-6.

[Mandíková, Trna, 2011] Mandíková, D., Trna, J. (2011): Žákovské prekoncepce ve výuce fyziky. Brno : Paido, 2011. s. 245. ISBN 978-80-7315-226-0.

[National Research Council, 1997] National Research Council. (1997): Science Teaching Reconsidered: A Handbook. [online]. Washington, DC : The National Academic Press, 1997. s. 104. ISBN 978-0-309-05498-0. [cit. 30-04-2017]. Dostupné na: https://www.nap.edu/read/5287/chapter/5

[P-MAT, n. o., 2017] P-MAT n.o. (2017): Festival fyzikálnych filmov. [online]. [cit. 08-03-2017]. Dostupné na: http://www.fyzikalnefilmy.sk/

[Podmanická, 2010] Podmanická, P. (2010): Pascalov zákon. [online]. [cit. 12-03-2017]. Dostupné na: http://www.oskole.sk/?id_cat=3&clanok=5980

[Velmovská et al., 2016] Velmovská, K. et al. (2016): Metodika k učebnici fyziky pre 6. ročník základnej školy a 1. ročník gymnázia s osemročným štúdiom. Bratislava : EXPOL PEDAGOGIKA, 2016. s. 191. ISBN 978-80-8091-405-9

[Wijaya et al., 2016] Wijaya, C. P. et al. (2016): The diagnosis of senior high school class X mia B students misconceptions about hydrostatic pressure concept using three-tier. [online]. In: Jurnal Pendidikan IPA Indonesia. 2016; 5(1). s. 13-21. [cit 30-04-2017]. Dostupné na: https://doaj.org/article/ef7fe6fd31554b58832fa64ba4c8a62f

[Wikipédia, 2016] Wikipédia. (2016): Pascalov zákon. [online]. [cit. 12-03-2017]. Dostupné na: https://sk.wikipedia.org/wiki/Pascalov_z%C3%A1kon

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 195–204
ISBN 978-1983445132, © 2017 Jana Štefaňáková

Model reproduktora z jednoduchých pomôcok

Jana Štefaňáková[1]*
Školiteľ: Peter Horváth‡

Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava
Oddelenie didaktiky fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Hlavným cieľom práce bolo zostrojiť vlastný elektroakustický menič, v našom prípade reproduktor, a na základe jeho konštrukcie demonštrovať, akým spôsobom dochádza k premene elektrickej energie na mechanickú energiu. Pomocou tohto zariadenia by sa žiaci zoznámili s javom elektromagnetickej indukcie, ktorá je veľmi abstraktným a náročným fyzikálnym javom. Celé zariadenie sme zhotovovali po jednotlivých súčiastkach a navrhli sme zaradenie jednotlivých súčiastok do vyučovania na základných a stredných školách a aktivity s nimi spojené. Všetky zhotovené súčiastky sme napokon spojili a vytvorili tak fungujúci reproduktor. Takýmto spôsobom chceme v žiakoch rozvíjať nielen manuálne zručnosti ale obohacovať ich fyzikálne a technické vedomosti.
Kľúčové slová: reproduktor, cievka, cievka s magnetickým jadrom, membrána

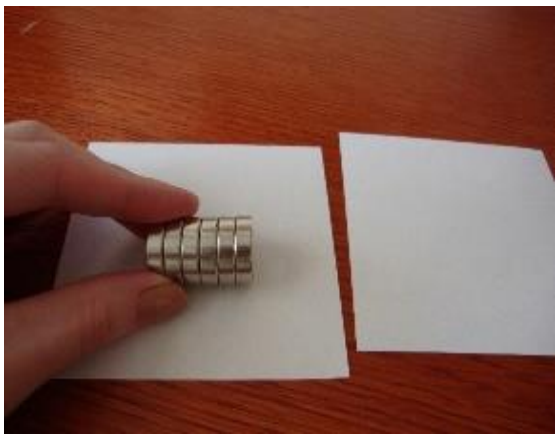
1 Zhotovenie reproduktora

Pri konštrukcii reproduktora sme postupovali od jednotlivých súčiastok, z ktorých sa reproduktor skladá. Opísali sme základné vlastnosti súčiastok a ich technické využitie v praxi. Základnými časťami reproduktora sú cievka, cievka s magnetickým jadrom a membrána. Pri jednotlivých súčiastkach sme navrhli aj ich zaradenie do vyučovania fyziky na základných aj stredných školách. Postupne zhotovené súčiastky sme na záver spojili a vytvorili fungujúce zariadenie – reproduktor.

1.1 Cievka

S pojmom cievka sa prvýkrát stretávajú žiaci deviateho ročníka. V učebnici pre deviaty ročník sa hovorí o cievke, že je zhotovená z izolovaného vodiča, ktorý je navinutý na valček z plastu, či papiera. V učebnici pre druhý ročník gymnázia a šiesty ročník gymnázia s osemročným štúdiom sa hovorí o magnetickom poli cievky. Zavádza sa Ampérovo pravidlo pravej ruky na kruhovom závite, ktorý je vytvorený z vodiča, môžeme teda povedať, že ide o cievku s jedným závitom. Pre cievku s viac závitmi, ktorej dĺžka je niekoľkokrát väčšia ako jej priemer, platí, že magnetické pole v jej vnútri možno považovať za homogénne.

V našej práci sme vytvorili cievku, s ktorou sme ďalej pracovali. Valček z neodymových magnetov sme obalili do dvoch vrstiev papiera, aby sme znížili trenie pri pohybe magnetu v dutine našej cievky.



Obr. 1: Určenie priemeru cievky

Na papierom obalený valček sme navinuli tenký medený vodič, ktorý sme si zaobstarali z pokazených elektronických výrobkov. Výroba vlastnej cievky je vhodná pre žiakov na pestovanie trpezlivosti, nakoľko pri navíjaní cievky sa stalo, že sa vodič zvliekol. Na zjednodušenie navíjania cievky je dobré zopár prvých vinutí prilepiť lepiacou páskou pre jednoduchšiu manipuláciu.

Vyrobená cievka ponúka viacero možností ďalšej práce. Môžeme pomocou nej demonštrovať že cievka, ktorou prechádza elektrický prúd sa správa ako tyčový magnet, využitím magnetky. Pomocou oceľových pilín môžeme sledovať indukčné čiary magnetického poľa cievky. Na základe indukčných čiar ukázať, že magnetické pole cievky sa nenachádza len v jej vnútri, ale aj v okolí cievky a dokázať, že magnetické pole vo vnútri cievky je silnejšie ako v jej okolí. Na reálnej cievke si žiaci taktiež precvičia určovanie pólov cievky pomocou pravidla pravej ruky, ktoré hovorí, že keď uchopíme

* stefanakovajana93@gmail.com
‡ horvath@fmph.uniba.sk

cievku do pravej ruky tak, aby prsty ukazovali smer prúdu, potom vystretý palec ukazuje na severný pól cievky.

Pre žiakov stredných škôl sme navrhli meranie indukčnosti cievky, aj keď je to už nad rámec Cieľových požiadaviek na vedomosti a zručnosti maturantov z fyziky. Najjednoduchší spôsob ako meranie zrealizovať je na základe vzťahu

$$L = \mu \frac{S}{l} N^2,$$

kde μ je permeabilita prostredia, S je prierez cievky, l dĺžka cievky a N počet závitov. Veličiny potrebné na určenie indukčnosti cievky sme odmerali aj na našich troch cievkach. Toto meranie je však vhodné pre cievky s presnými geometrickými rozmermi to znamená, že jednotlivé závity vinutia sú uložené pekne vedľa seba, že je priemer cievky konštantný, že cievka obsahuje dostatočný počet závitov. Naše cievky boli vyrábané „podomácky“ preto indukčnosť cievky cez vzťah nemôžeme považovať za vhodný. Je však dobré ak žiaci spravia toto meranie, a na základe merania im vysvetliť pri akých cievkach má takéto meranie zmysel, a prečo nemá zmysel merať to pri nami vyrobenej cievke.

Ďalšou možnosťou ako zistiť indukčnosť cievky je použitím striedavého prúdu. Prechodom striedavého prúdu cievkou sa prejaví jej induktancia X_L, ktorú vypočítame ako $X_L = \omega L$ a vieme, že cievka má impedanciu

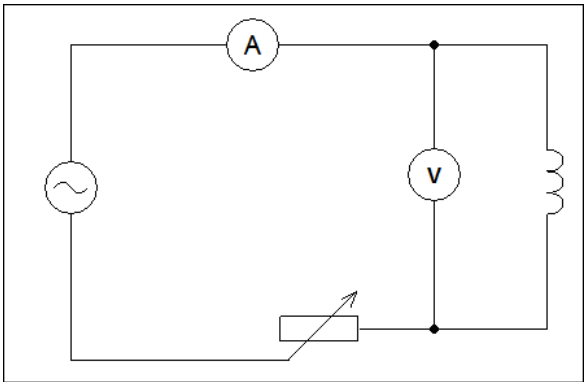
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2},$$

a z nej vieme vyjadriť indukčnosť cievky

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - R^2}.$$

V našej práci sme navinuli viacero cievok a zistili sme ich indukčnosti. Ako prvú sme použili metódu pomocou merania parametrov cievky. Namerali sme hodnoty priemeru cievky, z ktorých sme vypočítali priemery *S* jednotlivých cievok, ich dĺžky *l* a spočítali počet závitov *N*. Pri tejto metóde sme však určili len parametre jednotlivých cievok a nedopočítavali ich indukčnosti z praktických dôvodov.

Ako druhú metódu na určovanie indukčnosti cievok sme použili induktanciu cievky. Zostavili sme elektrický obvod podľa schémy. Generátorom striedavého prúdu bola zvuková karta počítača. Pomocou programu „Signální generátor“ sme vygenerovali zvukový signál s frekvenciou 50 Hz a potenciometrom sme menili veľkosť prúdu v obvode.



Obr. 2: Schéma zapojenia pre meranie indukčnosti cievky

Pri danej hodnote prúdu v obvode sme merali napätie s prúd, ktorý ňou prechádza. Na záver sme ohmmetrom odmerali odpory jednotlivých cievok (R_1 = 1,8 Ω). Zo získaných hodnôt sme vypočítali indukčnosti cievok. V nasledujúcej tabuľke uvádzame výsledky pre jednu cievku.

Cievka 1		
I/mA	U/V	$\boldsymbol{L/H}$
16,9	0,097	0,017348
28,6	0,165	0,017447
35,6	0,206	0,017505
68	0,390	0,017334
		0,017401

Tab. 1: Tabuľka nameraných hodnôt

1.2 Cievka s magnetickým jadrom

V tejto časti sa zameriame na vyrobenú cievku a budeme ju skúmať s magnetickým jadrom. Jadro, s ktorým sme pracovali boli neodymové (NdFeB) magnety. Tieto magnety sú v súčasnej dobe najsilnejšími permanentnými magnetmi, zloženými z neodýmu, železa a bóru. Sú také silné, že práca s nimi si vyžaduje opatrné zaobchádzanie, pretože pri vzájomnom náraze sa môžu magnety poškodiť, prípadne spôsobiť menšie zranenia. K dispozícii sme mali tri druhy neodymových magnetov s rôznymi rozmermi. Najmenšie magnety, s ktorými sme pracovali mali priemer 1 cm. O niečo väčšie magnety mali priemer 1,5 cm a najväčšie 2 cm.

Na strednej škole môžeme cievku s magnetickým jadrom použiť na vysvetlenie elektromagnetickej indukcie. Vieme, že ak cievkou prechádza prúd správa sa ako magnet. Keďže magnetické a elektrické javy spolu súvisia, platí to aj naopak. Čiže magnetické pole môže byť zdrojom elektrického prúdu. Na demonštráciu tohto javu potrebujeme tyčový magnet, cievku a galvanometer. Cievku zapojíme na galvanometer a pozorujeme, čo sa deje

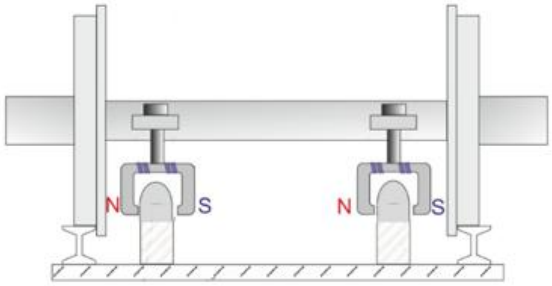
keď približujeme magnet k cievke. Vidíme, že ručička galvanometra sa vychýli na jednu stranu. Pri vzďaľovaní magnetu od cievky pozorujeme, že výchylka ručičky je opačná. Ak zmeníme rýchlosť približovania a vzďaľovania magnetu voči cievke, pozorujeme, že výchylka ručičky galvanometra je väčšia. Ak magnet a cievka sú navzájom v pokoji, výchylka galvanometra bude nulová. To isté platí aj pre prípad, kedy je tyčový magnet v pokoji a pohybuje sa cievka. Pri vzájomnom pohybe cievky a magnetu sa vytvára nestacionárne magnetické pole, ktoré je príčinou vzniku indukovaného elektrického poľa. V cievke sa teda indukuje napätie, ktoré vyvoláva elektrický prúd, ktorý sme pozorovali ako výchylku ručičky galvanometra. Pozorovaný jav sa nazýva elektromagnetická indukcia.

V bežnom živote sa stretávame s veľkým množstvom využitia javu elektromagnetickej indukcie. Jedným z mnohých je hranie na elektrickej gitare. Po rozkmitaní strún sú kmity snímané elektrickými snímačmi. Snímačom je cievka, ktorá je navinutá na permanentnom magnete. Magnetické pole magnetu indukuje severný a južný pól kmitajúcej struny, ktorá sa nachádza nad magnetom. Pri brnknutí sa struna rozkmitá smerom k cievke a od nej. Tým vzniká nestacionárne magnetické pole, ktoré je príčinou vzniku indukovaného prúdu, ktorý prechádza cievkou. Vzniknutý indukovaný prúd prenáša kmity struny na zosilňovač a následne sú pomocou reproduktora prevedené na zvuk.



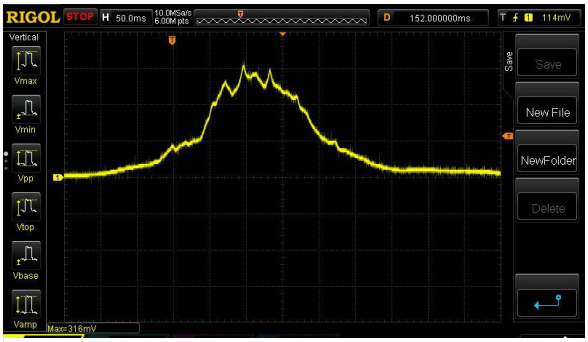
Obr. 3: Snímač elektrickej gitary

Ďalším využitím elektromagnetickej indukcie je elektromagnetická brzda vlaku. Z vozňa visí sústava elektromagnetov tak, aby boli blízko koľajnice. Ak chce rušňovodič zastaviť vlak, pomocou ovládacieho zariadenia vyšle veľký prúd do elektromagnetov. Pohybujúci sa elektromagnet indukuje v koľajniciach vírivé prúdy. Ich pole pôsobí proti zmene v poli elektromagnetu. Magnetické pole vírivých prúdov teda pôsobí silou na elektromagnet a tým spomaľuje vlak.



Obr. 4: Elektromagnetická brzda vlaku

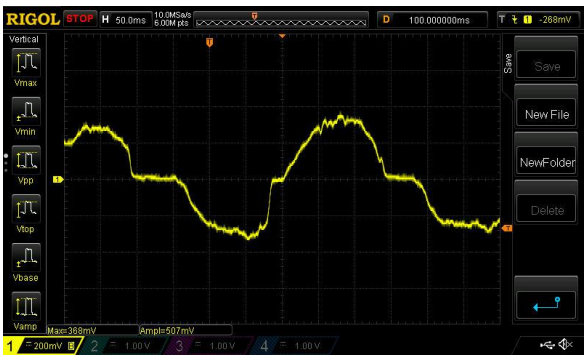
Veľkosť indukovaného napätie je možné aj priamo namerať. V práci sme na meranie použili osciloskop. Osciloskop je merací prístroj, ktorý meria časový priebeh napätia. Napätie sa indukuje pri pohybe cievky nahor aj nadol na magnetickom jadre. Na meranie však nie je potrebný osciloskop, pretože vznik indukovaného napätia je možné odmerať aj pomocou jednoduchého multimetra a silných neodymových magnetov alebo pomocou programu Coach, ktorý je prístupných na mnohých stredných školách. Pri meraní sme teda potrebovali cievku, magnetické jadro (neodymové magnety) a osciloskop. Zaznamenali sme priebeh indukovaného napätia v čase pre pomalý pohyb cievky nahor, pre pomalý pohyb cievky nadol, a pre pohyb cievky súčasne nahor aj nadol. Výsledky merania môžeme vidieť na nasledujúcich obrázkoch.



Obr. 3: Priebeh indukovaného napätia v kladnom smere



Obr. 4: Priebeh indukovaného napätia v zápornom smere



Obr. 5: Priebeh indukovaného napätia pri kmitaní cievky na magnetickom jadre

Ďalej sme sa zaoberali tým, čo sa stane, keď cievku pripojíme na zdroj jednosmerného prúdu. Pozorujeme, že cievka „vyskočí“ z magnetu. Vieme, že keď cievkou prechádza prúd, správa sa ako magnet, to znamená, že pri prechode jednosmerného prúdu cievkou sa v jej okolí vytvorí magnetické pole. Ak zvolíme vhodný smer prúdu v cievke, vytvorí sa v jej okolí magnetické pole, ktoré interaguje s magnetickým poľom magnetu v dutine cievky. Ak je zvolená správna polarita zdroja, polia budú na seba pôsobiť odpudivo a dôjde k „vyskočeniu“ cievky z magnetického jadra.

Na tento jav sme navrhli aj žiacky plánovací experiment s názvom „KATAPULT“. Pod pojmom „katapult“ budeme chápať zdvihnutie cievky do takej výšky, aby sme videli celé magnetické jadro, ktoré sa nachádza v je dutine.

1.2.1 Žiacky plánovací experiment – “KATAPULT”

Problém: Ako sa bude meniť veľkosť prúdu potrebného na „KATAPULT“ cievky od počtu neodymových magnetov v jadre cievky?

Formulovanie hypotéz: Vieme, že jeden magnet vo svojom okolí vytvorí magnetické pole. Dva magnety s tými istými vlastnosťami vytvoria vo svojom okolí silnejšie magnetické pole, avšak jeho veľkosť nebude súčtom veľkostí magnetických polí jednotlivých magnetov. Ďalej vieme, že čím väčší prúd prechádza cievkou, tým silnejšie magnetické pole sa vytvorí v jej okolí, pretože veľkosť magnetickej indukcie je priamoúmerná prúdu.

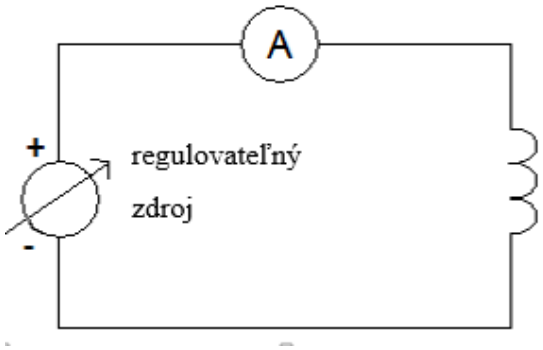
Hypotéza: S narastajúcim počtom magnetov v jadre cievky sa bude magnetické pole jadra zväčšovať, a teda hodnota prúdu prechádzajúceho cez závity cievky musí byť nižšia, aby došlo k jej „katapultu“.

Výber premenných: Pri tomto experimente budeme merať, ako sa mení veľkosť prúdu potrebného na zdvihnutie cievky do takej výšky, aby sme videli všetky magnety jadra cievky – „katapult“.

Navrhnutie vhodnej aparatúry a materiálu:

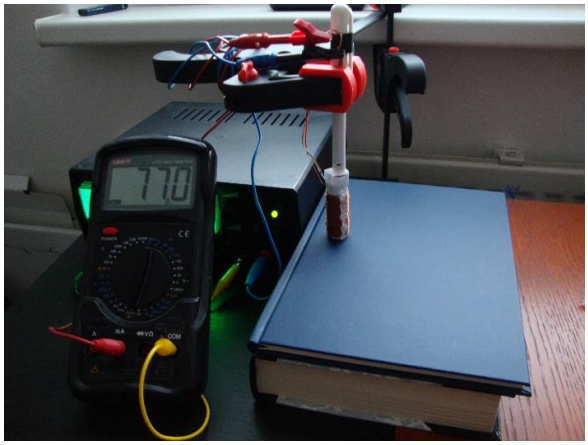
Pomôcky: cievka s priemerom 1,53 cm a dĺžkou 3 cm navinutá z medeného lakovaného drôtu, kruhové magnety s priemerom 1,5 cm a výškou 0,5 cm, ampérmeter, nastaviteľný zdroj jednosmerného prúdu, vodiče, krokosvorky.

Návrh aparatúry: Na uskutočnenie merania potrebujeme pripevniť cievku tak, aby mohla „katapultovať“ v smere kolmom na podložku. Na prichytenie cievky použijeme napríklad pero, ktoré bude udržiavať cievku v stave kolmom na podložku. Zostavíme elektrický obvod podľa schémy.



Obr. 6: Schéma zapojenia pre meranie “katapultu”

Na spodok cievky položíme magnet, musíme však dávať pozor na to, ktorým pólom bude smerovať magnet do vnútra cievky, pretože potrebujeme dosiahnuť, aby sa pole magnetov odpudzovalo s poľom v okolí cievky. To je potrebné pri jednotlivých meraniach vyskúšať a to tak, že do obvodu vpustíme prúd, ktorý budeme zvyšovať. Cievku chytíme do ruky tak, aby sa nedotýkala podložky (cca 2mm) a postupným zvyšovaním prúdu zisťujeme či sa cievka priťahuje smerom ku podložke alebo od podložky (požadovaný stav je, aby sa cievka odpudzovala od podložky). Keď už máme zabezpečené, že dôjde k odpudeniu cievky od podložky, budeme sledovať pri akej hodnote prúdu sa cievka zdvihne do takej výšky, aby sme videli všetky magnety –„katapult“, ale dávame pozor na to, aby nám cievka úplne nevysunula z najvyššieho magnetu a nespadla.



Obr. 9: Zapojenie merania "katapultu"

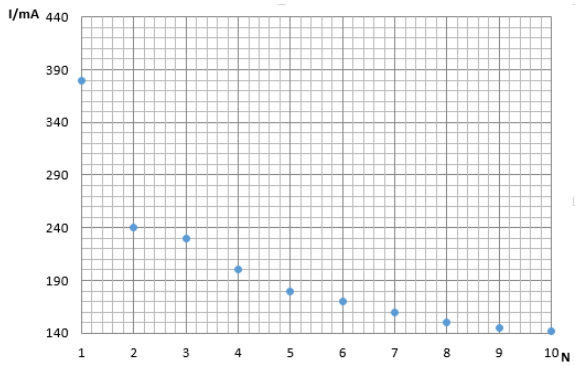
Po pridaní ďalšieho magnetu spravíme to isté a meranie zopakujeme až po počet 10 magnetov. Na záver z nameraných hodnôt prúdu a počtu magnetov zostrojíme graf.

V nasledujúcej tabuľke uvádzame výsledky merania.

Číslo merania	Počet magnetov	Veľkosť prúdu (mA)
1.	1	380
2.	2	240
3.	3	230
4.	4	200
5.	5	180
6.	6	170
7.	7	160
8.	8	150
9.	9	145
10.	10	142

Tab. 2: Tabuľka s nameranými hodnotami „katapult"

Z nameraných hodnôt sme následne zostrojili graf závislosti prúdu od počtu magnetov v cievke.



Obr. 7: Graf závislosti prúdu od počtu magnetov v cievke

1.3 Membrána

Hlavnou úlohou membrány je kmitanie okolo rovnovážnej polohy podobne ako piest. Toto kmitanie spôsobuje zrieďovanie a zhusťovanie vzduchu, a tým vzniká zvuk. Kvalita a vlastnosti membrány ovplyvňujú veľkosť výchylky membrány z rovnovážnej polohy. Od membrány sa vyžaduje, aby bola maximálne tuhá a zároveň čo najľahšia. V našom zariadení sme použili dva typy membrány. Jednou bola membrána z lepiacej pásky a druhou membránou priesvitná darčeková fólia.



Obr. 11: Membrána z priesvitnej darčekovej fólie (vľavo) a membrána z lepiacej pásky (vpravo)

Na dne téglika sme vystrihli „kruhový" otvor. Časť dna, ktorá zvýšila, je potrebná na ďalšiu prácu, preto bolo potrebné odložiť ju. Na upravený téglik sme upevnili membránu z lepiacej pásky. Lepiacu pásku sme prilepili zvnútra téglika tak, aby lepiaca strana pásky smerovala von z neho. Použitie membrány z lepiacej pásky je síce ľahšie na zhotovenie, no po dlhodobom používaní stráca svoju lepiacu schopnosť a pri kmitaní cievky odpadáva od téglika. Preto sme sa rozhodli vyskúšať aj inú membránu. Tou bola priesvitná darčeková fólia. Darčekovú fóliu sme pripevnili na dno téglika zvonka pomocou tavnej pištole. Vytvorenie tejto membrány bolo síce náročnejšie a vyžadovala si prácu dvoch ľudí, ale po dlhodobom namáhaní nedochádzalo k jej odlepeniu. Pri takýchto podmienkach nevieme povedať, ktorá membrána je lepšia na výrobu reproduktora, pretože návrhy membrán v praxi sú veľmi náročné a vyžadujú si špeciálne merania. Pre školské účely je jednoduchšie pracovať s membránou z lepiacej pásky, nakoľko je práca s ňou jednoduchšia a rýchlejšia.

1.4 Reproduktor

Výsledkom našej práce je zhotovenie zariadenia použitím všetkých vyššie vyrobených súčiastok. Zariadením je reproduktor, ktorý sme na základe naštudovanej literatúry zaradili do skupiny priamovyžarujúcich elektromagnetických reproduktorov. Na základných ani stredných školách nie je v súčasnosti zmienka o reproduktoroch. Vysvetlenie elektromagnetickej indukcie sa nachádza v druhom ročníku gymnázia. Práve elektromagnetická indukcia je základným princípom fungovania elektrodynamického reproduktora.
Na zhotovenie reproduktora sme použili cievku, neodymové magnety a téglik, na ktorom bola pripevnená membrána. Tieto súčiastky sme potrebovali navzájom poprepájať tak, aby zariadenie fungovalo. Na vzájomné poprepájanie súčiastok sme použili kancelársku spinku, ktorú sme zohli do potrebného tvaru, ako vidíme na obrázku.



Obr. 8: Zohnutá kancelárska spinka

Najskôr sme potrebovali spojiť cievku s membránou. To sme zrealizovali dvoma spôsobmi. Keď sme použili membránu z lepiacej pásky, bolo to veľmi jednoduché. Papier, na ktorom bola navinutá cievka, sme rozstrihli a prilepili tavnou pištoľou na „kruh“ vyrezaný z dna téglika. Tento „kruh“ sme potom iba jednoducho položili na lepiacu stranu membrány (lepiacej pásky). V druhom prípade, keď sme ako membránu použili priesvitnú darčekovú fóliu, prilepili sme cievku priamo na membránu, nakoľko „kruh“ vystrihnutý z téglika bol veľmi malý.



Obr. 9: Pripevnenie cievky na membránu

Po prilepení cievky sme do nej mohli vložiť magnetické jadro, ktoré sme pripevnili na vopred ohnutú kancelársku spinku tak, ako môžeme vidieť na obrázku.

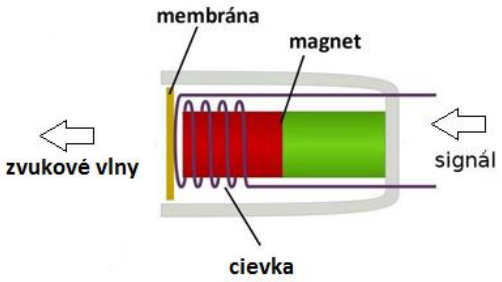


Obr. 10: Pospájanie súčiastok pomocou kancelárskej spinky

Následne sme kancelársku spinku pomocou tavnej pištole pripevnili na téglik. Na to, aby reproduktor fungoval, je nutné pripojiť ho na zvukový signál generovaný počítačom alebo telefónom. Ako prostriedok prepojenia použijeme jack konektor, ktorý pripevníme ku koncom cievky. V našej práci sme použili jack konektor zo slúchadiel k telefónu. Tie sme si upravili tak, aby manipulácia s nimi bola čo najjednoduchšia. Zo slúchadiel sme si ponechali jack konektor a kúsok vodiča. Jack konektor, ktorý sme použili má tri kanály, a to ľavý kanál, pravý kanál a uzemnenie. Kvôli jednoduchšej práci sme použili len jeden kanál. Druhý kanál sme

pomocou zmršťovacej „bužírky“ zaizolovali. Na druhý kanál sme prispájkovali krokosvorky, ktoré zabezpečili jednoduchšie pripojenie reproduktora k počítaču alebo telefónu. Celý vodič sme ešte upevnili ďalšími bužírkami, aby pri častej manipulácii nedošlo k prelomeniu vodiča.

V kapitole Cievka s magnetickým jadrom sme sa zaoberali vysvetlením elektromagnetickej indukcie, ktorá je základným princípom fungovania každého reproduktora. Naše ucho vníma zvukové vlny, ktoré sú spôsobené tlakovými zmenami vzduchu. Tieto tlakové zmeny sú v reproduktore vyvolané kmitaním cievky na magnetickom jadre. Z počítača, telefónu alebo iného média generujeme signál s určitou frekvenciou, ktorý je zdrojom prúdu v cievke.



Obr. 11: Princíp fungovania reproduktora

Vieme, že keď cievkou prechádza prúd, správa sa ako magnet. Magnetické pole cievky reaguje s magnetickým poľom magnetu, čo spôsobuje pohyb cievky pozdĺž magnetu. Cievka je pripevnená k membráne, takže svoje kmitanie prenesie na membránu. Kmitanie membrány spôsobuje tlakové zmeny vzduchu. Tieto tlakové zmeny spôsobujú vznik zvuku.

Princíp fungovania reproduktora je možné vysvetliť aj žiakom základnej školy. Žiak základnej školy vie, že všetky látky sa skladajú z častíc, vie, že sa cievka, ktorou prechádza prúd, správa ako magnet. Zvuk je tvorený rozkmitaním častíc vzduchu. Ako však dôjde k rozkmitaniu častíc? Navinutá cievka je nasunutá na magnetickom jadre. Keď cievkou prechádza striedavý prúd, správa sa ako magnet. Striedavý prúd žiakom treba trošku priblížiť. Na základe toho sa cievka a magnetické jadro budú navzájom odpudzovať a priťahovať. Kmitajúca cievka je pevne spojená s membránou teda kmity cievky sa prenesú aj na membránu. Kmitajúca membrána zas rozkmitá častice v jej okolí a vznikne zvuk.

1.5 Zaradenie zariadenia

Vyrobenému zariadeniu-reproduktoru sme našli miesto na hodinách fyziky takým spôsobom, že jeho samotná výroba by bola rozdelená na menšie časti tak, ako sme uviedli v predchádzajúcom texte. Samotná výroba reproduktora nie je veľmi náročná na čas, ale v priebehu jednej vyučovacej hodiny nepovažujeme jeho výrobu za reálnu. Možné by to bolo vtedy, ak mal učiteľ pripravených niekoľko čiastkových úloh alebo by si ich pripravili žiaci ako domácu úlohu a žiaci by pracovali v skupinách.

Preto chceme výrobu reproduktora zaradiť do voľnočasových aktivít žiaka, do ktorých patrí aj krúžok. Vo svete plnom nových technológií je vhodné, aby žiaci zdokonaľovali svoje manuálne zručnosti, aby obohacovali svoje technické poznatky a snažili sa nájsť ich uplatnenie v praxi. Výrobu reproduktora môžeme zaradiť medzi pracovno-technické záujmové činnosti, ktoré by mali u žiakov prebudiť chuť rozvíjať svoje technické myslenie a predstavivosť, ktoré môžu neskôr pomôcť pri uplatnení žiakov v oblasti techniky. Výroba reproduktora je vhodným námetom na zaradenie aj do pracovného vyučovania na základných školách. Výroba zariadenia je vhodná na rozvoj tvorivosti. V záujmovej činnosti žiaka je čas a priestor na pomalšiu prácu so žiakmi a žiaci si môžu celé zariadenie vyrobiť sami.

So zariadením som mala aj osobnú skúsenosť so žiakmi. Síce sa mi nepodarilo, zaradiť zariadenie do vyučovania, tak ako som navrhla, ale jeho zaradenie mi pomohlo pri objasnení javu elektromagnetickej indukcie. Najskôr som na jednu hodinu priniesla cievky a skúmali sme so žiakmi, čo by sme o nej vedeli zistiť. Pozorovali sme, čo sa deje, keď cievku zapojíme na voltmeter a pohybujeme magnetom v okolí cievky a v dutine cievky. Preblikávanie čísel žiakov veľmi prekvapilo a nevedeli si to vysvetliť. V spoločnej diskusii sme sa snažili dospieť k vysvetleniu javu, čo sa aj podarilo. Keď som na ďalšiu hodinu priniesla hotový reproduktor, žiaci netušili, čo za zariadeniu som im priniesla. Tiež nevideli súvis medzi tým, čo sme robili na minulej hodine a reproduktorom. Preto sme postupne skúmali, z akých častí sa vyrobený reproduktor skladá. Keď objavili cievku a neodymové magnety, niektorí žiaci objavili súvis, ale stále nechápali ako sa zvuk dostane až k nám. V diskusii navrhovali žiaci viacero možností a napokon sme spolu dospeli k vysvetleniu javu elektromagnetickej indukcie a aj akým spôsob je tento jav využitý v reproduktore.

2 Fotopostup

V tejto kapitole uvádzame fotopostup, ktorý uľahčuje samotnú výrobu reproduktora. Postup je popretkávaný fotografiami z konštruovania a v závere uvádzame aj fotografiu finálneho zariadenia. Fotopostup uvádzame ako návod pre učiteľa na výrobu vlastnej pomôcky na vyučovanie.

Výroba reproduktora si nevyžaduje ťažko dostupné pomôcky a samotná výroba je zaujímavá a nenáročná. Ak sa rozhodneme skonštruovať vlastný reproduktor potrebujeme tieto pomôcky: tenký medený lakovaný drôt, neodymové magnety, téglik, lepiacu pásku alebo priesvitnú darčekovú fóliu, nožnice, papier, kancelársku spinku (hrubšiu), vodič, jack konektor, tavnú pištoľ a spájkovačku.



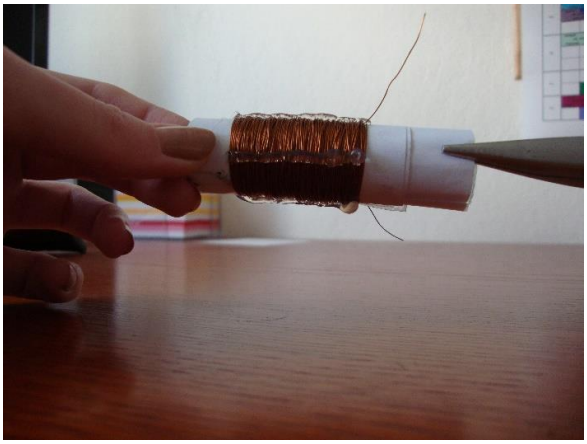
Obr. 16: Pomôcky na výrobu reproduktora

Našou prvou úlohou je zhotovenie cievky. Na jej výrobu potrebujeme neodymové magnety, papier, nožnice a medený drôt. Neodymové magnety zabalíme do dvoch vrstiev papiera, aby sme zabezpečili, že sme znížili trenie pri vzájomnom pohybe magnetu a cievky. Pre jednoduchšie navíjanie cievky, je dobré prilepiť si prvé závity lepiacou páskou, aby sa nám závity neodmotávali.



Obr. 17: Navíjanie závitov cievky

Cievku navinieme v dvoch vrstvách a drôt zalepíme tavnou pištoľou pre ľahšiu manipuláciu, a tým zabránime aj padaniu závitov. Potom odstránime vnútorný papier, do ktorého sme obalili neodymové magnety.



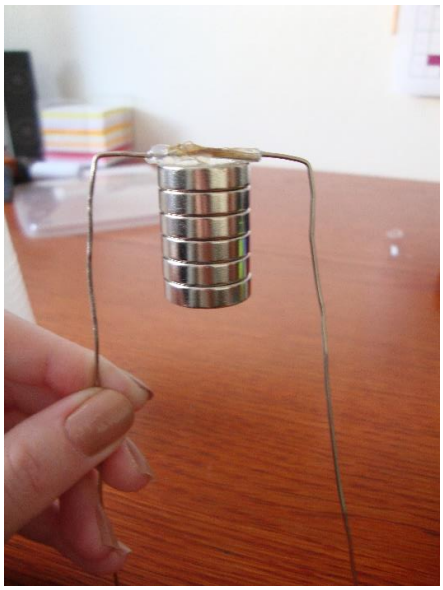
Obr. 18: Odstránenie vnútorného papiera

Ďalším krokom je výroba „ozvučnice“. Našou ozvučnicou bol plastový téglik. Dno téglika vystrihneme a prilepíme na dno lepiacu pásku alebo pomocou tavnej pištole priesvitnú darčekovú fóliu. Lepiaca páska alebo fólia bude „membránou“ reproduktora. Na takto pripravený téglik môžeme pripevniť vyrobenú cievku. Papier, na ktorej je navinutá cievku nastrihneme a ohneme tak, aby sme cievku dokázali prilepiť na membránu. Podľa toho, aký druh membrány si zvolíme, pripevníme na ňu cievku. Ak máme ako membránu lepiacu pásku, tak cievku prilepíme na zvyšok dna, ktorý nám zostal a celé to iba prilepíme na membránu. Ak je našou membránou priesvitná darčeková fólia, tak cievku priamo prilepíme pomocou tavnej pištole na membránu.



Obr.19: Prilepenie cievky na membránu

Na to, aby reproduktor fungoval, potrebujeme pripevniť neodymové magnety do vnútra cievky tak, aby vzniklo magnetické pole, ktoré rozkmitá cievku. Na to budeme potrebovať kancelársku spinku. Spinku ohneme akoby do tvaru "lichobežníka". Na lepšiu stabilitu môžeme ohnúť aj jeho hornú základňu tak, aby sa v tomto mieste magnety čo najlepšie udržali.



Obr. 20: Konštrukcia s magnetickým jadrom

Magnety vložíme do vnútra cievky. Otestujeme, či medzi cievkou a magnetmi je dostatočný priestor na vzájomné kmitanie. Zhotovenú konštrukciu zo spinky prilepíme pomocou tavnej pištole na téglik.



Obr. 21: Magnetické jadro vnútri cievky

Reproduktor je takmer hotový. Už len potrebujeme jack konektor pripojiť na konce cievky. Pre jednoduchšiu manipuláciu s reproduktorom sme sa rozhodli na konce cievky prispájkovať vodič, na ktorý sme následne pripevnili jack konektor s krokosvorkami. Na nasledujúcom obrázku môžete vidieť finálny reproduktor.



Obr. 22: Hotový reproduktor

Poďakovanie

Rada by som sa poďakovala všetkým, ktorí ma akýmkoľvek spôsobom podporovali pri tvorbe práce. Moja vďaka patrí môjmu školiteľovi PaedDr. Petrovi Horváthovi, PhD., za ochotnú pomoc a cenné rady.

Literatúra

[Belluš et al., 1981] Belluš, M. (1981). *Fyzikálne praktikum II : Elektrina a magnetizmus.* Bratislava, 1981.

[Demkanin et al., 2013] Demkanin, P., Horváth, P., Chalupková, S., Markovičová, Z., 2013. *Fyzika pre 2. ročník gymnázia a 6. ročník gymnázia s osemročným štúdiom.* Bratislava : Združenie EDUCO, 2013. ISBN 978-80-89431-44-1.

[http://ix.sk/Bkg3G, 5.4.2017] *Encyclopedia*: Chemical Elements: From Carbon to Krypton. Dostupné na internete: < http://ix.sk/Bkg3G , 5.4.2017 >

[Konrád, 2008] Konrád, Ľ.,2008. Elektromagnetická indukcia okolo nás. In : *Mladý vedec,* vol. 1, no. 3. s. 24-26. Dostupné na internete: < http://ix.sk/dc4Lz >

[Lapitková et al., 2012] Lapitková, V., Morková, Ľ., 2012. *Fyzika pre 9. ročník základnej školy a 4. ročník gymnázia s osemročným štúdiom.* Bratislava: EXPOL PEDAGOGIKA, s.r.o., 2012. ISBN 978-80-8091-268-0.

[Pávková et al., 2002] Pávková, J., Hájek, B., Hofbauer, B., Hrdličková, V., Pavlíková, V., 2002. *Pedagogika volného času.*Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-711-6.

[ŠPÚ, 2015] Štátny pedagogický ústav, 2015. *Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z fyziky*. Bratislava: ŠPÚ, 2015 [cit. 2017-04-05]. Dostupné na internete: < http://ix.sk/vYOIC >

[Toman, 2010] Toman, K., 2010. *Reproduktory a reprosoustavy II*. Dexon, 2010.

[Vlach, 2013] Vlach, M., 2013. *Víte proč...reproduktor hraje?* Praha: Matematicko-fyzikální fakulta UK. [cit. 2017-04-05]. Dostupné na internete: < http://ix.sk/xJZVb >

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 205–213
ISBN 978-1983445132, © 2017 Lucia Klinovská

Interaktívne metódy vo vyučovaní vybraných tém z elektromagnetizmu sa stredných školách

Lucia Klinovská[1*]
Školiteľ: Peter Horváth [‡]

Katedra teoretickej fyziky a didaktiky fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava
Oddelenie didaktiky fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Predmetom mojej práce je opis interaktívnych metód a možnosti ich využitia vo vyučovaní vybraných tém elektromagnetizmu na strednej škole (najmä na gymnáziu). Práca opisuje interaktívne metódy, ich metodiku a dôkladnejšie sa venuje metóde interaktívnych prednáškových demonštrácií. Taktiež uvádzame príklady námetov úloh pre interaktívne experimenty. Interaktívne experimenty kopírujú metodiku interaktívnych demonštračných experimentov s jediným rozdielom, ktorým je tá skutočnosť že experiment vykonávajú žiaci sami a nepredvedie im ho učiteľ. Kľúčovým cieľom bol návrh takých námetov na experimenty, prostredníctvom ktorých by sme aktivizovali činnosť žiaka vo vyučovacom procese touto metódou. Pre splnenie kľúčového cieľa sme čerpali námety z najnovších učebníc pre stredné školy, IB kníh a testov, ktoré sú zostavené tak, že menia pasívnu rolu žiakov na aktívnu.

Kľúčové slová: Interaktívne metódy, Interaktívne prednáškové demonštrácie, Interaktívny experiment, Žiak

1 Interaktívne metódy

Slovné spojenie „interaktívne metódy“ vo väčšine z nás môže evokovať súvislosť s technikou a digitálnym svetom. Pod pojmom interaktivita však nemusíme nutne rozumieť len aktivitu učiteľa alebo žiaka s technickými zariadeniami, ktoré odpovedajú automaticky na ich podnety. Pri interaktívnych metódach vo vyučovaní fyziky nie sú najdôležitejšou súčasťou interaktívne tabule, počítače či iné technické zariadenia. Svoju pozornosť však sústreďujeme na aktívne žiacke poznávanie vo vyučovacom procese.

1.1 Vznik, podstata a význam interaktívnych metód

„Hľadajme spôsob, aby učitelia menej učili a žiaci viac pochopili.“ Ján Amos Komenský

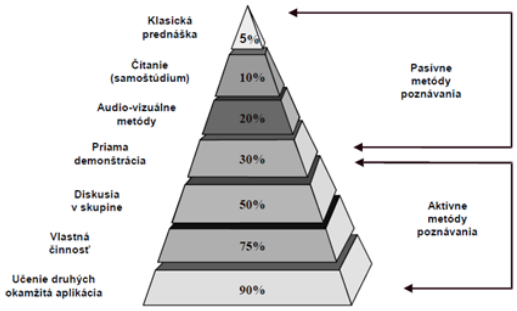
Pri tradičnej výučbe školskej fyziky, ktorá je sústredená na obsahovú časť predmetu, sú študenti nútení prijať definície pojmov a metódy veľmi rýchlo. Dôsledkom veľkého množstva učiva a vysokého tempa je malá šanca, že si stihnú uvedomiť, čo pochopenie v skutočnosti znamená.

Z rozsiahleho výskumu vyučovania fyziky (Physics Education Research- PER) vyplynuli za posledné desaťročia najnovšie poznatky a zovšeobecnenia, ktoré viedli k zmene pohľadu na vyučovanie fyziky. Významné sú výsledky prác jednej z najvýznamnejších postáv PER v USA, prof. Lilian McDermontovej, jej výskumnej skupiny na University of Washington v Seattli a ďalších skupín nadväzujúcich na ňu. Výsledky výskumov týchto skupín poukázali na to, že výučbu fyziky možno postaviť na vedeckej báze a didaktiku fyziky možno chápať ako systematickú vedeckú disciplínu, ktorej postupy a výsledky sa dajú replikovať.

Získané poznatky jednoznačne viedli k záverom, že najdôležitejším predpokladom zmeny výučby fyziky je sústredenie sa na výkony študentov. Nutné je postaviť žiaka do roly aktívneho poznávacieho článku vyučovacieho procesu, ktorý samostatne inklinuje k získavaniu a pochopeniu nových pojmov a vedomostí. Pyramída učenia, na obrázku, zobrazuje percento nových poznatkov, ktoré si študenti zapamätali pri aplikácií vyučovacej metódy po 24 hodinách. Z týchto výsledkov jednoznačne vidíme, že miera úspešnosti získania nových poznatkov je omnoho vyššia pri aktívnych metódach poznávania,

* Klinovska.l@gmail.com
‡ horvath@fmph.uniba.sk

teda pri metódach, kedy je žiak sám aktívnou súčasťou vyučovacieho procesu.



Obr. Pyramída učenia 1 (Vasziosová, Hanč, 2008)

Didaktické princípy získané na báze PER sa stali v posledných rokoch dôležitou základňou pre vznik nových prístupov vo vyučovaní fyziky. Vytvárajú sa tzv. interaktívne metódy.

Pod interaktívnou metódou budeme rozumieť definíciu, s ktorou sa stretávame v projekte Establish:

Interaktívne metódy, sú metódy, ktoré podporujú konceptuálne porozumenie prostredníctvom aktívnych žiackych činností (myšlienkových alebo hands-on), ktoré prinášajú okamžitú spätnú väzbu podporenú vzájomnou diskusiou s rovesníkmi, resp. učiteľom.

Interaktívne metódy sa v súčasnosti vo fyzikálnom vzdelávaní najviac uplatňujú v podobe tzv. INQUIRY-BASED SCIENCE EDUCATION, vo voľnom preklade Vzdelávanie v prírodných vedách založené na aktívnom žiackom bádaní.

1.2 Niektoré druhy interaktívnych metód

V súčasnosti je známe množstvo interaktívnych metód, ktoré sa delia do rôznych skupín podľa princípu, na ktorom sú založené. Podľa Redisha metódy možno rozdeliť na lecture-based methods (metódy založené na prednáškach), recitation- based methods (metódy založené na klasických teoretických cvičeniach), laboratory-based methods (metódy založené na laboratórnych prácach).

Stručne uvedieme charakteristiky prvých dvoch skupín:

Metódy založené na prednáškach

Peer Instruction/Concepts

Táto metóda pozostáva z troch základných komponentov: zahrievajúcich otázok pred prednáškou, z konceptestov počas výkladu a konceptuálnych otázok počas skúšky.

Podrobnejšie je táto metóda zložená z týchto častí: (1) Aby sa študenti počas prednášky mohli venovať, čo najväčšiemu počtu konceptestov a aby boli čo najvýkonnejší, vyžaduje sa od študentov, aby si pred prednáškou prečítali učebný text, s ktorým sa bude na hodine pracovať. (2) Študenti pred hodinou vypracujú tzv. zahrievacie otázky, prostredníctvom internetu za plusové hodnotenie. Zvyčajne ide o dve otázky z danej problematiky a jednu, ktorá sa sústredí na náročnosť alebo zaujímavosť učebného textu. (3) Po prečítaní odpovedí učiteľ vhodne upraví prednášku. Zdôrazní to, čo je potrebné a vynechá veci, ktoré boli pre študentov ľahké. (4) Na začiatok učiteľ zhrnie učivo zo študijného materiálu, ktorý si mali študenti doma prečítať. Následne žiakom položí jednoduchú konceptuálnu otázku s výberom odpovede, tzv. konceptest. (5) Študenti individuálne odpovedajú na konceptest, pričom sedia na svojich miestach a hlasujú pomocou špeciálneho elektronického hlasovacieho zariadenia. Učiteľ získava okamžitú spätnú väzbu, pretože odpovede sa vyhodnotia a pomocou počítača vysvietia na plátne. (6) Študenti v skupinách argumentujú svoje výsledky a presviedčajú ostatných o správnosti odpovede. Hlasovanie na otázku sa opäť zopakuje. Ak sa odpovede nezlepšia, je nutné cyklus zopakovať ešte raz. Ak nastalo zlepšenie, nasleduje zhrnutie učiteľom a vyjadrenie sa k odpovedi študentov. Celý konceptest trvá približne 5 minút. Prednáška takto pozostáva z 10 až 15 minútových blokov – modulov.

Interactive lecture demonstrations

Z dôvodu využitia danej metódy interaktívnych prednáškových demonštrácií pri tvorbe materiálov v oblasti elektromagnetizmu na stredných školách, budeme túto metódu rozoberať v 2 kapitole.

Just-In-Time Teaching (JiTT)

Metóda JiTT pozostáva z týchto zložiek: (1) Učiteľ pred prednáškou zavesí na web zahrievajúce otázky týkajúce sa najbližšej prednášanej témy . (2) Študenti si k zahrievajúcim otázkam pripravia odpovede, ktoré zašlú učiteľovi niekoľko dní pred prednáškou, pričom nie sú hodnotení za správnosť odpovedí, ale za snahu, resp. starostlivosť ich vypracovania. (3) Učiteľ sa pred prednáškou pozrie na odpovede a následne si pripraví diskusiu a aktivity, ktoré sa budú týkať zväčša chybných odpovedí žiakov, ktoré sa vyskytovali najčastejšie. Inými slovami, učiteľ učí len to, čo je potrebné – venuje sa hlavne tomu, čo študentom robilo najviac problémov a „neobťažuje“ zbytočne študentov tým, čo je pre nich ľahké. Podľa nášho názoru nie je jednoduché vždy zhodnotiť danú otázku objektívne, lebo ak čo i len jeden žiak odpovedal na otázku nesprávne, nesmieme ju považovať za ľahkú a jednoznačnú. Za alternatívne riešenie považujeme venovať minimálny čas odpovedi na danú otázku. (4) Po prebratí danej témy študenti odpovedajú na tzv. „puzzle“ problém – t.j. úlohu, ktorá vyžaduje nie deklaratívne vedomosti, ale porozumenie, pričom študenti opäť zasielajú odpovede učiteľovi.

Metódy založené na klasických teoretických cvičeniach

Tutorials in introductory physics

Metóda pracovných listov, tutoriálov je založená na skupinovej aktivite študentov, ktorá pozostáva z týchto zložiek: (1) Raz týždenne je počas prednášky študentom daný 10-minútový „pre-test" s otázkami zameranými na vedomosti a porozumenie téme, ktorá bude prednášaná budúci týždeň. (2) Učitelia sa spolu s cvičiacimi pred prednáškou stretnú a pripravia sa na výučbu. Každý z nich vypracuje „pre-test", a spoločne prejdú odpoveďami študentov. V diskusií preberú, v ktorých oblastiach majú študenti nedostatky a v nadväznosti na to prejdú pracovným listom k danej téme, aby si vedeli predstaviť reakciu a prácu študentov. (3) Na cvičení pracujú všetci študenti v malých skupinkách (3-4 členných) a spoločne odpovedajú na otázky v pracovnom liste, pričom v procese odpovedania rozvíjajú porozumenie a fyzikálne myslenie týkajúce sa fundamentálnych pojmov danej problematiky. (4) Študenti následne doma vypracujú zadanie s kvalitatívnymi úlohami, ktorých odpovede vysvetlia, čo im pomáha rozšíriť si poznatky získané počas prednášky a zopakovať si poznatky pre nich už známe. (5) Z každého pracovného listu učiteľ vyberie jednu otázku na skúšku.

Cooperative problem solving

Metóda skupinového riešenia problému, ktorú využíva Minnesotská didaktická skupina používa stratégiu pozostávajúcu z nasledujúcich zložiek: (1) Učiteľ študentom zadá problém a oni ho kvalitatívne riešia. Ich úlohou je vytvoriť si predstavu o situácií, načrtnúť si obrázok a vytvoriť otázky týkajúce sa zadaného problému. (2) Následne študenti opíšu daný problém fyzikálne, teda urobia schému časovo-priestorových vzťahov, definujú dôležité časti a symboly, stanovia cieľovú veličinu a na ich základe vyslovia kvalitatívne vzťahy. (3) Študenti pokračujú tvorbou plánu riešenia, vyberú vhodný vzťah obsahujúci cieľovú veličinu, neznámu cieľovú veličinu vyjadria podľa známych veličín a na záver vykonajú rozmerovú analýzu. (4) Študenti realizujú plán riešenia, za známe veličiny dosadia čísla, doplnia jednotky a pracujú s výrazmi až kým s nedopracujú k cieľovej veličine. (5) V poslednom kroku študenti prehodnotia riešenie, skontrolujú „rozumnosť" výsledkov a správnu formuláciu odpovede.

2 Interaktívne prednáškové demonštrácie

„Učiť sa znamená objavovať to, čo už vieš. Konať znamená demonštrovať, že to vieš. Učiť druhých znamená pripomínať im, že vedia rovnako dobre, ako ty. Všetci ste zároveň žiaci, praktikanti a učitelia."
Richard Bach

Napriek dôkazom, že tradičné metódy sú vo vyučovaní fyziky málo efektívne, naďalej predstavujú hlavný spôsob vzdelávania študentov. Súčasné alternatívne spôsoby výučby využívajú interaktívne metódy, akou je aj Interactive Lecture Demonstrations (ILD) u nás známa pod pojmom Interaktívne prednáškové demonštrácie.

2.1 Vznik ILD

V roku 1989 boli zaznamenané prvé úspechy v porozumení základných pojmov na hodinách fyziky, počas ktorých sa začali na vybudovanie aktívneho vzdelávacieho prostredia aplikovať didaktické metódy, ktoré využívajú okamžité namerané reálne dáta získané pomocou meracích sond a počítača.

V reakcií na túto skutočnosť sa v roku 1992 na Tuftskej univerzite v Bostone začal formovať výskum v oblastí interaktívnych metód. Priscilla Laws, David Sokoloff a Roland Thorton na tomto stretnutí iniciovali vytvorenie skupiny didaktikov s názvom The New Mechanics Advisory Group, ktorej cieľom bolo preskúmať jednotlivé metódy využívane vo vyučovaní fyziky a zamerať sa na ich spoločné prvky, ktoré zvyšujú efektivitu výučby. Počas tejto štúdie dospeli výskumníci k základným didaktickým zovšeobecneniam, ktoré smerujú k efektívnejšej a úspešnejšej výučbe. Závery navrhnuté Lialian McDermontovou a skupinou jej výskumníkov:

- Zručnosť v riešení štandardných kvantitatívnych problémoch nie je adekvátnym kritériom úrovne logického a konceptuálneho pochopenia.
- Koherentná štruktúra predmetu, jeho pojmov a princípov nie je typickým výsledkom tradičnej výučby.
- Isté ťažkosti s pojmami a chápaním, tzv. miskoncepcie, sa tradičnou výučbou vôbec neodstránia.
- Tradičná výučba často nevedie k zlepšeniu schopnosti myslieť.
- Väzby medzi pojmami, princípmi, ich formálnymi reprezentáciami a reálnym svetom sú zvyčajne po tradičnej výučbe veľmi slabé.
- Vyučovanie fyziky podávaním informácií je neefektívnym spôsobom výučby pre väčšinu študentov.

2.2 Charakteristika metódy a základné princípy

V reakcii na tieto výskumy a ich výsledky David Sokoloff z University of Oregon a Roland Thorton z Tufts University rozpracovali metódu interaktívnych prednáškových demonštrácií (ILD). Povzbudení úspechom, zvyšujúcou sa efektivitou a taktiež pozitívnymi ohlasmi na túto metódu, Thorton a Sokoloff metódu neustále upravovali a vylepšovali až do dnešnej podoby. Základná myšlienka tejto

metódy spočíva v tom, že rozhodujúcim spôsobom mení pasívnu rolu študenta počas vyučovania na aktívnu. Metódu autori opisujú v týchto bodoch:

1. Učiteľ opíše priebeh jednoduchej demonštrácie a následne ju prípadne uskutoční bez zobrazenia výsledkov merania.
2. Učiteľ vyzve študentov, aby jednotlivo napísali svoje predpovede výsledku experimentov do Predpoveďových hárkov so svojim menom, ktoré budú vyzbierané. Pritom ich vopred upozorní na to, že ich odpovede nebudú hodnotené.
3. Učiteľ nechá študentov diskutovať o svojich predpovediach v malých skupinách, pričom sa snažia navzájom presvedčiť o správnosti svojich predpovedí.
4. Učiteľ vyzve študentov na celotriednu diskusiu a na tabuľu zapíše rozličné spoločné predpovede žiakov.
5. Študenti si teraz individuálne napíšu svoje konečné predpovede do Predpoveďových hárkov (nakoniec ich vyzbiera).
6. Učiteľ opäť uskutoční demonštráciu a zobrazí jej výsledky.
7. Niekoľko študentov slovne opíše výsledky demonštrácie, prebehne krátka diskusia a študenti si správne výsledky zapíšu do Výsledkových hárkov, ktoré si ponechávajú a využívajú pri ďalšom štúdiu.
8. Študenti diskutujú o analogických fyzikálnych situáciách pri mierne odlišných podmienkach. (To znamená rôzne fyzikálne situácie založené na tých istých konceptoch, pojmoch).

Študenti zvyčajne premýšľajú nad svojimi predpoveďami, ktoré zapisujú do Predpoveďových hárkov (krok 2) a následná diskusia so susedmi býva často veľmi živá (krok 3). Učiteľ však musí diskusiu sledovať a odhadnúť, kedy ju ukončiť a prejsť k nasledujúcim krokom.

Pri celotriednej diskusii odporúčame učiteľovi premietnuť časť predpoveďového hárku, do ktorého farebne zakresľuje predpovede žiakov. Táto časť je zameraná na brainstorming, kedy učiteľ zisťuje žiacke predpovede, ale nekomentuje ich správnosť. Ak žiaci neponúknu predpoveď, ktorá je bežnou chybnou odpoveďou, učiteľ ju doplní tým, že „žiak na predchádzajúcej hodine predpovedal ešte toto“, aby spektrum predpovedí bolo čo najširšie. Pri dostatku času môže učiteľ pristúpiť k hlasovaniu o správnosti odpovedí.

V krokoch 7 a 8 je na učiteľovi, aby získal od žiakov argumenty a vysvetlenia súvisiace s realizovaným experimentom. Diskusiu musí pritom viesť tak, aby smerovala k dôležitým momentom experimentu, mal by sa však vyhnúť výkladovému štýlu. Diskusia má jednoznačne smerovať k výsledkom reálneho experimentu. (Sokoloff, Thorton, 2004)

Počas jednej hodiny zvyčajne prebehne 5-8 demonštrácií, pri ktorých sa kroky cyklicky opakujú.

Hlavným významom interaktívnych metód je to, že menia rolu študenta z pasívnej na aktívnu. Z metodického hľadiska vidíme, že metódy interaktívnych prednáškových demonštrácií naozaj vytvára prostredia aktívneho poznávania, pretože:

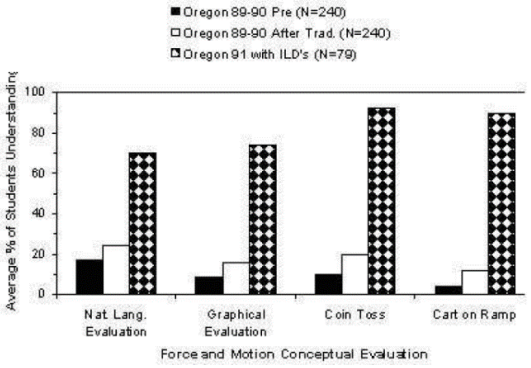
- Všetky kroky tejto metódy sú navrhnuté tak, aby v procese učenia čo najviac zamestnali študentov a nútili ich prejsť do aktívnej poznávajúcej roly.
- Študenti sú neustále vyzývaní, aby urobili predpovede založené na domnienkach a zapísali ich na predpoveďový hárok, ktorý sa pozbiera, čo dáva po prednáške okamžitú spätnú väzbu učiteľovi. Študenti sú donútení premýšľať o každej demonštrácií v rámci modelov, ktoré obvykle používajú.
- Pri začiatku zavádzania tejto metódy do výučby študenti začínajú s demonštráciami, ktorých podstatu poznajú, pričom sú vyzvaní, aby svoje predpovede obhájili pred rovesníkmi. Ako ukazuje prax, väčšina študentov v takomto prípade opíše, ako demonštrácia prebehne a nezameria sa na fyzikálnu podstatu javu. Pri zobrazení výsledkov študenti často zisťujú, že ich predpovede boli naivné, nesprávne, či skreslené. Takéto situácie prinášajú možnosti zmeniť ich v debate, ktorá sa rozbehne po prevedení demonštrácie.

ILD je podľa metodiky uskutočňované v takej forme, že študenti rozumejú experimentom a „dôverujú“ použitým nástrojom a meracím zariadeniam. Zobrazenie nameraných dát v reálnom čase totiž dodáva študentom spätnú väzbu spôsobom, ktorý vybuduje dôveru v meracie zariadenia a výsledné dáta.

Mnoho tradičných demonštračných experimentov je príliš zložitých na to, aby mohli dať efektívne skúsenosti študentom. Preto zvyčajne začíname so základnými jednoduchými demonštráciami, aby jasne presvedčili študentov napr. v tom, že prístroje merajú to, čo majú a že ich poznatky sú naozaj pravdivé. Na začiatok chceme upevniť jednoduché pojmy a princípy, kým prejdeme k zložitejším a komplexnejším. Väčšina študentov, ktorí absolvovali túto výučbu, po adaptácií naozaj seriózne pristupuje k tvorbe hypotéz a k daným diskusiám. Ukazuje sa, že interaktívne demonštrácie výrazne podporujú väzby medzi pojmami, formálnymi reprezentáciami a reálnym svetom.

Doterajší výskum preukázal, že ide o naozaj vysoko efektívny prístup pri zvládnutí základných pojmov vo vyučovaní fyziky. Na obrázku vidíme výsledky výskumu, podľa ktorých po absolvovaní prednášky metódou interaktívnych prednáškových demonštrácií porozumenie študentov vzrástlo až o

90%, kým pri tradičných formách sa vzrast porozumenia pohybuje medzi 7% až 15%.



Obr. Po absolvovaní tradičnej prednášky sa porozumenie študentov zvýšilo o 7% až 15%, a po absolvovaní ILD až 90% (Dutko, 2008)

3 Interaktívne experimenty

Väčšina „neučiteľov“ si myslí, že učiť znamená čosi žiakom vykladať a že žiaci sa naučia niečo vtedy, keď si zapamätajú to, čo počuli. Skutočnosť je samozrejme iná a omnoho zložitejšia. Učenie sa je aktívnym procesom, v ktorom si žiaci si vytvárajú vlastnú verziu počutých poznatkov, snažia sa svojmu svetu dať zmysel.

Je všeobecne známe, že ak na nejaký poznatok prídeme sami, pamätáme si ho lepšie, ako keď ten istý poznatok niekto povie, alebo si ho prečítame. Túto skutočnosť môžeme využiť aj vo vyučovaní. Sme presvedčený, že najefektívnejšie je, keď žiaci realizujú experimenty samostatne, majú z nich radosť a priamo ich prežívajú. Ďalšou z množstva výhod je tá, že žiak nadobudne nový poznatok aj motoricky. Učiteľom teda odporúčame, aby do vyučovania zaradili túto metódu v podobe interaktívnych experimentov. Pod interaktívnymi experimentami rozumieme také experimenty, ktoré žiaci frontálne vykonávajú na pokyn učiteľa, kopírujúce metodiku interaktívnych demonštračných prednášok s rozdielom, že experiment vykonajú sami žiaci. Základná myšlienky interaktívnych experimentov sa zhoduje s myšlienkou interaktívnych prednáškových demonštrácií, ktorá spočíva v tom, že mení pasívnu rolu študenta počas prednášky na aktívnu. Metódu opäť opíšeme v ôsmych bodoch, ktoré sa pri vykonávaní viacerých interaktívnych experimentov počas jednej hodiny cyklicky opakujú:

1. Učiteľ opíše priebeh jednoduchého experimentu a prípadne ho študenti uskutočnia bez zobrazenia výsledkov merania. Experiment môže uskutočniť aj učiteľ alebo nemusí byť uskutočnení v tejto fáze vôbec.
2. Učiteľ vyzve študentov, aby individuálne napísali svoje predpovede výsledku experimentov do Predpoveďových hárkov so svojim menom, ktoré budú vyzbierané. Pritom ich vopred upozorní na to, že ich odpovede nebudú hodnotené.
3. Učiteľ nechá študentov diskutovať o svojich predpovediach v malých skupinách, pričom sa snažia navzájom presvedčiť o správnosti svojich predpovedí.
4. Učiteľ vyzve študentov na celotriednu diskusiu a na tabuľu zapíše rozličné spoločné predpovede žiakov.
5. Študenti si teraz individuálne napíšu svoje konečné predpovede do Predpoveďových hárkov (nakoniec ich učiteľ vyzbiera).
6. Študenti opäť uskutoční experiment, tentokrát aj so zobrazením výsledkov merania.
7. Niekoľko študentov slovne opíše výsledky experimentov, prebehne krátka diskusia a študenti si správne výsledky zapíšu do Výsledkových hárkov, ktoré si ponechávajú a využívajú pri ďalšom štúdiu.
8. Študenti diskutujú o analogických fyzikálnych situáciách pri mierne odlišných podmienkach.

Pri interaktívnych experimentoch a interaktívnych prednáškových demonštrácií nesmieme zabúdať, že hlavnou časťou je interaktivita a nie striktné dodržiavanie postupu.

V nasledujúcej časti uvádzame návrh úloh pre interaktívne experimenty a demonštrácie do vyučovania fyziky v oblasti elektromagnetizmus na stredných školách. Námety sú vytvorené na metodiku, ktorú sme prevzali do autora Davida Sokoloffa z University of Oregon. Experimenty sú vyberané tak, aby smerovali k výraznejšej žiackej aktivite, ktorá môže priniesť pozitívny efekt vzhľadom na dosahovanie vyučovacích cieľov. Pomocou nich chceme rozvíjať nové vedomosti žiakov, respektíve chceme, aby žiaci nové vedomosti objavili samostatne pri premýšľaní o predpovediach, v spoločnej diskusií, či pri objasňovaní a vysvetľovaní výsledkov experimentu. Ďalším atribútom, na ktorý sme kládli dôraz pri ich výbere bola náročnosť žiackych predpovedí. Vyberali sme také experimenty, aby odpovede neboli úplne triviálne, čo by taktiež malo smerovať k zvýšeniu aktivity žiakov. V neposlednom rade sme volili experimenty tak, aby boli v súlade s výkonovým štandardom Inovovaného štátneho vzdelávacieho programu pre gymnázia so štvorročným a päťročným štúdiom, ktorý nájdeme na stránke Štátneho pedagogického ústavu.

4 Návrh interaktívnych experimentov

Pomocou interaktívnych experimentov chceme, aby si žiaci osvojili nové poznatky a vedomosti, a aby im aj rozumeli. Keďže základnou myšlienkou interaktívnych experimentov je zmena pasívnej roly žiaka na aktívnu, čerpali sme námety na experimenty z najnovších učebníc Fyziky, testov zostavených didaktikmi fyziky z UPJŠ Košice a z experimentov, s ktorými sme sa stretli na vysokej škole, ktoré aktivizujú žiaka v maximálnej možnej miere.

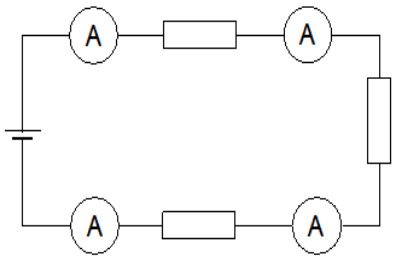
Pri formulácií interaktívnych experimentov sme sa vyhýbali:

- neproduktívnym otázkam – ich jediným výsledkom je to, že neposunú svoje myslenie vôbec vpred,
- príliš zložitým otázkam – neznamená to však, že sme nekládli náročné otázky, ale zamerali sme sa skôr na ich techniku, aby neboli príliš náročné, rozsiahle a abstraktné.

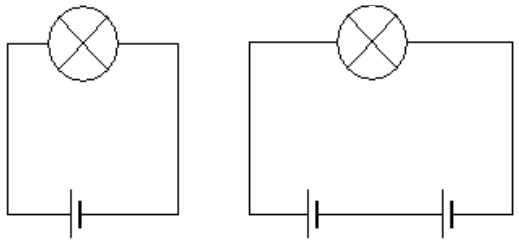
Zamerali sme sa na to, aby naše formulácie vyvolali nepokoj v mysli, provokovali k premýšľaniu a hľadaniu vysvetlenia. Takéto formulácie bývajú neľahké, málokedy založené na istote, vyžadujú uváženú odpoveď, no sú produktívne, pretože vytvárajú niečo nové. Aby sme sa vyhli tomu, že žiaci odpovede len tipujú, vyžadujeme zdôvodnenie ich predpovedí po celotriednej diskusií do Predpoveďových hárkov a taktiež zdôvodnenie výsledkov experimentu do Odpoveďových hárkov.

Podľa Horvátha, aby sme mohli postupovať metódou interaktívnych demonštrácií alebo metódou interaktívnych žiackych experimentov, potrebuje mať premyslenú vhodnú demonštráciu alebo experiment, teda mať k dispozícií pomôcky a vedieť, čo s nimi. Druhou nutnou podmienkou je mať pre žiakov formulovanú vhodnú úlohu alebo otázku, súvisiacu s predvádzaným experimentom.

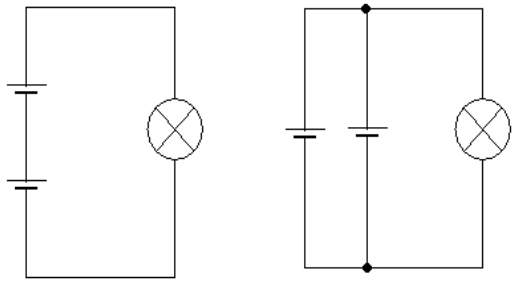
Interaktívny experiment 1: Tri rovnaké rezistory a štyri rovnaké ampérmetre sú sériovo zapojené na zdroj jednosmerného napätia. Ktorý z ampérmetrov ukáže najväčšiu hodnotu?



Interaktívny experiment 2: Žiarovku pripojíme na zdroj jednosmerného napätia, potom pridáme k zdroju do obvodu sériovo ešte jeden rovnaký zdroj. V ktorom prípade bude žiarovka svietiť jasnejšie?

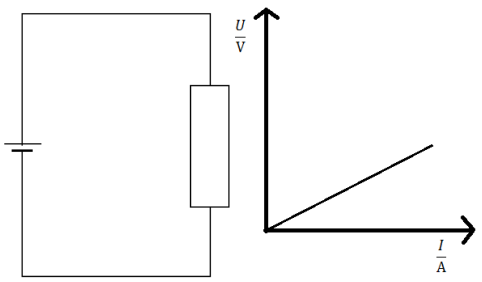


Interaktívny experiment 3: Žiarovku pripojíme na dva zdroje jednosmerného napätia, pričom raz budú zdroje zapojené sériovo a raz paralelne. V ktorom prípade bude žiarovka svietiť jasnejšie?



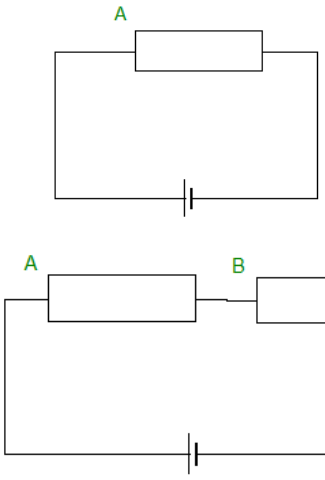
Interaktívny experiment 4: Rezistor s odporom 100Ω je zapojený na zdroj jednosmerného napätia. Graf závislosti napätia od prúdu je znázornený.

Predpokladajme, že tento rezistor nahradíme rezistorom s odporom 50Ω (150Ω). Načrtnite do uvedeného grafu závislosť napätia od prúdu pre 50Ω (150Ω) rezistor. Vaše predpovede farebne odlíšte pre jednotlivé rezistory.



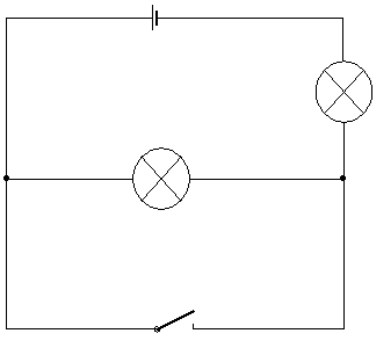
Interaktívny experiment 5: Rezistor A je zapojený na zdroj jednosmerného napätia tak, ako je znázornené na obrázku.

Predpokladajme, že sériovo do obvodu k rezistoru A zapojíme rezistor B, ktorý má rovnaké parametre ako rezistor A. Ako sa zmení množstvo energie dodávanej rezistoru A, po zapojení rezistoru B do obvodu?



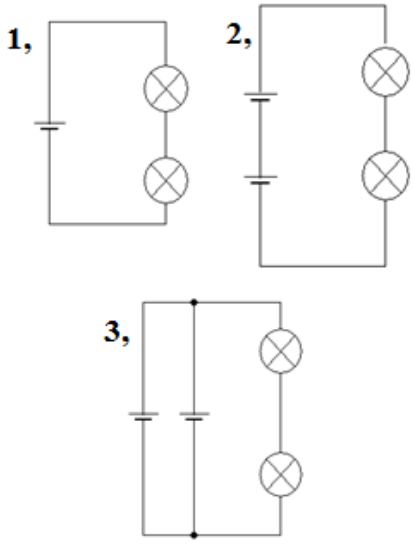
Interaktívny experiment 6: Na zdroj jednosmerného prúdu sme zapojili dve žiarovky tak, ako je znázornené na obrázku.

Predpokladajme, že by sme zopli spínač. Čo sa stane po zopnutí spínača?



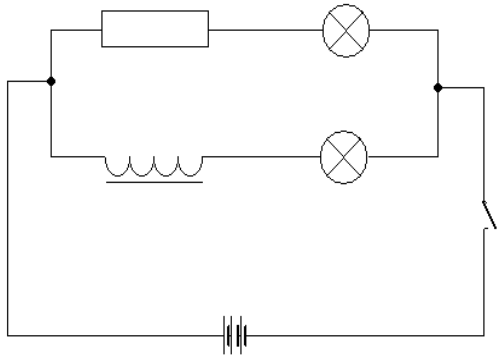
Interaktívny experiment 7: Rovnaké žiarovky máme zapojené na rovnaké zdroje jednosmerného napätia tak ako je schémami znázornené na obrázkoch.

Usporiadajte podľa veľkosti (od najväčšieho po najmenšie) množstvo energie dodávanej do obvodov za sekundu.



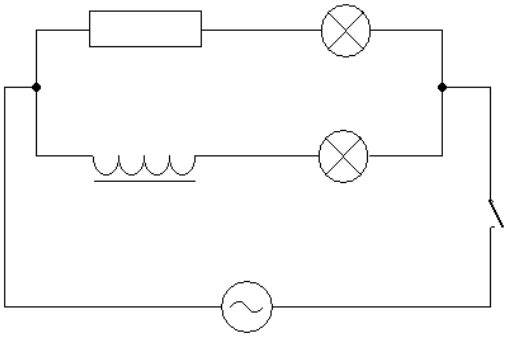
Interaktívny experiment 8: Dve žiarovky, cievka s jadrom a rezistor s rovnakým odporom ako je ohmický odpor cievky sú zapojene do obvodu jednosmerného prúdu tak, ako je znázornené na obrázku.

Predpokladajme, že spínač zopneme. Čo sa stane po zopnutí spínača?



Interaktívny experiment 9: Dve žiarovky, cievka s jadrom a rezistor s rovnakým odporom ako je ohmický odpor cievky sú zapojene do obvodu striedavého prúdu tak, ako je znázornené na obrázku.

Predpokladajme, že spínač zopneme. Čo sa stane po zopnutí spínača?

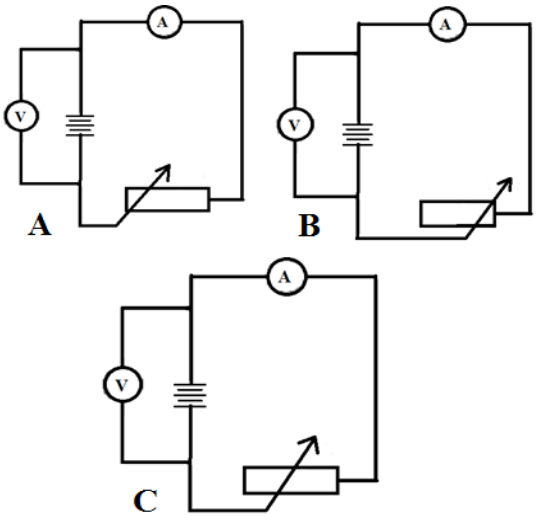


Pri realizácií interaktívnych experimentov 11 a 12 je potrebné žiakov upozorniť , že odpor zdroja neuvažujeme, čo uvádzame kurzívou na konci interaktívneho experiment.

Interaktívny experiment 11: Reostat, voltmeter a ampérmete sú zapojené na zdroj jednosmerného napätia tak, ako je znázornené na schémach.

Usporiadajte od najväčšieho po najmenší elektrický prúd prechádzajúci obvodmi A, B a C.

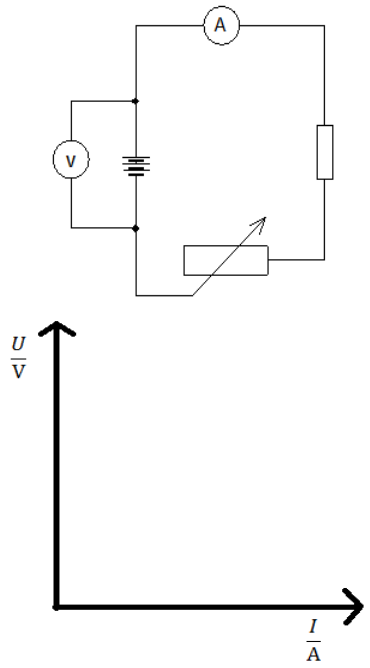
Usporiadajte od najväčšieho po najmenšie hodnoty elektrického napätia.



Pozn. Odpor zdroja neuvažujeme.

Interaktívny experiment 12: Rezistor, voltmeter, reostat a ampérmeter sú zapojené na zdroj jednosmerného prúdu podľa schémy na obrázku.

Načrtnite graf závislosti napätia od prúdu pri postupnom znižovaní odporu reostatu zapojeného v obvode. Graf zostrojíme z nameraných hodnôt pomocou meracích prístrojov.



Pozn. Odpor zdroja neuvažujeme.

S realizáciou danej metódy interaktívnych prednáškových demonštrácií a interaktívnych žiackych experimentov nemáme osobnú skúsenosť. Počas praxe v štvrtom ročníku nášho štúdia, kedy bolo našou úlohou odučiť 4 vyučovacie hodiny, sme zaradili do vyučovamia niektoré časti nami opísanej metódy. Vyzývali sme žiakov k formulovaniu hypotéz, argumentácií správnosti ich hypotézy, následne hlasovali o správnosti hypotéz a po prevedení demonštrácie (experimentu) opísali výsledky danej demonštrácie (experimentu) prebehla krátka diskusia a žiaci si zapísali výsledky do svojich zošitov, ktoré im slúžia pri ďalšom štúdiu.

Medzi najviac prínosné skúsenosti s touto metódou, považujem tie, kedy som ja bola v úlohe žiaka počas štúdia na vysokej škole. Na hodinách nás vyzývali k tomu, aby sme tvorili hypotézy, zapísali si ich do našich zošitov, následne ich argumentovali

so svojimi spolužiakmi, presviedčali sme sa navzájom, hlasovali sme o správnosti našich hypotéz, previedla sa demonštrácia (experiment), ktorá potvrdila, resp. vyvrátila naše hypotézy. Po každej demonštrácií (experimente) nasledovala diskusia, počas ktorej sme vysvetlili priebeh demonštrácie (experimentu) a následne si zapísali výsledky do našich zošitov.

Poďakovanie

Rada by som na prvom mieste poďakovala môjmu školiteľovi PaedDr. Petrovi Horváthovi, PhD., za konzultácie a rady, ktorými ma navádzal správnym smerom pri tvorbe mojej práce.

Veľká vďaka patrí všetkým, ktorí sa svojimi pripomienkami a povzbudeniami prispeli k napísaniu práce.

Literatúra

[Čukanová et al., 2006] Čukanová, E., Kireš, M., Hanč, J. (2006). *Test pre pochopenie pojmov - Obvody*. Košice, 2006. [cit. 06-04-2017]. Dostupné na internete: < http://goo.gl/yBezJh>

[Demkanin et al., 2012] Demkanin, P. et al. (2012). *Fyzika pre 3. ročník gymnázia a 7. ročník gymnázia s osemročným štúdiom*. Bratislava: Združenie EDUCO, 2012.

[Dutko et al., 2008] Dutko, M., Hanč, J. (2008). *Metóda interaktívnych prednáškových demonštrácií: Metodinckýmateriál.* In. *Projekt KEGA*. Košice, 2008.

[Horváth et al., 2013] Horváth, P., Horváthová, M. (2013). *Vlnová optika interaktívne*. In. *Šoltésové dni 2012 a 2013*. Bratislava: Knižničné a edičné centrum FMFI UK, 2013. . s. 93-104. [cit. 06-04-2017]. Dostupné na internete: < http://goo.gl/Dik7g4 ISBN 978-80-8147-015-8>.

[Petty, 2006] Petty, G. (2006). *Moderní vyučování*. Praha: Portál, 2006. ISBN 80-7367-172-7.

[Sokoloff et al., 2004] Sokoloff, D. R., Thorton, R. K. (2004). *Interactive Lecture Demonstrations*. New York, 2004.

[ŠPÚ, 2016] Štátny pedagogický ústav, 2016. *Inovatívne prístupy vo vzdelávaní prírodovedných predmetov v projekte ESTABLISH INQUIRY SCIENCE EDUCATION*. Bratislava: ŠPÚ, 2016 [cit. 2017-04-05]. Dostupné na internete: < http://goo.gl/3eLx1a>

[Vasziosová et al., 2008] Vasziosová, G., Hanč, J. (2008). *Metóda Peer Instruction: Metodický materiál.* In *Projek KEGA*. Košice, 2008. s. 31. [cit. 06-04-2017]. Dostupné na internete: < http://goo.gl/0Xx2eL>.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 214–223
ISBN 978-1983445132, © 2017 Anna Trúsiková

Štruktúra a vlastnosti kvapalín pre seminár z fyziky

Anna Trúsiková[*1]

Školiteľ: Klára Velmovská[*2]

[*] Oddelenie didaktiky fyziky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Súčasťou cieľových požiadaviek na maturitu z fyziky je aj téma Štruktúra a vlastnosti kvapalín. Avšak nakoľko nie je zahrnutá v štandardnom kurze fyziky, učiteľ zavádza pojmy a vzťahy spojené s touto témou na seminároch z fyziky. Metodické materiály ani učebnice k semináru nie sú a v prieskume sme zistili, že učitelia využívajú učebnice z predchádzajúcej koncepcie, založené na transmisívnom vyučovaní, alebo hľadajú rôzne iné, často zahraničné, zdroje. S cieľom pomôcť im, sme vypracovali materiály k téme Štruktúra a vlastnosti kvapalín. Pri vytváraní sme použili konštruktivistický prístup, ktorý je v súčasnosti považovaný za efektívnejší ako transmisívny a jeho základné znaky sú v práci zhrnuté. Materiály obsahujú úlohy, ktoré študent rieši a prostredníctvom nich skúma vzťahy a javy súvisiace so štruktúrou a vlastnosťami kvapalín.

Kľúčové slová: štruktúra a vlastnosti kvapalín, konštruktivistický prístup k vyučovaniu, materiály pre študentov a učiteľov, seminár z fyziky

1 Konštruktivistický prístup vo výučbe

Začiatky konštruktivisticky ladených výskumov učenia sú spájané s Jeanom Piagetom a jeho prácou v odbore genetickej epistemológie, ktorá zásadne ovplyvnila vývojovú psychológiu, pedagogické výskumy a umožnila vypracovať konštruktivistické teórie vzdelávania. Iné podoby konštruktivizmu vychádzajú z psychologickej koncepcie Leva Vygotského. Medzi ďalších významných predstaviteľov konštruktivizmu patria Jerome Bruner, John Dewey, Kurt Lewin.

1.1 Žiakovo poňatie učiva

V Pedagogickom slovníku [Průcha, Walterová, Mařeš, 2009] je konštruktivizmus chápaný ako: „široký prúd teórií vo vedách o správaní a sociálnych vedách, zdôrazňujúci aktívnu úlohu subjektu v poznávaní sveta, význam jeho vnútorných predpokladov v pedagogických a psychologických procesoch, dôležitosť jeho interakcie s prostredím a spoločnosťou.“ Už z definície môžeme vidieť, že konštruktivistický prístup sa výrazne odlišuje od transmisívneho (tradičného) vyučovania. Predstava o žiakoch, ktorí iba pasívne prijímajú vedomosti sa zmenila. D. B. Young [Young, 1997] hovorí, že nie je možné učiť priamo a vložiť plne sformulované vedomosti človeku do hlavy. Ľuďom treba pomôcť konštruovať presvedčivé a vedecky vyhovujúce interpretácie sveta. Preto sú žiaci priamo zapojení do vysvetľovania a chápania nových pojmov a spájajú si nové poznatky s existujúcimi znalosťami efektívnym spôsobom. Ďalej pokračuje: „Každý, kto sa učí, dostáva sa do nových situácií so svojimi zaužívanými predstavami. Oveľa skôr než deti začnú chodiť do školy, budujú si predstavy, očakávania a vysvetlenia okolitého sveta. Pretože sú ich predstavy odlišné od tých vedeckých, nazývajú sa „naivným chápaním“. Naivné predstavy sú hlboko zakorenené a musia byť prehodnotené a popreté v rámci vyučovacieho procesu, aby vznikol priestor pre nové chápanie. Musia byť skúmané prostredníctvom skúseností a diskusií s možnosťou odskúšať si svoje predstavy, aj tie chybné.“ [Young, 1997].

Žiak už do školy prichádza s vlastnou predstavou o svete zo svojho každodenného života. Odborníci používajú na túto žiakovu predstavu rôzne označenia: naivné chápanie, naivné teórie, miskoncepcie, detská interpretácia sveta, prekoncepcia, prekoncepty, doterajšie poňatie. My budeme v ďalšom texte používať označenie prekoncept — „naivná teória dieťaťa, žiakovo poňatie učiva.“ [Průcha, Walterová, Mařeš, 2009]. Prekoncepty zohrávajú dôležitú úlohu v učení. Bertrand [Bertrand, 1998] tvrdí, že prekoncepty sú vlastne prostredníkom medzi poznatkom a štruktúrami myslenia jednotlivca. Hovorí, že nie sú odrazové mostíky, ani výsledky konštrukcie poznania, ale sú nástrojmi tejto činnosti. Kalhous a Obst [Kalhous, Obst et al., 2009] vysvetľujú, že prekoncepty zovšeobecňujú minulú skúsenosť, vzťahujú ju k súčasnosti, umožňujú interpretovať súčasnosť a odhadnúť budúcnosť. Pomáhajú orientovať sa v každodennom živote. Tvrdia, že prekoncepty sú nutnou podmienkou učenia, ale zároveň môžu byť prekážkou alebo komplikáciou.

[1] trusikovaanna@gmail.com
[2] velmovska@fmph.uniba.sk

Tóthová tvrdí, že „pri zmysluplnom učení žiak neprijíma hotové poznatky, ale konštruuje nové na základe tých, ktoré prijal. Žiak si prijatú informáciu neukladá do pamäti priamočiaro, ale ju najprv transformuje, prehodnocuje, dáva ju do vzťahu so svojimi doterajšími vedomosťami o svete a až výsledok procesu stretnutia a vzájomného ovplyvňovania prijatej informácie a aktuálneho stavu svojej psychickej a kognitívnej štruktúry si žiak osvojí.“ [Tóthová, 2014]. Takisto Kalhous a Obst zdôrazňujú, že „výstavba poznania je procesom aktívnym (činnostným), žiak musí dostať príležitosť s učivom pracovať. Činnosti (aktivity) bývajú najskôr fyzické (napr. manipulácia s objektmi), neskôr — keď už má žiak predstavu — prebiehajú v mysli (mentálne operácie).“ [Kalhous, Obst et al., 2009]

V závislosti na práci s prekonceptmi sa v konštruktivistických didaktikách objavili rôzne smery. Najvýznamnejšie sú dva, z ktorých prvý sa zameriava na vyjadrovanie prekonceptov a druhý na boj proti nim. V prvom smere učiteľ vytvára situáciu, v ktorej žiak vyjadrí svoje spontánne chápanie skutočnosti. Potom žiaci stavajú do protikladu rôzne reprezentácie a následné diskusie pomáhajú žiakovi vytvoriť si odstup od jeho vlastných myšlienok, prípadne vedú k ich rozvinutiu a reorganizácii. V druhom smere sú prekoncepty zaujímavé tým, že poukazujú na omyly. Tento smer sa zameriava na to, aby vyučovanie išlo proti žiackym reprezentáciám, ktoré sú prekážkami učenia. [Bertrand, 1998]

Okrem zasahovania prekonceptov do učiteľovho výkladu, sa žiak stretáva aj s ďalšími problémami. Bývajú zapríčinené tým, že žiak nevie prepojiť nové so starším alebo nedokáže využiť známe informácie alebo nenájde spoločného menovateľa určitého celku javov [Bertrand, 1998]. Bertrand tiež hovorí, že to, čo sa žiak naučil skôr, zostáva pre neho často nevyužiteľné. Zdôrazňuje význam štrukturálnych schém medzi pojmami [Bertrand, 1998]. Niektoré pojmy hrajú úlohu „križovatiek“ – organizačných centier, iné majú druhoradú úlohu. Takéto prirovnanie si môžeme jednoducho predstaviť. V každodennom živote križovatky využívame, aby sme sa dostali na určité miesta bez návratu do východiskovej pozície. Nové miesta prepájame s už vybudovanou sieťou starších ciest pomocou križovatiek. Aj žiak si potrebuje spojiť nové informácie so starými, vytvoriť si križovatku a cestu, ktorou spojí nový pojem s už existujúcou sieťou pojmov. Potrebuje križovatky, vďaka ktorým bude môcť prechádzať medzi určitými pojmami bez toho, aby sa musel vrátiť do východiskovej pozície. Dôležité pojmy potrebuje spojiť „diaľnicou“, po ktorej sa dostane veľmi rýchlo od jedného k druhému. Ale takisto potrebuje aj menšie cesty, ktorými budú spojené menej podstatné pojmy s tými hlavnými. Vybudovanie takejto štruktúry nie je jednoduché a Bertrand [Bertrand, 1998] ďalej tvrdí, že „žiak sa učí tým, že informácie prichádzajúce zvonku neprepája lineárne jednu za druhou, ale tak, že tieto poznatky uvedie do vzťahu k špecifickým miestam svojej pojmovej siete.“

Žiak si svoju pojmovú sieť musí vytvoriť sám, nemôže ju prevziať hotovú od učiteľa, a preto potrebuje sám bádať a objavovať. Tóthová tvrdí, že „podstatou konštruktivistického (induktívneho) prístupu k vyučovaniu je fakt, že žiaci sa k podstatným pojmom, vzťahom medzi nimi a zovšeobecneným tvrdeniam (zákonom, zákonitostiam), ktoré pre ne platia, dopracovávajú vlastným skúmaním a objavovaním.“ [Tóthová, 2014]. Aby bolo žiakovo objavovanie efektívne, musí prejsť určitými fázami. Uvedieme fázy induktívneho prístupu podľa M. Pascha [Pasch et al., 2005] :

1. *Prieskumné činnosti*
   Skúmanie údajov alebo pozorovanie záhadnej udalosti.
2. *Hľadanie zákonitostí a vytváranie hypotéz*
   Pokus zmysluplne získané údaje vysvetliť pomocou tvorenia podskupín, hľadania pravidelností alebo vytvorenia hypotéz.
3. *Overenie hypotézy*
   Skúmanie ďalších údajov s účelom overenia hypotézy a zistenia, či sú nájdené zákonitosti a kategórie platné aj po preskúmaní ďalších údajov.
4. *Formulácia pojmov alebo zovšeobecnení*
   Žiaci na základe získaných informácií formulujú závery.
5. *Metakognícia*
   Skúmanie myšlienkového postupu, ktorý bol použitý pri hľadaní zákonitostí a formulácii záverov.
6. *Aplikácie získaných poznatkov v novej situácii*
   Riadené alebo samostatné cvičenia, v ktorých sú nájdené pojmy alebo zovšeobecnenia použité.

Druhú a tretiu fázu je možné opakovať toľkokrát, koľkokrát to bude nutné.

1.2 Učiteľ ako facilitátor

Použitím konštruktivistického prístupu vo výučbe sa môže zdať, že učiteľ už nie je potrebný. Jeho úloha sa zmenila. Už nevystupuje ako šíriteľ poznatkov, ale ako facilitátor vzdelávania. Stále má preto svoju nezastupiteľnú úlohu. Bertrand hovorí, že „je veľmi nepravdepodobné, že by žiak mohol „objaviť“ úplne sám zhrnutie všetkých prvkov, ktoré by ho viedli pri transformácii poňatia danej otázky tak, že by sám mohol preformulovať a vytvárať nové mnohostranné vzťahy medzi poznatkami. V obmedzenom čase vyučovania nie je

prakticky žiadna možnosť, že žiak zvládne túto úlohu sám...“ [Bertrand, 1998]. Mnohí objavitelia strávili veľkú časť svojho života skúmaním javov, ktoré neskôr popísali. Nemôžeme preto vyžadovať od žiaka, aby to zvládol sám za jednu vyučovaciu hodinu. Tóthová hovorí [Tóthová, 2014], že žiak potrebuje učiteľa, ktorý by mu pripravil vhodné podmienky na to, aby u neho proces konštrukcie poznania prebiehal žiadaným smerom. Ďalej opisuje učiteľa v konštruktivisticky poňatom procese vyučovania. Pôsobí ako „facilitátor, uľahčovateľ žiakovho učenia, pomáha žiakovi, keď ho žiak o to požiada, vedie ho na ceste poznávania, ale nemôže zaňho skonštruovať žiadané vedomosti; k tým sa musí žiak vlastnou pracovnou i sociálno-diskurzívnou aktivitou dopracovať sám.“[Tóthová, 2014]. Petty, ktorý nazýva konštruktivistický prístup metóda objavovania, hovorí o jej účinnom použití [Petty, 2006] Okrem iného tvrdí, že učiteľ musí prácu žiakov pozorne sledovať, aby kvôli neporozumeniu nepremárnili hodiny bezvýslednou činnosťou. Je dobré, ak sa ich učiteľ pýta, ako sa rozhodli postupovať. Učiteľ by mal počas prvých minút obísť všetky skupiny, aby zistil, či postupujú správnym smerom. Ďalej hovorí: „Ak skupina premárni všetok čas úplne nezmyselnými pokusmi, hádajte, komu to bude mať na konci hodiny za zlé!“ [Petty, 2006] Učiteľ musí dať žiakom dostatok času a je nevyhnutné, aby na konci zhrnul všetko, čo sa mali žiaci naučiť. Hlavné body činnosti musí dať do súvislosti so zisteniami, ku ktorým sa žiaci dopracovali.

Ak má byť učiteľ v úlohe facilitátora, vyžaduje to od neho hlboké chápanie základných vedeckých pojmov a ochotu nevystupovať vždy len ako „autorita“. Potrebuje si vymieňať názory a skúsenosti s inými učiteľmi, uvažovať o vlastnom spôsobe vyučovania, čítať o nových skúsenostiach a využívať ich. Takisto je nevyhnutné, aby dostal priestor rozvoju počas svojej profesie. Učiteľ ako facilitátor vťahuje žiakov do riešenia problémov skúšobnými otázkami, podporuje ich záujem, vedie diskusie. Sústreďuje sa na dôležité otázky: Ako to viem? Ako to vieš? Prečo to viem? Čo si tým myslel? Ako to môžeme zistiť? Kladenie otázok je veľmi dôležité, pretože v súčasnosti prichádzame na to, že žiaci, ktorí nemajú žiadne otázky, nezískavajú žiadne vedomosti. Často sú schopní na otázky správne odpovedať, zopakovať definície, aj použiť vzorce, hoci týmto otázkam, definíciám a vzorcom nerozumejú. [Young, 1997]

Ďalšia učiteľova úloha je hodnotiť žiaka. Existuje mnoho spôsobov hodnotenia. Je potrebné poskytnúť žiakom rôzne možnosti, ako komunikovať to, čo vedia a čomu rozumejú. Ak je dôraz pri hodnotení kladený na izolované fakty a nie na pochopenie pojmov, vedie to k učebným osnovám, ktoré uprednostňujú fakty a slovnú zásobu výrazov [Young, 1997]. Tóthová zdôrazňuje, že učiteľ konštruktivista by „nemal hodnotiť žiakovu schopnosť reprodukovať vedecky správne odpovede, ktoré sa žiak na vyučovaní naučil (prípadne namemoroval), ale to, či žiak nejakým spôsobom rozvíja svoju schopnosť myslieť, vytvárať vlastné koncepty a úspešne nachádzať riešenia predkladaných prírodovedných problémov.“ [Tóthová, 2014]. Tiež vysvetľuje, že ak žiak predvedie učiteľovi nefunkčné riešenie problému, učiteľova úloha nie je priamo povedať žiakovi, že sa mýli. Učiteľ konštruktivista by mal žiakovi ukázať, že jeho riešenie nefunguje. Žiak potrebuje zažiť, že to, čo urobil nefungovalo, aby sa zmenil jeho spôsob myslenia a konania.

1.3 Kritika konštruktivizmu

Konštruktivistický prístup má svoje výhody aj nevýhody. My ich uvedieme tak, ako o nich hovorí Petty [Petty, 2006] . Pripomíname, že v jeho publikácii je konštruktivistický prístup nazvaný metóda objavovania.

Hlavné výhody metódy objavovania (ak je použitá správne):

1. Je aktívna, motivujúca a zábavná.
2. Vedie k jasnému pochopeniu látky prostredníctvom doterajších vedomostí a skúseností.
3. Vyžaduje od žiakov myšlienkové pochody vyššieho rádu: hodnotenie, tvorivé myslenia, riešenie problémov, analýzu, syntézu atď. Tradičné metódy často vyžadujú iba schopnosti nižšieho rádu, napríklad dávať pozor a chápať
4. Žiaci sú povzbudzovaní, aby vnímali učenia ako činnosť, ktorú konajú oni sami, nie ako niečo, čo sa nich vykonávajú odborníci.
5. Umožňuje žiakom, aby sa tešili z toho, že sami niečo riešia, čím zvyšuje ich vnútornú motiváciu.

Nevýhody metódy objavovania:

1. Pre začínajúceho učiteľa je pomerne zložitá.
2. Je to veľmi pomalá metóda.
3. Nikdy nestačí sama o sebe. Po tom, ako žiaci niečo objavia, potrebujú zistiť, k čomu im má nový poznatok slúžiť. Treba, aby si jeho použitie precvičili, aby boli opravovaní a kontrolovaní.
4. Nemôže byť aplikovaná na určité témy — napr. na také, ktoré sú založené na faktoch alebo je u nich vysoko nepravdepodobné, že by žiak mohol k požadovanému poznatku dospieť sám.
5. Existuje nebezpečenstvo, že niektorí žiaci zo skupiny budú iba pasívne sledovať ostatných a nebudú spolupracovať.

1.4 Konštruktivistický prístup vo vyučovaní prírodných vied

Pottenger [Pottenger, 1997] hovorí o rôznych spôsoboch tvorby poznatkov v oblasti prírodných vied. Patrí medzi ne aj explanačno-experimentálny postup získavania vedomostí, na ktorom stavala fyzika, biológia a geografia posledných 400 rokov. Tento postup je komplexný, zahŕňa výber vzoriek, príčinu a dôsledok, deduktívne a induktívne myslenie, vyžaduje si verejnú kontrolu výsledkov. Je vhodný pre deti na stupni konkrétneho operačného myslenia, ale aj pre tie, ktoré sú na formálnom stupni. Veľmi podobný je aj explanačno-experimentálny postup získavania vedomostí prostredníctvom simulácie javov. Pracuje s modelmi vytvorenými na počítači a nezaoberá sa priamym overovaním javov. Ak by sa ale vyskytla možnosť pozorovania, práca s počítačom je obmedzená. Využíva sa, okrem iného, v kozmológii, astronómii, jadrovej fyzike, meteorológii. Oba postupy môžeme schematicky naznačiť nasledovne:

Sformulovanie otázky ⟶ Navrhnutie (vyslovenie) hypotézy ⟶ Navrhnutie pokusu ⟶ Zostrojenie/Uskutočnenie pokusu ⟶ Overenie a interpretovanie výsledkov ⟶ Posúdenie pravdepodobnosti.

Na záver dodáva, že úlohy žiakov a učiteľa predstavujú úlohy vedcov. Žiaci sa učia prírodné vedy tým, že vystupujú ako vedci.

2 Konštruktivistický prístup v molekulovej fyzike

2.1 Molekulová fyzika v učebniciach podľa predchádzajúcej koncepcie

Fyzika na gymnáziách má v súčasnosti povinnú časovú dotáciu za 1. – 4. ročník spolu 5 hodín týždenne. Každá škola môže pri dotvorení školského vzdelávacieho programu ešte využiť disponibilné hodiny a navýšiť počet hodín fyziky [MŠVVaŠ SR, 2015]. V minulosti bolo povinných hodín viac. Učebné osnovy gymnázia [MŠ SR, 1997] z roku 1997 počítali s 3 hodinami týždenne v 1. a 2. ročníku a s 2 hodinami týždenne v 3. a 4. ročníku. Tematický celok *Molekulová fyzika a termodynamika*, ktorý okrem iného obsahoval aj podkapitola *Štruktúra a vlastnosti kvapalín*, bol súčasťou učiva 2. ročníka a venovalo sa mu približne 37 vyučovacích hodín. Učebnica fyziky z roku 1985 [Svoboda et al., 1985] sa danými javmi zaoberá v čiastkovej téme *6. Štruktúra a vlastnosti kvapalín*. Pri zavádzaní pojmov dominuje v učebnici transmisívny prístup. Môžeme to vidieť napr. v časti *6.1. Povrchová vrstva kvapaliny*, ktorá začína nasledovne: „Keď na voľný povrch vody položíme tenkú ihlu, žiletku alebo hliníkovú mincu, pozorujeme, že sa povrch kvapaliny prehne, akoby bol povrch pružný. Ihla, žiletka, minca sa nepotopia, hoci hustota látok, z ktorých sú vyrobené, je väčšia ako hustota vody.“ [Svoboda et al., 1985]. Študent nemusí pokus zrealizovať, aby sa dozvedel, čo sa stane s predmetmi na hladine, nebáda a neskúma. V časti *6.2. Povrchová sila* sa píše: „Existenciu povrchových síl možno overiť ďalšími pokusmi: 1. Utvorme mydlinovú blanu na pevnom rámčeku. Položme na ňu navlhčenú slučku z tenkej niti. Slučka bude mať nepravidelný tvar, ale keď blanu vnútri slučky pretrhneme, napne sa niť do krúžku. Ak je niť na rámčeku upevnená a ak blanu medzi niťou a jednou časťou rámčeka pretrhneme, napne sa niť do oblúka. V oboch prípadoch po celom okraji povrchovej blany v smere kolmo na niť pôsobí v rovine rámčeka povrchová sila.“ [Svoboda et al., 1985]. Študent znova nemusí pokus zrealizovať, aby zistil, čo sa stane s blanou. Učiteľ mu predstaví hotový poznatok, ktorý len pasívne prijme. Posledný príklad, ktorý uvedieme, je z časti *6.5 Teplotná objemová rozťažnosť kvapalín*, kde sa píše: „Povedali sme, že objem kvapaliny sa pri zvyšovaní teploty zväčšuje. Jednou z výnimiek je voda v teplotnom intervale od 0 °C do 3,98 °C. V tomto intervale so zvyšujúcou teplotou objem vody klesá. Táto vlastnosť sa nazýva anomália vody a vysvetľuje sa tým, že aj pri teplote 0 °C zostávajú vo vode zvyšky kryštálovej mriežky ľadu.“ [Svoboda et al., 1985]. Opäť je študent v úlohe pasívneho prijímateľa, ktorý si zapamätá hotový poznatok.

2.2 Zavedenie pojmov konštruktivistickým prístupom

Štátny vzdelávací program: fyzika [ŠPÚ, 2009] z roku 2009 a Inovovaný štátny vzdelávací program: fyzika [ŠPÚ, 2015] z roku 2015, v ktorých je päťhodinová časová dotácia fyziky, sa už nezaoberajú tému *Molekulová fyzika* a teda ani štruktúrou a vlastnosťami látok. Takisto nie je zahrnutá v učebnici fyziky pre 2. ročník gymnázia [Demkanin et al., 2010]. Daná téma je stále súčasťou cieľových požiadaviek na maturitu z fyziky [ŠPÚ, 2012] a preto je potrebné, aby učiteľ pojmy a vzťahy spojené s touto témou zaviedol na seminároch. Pri zavádzaní by mohol využiť učebnice z predchádzajúcej koncepcie, avšak v nich prevláda transmisívny prístup a v súčasnosti sa považuje za viac efektívny konštruktivistický.

Použitie konštruktivistického prístupu je obmedzené, pretože je časovo náročný a nikdy nestačí sám o sebe, no pokiaľ je to možné, učiteľ by mal študenta dostávať do situácií, kde musí sám skúmať, aby si mohol skonštruovať nové vedomosti. Uvedieme niekoľko príkladov, kde

vidíme možnosť využitia tohto prístupu v téme *Štruktúra a vlastnosti látok.*

Povrchová sila a povrchové napätie: Podľa učebnice fyziky z predchádzajúcej koncepcie [Svoboda et al., 1985] učiteľ zaviedol pojem povrchová sila až po pojmoch povrchová energia a povrchové napätie. Myslíme si, že pri použití konštruktivistického prístupu by sa študent mal najskôr oboznámiť s povrchovou silou (ktorú môže skúmať) a až potom prejsť k viac abstraktným pojmom.

Učiteľ by mohol kapitolu o štruktúre a vlastnostiach kvapalín začať otázkou: „Prečo nemôže človek kráčať po hladine vody podobne ako drobný vodný hmyz?“ [Jílek, 2006]. Na preskúmanie hladiny kvapaliny navrhujeme *úlohu 1* [Velmovská, Lapitková, 2015], v ktorej bude študent pokladať rôzne tenké kovové predmety na vodu a zistí, že sa nepotopia. Učiteľ zavedie pojem povrchová vrstva kvapaliny. Študent by mal tiež usúdiť, že keď predmety s väčšou hustotou ako je hustota vody neklesnú ku dnu, na povrchu musí pôsobiť nejaká sila, ktorá im v tom bráni. Učiteľ zavedie pojem povrchová sila a študent začne skúmať od čoho závisí. V *úlohe 2*, kde sme sa inšpirovali laboratórnym protokolom[Uchytil, 2002], a videom z youtube.com [Vernier CZ, 2012] , bude študent na vodu pokladať kovové krúžky s rôznymi priemermi a senzorom merať silu potrebnú na ich odtrhnutie z hladiny. Zistí, že povrchová sila závisí priamoúmerne od dĺžky okraja, ktorým sa krúžok dotýka povrchu. *Úloha 3* je takmer rovnaká ako predchádzajúca, no namiesto vody použije lieh a objaví, že povrchová sila závisí aj od druhu kvapaliny. Učiteľ následne zavedie veličinu povrchové napätie a vzťah pre výpočet povrchovej sily. V *úlohe 4* bude študent experimentálne zisťovať hodnotu povrchového napätia mydlového roztoku. Využije drôtený rámček a ľahkú paličku, ktoré namočí do roztoku a vytvorí mydlovú blanu. Tá sa začne sťahovať a ťahá so sebou aj paličku. Na jednej strane začne študent rámček dvíhať, až kým palička zastaví. Povrchová sila a zložka tiažovej sily pôsobiace na paličku sú vtedy v rovnováhe a študent môže dopočítať povrchové napätie roztoku. V *úlohe 5* bude znova pomocou senzora merať silu potrebnú na odtrhnutie kovových krúžkov z hladiny a zistí, že so zvyšujúcou sa teplotou sa znižuje povrchové napätie. Na záver sa ešte vrátia k úvodnej otázke, na ktorú by mal študent zvládnuť odpovedať.

Keď študent preskúma javy, ktoré môže sám pozorovať, učiteľ môže prejsť k ich vysvetleniu na základe vnútornej štruktúry látky, kde objasní vzájomné pôsobenie molekúl a zavedie pojmy sféra molekulového pôsobenia a povrchová energia.

Anomália vody: Túto významnú vlastnosť vody, ktorá má dôležitú úlohu hlavne pri prezimovaní vodných rastlín a živočíchov, učiteľ zvykol spomenúť len na konci kapitoly. Hodnota 3,98 °C, kedy má voda najväčšiu hustotu, bola študentovi oznámená a mal si ju zapamätať. Spomínanú hodnotu môže aj nameriať a sám objaviť, že v teplotnom intervale 0 °C – 3,98 °C sa voda nespráva ako všetky ostatné kvapalné látky, t.j. so zvyšujúcou sa teplotou v danom intervale objem vody nerastie a hustota vody neklesá.

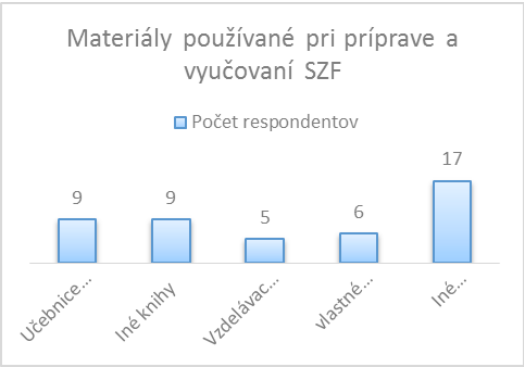
Navrhujeme meranie podľa informácií zo stránky Sbírka fyzikálních pokusů [Sbírka fyzikálních pokusů, 2016] s využitím Hopeho prístroja, vďaka ktorému môžeme merať teplotu v rôznych hĺbkach. Výsledkom merania sú 2 závislosti teploty od času, ktoré študent zakreslí do grafu a následne analyzuje pomocou doplňujúcich otázok. Sleduje, že v nameraných závislostiach klesá teplota vody s časom, avšak pokles nie je rovnaký v oboch prípadoch. Teplota vody v spodnej časti prístroja klesá zo začiatku rýchlejšie a ustáli sa približne na 4 °C. Vtedy začne prudko klesať aj teplota vody v hornej časti prístroja. Voda s približnou teplotou 4 °C zostáva v spodnej časti a teplota vody v hornej časti naďalej klesá. Študent tak zistí, že hustota vody je najväčšia približne pri teplote 4 °C a že v teplotnom intervale 0 °C – 4 °C rastie. Takéto zistenie je v rozpore s jeho predchádzajúcimi vedomosťami. Môže teda usúdiť, že ide o nejakú výnimku. Učiteľ po takomto skúmaní zavedie pojem anomália vody a spresní hodnotu teploty z približných 4 °C na 3,98 °C. Potom môže objasniť tento jav na základe poznatkov o kinetickej teórii stavby látok.

Jednotlivé úlohy s textom pre študenta aj pre učiteľa sme podrobne rozpracovali v bakalárskej práci [Trúsiková, 2016] a taktiež ich prikladáme v prílohe 1.

2.3 Prieskum o vyučovaní semináru z fyziky

Metodické materiály ani učebnice k semináru z fyziky (SZF) neexistujú, a preto sme v prieskume, okrem iného, zisťovali, aké materiály učitelia používajú pri príprave na vyučovanie SZF a pri jeho samotnom vyučovaní.

Na zber dát sme použili dotazník (príloha 2), ktorý sme rozdali učiteľom na vzdelávacích stretnutiach Vanovičove dni 2016 a Šoltésove dni 2016. Vyplnilo nám ho 22 učiteľov (18 žien a 4 muži) gymnázií a stredných škôl. Na



stretnutiach sa zúčastnilo učiteľov viac, avšak mnohí z nich boli učitelia zo základných škôl alebo zo stredných škôl, na ktorých vôbec nemali predmet SZF. Z 22 respondentov 19 už SZF vyučovalo. Otázka 5a) „Aké materiály používate pri príprave na vyučovanie / pri vyučovaní? (uveďte aj konkrétne)“ bola otvorená a učitelia citovali rôzne zdroje, z ktorých čerpajú. Každý učiteľ napísal minimálne dva. Deväť respondentov uviedlo, že pri príprave a vyučovaní SZF využíva aj učebnice z predchádzajúcej koncepcie. Takisto deväť respondentov uviedlo iné knihy (často zahraničné). V prieskume učitelia ďalej uviedli, že používajú aj vlastné materiály (5 respondentov), čerpajú na vzdelávacích stretnutiach (6 respondentov) a uvádzali ešte mnohé iné zdroje (obr. 1).

obr. 1: Materiály používané pri príprave a vyučovaní SZF

Zisťovali sme aj, koľko času učitelia venujú príprave SZF. Jeden respondent sa nevyjadril, 12 respondentov uviedlo počet hodín a ostatní slovne opísali, koľko im príprava približne trvá. Pri spracovaní výsledkov (obr. 2) sme predpokladali, že tí, čo uviedli „veľa“ mysleli aspoň 2 hod.



obr. 2: Čas venovaný príprave SZF

Na základe nami zozbieraných údajov a ich vyhodnotenia si myslíme, že vytvorené materiály budú prínosom, môžu učiteľovi skrátiť čas prípravy a takisto zjednodušiť hľadanie zdrojov.

3 Súbor pokusov

V tejto časti predkladáme súbor pokusov s jednoduchými pomôckami, ktoré môže učiteľ využiť pri zavádzaní pojmov témy *Štruktúra a vlastnosti kvapalín*. Uvedomujeme si, že okolnosti nemusia vždy umožniť realizáciu pokusov na hodine, a preto sme urobili aj videá bez zvuku (dostupné na: http://ow.ly/9IAz30aEoMx), ktoré môže učiteľ sám okomentovať a študentom aspoň priblížiť jednotlivé javy.

Pri zostavovaní pokusov, ktoré skúmajú povrchovú blanu, povrchovú silu a vzlínanie kvapaliny sme sa inšpirovali videami z youtube.com. Guľový tvar kvapiek je v podobnom znení v učebnici Pokusy pre učiteľa fyziky [Velmovská, Lapitková, 2015]. Zdroje ostatných pokusov uvádzame pri jednotlivých úlohách.

3.1 Povrchová blana

Úloha 3.1: Zistite, či sa do pohára zmestí viac vody, ako je jeho objem.
Cieľ: Ukázať existenciu povrchovej blany.
Pomôcky: sklený pohár, voda, kancelárske spinky.
Postup:

1. Nalejte vodu do pohára až po okraj.
2. Vyslovte predpoklad, čo sa stane s hladinou, keď do pohára začnete vkladať kancelárske spinky.
3. Pokus zrealizujte. Potvrdila sa vaša hypotéza? Ako si to vysvetľujte?

Doplňujúce otázky:

1. Čo ste pozorovali na hladine, keď ste do pohára vložili niekoľko spiniek?
2. Koľko spiniek sa vám podarilo vložiť, kým sa voda nevyliala?

Úloha 3.2: Zistite, ako sa správa povrchová blana.
Cieľ: Ukázať, že povrchová blana kvapaliny je pružná.
Pomôcky: tenký a hrubší drôt, kliešte na strihanie a ohýbanie drôtu, nádoba s mydlovým roztokom.
Postup:

1. Odstrihnite približne 30 cm hrubšieho drôtu a zohnite ho tak, ako je na obr. 3.



obr. 3: nákres zohnutia drôtov

2. Odstrihnite približne 10 cm tenšieho drôtu, na koncoch zohnite tak, aby vznikli očká (obr. 3) a navlečte ho na nezohnuté konce hrubšieho drôtu.
3. Chyťte drôty za slučky, namočte ich do mydlového roztoku, pomaly vyťahujte a dávajte pozor, aby nepraskla mydlová blana, ktorá sa medzi nimi vytvorí.
4. Držte drôty vodorovne so zemou a vyslovte predpoklad, čo sa stane, ak tenší drôt pustíte.
5. Pokus vykonajte. Je vaša hypotéza v zhode s tým, čo ste pozorovali? Ako si to vysvetľujete?

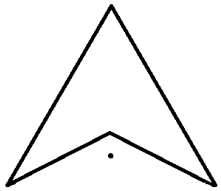
Doplňujúce otázky:

1. Čo sa stalo s tenším drôtom?
2. Akú vlastnosť povrchovej blany ste pozorovali?

3.2 Povrchová sila

Úloha 3.3: Zistite, či závisí povrchová sila od druhu použitej kvapaliny.
Cieľ: Zistiť, že povrchové napätie je pre jednotlivé kvapaliny rôzne.
Pomôcky: miska, voda, kartón, mydlový roztok
Postup:

1. Do misky nalejte vodu a počkajte, kým sa hladina ustáli.
2. Z kartónu vystrihnite loďku tak, ako je na obr. 4 a položte ju na hladinu vody.



obr. 4: nákres loďky

3. Vyslovte predpoklad, čo sa stane, keď do miesta vyznačeného bodkou kvapnete za loďku mydlový roztok.
4. Vykonajte pokus. Je vaša hypotéza v zhode s tým, čo ste pozorovali?

Doplňujúce otázky:

1. Čo sa stalo s loďkou, keď ste za ňu kvapli mydlový roztok?
2. Prečo sa takto loďka pohybovala?

Úloha 3.4: Zistite, či závisí povrchová sila od druhu použitej kvapaliny.
Cieľ: Zistiť, že povrchové napätie je pre jednotlivé kvapaliny rôzne.
Pomôcky: nádoba s vodou, mleté čierne korenie, mydlový roztok
Postup:

1. Do nádoby s vodou nasypte mleté čierne korenie po celej hladine.
2. Skúste vysloviť predpoveď, čo sa stane, ak do prostriedku kvapnete mydlový roztok.
3. Pokus zrealizujte. Potvrdila sa vaša hypotéza?

Doplňujúce otázky:

1. Čo sa stalo s korením vo vode?
2. Nakreslite sily, ktoré pôsobia na pohybujúci sa kúsok korenia a skúste vysvetliť ich pôvod.

3.3 Povrchové napätie [Svoboda et al., 1997]

Úloha 3.5: Zistite, ako závisí povrchové napätie od teploty kvapaliny.
Cieľ: Zistiť, že povrchové napätie sa zmenšuje so zvyšujúcou sa teplotou.
Pomôcky: 2 rovnaké nádoby, pásik látky (približne 2 cm široký), teplá a studená voda.
Postup:

1. Nádoby položte vedľa seba. Jednu naplňte studenou a druhú teplou vodou do rovnakej výšky.
2. Vyslovte predpoklad, čo sa stane s pásikom látky ak ho cez okraj preložíte tak, aby ležal na vode v oboch nádobách rovnako veľkou plochou
3. Pokus vykonajte a pozorujte, čo sa bude diať. Potvrdila sa vaša hypotéza?

Doplňujúce otázky:

1. Správala sa látka v oboch nádobách rovnako?
2. Čo sa dialo s látkou v studenej vode?
3. Čo sa dialo s látkou v teplej vode?
4. Ako si to vysvetľujete?

3.4 Vzlínanie kvapaliny

Úloha 3.6: Namiešajte rôzne farby.
Cieľ: Ukázať, že voda sa cez kapiláry servítky môže presunúť aj do iného pohára.
Poznámka: pokus trvá niekoľko hodín, preto je vhodné, aby si ho študenti urobili doma.
Pomôcky: 5 priesvitných pohárov, voda, servítky, žlté, červené a modré farbivo.
Postup:

1. Poháre poukladajte vedľa seba. Prvý, tretí a piaty naplňte vodou približne do troch štvrtín.
2. Do každého pohára s vodou vmiešajte jeden druh farbiva.
3. Skúste vysloviť predpoklad, čo sa stane, keď plné a prázdne poháre prepojíte servítkou tak, ako je na obr. 5.



obr. 5: prepojenie plných a prázdnych pohárov servítkami

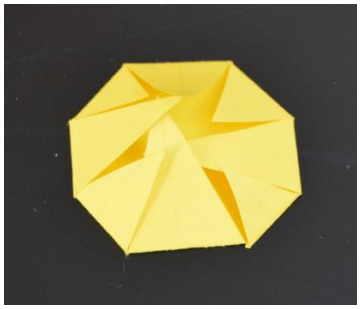
4. Pokus vykonajte. Je vaša hypotéza v zhode s tým, čo ste pozorovali?

Doplňujúce otázky:
1. Čo sa dialo so servítkami?
2. Skúste vysvetliť, prečo voda prešla do prázdnych pohárov?
3. Aké farby ste namiešali?

Úloha 3.7: Zistite, čo sa stane s papierovým kvetom na vode
Cieľ: Demonštrovať nasávanie vody kapilárami.
Pomôcky: papier, nožnice, nádoba s vodou.
Postup:



1. Vystrihnite z papiera kvet a zohnite lupene tak, ako je na obr. 6.
2. Vyslovte predpoklad, čo sa stane s kvetom, ak ho položíte na hladinu vody.



obr. 6: papierový kvet

3. Pokus vykonajte. Potvrdila sa vaša hypotéza?

Doplňujúce otázky:
1. Čo sa stalo s lupeňmi kvetu?
2. Ako si vysvetľujete takýto ohyb?

Úloha 3.8: Urobte hviezdu zo špáradiel.
Cieľ: Demonštrovať nasávanie vody kapilárami.
Pomôcky: špáradlá, striekačka s vodou
Postup:
1. 4 špáradlá v strede nalomte, dávajte pozor, aby ste ich nezlomili úplne.
2. Poukladajte ich vedľa seba, ako je na obr. 7.

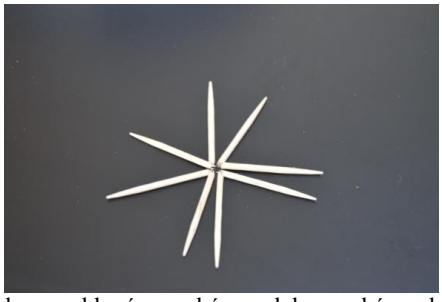
obr. 7: poukladanie špáradiel

3. Skúste vysloviť predpoklad, čo sa stane so špáradlami ak medzi ne kvapnete striekačkou vodu.
4. Pokus zrealizujte. Je vaša hypotéza v zhode s tým, čo ste pozorovali?

Doplňujúce otázky:
1. Aký útvar ste vytvorili zo špáradiel?
2. Prečo sa špáradlá ohýbali?
3. Vedeli by ste urobiť aj nejaký iný tvar? Vyskúšajte!

3.5 Guľový tvar kvapiek

Úloha 3.9: Zistite, aký tvar majú kvapky.
Cieľ: Ukázať, že kvapalina sa snaží nadobudnúť tvar s minimálnou povrchovou energiou.



Pomôcky: sklený pohár alebo skúmavka, slnečnicový alebo repkový olej, voda, lieh, pipeta alebo slamka.
Postup:
1. Do pohára nalejte lieh. Pipetou alebo slamkou kvapnite niekoľko kvapiek oleja.
2. Skúste vysloviť predpoklad, čo sa bude diať s kvapkou, ak do pohára pridáte vodu.
3. Pridajte vodu a pozorujte tvar kvapky. Potvrdila sa vaša hypotéza?

Doplňujúce otázky:
1. Prečo klesla kvapka oleja na dno?
2. Akú fyzikálnu vlastnosť sme menili pridávaním vody do liehu?
3. Aký tvar mala kvapka po pridaní vody?
4. Ako si to vysvetľujete?

3.6 Kapilárny tlak [Svoboda et al., 1997]

Úloha 3.10: Zistite, ako závisí kapilárny tlak od polomeru zakrivenia.
Cieľ: Zistiť, že kapilárny tlak je väčší v bublinách s menším polomerom.
Pomôcky: 2 plastové slamky, ktoré sa dajú na koncoch zohnúť, spojovacia trubička (slamka s menším priemerom, približne 4 cm dlhá), bublifukový roztok, nožnice.
Postup
1. Slamky upravte tak, ako je na obr. 8.

obr. 8: upravená slamka

2. Do jednej z nich nasuňte spojovaciu trubičku približne do polovice.

3. Zohnuté konce slamiek namočte do bublifukového roztoku.
4. Fúknite do slamky a vytvorte bublinu. Slamku stlačte, aby sa bublina nezmenšila a dávajte pozor, aby nepraskla.
5. Na druhej slamke vyfúknite bublinu s väčším priemerom a stlačte slamku.
6. Skúste vysloviť predpoklad, čo sa bude diať, keď slamky prepojíte a uvoľníte.
7. Pokus vykonajte. Je vaša hypotéza v zhode s tým, čo ste pozorovali? Ako si to vysvetľujete?

Záver

Téma *Štruktúra a vlastnosti kvapalín* je neodmysliteľnou súčasťou seminára z fyziky. Nakoľko k nemu neexistujú materiály, učitelia strávia niekoľko hodín týždenne ich vyhľadávaním a prípravou. Aby sme im pomohli, spracovali sme danú tému. Vytvorili sme texty pre študenta a učiteľa a navrhli súbor pokusov, ktoré môžu vyskúšať na vyučovacích hodinách. Pri tvorbe sme využili konštruktivistický prístup, pretože je v súčasnosti považovaný za efektívnejší ako transmisívny. V budúcnosti by sme chceli materiály odskúšať v praxi a zistiť, ktoré časti môžeme ešte vylepšiť.

Poďakovanie

Ďakujem doc. PaedDr. Kláre Velmovskej, PhD. za ochotný prístup, cenné rady a venovaný čas pri príprave príspevku na ŠVK.

Literatúra

[Bertrand, 1998] BERTRAND, Y. (1998). *Soudobé teorie vzdělávaní.* Praha: Portál, 1998. 248 s. ISBN 80-7178-216-5.

[Demkanin et al., 2010] DEMKANIN, P. et al. 2010. *Fyzika pre 2. ročník gymnázia a 6. ročník gymnázia s osemročným štúdiom*. Bratislava : Združenie EDUCO, 2010. 127 s. ISBN 978-80-89431-10-6.

[Jílek, 2006] JÍLEK, M. 2006. Hrátky s povrchovým napětím. In: *Kritické listy.* [online] 22/2006, s. 36 –38. ISSN 1214-5823. [cit. 2016.05.02]. Dostupné na: http://ow.ly/4njRw2

[Kalhous, Obst et al., 2009] KALHOUS, Z., OBST, O. et al. 2009. *Školní didaktika*. 2. vyd. Praha: Portál, 2009, 447 s. ISBN 978-80-7367-571-4.

[MŠ SR, 1997] MŠ SR, 1997. *Učebné osnovy gymnázia štvorročné štúdium Fyzika povinný učebný predmet*. [online]. 1997. [cit. 2016.03.08]. Dostupné na: http://ow.ly/YtnxF

[MŠVVaŠ SR, 2015] MŠVVaŠ SR, 2015. *Rámcový učebný plán pre gymnáziá s vyučovacím jazykom slovenským*. [online]. 2015. [cit. 2016.02.29]. Dostupné na: https://www.minedu.sk/data/att/7899.pdf

[Pasch et al., 2005] PASCH, M. et al. 2005. *Od vzdelávacího programu k vyučovací hodine.* 2. vyd. Praha: Portál, 2005, 416 s. ISBN 80-7367-054-2.

[Petty, 2006] PETTY, G. 2006. *Moderní vyučování*. 4. vyd. Praha: Portál, 2006, 380 s. ISBN 80-7367-172-7.

[Pottenger, 1997] POTTENGER, M., F. 1997. Vývoj projektu FAST. In: *Zborník z konferencie FAST-DISCO*. Bratislava: MFF UK, vyd. R &D, 1997, s. 5-17.

[Průcha, Walterová, Mařeš, 2009] PRŮCHA, J., WALTEROVÁ, E., MAŘEŠ, J. 2009. *Pedagogický slovník*. 6. vyd. Praha: Portál, 2009. 400 s. ISBN 978-80-7367-647-6.

[Sbírka fyzikálních pokusů, 2016] SBÍRKA FYZIKÁLNÍCH POKUSŮ. 2016. *Hopeho experiment: Anomálie vody*. [online]. 2016. [cit. 2016.05.02.]. Dostupné na: http://ow.ly/4mWMuq

[Svoboda et al., 1985] SVOBODA, E. et al. 1985. *Fyzika pre 2. ročník gymnázia.* Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo, 328 s.

[Svoboda et al., 1997] SVOBODA, E. et al. 1997. *Pokusy z fyziky na střední škole 2. díl.* Praha: Prometheus, 176 s. ISBN 80-7196-008-X

[ŠPÚ, 2009] ŠPÚ (Štátny pedagogický ústav), 2009. *Štátny vzdelávací program: Fyzika – Príloha ISCED 3A* [online]. Bratislava : ŠPÚ, 2009 [cit. 2016.03.28]. Dostupné na: http://ow.ly/Xop2u

[ŠPÚ, 2012] ŠPÚ (Štátny pedagogický ústav), 2012. *Cieľové požiadavky na vedomosti a zručnosti maturantov z fyziky* [online]. Bratislava: ŠPÚ, 2012 [cit. 2016.03.28]. Dostupné na: http://ow.ly/XxxL5

[ŠPÚ, 2015] ŠPÚ (Štátny pedagogický ústav), 2015. *Inovovaný štátny vzdelávací program, Fyzika – gymnázium so štvorročným a päťročným vzdelávacím programom*. [online]. 2015. [cit. 2016.03.28]. Dostupné na: http://ow.ly/Xop76

[Tóthová, 2014] TÓTHOVÁ, R. 2014. *Konštruktivistický prístup vo výučbe ako možnosť rozvoja myslenia žiakov.* Bratislava: Metodicko – pedagogické centrum, 2014, 90 s. ISBN 978-80-565-0004-0

[Trúsiková, 2016] TRÚSIKOVÁ, A. 2016. *Molekulová fyzika pre seminár z fyziky.* Bakalárska práca. Bratislava: FMFI UK, 2016, 49 s.

[Uchytil, 2002] UCHYTIL, J. 2002. *Stanovení povrchového napětí kapaliny.* [online]. 2002. [cit. 2016.05.09]. Dostupné na: http://ow.ly/sTMo3003ejd

[Velmovská, Lapitková, 2015] VELMOVSKÁ, K., LAPTIKOVÁ, V. 2015. *Pokusy pre učiteľa fyziky*. Bratislava: Knižničné a edičné centrum FMFI UK, 2015, 270 s. ISBN 978-80-8147-032-5

[Vernier CZ, 2012] VERNIER CZ. 2012 *Povrchové napětí*. [online] 2012. [cit. 2016.05.09]. Dostupné na: http://ow.ly/XKIR3003hMt

[Young, 1997] YOUNG, B., D. 1997. Súčasné trendy v reformných procesoch vyučovania prírodných vied. In: *Zborník z konferencie FAST-DISCO*. Bratislava: MFF UK, vyd. R &D, 1997, s. 18-29.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 224–230
ISBN 978-1983445132, © 2017 Patrícia Bartschová

Rezy telies – rozširujúce úlohy

Patrícia Bartschová [1]*
Školiteľ: Mária Slavíčková [1‡]

[1] KAGDM – Oddelenie didaktiky matematiky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

V tomto príspevku sa venujeme problematike stereometrie, prevažne rezom telies a čiastočne pôdorysom a nárysom..

V prvej časti píspevku si priblížime pojmy stereometria a rezy telies. K stereometrii si povieme základnú definíciu a jej delenie, pri rezoch telies si uvedieme definíciu, ktorú navrhuje autorka príspevku. Rovnako sa pozrieme na to ako vyzerá vyučovanie stereometrie na základných a stredných školách, pričom sa viac zameriavame na situáciu na stredných školách.

V druhej časti sa zaoberáme analýzou úloh, ktoré sme navrhli tak, aby okrem bežných úloh zo stereometrie a rezov telies obsahovali aj náročnejšie úlohy s akými sa žiaci môžu stretnúť na hodinách stereometrie.

V tretej časti príspevku si ukážeme výsledky testovania niektorých úloh, ktoré sme testovali na dvoch vzorkách. Jednou boli žiaci 4. ročníka gymnázia a druhou žiaci strednej priemyselnej školy.

Sada úloh je navrhnutá tak, aby šikovnejší žiaci neboli limitovaní slabšími a mohli napredovať, ale aby si aj slabší žiaci s horšou priestorovou predstavivosťou našli „svoje zadanie“.

Kľúčové slová: Stereometria, Rez telesa rovinou, Sada úloh

1 Stereometria, rezy telies

V tejto časti si povieme čo predstavujú pojmy stereometria a rez telesa. A ich vyučovanie na školách.

1.1 Stereometria

Stereometria je to oblasť matematiky, ktorá sa zaoberá geometriou (konštrukčnou, analytickou) trojrozmerného priestoru.

Pod konštrukčnú geometriu patria rezy telies, tvorba siete, zobrazovanie telies, konštrukčné zostrojenie vzdialenosti bodov od priamky, roviny alebo uhla dvoch priamok (rovín).

Pod analytickú geometriu patria výpočty objemu, povrchu, vzdialenosti bodu od roviny, priamky, uhla dvoch priamok alebo rovín.

1.2 Rez telesa

Pod pojmom rez telesa si môžeme predstaviť jednoducho prienik roviny s telesom. Na to, aby sa rez dal zostrojiť musí byť rovina zadaná jednoznačne:

- troma nekolineárnymi bodmi
- priamkou a bodom neicidujúcim s touto priamkou
- dvoma rôznobežnými priamkami
- dvoma rôznymi rovnobežkami

Rezom telesa rovinou môže byť:

1. n-uholník
2. úsečka
3. bod
4. prázdna množina

Zavedenie pojmu rez telesa v našom ponímaní je pre nás dôležité z toho hľadiska, aby bolo zrejme čo od žiakov očakávame pri riešení našej sady úloh. Keďže na hodinách, kde sa učia rezy telies sa väčšinou objavujú dve definície toho čo rez telesa rovinou je a to, že rezom telesa je prienik roviny a telesa, pričom je to časť len na stenách z čoho usudzujeme, že teleso je tvorené len zo stien a je duté, pričom rez má len obvod a druhá definícia, ktorá sa často vyskytuje, že rezom telesa je prienik roviny a telesa, ktorým je mnohouholník aj s vnútrom, teda teleso je plné a výpočtom vieme zistiť akú plochu telesa zaberá rez.

1.3 Vyučovanie stereometrie a rezov telies

Stereometria sa vyučuje počas celej základnej školy. Začína sa rozoznávaním základných telies na prvom stupni, prechádza cez zakresľovanie pôdorysu, nárysu a bokorysu, tvorby siete, výpočet objemu a povrchu.

Nakoľko nami navrhnutá sada úloh obsahuje prevažne zadania s rezmi telies, tak nás zaujíma viac čo zo stereometrie sa učí na stredných školách.

V učebniciach pre stredné školy sa stereometria vyskytuje učebnici pre 1. ročník gymnázií

* bartschova.patricia@gmail.com
‡ maria.slavickova@fmph.uniba.sk

[Kubáček, 2010], kde môžeme stereometriu nájsť pod názvom *Zobrazujeme priestor*, ktorá sa zaoberá zobrazovaní pôdorysov, nárysom a bokorysom k danému telesu a opačne. Ďalej sa stereometria vyskytuje v učebniciach pre 2. ročník gymnázií [Kubáček, 2009], ktorá nadväzuje na vyššie spomínanú učebnicu celkom *Rezy telies a priestorová predstavivosť*. Úlohy na rezy telies sú gradované od ľahších po ťažšie. Učebnice sú príjemne spracované a okrem učiva, ktoré si majú žiaci osvojiť, obsahujú zaujímavosti navyše, ktoré sa problematiky týkajú. Okrem týchto učebníc sme stereometriu nenašli v žiadnej inej, ktorá by spĺňala požiadavky na aktuálne obsahové štandardy.

2 Rozširujúce úlohy zo stereometrie

Pri tvorbe sady úloh sme sa snažili nájsť časť stereometrie, v ktorej by sa dalo pokračovať, prípadne by sa dala rozšíriť o nové, náročnejšie verzie úloh, prípadne nadväzujúce úlohy na už existujúce.

My sme sa zamerali na rozšírenie konštrukčnej časti stereometrie, konkrétne rezov telies.

Navrhnutá sada úloh pozostáva z piatich častí, ktoré obsahujú zadania zamerané na jednu problematiku. Jednotlivé časti sa dajú rozširovať o nové zadania, napríklad zmenou použitých telies, vyznačených prvkov atď. Naša sada úloh obsahuje tieto časti.

1. Rez kocky jednou rovinou
2. Rez kocky viacerými rovinami
3. Rez kociek jednou rovinou
4. Množinové operácie na geometrických útvaroch
5. Pôdorys, rez pôdorysu a nárys

V nasledujúcom texte si priblížime každú z nich spolu s očakávaným riešením, ktoré by malo byť výsledkom riešenia.

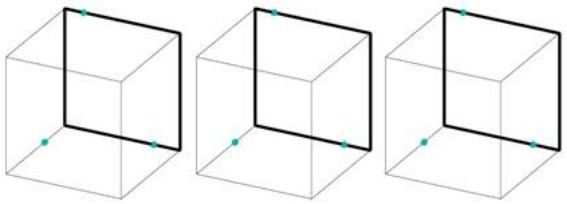
Každý obraz telesa má vyznačenú jednu stenu hrubšie ako sú ostatné steny. Táto stena je viditeľná pri pohľade spredu a slúži ako pomôcka pre jednoznačné určovanie viditeľnosti riešenia. Žiaci si pre zjednodušenie riešenia môžu dokresliť viditeľnosť.

2.1 Rez kocky jednou rovinou

S rezom kocky rovinou sa žiaci stretávajú v konštrukčnej alebo metrickej časti stereometrie, ak majú zostrojiť rez kocky roviny, zistiť veľkosť úsečky incidujúcej dvoma bodmi alebo ak majú zistiť vzdialenosť bodu od roviny či už konštrukčne, alebo výpočtom.

Táto časť sady úloh slúži na precvičenie zostrojenia rezu kocky rovinou, ktorá je zadaná buď troma nekolineárnymi bodmi, bodom a priamkou, ktorá s ním neinciduje, alebo dvoma rôznobežnými priamkami.

Naše zadania v tejto časti slúžia len na zopakovanie si rezu telesa, v našom prípade kocky, jednou rovinou. Sú zadávané obrazom kocky, v ktorom sú vyznačené prvky, ktorými sa rez má zostrojovať. Na ukážke zadania (Obr. 1) si povieme čo je úlohou žiaka pri riešení.



Obr. 1: Zadanie: Rez kocky jednou rovinou.

Úlohou žiaka je do prvého obrazu kocky zakresliť rez kocky zadanou rovinou. Do zvyšných dvoch obrazov kocky má žiak zakresliť na aké časti by sa rozpadla kocka, ak by sme ju reálne rezali danou rovinou. Rovnako pri zakresľovaní týchto časti po reze vyžadujeme riešenie viditeľnosti.

Naše zadanie znie: *„V nasledujúcich úlohách je vždy zakreslená 3x tá istá situácia – kocka so zvýraznenou prednou stenou a prvky určujúce rovinu. Vašou úlohou je v prvom obrázku zostrojiť rez kocky rovinou danými prvkami a vo zvyšných dvoch zakresliť, na aké časti sa daná kocka „rozpadne“, keby ten rez skutočne urobíme.“*

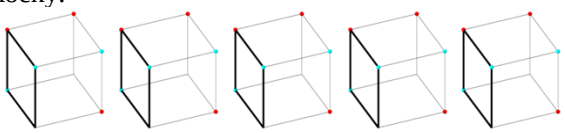
2.2 Rez kocky viacerými rovinami

Rez kocky dvoma rôznymi rovinami sa používa najčastejšie pri určovaní uhla dvoch mimobežiek alebo určenia vzdialenosti bodu od roviny či už konštrukčne alebo výpočtom.

Táto časť sady úloh slúži na precvičenie zostrojenia rezu kocky dvoma rovinami, z ktorých je každá jedna zadaná buď troma nekolineárnymi bodmi, bodom a priamkou, ktorá s ním neinciduje, alebo dvoma rôznobežnými priamkami. Zadanie rovín je farebne odlíšené.

Naše zadania v tejto časti slúžia len na zopakovanie si rezu telesa a riešenie viditeľnosti, v našom prípade kocky, dvoma rovinami. Zadávané sú obrazom kocky, v ktorom sú vyznačené prvky, ktorými sa rezy majú zostrojovať. Na ukážke zadania (Obr. 2) si povieme čo je úlohou žiaka pri riešení.

Zadania sú odlišné s predchádzajúcou časťou v tom, že obsahujú päť rovnakých obrazov telies. A žiak má riešiť viditeľnosť pre všetky obrazy kocky.



Obr. 2: Zadanie: Rez kocky dvoma rovinami.

Úlohou žiaka je do prvého obrazu kocky zakresliť rez kocky zadanými rovinami a správne v ňom vyriešiť viditeľnosť, ako sa tieto dve roviny prekrývajú. Do zvyšných štyroch obrazov kocky má žiak zakresliť na aké časti by sa rozpadla kocka, ak by sme ju reálne rezali danými rovinami. Rovnako ako v predchádzajúcej časti požadujeme od žiaka riešenie viditeľnosti.

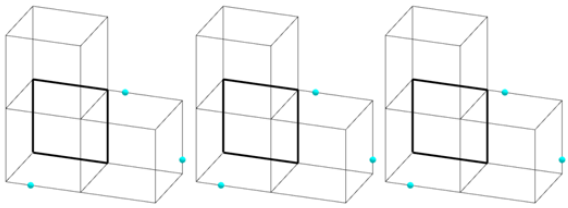
Naše zadanie znie: *„V nasledujúcich úlohách zostrojte rezy kocky rovinami. Do obrazov kocky zakreslite jednotlivé rezy, do prvého obrazu kocky obidva rezy, kde zvýraznite viditeľnosť do zvyšných obrazov kociek zakreslite na aké časti rozdelia rezy kocku. (Vyznačená stena je prednou stenou kocky. Body jednej farby určujú jednu rovinu)“*

2.3 Rez kockovým telesom jednou rovinou

Rez jednoduchého telesa jednou rovinou je súčasťou stereometrie na vyššom sekundárnom vzdelávaní. Nami zadávané teleso je zložené z kociek tak, aby sa dve susedné kocky dotýkali vždy celou stenou. Všetky kocky na telese majú rovnakú dĺžku hrany.

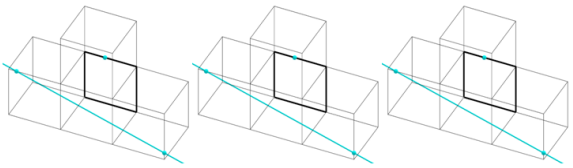
Táto časť sady pozostáva z dvadsiatich úloh, ktoré sú rozdelené na štyri menšie časti a to podľa uloženia kociek v kockovom telese.

Naše zadania sú zadávané obrazom kockového telesa, v ktorom sú vyznačené prvky, ktorými sa rez má zostrojovať. Na ukážkach jednotlivých typov zadaní si vysvetlíme vzájomné rozdiely medzi nimi.



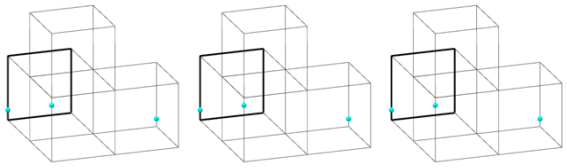
Obr. 3: Zadanie: Rez kockovým telesom jednou rovinou.

Úlohou žiaka je ako v predchádzajúcich častiach, do prvého obrazu telesa zakresliť rez kockového telesa zadanou rovinou. Do zvyšných dvoch obrazov kockového telesa má žiak zakresliť na aké časti by sa rozpadlo kockové teleso, ak by sme ho reálne rezali danou rovinou. Všetky telesá v zadaní tejto časti pozostávajú z troch kociek, pričom ich usporiadanie predstavuje nekonvexný trojrozmerný útvar (Obr. 3). Rovnako pri zakresľovaní časti po reze vyžadujeme riešenie viditeľnosti.



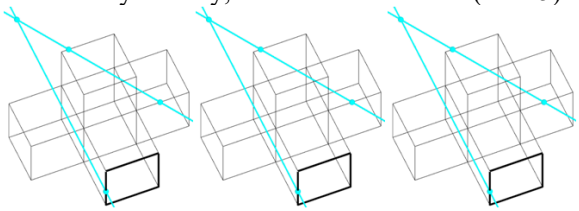
Obr. 4: Zadanie: Rez kockami jednou rovinou.

Nasledujúca časť piatich zadaní je pozmenená tak, že kockové teleso obsahuje štyri kocky, pričom ich usporiadanie opäť predstavuje nekonvexný trojrozmerný útvar. Ale kocky sú usporiadané v jednej vrstve.



Obr. 5: Zadanie: Rez kockami jednou rovinou.

Ďalšiu časť tvoria zadania, ktoré obsahujú rovnako štyri kocky, ale v dvoch vrstvách (Obr. 5).



Obr. 6: Zadanie: Rez kockami jednou rovinou.

Posledná časť obsahuje rovnako päť zadaní a k predchádzajúcemu kockovému telesu sme pridali jednu kocku (Obr. 6).

Naše zadanie znie: *„V nasledujúcich úlohách zostrojte rez kockového telesa rovinou, okrem toho do zvyšných obrazov tohto telesa zakreslite na aké časti rozdelí rez teleso. (Vyznačený štvorec je prednou stenou jednej kocky a kocky sú vždy spojené celou stenou)“*

2.4 Množinové operácie na geometrických útvaroch

S množinami a množinovými operáciami sa žiaci stretávajú už na prvom stupni základnej školy, prevažne v slovných úlohách, neskôr na druhom stupni, kde si pri postupoch konštrukcií n-uholníkov zavádzajú pojem prienik alebo pri nerovniciach, kde riešením nerovnice môže byť zjednotenie intervalov. Na strednej škole sa žiaci stretávajú s množinovými operáciami na množinách a graficky ich prezentujú napríklad Vennovými diagramami, ktoré môžeme považovať za dvojrozmerné geometrické útvary.

Táto časť sady úloh slúži na precvičenie základných množinových operácií spojených s grafickým znázorneným na trojrozmernom telese

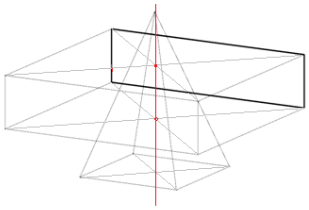
zloženom z dvoch jednoduchých telies, ktoré majú spoločnú množinu vnútorných bodov.

Táto časť je rozdelená na dve menšie časti. A to vzhľadom na usporiadanie telies, v ktorom jedno úplne prechádza druhým telesom a keď jedno teleso prechádza len čiastočne druhým telesom.

Každé zadanie pozostáva zo štyroch častí na riešenie:

- prieniku,
- zjednotenia,
- rozdielu telies
- doplnku rozdielu telies (rozdiel v opačnom poradí)

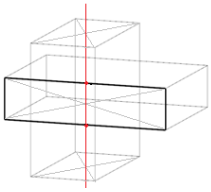
V jednom zadaní je vždy rovnaká vzájomná poloha dvoch telies. V každom zadaní je zmenené jedno teleso.



Obr. 7: Zadanie: Množinové operácie na geometrických útvaroch.

Úlohou žiaka je zostrojiť viditeľnosť časti telesa tak, aby spĺňala požadovanú množinovú operáciu. Pre riešenie jednotlivých operácií žiak dostáva rôzne natočené teleso. Táto časť obsahuje šesť skupín zadaní pričom v každej skupine je každá z vyššie spomenutých operácií práve raz. Teleso je zložené z dvoch jednoduchých telies tak, že tieto telesa majú spoločnú os (Obr. 7) a žiaci majú vyznačené dva spoločné body týchto telies.

Naše zadanie znie: *„V nasledujúcich úlohách majú obidve telesá spoločnú (telesovú) os. Teleso **A** je to teleso, ktoré má spodnú podstavu nižšie (resp. aspoň jeden bod telesa sa nachádza nižšie) a teleso je to, ktorého spodná postava sa nachádza vyššie. (vzájomná poloha telies sa nemení). Riešte viditeľnosť zoskupenia dvoch telies tak, aby viditeľná časť spĺňala:“*



Obr. 8: Zadanie: Množinové operácie na geometrických útvaroch.

V druhej časti sa nachádzajú štyri skupiny zadaní, tak isto sa v každej nachádza každá z operácií, ktoré sme použili aj v predchádzajúcej časti s množinovými operáciami. Táto časť sa odlišuje tým, že telesá majú spoločnú os, pričom pre jedno teleso je osou prechádzajúca telesom a pre druhé teleso je stenovou osou (Obr. 8). Žiaci majú taktiež vyznačené dva spoločné body týchto telies.

Naše zadanie znie: *„V nasledujúcich úlohách platí, že os telesa **A** a os jednej steny telesa **B** ležia na jednej priamke. Riešte viditeľnosť zoskupenia dvoch telies tak, aby viditeľná časť spĺňala:“*

2.5 Pôdorys, rez pôdorysom a nárys

Pojem pôdorys si žiaci osvojujú už na prvom stupni, kedy sa stretávajú s kockovými stavbami a ich kódovaním do pôdorysov príslušných stavieb. S nárysom sa žiaci majú možnosť stretnúť v siedmom ročníku. Ďalšie zadania sú na zakreslenie rezu v pôdoryse a nárys podľa tohto rezu. Rez pôdorysom je pre žiakov, ktorý neštudujú technický odbor zameraný na staviteľstvo, neznámy pojem.

Táto časť sady úloh pozostáva zo štyroch typov zadaní.

V prvej časti sa nachádza jedno zadanie a to na zakreslenie pôdorysu poschodia ich školy, kde sa nachádza učebňa, ktorú žiak navštevuje. V riešení očakávame aspoň naznačenie detailov poschodia, akými sú dvere, prípadne okná.

Presne znenie zadania: „*Do nasledujúcej mriežky zakreslite čo najpodrobnejšie poschodie svojej školy, na ktorom sa nachádza vaša učebňa. (hlavný vchod školy orientuj buď k pravému okraju, alebo k hornému tak, aby poschodie malo tvar a.b obdĺžnika pričom a>b)*“



Obr. 9: Zadanie: Rez pôdorysom.

Druhá časť obsahuje jedenásť zadaní, v ktorých sú obrázky pôdorysov (Obr. 9), autorom pôdorysov je interiérová dizajnérka Alisa Lizarralde. Žiaci majú slovne zadané kadiaľ majú viesť rez, ktorý majú symbolicky podľa pokynov v pôdoryse zaznačiť.

Presné znenie zadania: *„V nasledujúcich pôdorysoch vyznač rez pôdorysom (jednou priamkou, ktorá je kolmá aspoň na jednu stenu) tak, aby prechádzal cez: “*

Tretia časť obsahuje päť zadaní, v ktorých majú žiaci nakresliť nárys tak, ako by videli situáciu, ak

by sa odrezala časť pôdorysu z predchádzajúcej časti.

Posledná časť s pôdorysmi, rezmi a ich nárysmi pozostáva z dvoch zadaní. Žiak má zadané prislúchajúce pôdorysy pre prvé a druhé podlažie rodinného domu (Obr. 9) a úlohou žiaka je zakreslenie takto zadaného domu zo štyroch svetových strán, pričom doriešenie správneho zakreslenia strechy nie je dôležité.

Naše zadanie znie: *„K nasledujúcim pôdorysom domov zakreslite do mriežok pohľad na dom z každej svetovej strany (hrany papiera určujú príslušnú svetovú stranu).“*

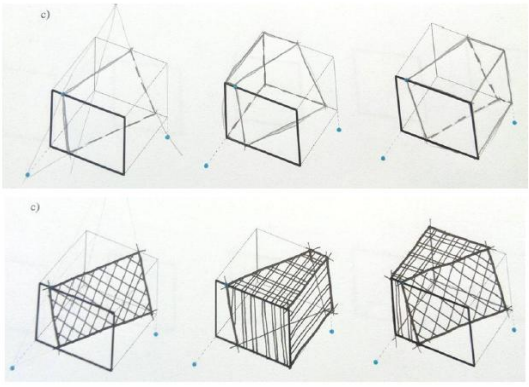
3 Testovanie

Časť sady úloh sme otestovali na žiakoch 4. ročníka. Cieľom testovania bolo porovnanie riešenia úloh žiakov technického vzdelania a gymnaziálneho vzdelania, vzhľadom na vyšší počet predmetov na strednej priemyselnej škole, ktoré si vyžadujú rysovanie prípadne odborné kreslenie.

Testovania sa zúčastnilo 53 žiakov, z toho 26 žiakov strednej priemyselnej školy so študijným odborom staviteľstvo a 27 žiakov gymnázia v Poprade.

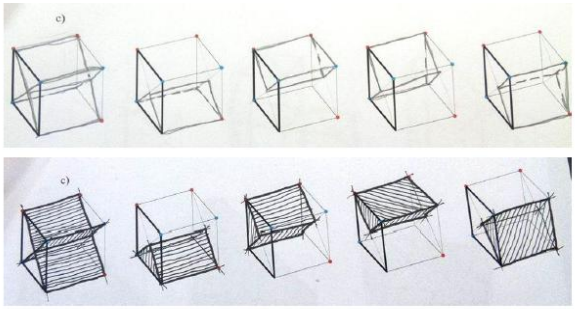
Zo všetkých zadaní sme vybrali niektoré, ktoré sme dali žiakom vyriešiť. Zadania sme vyberali tak, aby sme otestovali nielen vhodnosť formulácie zadania, ale najmä schopnosť žiakov riešiť neštandardné úlohy. Nevyberali sme preto najzložitejšie úlohy, ale skôr z tých jednoduchších, prípadne stredne náročných.

V prvej časti, ktorou je rez kocky jednou rovinou mali žiaci vyriešiť tri z piatich zadaní. Konštrukciu rezov zvládli všetci. Pri zakresľovaní častí, ktoré dostaneme po reze mali viacerí žiaci, prevažne žiaci gymnázia, nesprávne vyriešenú viditeľnosť. Nesprávne riešenie viditeľnosti častí, ktoré nám ostanú po reze sa vyskytlo zo 159 riešených zadaní (z toho 81 riešení gymnazistov a 78 riešení stavbárov) pri 29 riešeniach gymnazistov a 12 pri žiakoch staviteľstva.



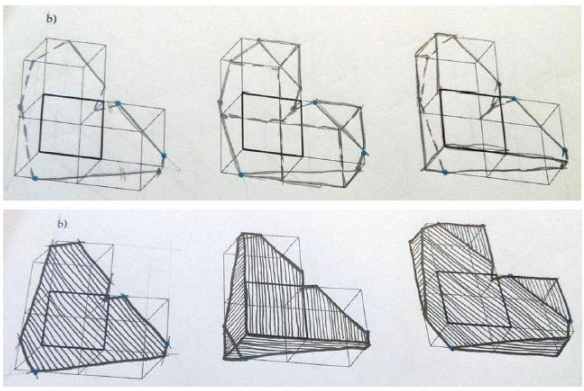
Obr. 10: Žiacke riešenia.

V druhej časti mali žiaci vyriešiť tiež tri z piatich zadaní. Išlo o rez kocky dvoma rôznymi rovinami. Tak ako v predchádzajúcej časti pri zakresľovaní častí, ktoré dostaneme po reze kocky sa vyskytovalo nesprávne riešenie viditeľnosti prevažne pri žiakoch gymnázia. Tu sa vyskytlo Okrem tohto nedostatku, vzniklo nesprávne riešenie viditeľnosti pri zakreslených rezoch kocky dvoma rovinami a žiaci nevedeli presne určiť ako sa rezy prekrývajú. Rovnako ako v predchádzajúcej časti bolo celkovo 159 riešených zadaní (z toho 81 riešení gymnazistov a 78 riešení stavbárov), v tejto časti bolo 25 nesprávnych riešení viditeľnosti u gymnazistov a 9 sa vyskytlo pri žiakoch staviteľstva.



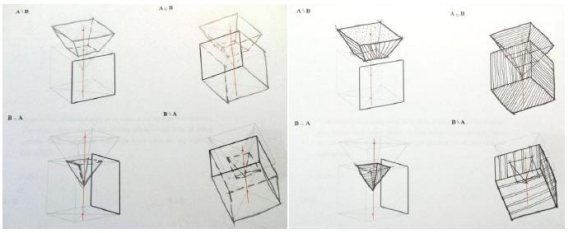
Obr. 11: Žiacke riešenia.

V ďalšej časti sme testovali 4 zadania, spolu sme mali 212 riešení. Úlohou žiakov bolo zakreslenie rezu kockového telesa jednou rovinou a následného zakreslenia častí na aké sa teleso po reze rozpadne, sme testovali štyri zadania z dvadsiatich, tak aby z každého typu kockového telesa bolo jedno zadanie. V tejto časti sa vyskytla opäť rovnaká chyba s riešením viditeľnosti ako pri dvoch predchádzajúcich častiach. Okrem tohto nedostatku sme pri tejto časti všimli dva rozdielne postupy riešenia. Prvý bol riešenie rezu na jednej kocke telesa a nasledovné dourčenie rezu na ostatných kockách rezu. Druhý pozostával zo zakreslenia kockového telesa do najmenšieho možného kvádra, následné vyriešenie rezu rovinou na tomto kvádri a na záver bol doriešený rez telesa touto rovinou. Prvý postup riešenia sa vyskytoval prevažne pri žiakoch gymnázia, kým druhý štýl prevládal pri žiakoch staviteľstva. Z celkového počtu 212 riešených zadaní (z toho 108 riešení gymnazistov a 104 riešení stavbárov) sa niektorá z nasledujúcich chýb vyskytla v 31 riešeniach žiakov z gymnázia a 15 riešeniach žiakov staviteľstva.



Obr. 12: Žiacke riešenia.

Štvrtá časť sa zameriavala na množinové operácie medzi dvoma telesami. V tejto časti sme testovali osem zadaní po dve na každú operáciu, z ktorých mali obidve telesá rôznu vzájomnú polohu. S vyriešením ohraničenia časti telesa, ktorá bude viditeľná nebol problém ani v jednej z testovaných skupín. Rovnako ako pri predchádzajúcich častiach bol problém s riešením viditeľnosti vzniknutej časti. Žiaci staviteľstva na rozdiel od žiakov gymnázia vyriešili zadanie prehľadnejšie s náznakom pomocných čiar ako postupovali pri riešení. Celkovo sa vyriešilo 424 zadaní (z toho 216 riešení gymnazistov a 212 riešení stavbárov) z čoho malo nesprávne vyriešenú viditeľnosť 42 riešení žiakov z gymnázia a 25 riešení žiakov staviteľstva. Okrem nesprávne vyriešenej viditeľnosti sme zaznamenali viaceré riešenia, kde si žiaci vymenili A/B s B/A, takýchto chýb sa vyskytlo celkovo pri 7 dvojiciach, pričom viditeľnosť mali vyriešenú správne, len pre opačné poradie telies pre danú operáciu.



Obr. 13: Žiacke riešenia.

Posledná časť testovania obsahovala zadania z časti pôdorys, rez pôdorysu a nárys. V tejto časti sme zaznamenali najviac rozdielov. Testovali sme štyri zadania a celkovo vyriešených zadaní sme mali 212 z toho 108 riešení od gymnazistov a 104 riešení od žiakov staviteľstva. V tejto časti sme riešenia gymnazistov a stavbárov až tak podrobne neporovnávali, nakoľko žiaci priemyselnej školy majú odborné predmety, v ktorých sa stretávajú s podobnými zadaniami.

Prvé zadanie bolo zakreslenie pôdorysu poschodia ich školy, na ktorom sa nachádza ich učebňa. Pri žiakoch strednej priemyselnej školy boli pôdorysy veľmi podobné, u žiakov gymnázia sa vyskytli viaceré pôdorysy, ktoré sa od zvyšných pôdorysov v skupine výrazne líšili a zvyšné pôdorysy sa podobali čiastočne. Z 27 pôdorysov poschodia gymnázia sa podobalo 19 pôdorysov a 8 bolo výrazne odlišných a z 26 pôdorysov stavbárov bolo 24 podobných a 2 sa mierne líšili.

V druhom zadaní tejto časti mali zakresliť rez do pôdorysu podľa zadaných požiadaviek, toto zadanie zvládli správne vypracovať obidve skupiny. Vyskytli sa 3 nepresné riešenia. Dôvodom môže byť zakresľovanie voľnou rukou.

Tretie zadanie bolo zakreslenie nárysu podľa rezu v pôdoryse. Zadanie vypracovali všetci žiaci. V tomto zadaní boli najväčšie rozdiely medzi skupinami, ktoré pripisujeme zameraniu zadania, s ktorým sa žiaci gymnázia nestretli na rozdiel od žiakov strednej priemyselnej školy, ktorí sa s podobným zadaním stretli na odborných predmetoch.

Štvrté zadanie v tejto časti bolo zakreslenie pohľadu na bytový objekt zo všetkých svetových strán. Toto zadanie rovnako ako predchádzajúce zadanie vypracovali žiaci v obidvoch skupinách. Jediný väčší rozdiel bolo riešenie a zakreslenie strechy. Tento rozdiel opäť pripisujeme tomu, že žiaci staviteľstva sa s riešením tvaru strechy na odborných predmetoch.

Testovanie považujeme za úspešne. Úlohy sa ukázali ako použiteľné v praxi. Vzniknuté rozdiely v riešeniach pripisujeme vyššiemu počtu odborných predmetov, na ktorých sa žiaci staviteľstva stretli s rysovaním navyše čo sa prejavilo najmä na prehľadnejších a čistejších riešeniach zadaní. Aj napriek tomu riešenia gymnazistov nepovažujeme za nesprávne alebo horšie, keďže splnili čo sa od nich vyžadovalo.

Záver

V tomto príspevku sme sa venovali problematike stereometrie, prevažne rezom telies a čiastočne pôdorysom a nárysom.

V prvej časti píspevku sme si priblížili pojmy stereometria a rezy telies. Rovnako sme si uviedli, kde sa počas vyučovania matematiky vyskytuje stereometria a to na základných a stredných školách, pričom sme sa viac zamerali na situáciu na stredných školách.

V druhej časti práce sme si teoreticky priblížili nami navrhnutú sadu úloh, ktorú sme neskôr testovali.

Tretia časť sa zaoberala testovaním sady úloh. Ukázali sme si riešenia žiakov gymnázia aj strednej priemyselnej školy.

Sadu úloh hodnotíme ako vhodne navrhnutú. Pri testovaní sa nevyskytli doplňujúce otázky k

zadaniam alebo obrázkom, preto sadu úloh hodnotíme ako vhodne navrhnutú.

V ďalšej práci by sme chceli pokračovať rozšírením sady úloh o ďalšie zadania a to zmenou použitých telies a pridaním nových zaujímavých zadaní. Novú, rozšírenú sadu úloh by sme radi otestovali na aspoň rovnakej vzorke tento krát už so zameraním viac na výkon žiakov, ako samotné uchopenie úlohy a jej riešenie. Výskum by bol preto čisto kvantitatívny. V nami navrhovanej sade úloh vidíme potenciál, že by mohla byť nápomocná pri rozvoji priestorovej predstavivosti žiaka, ktorý sa môže ukázať po ďalších testovaniach sady. Preto by sme chceli urobiť výskum, ktorý by náš predpoklad potvrdil, alebo vyvrátil. Jednalo by sa o kvalitatívny výskum so zameraním sa na rozvoj priestorovej predstavivosti a využitie van Hieleho teórie. Ďalší výskum by mohol isť iným smerom, napr. na zistenie rozvoja zručnosti v riešení stereometrických úloh a ten by bol kvantitatívny. Rovnako ešte počas výskumu môžu vzniknúť ďalšie otázky, na ktoré bude určite zaujímavé nájsť odpovede.

Poďakovanie

Chcem sa poďakovať mojej školiteľke PaedDr. Márii Slavíčkovej, PhD. Za odborné vedenie práce, cenné rady a pripomienky.

Literatúra

[Kubáček, 2010] Kubáček, Z. (2010). *Matematika pre 1. ročník gymnázií – 2. časť*, Bratislava, SPN – Mladé letá, 2010, ISBN 978-80-10-01827-7, strán 151

[Kubáček, 2009] Kubáček, Z. (2009). *Matematika pre druhý ročník gymnázií – prvá časť*, Bratislava, SPN – Mladé letá, 2009, ISBN 978-80-7158-983-9, strán 112

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, pp. 231–240
ISBN 978-1983445132, © 2017 Iveta Csicsolová

Využitie wiki vo vyučovaní informatiky na strednej škole

Iveta Csicsolová*
Školiteľ: Zuzana Kubincová‡

Katedra základov a vyučovania informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48

Abstrakt

Vzdelávanie v škole by malo pripraviť žiakov na ich budúci profesionálny život. Integrácia vhodného nástroja do výučby spolu s prepracovanými vzdelávacími aktivitami, môžu prispieť k rozvoju dôležitých kompetencií u žiakov. Wiki je nástrojom Webu 2.0, ktorý podporuje kolaboratívne učenie, rozvíja komunikačné zručnosti žiakov a ich kritické myslenie. V tomto článku popisujeme naše skúsenosti s používaním wiki vo vyučovaní na stredných školách.
Kľúčové slová: wiki, kolaboratívne učenie, informatika, stredná škola

1 Úvod

Škola by mala okrem možnosti získať nové vedomosti poskytovať svojim žiakom a študentom aj možnosti rozvíjať ich kompetencie, ktoré im neskôr umožnia zamestnať sa a efektívne zvládnuť riešenie rôznych pracovných situácií. Učiteľ by mal do svojho vyučovania zapájať také vzdelávacie postupy a aktivity, ktoré podporia rozvoj takýchto kompetencií u žiakov.

Keďže jednou zo spomínaných kompetencií je aj schopnosť spolupracovať v tíme, hľadali sme nástroj, ktorý by žiakom umožňoval kolaboratívne pracovať na zadaných úlohách. Nakoľko súčasná generácia mladých ľudí má veľmi blízky vzťah ku digitálnym technológiám a k internetu, sústredili sme sa na nástroje Webu 2.0, ktoré ponúkajú viacero zaujímavých možností využitia vo vyučovaní [Homola, Kubincová, 2009]. Spomedzi všetkých nástrojov, ktoré Web 2.0 ponúka, sme si vybrali wiki, pretože najlepšie spĺňala naše požiadavky.

V prvom polroku školského roka 2016/2017 sme realizovali výskum, počas ktorého stredoškoláci kolaboratívne vypracovávali zadania na informatiku. Výskum bol realizovaný na troch stredných školách, v troch výskumných skupinách.

V článku sa najprv zameriame na definovanie wiki a následne na náš realizovaný výskum. Každá výskumná skupina pracovala na podobnej aktivite, ale odlišne.

2 Wiki

Wiki [Leuf, Cunninham, 2001] je webová stránka, ktorá umožňuje používateľom upravovať jej obsah. O Wiki môžeme hovoriť od roku 1995, kedy americký počítačový programátor Ward Cunningam vytvoril novú kolaboratívnu technológiu na organizáciu informácií na webových stránkach. Ward Cunningram pomenoval tento nový softvér WikiWikiWeb podľa havajského výrazu „wiki“, ktorý znamená „rýchly“. Označenie Wiki s veľkým W sa používa pri prvej wiki (WikiWikiWeb) [Encyclopædia Britannica, 2008].

Vo väčšine wiki systémov môže ktokoľvek nielen pridávať nový príspevok a upravovať príspevok, ktorý pridal on sám, ale môže taktiež upravovať príspevok, ktorý pridal niekto iný, prípadne ho môže aj úplne zmazať. Ďalšími užitočnými črtami wiki je možnosť pridávať ku každej stránke diskusiu, sledovať históriu vývoja každej wiki stránky, prepájať jednotlivé stránky pomocou hypertextových odkazov a vytvárať tak sieť tematicky príbuzných stránok, používať kategorizáciu a vyhľadávanie. Vďaka týmto vlastnostiam je wiki vhodným nástrojom na kolaboratívnu prácu.

Pôvodne bola navrhnutá na kolaboratívnu tvorbu dokumentov a primárne sa nepočítalo s jej využitím na vzdelávacie účely. Avšak jednoduchosť vytvárania wiki stránok a ich obsahu, bezproblémová navigácia, ako aj benefity, ktoré používanie wiki poskytuje, z nej robia vzdelávací nástroj s veľkým potenciálom. Podporuje konštruktivistické učenie sa [Parker, Chao, 2007], pri ktorom žiaci aktívne a kolaboratívne konštruujú nové vedomosti, integrujú ich do systému predchádzajúcich vedomostí, utvárajú si spoločný názor na daný problém.

Existuje viacero druhov wiki. Niektoré sa využívajú aj v školskom prostredí, napríklad Pbwiki, Wikispaces, DocuWiki alebo MediaWiki, ktorú sme si zvolili na použitie v našom výskume.

Na základe našich skúseností často prichádza k omylu, že wiki je synonymum slova Wikipedia. Môžeme však povedať, že Wikipedia je najznámejšou wiki [Sandifer, 2013].

* ivetkacs@gmail.com
‡ kubincova@fmph.uniba.sk

Wiki môže byť vo vzdelávaní použitá rôznymi spôsobmi [Duffy, Bruns, 2006], niekoľko z nich uvádzame v nasledujúcom zozname:

- pri vývoji projektu môžu študenti použiť wiki ako projektovú dokumentáciu svojej práce,
- študenti môžu vo wiki sumarizovať svoje úvahy o povinnom čítaní a vybudovať kolaboratívne anotovanú bibliografiu,
- pri dištančnom vzdelávaní môže učiteľ publikovať vo wiki vzdelávacie zdroje a študenti ich môžu editovať a komentovať,
- učitelia môžu wiki využiť na zdieľanie svojich skúseností a reflexií z vyučovania, vymieňať si a spoločne zdokonaľovať materiály, učebné postupy a metódy,
- wiki možno použiť na mapovanie konceptov, brainstorming a tvorbu navzájom prepojenej siete vzdelávacích zdrojov,
- wiki môže byť použitá na hodnotenie kurzov študentmi a pod.

Vo svete existuje viacero štúdií, ktoré sa zaoberajú využívaním wiki vo vyučovaní. Wiki bola napr. použitá na anotáciu študijných materiálov študentmi [Gaspar, Santos, 2009]. Po schválení učiteľom boli vylepšené materiály zdieľané a pripravené na použitie budúcimi študentmi. Na kurze Návrh algoritmov na University of Oviedo študenti vytvorili vo wiki knižnicu algoritmických problémov spolu s návrhmi na ich riešenie [Pérez, Ruiz, Gayo, 2006]. Študenti z Griffit University v Austrálii kolaboratívne pripravili vo wiki učebnicu ku kurzu o mobilných technológiách [Ruth, Houghton, 2009]. Ďalej existuje mnoho ďalších štúdií a výskumov, ktoré sa zaoberajú použitím wiki vo vyučovaní v zahraničí.

Štúdie zaoberajúce sa využitím wiki v podmienkach slovenského alebo českého školstva sa nám nepodarilo nájsť. Našli sme však webové stránky zamerané na informatiku, ktoré používajú MediaWiki. Napríklad „Učebnice informatiky pro každého“[1] a „Školská wiki encyklopédia“[2].

Na FMFI UK sa na vyučovaní niekoľkých informatických predmetov používa portál matfyz.sk. Súčasťou portálu je aj wiki[3]. V našom výskume sme sa rozhodli použiť práve túto wiki. Museli sme ju pred zahájením výskumu aktualizovať a pripraviť pre naše účely.

[1] Česká wiki Učebnice informatiky pro každého: http://popelka.ms.mff.cuni.cz/~lessner/mw/index.php/Hlavn%C3%AD_strana

[2] Slovenská wiki Školská wiki encyklopédia: http://wiki.svsbb.sk/index.php/Hlavn%C3%A1_str%C3%A1nka

[3] Matfyz wiki: http://wiki.matfyz.sk/Hlavn%C3%A1_str%C3%A1nka

3 Výskum wiki na strednej škole

Výskum bol realizovaný na troch stredných školách v spolupráci s dvoma učiteľkami, počas troch mesiacov v prvom polroku školského roka 2016/2017. Žiaci boli rozdelení do troch výskumných skupín. Skupinu A tvorili žiaci zo školy č. 1, skupinu B časť žiakov zo školy č. 2 a zvyšná časť žiakov zo školy č. 2 bola spolu so žiakmi zo školy č. 3 v skupine C. Výskumu sa spolu zúčastnilo 86 žiakov.

Cieľom nášho výskumu bolo priniesť nový rozmer do vyučovania informatiky a ukázať možnosti využitia wiki vo vyučovaní. Zaujímalo nás, akým spôsobom žiaci pracovali s wiki, aký majú na ňu názor a či by na základe tejto novej skúsenosti chceli wiki používať aj naďalej. Chceli sme poukázať aj na dôležitosť práce s informáciami (vyhľadávanie, spracovávanie a citovanie) a spoluprácu žiakov v rámci skupiny žiakov z tej istej školy, ako aj žiakov z rôznych škôl.

Výskumu predchádzala aktualizácia a príprava wiki. Následne sme vytvorili uzavreté priestory pre výskumné skupiny a vytvorili sme návod[4] na ovládanie wiki pre žiakov

3.1 Výskumné skupiny

Výskumnú skupinu A tvorilo 18 žiakov zo školy č. 1. Žiaci boli rozdelení do ôsmych skupín. Dve skupiny boli tvorené trojicami, ostatné tvorili dvojice. Žiakov učila prvá učiteľka.

Žiakov z výskumných skupín B a C učila druhá učiteľka. Výskumnú skupinu B tvorilo 21 žiakov s anglickým vyučovacím jazykom. Žiaci boli rozdelení do desiatich skupín. Deväť skupín tvorili dvojice, jednu skupinu trojica.

Skupina C bola zložená zo žiakov z dvoch škôl. Tvorilo ju 47 žiakov: 24 žiakov zo školy č. 2 s anglickým vyučovacím jazykom a 23 žiakov zo školy č. 3 so slovenským vyučovacím jazykom. Žiaci z jednej školy boli tretiaci, žiaci z druhej školy boli štvrtáci, avšak v tomto prípade šlo o päťročnú bilingválnu školu, a teda žiaci vo štvrtom ročníku preberali učivo tretieho ročníka bežného gymnázia. Vyučovanie na oboch školách prebiehalo paralelne a žiakov učila rovnaká učiteľka. Všetci žiaci v tejto skupine pracovali na báze medziškolskej kolaborácie a zároveň boli jazykovo zmiešaní. Žiaci boli učiteľkou rozdelení do 12 tímov po 4 žiakoch (až na jeden tím, v ktorom boli len traja žiaci). Tímy boli tvorené vždy dvomi žiakmi zo školy č. 2 a dvomi (jedným) zo školy č. 3. Žiaci z rozličných škôl sa medzi sebou nepoznali.

Žiaci v skupine A si mohli vybrať, s kým chcú byť v tíme. Žiakov v skupinách B a C rozdelila učiteľka.

[4] Návod je zverejnený vo wiki: http://wiki.matfyz.sk/N%C3%A1vod

3.2 Zber údajov

Údaje do nášho výskumu sme získali z rozličných zdrojov. Využili sme dotazníkovú metódu, interview, výsledky testu (iba pri skupinách B a C) a analýzu žiackych príspevkov – wiki stránok.
Dotazník sme použili dvakrát: (a) pred začiatkom aktivity vo wiki žiaci vyplnili vstupný dotazník, ktorého cieľom bolo zistiť, nakoľko sú žiaci oboznámení s kolaboratívnou prácou, či poznajú wiki a spôsob práce v nej, či na hodinách informatiky zvyknú používať niektoré z nástrojov Webu 2.0, odkiaľ zvyknú čerpať informácie pri spracovávaní referátov, či vedia citovať informačné zdroje a pod.; (b) po skončení aktivity sme sa v záverečnom dotazníku pýtali žiakov na ich názory na kolaboratívnu aktivitu vo wiki, na samotnú wiki a jej nástroje, na spoluprácu so žiakmi z inej školy, na spôsoby komunikácie v tíme, na benefity, ktoré žiakom táto aktivita priniesla a pod.
Pomocou interview sme zisťovali názory zapojených učiteliek na túto aktivitu, na prácu žiakov z pohľadu učiteľa, na plusy a mínusy použitého nástroja i celej kolaboratívnej aktivity.
Analýzu žiackych príspevkov sme vykonávali v priebehu aktivity, po každom kole, prípadne týždni. Učiteľom sme po každom kole/týždni napísali správu, v ktorej sme rozoberali delenie práce medzi žiakmi zistené pomocou rozšírenia ActivityWatch [Janajev, 2011], histórie a diskusie, ďalej vizuálnu časť wiki stránky, používanie jednotlivých komponentov vo wiki, citáciu a kopírovanie.
Po skončení aktivity vo všetkých troch výskumných skupinách, sme všetky zozbierané údaje podrobili ďalšej analýze.

4 Priebeh aktivít

Zadanie pre žiakov predstavovalo vytvorenie informatickej encyklopédie. Encyklopédia mala obsahovať niekoľko wiki stránok a každá stránka bola zameraná na nejakú informatickú tému prípadne oblasť alebo pojmy. Stránka mala byť vypracovaná formou článku. Na každej stránke mal pracovať jeden tím žiakov. Žiaci si mali spracovať na domácu úlohu dostatočne kvalitný a zrozumiteľný učebný materiál, z ktorého by sa neskôr mohli učiť na písomku alebo maturitu.
Celý priebeh práce každého žiaka bolo možné sledovať vďaka histórii konkrétnej stránky a rozšíreniu ActivityWatch.

4.1 Výskumná skupina A

Aktivita v skupine A prebiehala inak než v skupinách B a C. Žiaci boli z jednej školy aj z jednej triedy, ale z rôznych skupín na informatike.

Pred začiatkom aktivity sme navštívili žiakov na hodine informatiky, aby sme ich oboznámili s tým, čo ich čaká a taktiež žiaci vyplnili úvodný dotazník. Do nasledujúcej hodiny si mali žiaci premyslieť, s kým chcú pracovať vo dvojici/trojici a na hodine si vyberali tému na spracovanie. Témy na spracovávanie navrhla učiteľka.
Žiaci mali pracovať na stránkach prevažne na domácu úlohu, aby sa oboznámili bližšie s témami, ktoré budú preberať. Učivo malo byť žiakom dovysvetľované až neskôr, po ukončení aktivity. Počas vyučovania pracovali s wiki len niekoľkokrát. Cieľom bolo, aby sa žiaci bližšie zoznámili s wiki a mohli sa opýtať na prípadné nejasnosti priamo učiteľky. Témy, ktoré mali žiaci spracovávať sú zobrazené na Obr. 1.

Téma	Spracovávajú - skupina	Komentujú - skupina
Informatika ako veda	1	4
Informačná spoločnosť	2	7
Informatizácia spoločnosti	3	2
Riziká informačných technológií	4	3
Etika a právo v oblasti IKT	5	8
Komprimačné programy	-	-
Vírusy a škodlivé kódy	6	1
Nástroje na správu počítača	-	-
Procesor	7	6
Informácie v počítači	-	-
Internet	8	5

Obr. 1: Spracovávané témy v skupine A.

Predpokladali sme, že ak žiaci budú mať viac času na nevysvetlené učivo, budú aktivite venovať viac času. Náš predpoklad sa nepotvrdil.
Po každom týždni sme vypracovali správu, v ktorej sme rozoberali prácu žiakov počas daného týždňa. V úplnom závere aktivity učiteľka zhodnotila prácu žiakov na základe našich správ a z obsahovej stránky. Na základe toho boli potom jednotliví žiaci oznámkovaní.

4.2 Výskumná skupina B

Priebeh bol rozdelený na niekoľko týždňov. Prvé tri týždne mali žiaci na vyplnenie vstupného dotazníka. Učiteľka počas týchto týždňov rozdelila žiakov do skupín a pripravovala témy vhodné na spracovanie. Našou úlohou bolo pripraviť prihlasovacie kontá pre žiakov a predpripraviť stránky vo wiki na portáli wiki.matfyz.sk. Žiaci pred začatím aktivity

dostali inštrukcie od učiteľky a niekoľko ďalších informácií k výskumu.
Všetci žiaci v tejto skupine vypracovávali témy v anglickom jazyku. Aktivita bola rozdelená na 4 kolá. Jedno kolo malo trvanie jeden týždeň. Nepárne kolá boli určené nepárnym tímom, párne kolá párnym tímom. Zoznam spracovávaných tém a ich rozdelenie do jednotlivých kôl je uvedený na Obr. 2.
Učivo bolo žiakom vysvetľované v daný týždeň na hodine. Žiaci si po hodine našli pri čísle svojho tímu názov témy na spracovanie. Tému spracovávali na domácu úlohu. Prácu v tíme si mali žiaci rozdeliť sami medzi sebou a mali komunikovať najmä pomocou diskusie priamo vo wiki. Chceli sme dosiahnuť, aby si žiaci sami riadili prácu vo svojom tíme, vrátane rozdelenia práce, a aby si navzájom pomáhali.

Téma	Kolo
Zaujímavé fakty o e-mailoch	1.
E-mailoví klienti	1.
SMTP server	1.
POP3 server	1.
IMAP server	1.
Diskusné fórum	1.
Interaktívna komunikácia	2.
WWW	2.
Vyhľadávanie na internete	2.
WWW prehliadače a ich funkcie	2.
Cookies	2.
Iné služby internetu	2.
Počítačová sieť	3.
Hardvér-sieťová karta a repeater	3.
Hardvér-hub a switch	3.
Hardvér-router a modem	3.
Firewall	3.
Káble-krútená dvojlinka	3.
Bezdrôtové spojenie	4.
Satelitné spojenie	4.
Optické vlákna	4.
Softvér počítačových sietí	4.
Delenie počítačových sietí podľa rozlohy	4.
Delenie počítačových sietí podľa typológie	4.

Obr. 2: Spracovávané témy v skupine B a C.

Po každom kole sme vypracovali podrobnú správu pre učiteľku, v ktorej sme analyzovali každú jednu wiki stránku z vizuálnej i formálnej stránky (použité nástroje wiki, uvádzanie citácií a citovanie použitej literatúry, rozsah kopírovania z uvedených aj neuvedených zdrojov), ako aj z pohľadu spolupráce žiakov (akým percentom sa podieľal konkrétny žiak na danej stránke, aký rozsah obsahu na danej stránke pridal žiak). Učiteľka skontrolovala obsahovú časť danej stránky. Na základe obsahu a našej správy potom pridelila jednotlivým žiakom v skupine počet bodov. Učiteľka tiež každej skupine dávala okamžitú spätnú väzbu – priamo do diskusie napísala odôvodnenie svojho hodnotenia, upozornila na chyby a vyzdvihla dobre spracované časti.

Posledný týždeň experimentu písali žiaci zo skupín B a C test z celého tematického celku, ktorý mali spracovaný v podobe wiki stránok. Po teste vyplnili žiaci záverečný dotazník.

4.3 Výskumná skupina C

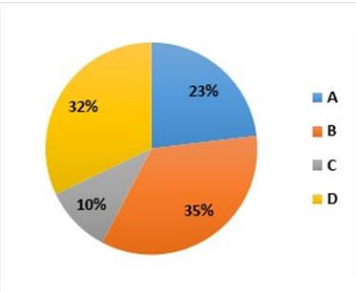
Aktivita vo výskumnej skupine C prebiehala rovnako ako v skupine B s rozdielom, že skupinu C tvorili žiaci z dvoch rôznych škôl.
Žiaci mali na spracovanie stránky spravidla týždeň (s výnimkou prvého kola, keď v jednej škole meškali s prebraným učivom potrebným na spracovanie témy a bolo potrebné predĺžiť kolo o jeden týždeň).
Úlohou žiakov bolo rozdeliť si prácu v tíme. Jedna časť žiakov mala spracovať danú tému v angličtine, druhá časť v slovenčine. Témy (Obr. 2) a priebeh boli rovnaké ako v skupine B.

5 Výsledky

Na základe výsledkov z výskumu sa budeme snažiť analyzovať našu realizovanú aktivitu na všetkých troch školách. Zaujímať nás budú aj skutočnosti, ktoré žiaci uviedli v dotazníkoch a porovnanie s odpozorovanými výsledkami. Rozoberieme si každú skupinu zvlášť.

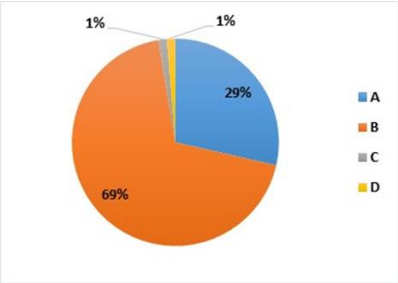
5.1 Úvodný dotazník

Úvodný dotazník vyplnili žiaci všetkých troch škôl. Spolu ho vyplnilo 78 žiakov z 86. Na základe dotazníku sme sa snažili nadobudnúť predstavu o tom, či žiaci už niekedy pracovali s kolaboratívnymi nástrojmi, informáciami a v skupine.
Pri práci s kolaboratívnym nástrojom je dôležitá spolupráca medzi žiakmi. Zaujímalo nás, či žiaci radi pracujú v skupine alebo nie. Táto skutočnosť by totiž mohla ovplyvniť správanie žiakov počas aktivity. Obr. 3 hovorí o tom, že 23% žiakov pracuje radšej samo, 35% vo dvojici, iba 10% žiakov v trojici a 32% žiakov na tom nezáleží.



Obr. 3: Pracuješ na školských projektoch radšej sám/sama alebo v skupine? A–Sám/sama; B–Vo dvojici; C–Vo väčšej skupine (traja a viac); D–Je mi to jedno.

Ďalšou dôležitou skutočnosťou počas našej aktivity, bola práca s informáciami. Zaujímalo nás, či si žiaci overujú informácie, akým spôsobom, taktiež či udávajú zdroj a či si myslia, že dokážu citovať. 69% žiakov uviedlo, že si niekedy overuje nejakým spôsobom vyhľadané informácie (Obr. 4). V iných odpovediach žiaci uviedli, že si overia informácie vtedy, ak na to majú možnosti. V otázke akým spôsobom si žiaci overujú informácie, uviedlo až 90% žiakov, že porovnáva informácie z viacerých zdrojov, 6% sa opýta starších žiakov alebo iných osôb, 1% si neoverí informácie nijako a zvyšok sa podarí so spolužiakmi.



Obr. 4: Overuješ si nejakým spôsobom informácie, ktoré si si vyhľadal/a k práci (napr. referátu) do školy? A–Áno, vždy; B–Áno, niekedy; C–Nie, nikdy; D–Iné.

Ďalšie otázky sa týkali čerpania informácií zo zdrojov, citovania a možnej spolupráce medzi školami.

Udávanie zdrojov nie je u 50% žiakov samozrejmosťou. Polovica žiakov udá zdroj len v prípade, že ich na to upozornia učitelia. 45% žiakov udáva zdroj vždy, 1% žiakov neudáva zdroj nikdy. 4% žiakov sa v inej odpovedi vyjadrilo, že zdroj udajú väčšinou alebo niekedy.

Citovanie z literatúry na strednej škole pravdepodobne nie je také bežné. 51% žiakov priznalo, že nevedia, či citujú správne, pretože ich to nikto nenaučil. 31% žiakov si myslí, že dokážu správne citovať, 12% žiakov to nikdy nezaujímalo a 6% žiakov uviedlo inú odpoveď. V jednej odpovedi žiak uviedol, že nevie, čo znamená „citovať“. Ďalší žiaci uviedli, že sa o to snažia ale majú v tom „chaos“, prípadne sa riadia dokumentom, v ktorom sa píše o tom, ako správne citovať.

Čo sa týka využívania kolaboratívnych nástrojov na vyučovaní, tak žiaci si mohli vybrať viac možností. Až 54% žiakov na hodinách informatiky pracovalo s Google Drive, 41% žiakov s Google Dokumentmi a 32% so spoločnou webovou stránkou. Pýtali sme sa ich aj na to, čo je podľa nich wiki. Žiaci nemali ucelenú predstavu. V ich odpovediach sa vyskytovali pojmy ako informácie, encyklopédia, príspevky, články či Wikipedia.

5.2 Výsledky skupiny A

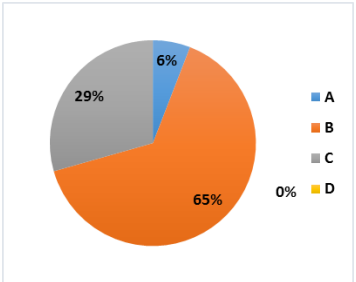
Každý tím pracoval inak a dokonca aj členovia v tíme. Niektoré témy boli spracovávané priebežne, prácu mali žiaci rozdelenú medzi sebou a stránka obsahovala citácie, obrázky, nadpisy, podnadpisy, atď. Teda boli spracované dostatočne a aj kvalitne. Niektorí žiaci sa však vôbec nezapojili alebo len minimálne, pracovali tesne pred termínom odovzdania alebo dokonca po ňom. Taktiež možnosti, ktoré wiki ponúka, takmer vôbec nevyužili.

Žiaci mali najprv spracovať svoju tému, neskôr mali ohodnotiť svojich spolužiakov a následne zapracovať pripomienky od spolužiakov na svoju stránku a v úplnom závere mali zapracovať požiadavky od učiteľa. Takto pripravená stránka už mala byť hotovým materiálom, z ktorého by sa žiaci mohli bez problémov ďalej učiť. Bohužiaľ, niektorí žiaci sa do hodnotenia nezapojili a ani nezapracovali požiadavky učiteľa a spolužiakov. Veľa žiakov pracovalo na stránkach na poslednú chvíľu alebo po termíne.

Nevieme presne určiť, čím to mohlo byť spôsobené. Učiteľka žiakom pripomínala prácu s wiki počas hodiny, napísala žiakom aj upozorňujúce maily pred skončením jedného cyklu a dokonca venovala časť hodiny na to, aby žiakom pomohla s prácou vo wiki. Žiaľ, niektorí žiaci aj napriek tomu nepracovali tak, ako sme očakávali.

Avšak vo výskumnej skupine A sa našli aj tímy a jednotlivci, ktorí spracovali svoju tému veľmi dobre, zapájali sa do všetkých častí aktivity a výsledkom ich práce bol materiál vhodný na ďalšie študijné účely.

Zaujímalo nás, ako sa vyjadria žiaci ku aktivite v záverečnom dotazníku. 65% žiakov sa vyjadrilo, že aktivita „sa dala“, 29% žiakov nebavila a iba 6% sa aktivita páčila (Obr. 5). Takýto výsledok sme očakávali, pretože veľa žiakov počas celej aktivity neprejavovalo záujem spracovávať svoju stránku.



Obr. 6: Páčila sa Ti aktivita vo wiki? A– Áno, bolo to fajn; B– Dalo sa; C– Nie, nebavilo ma to; D– Iné.

Aktivita sa žiakom nemusela páčiť preto, že bola pre nich náročná. Preto sme zisťovali, ako vnímali náročnosť aktivity. 29% žiakov tvrdí, že aktivita

nebola náročná, pre 18% bola aktivita primerane náročná v porovnaní s inými úlohami, pre 47% žiakov bola aktivita časovo náročná. S týmto tvrdením nemôžme plne súhlasiť, pretože žiaci dostali viac času, keď si ho vyžiadali. Problém vidíme skôr v tom, že nechceli venovať príliš mnoho času hľadaniu a spracovávaniu informácií do svojej témy. Jeden zo žiakov v odpovedi 'iné' uviedol, že *„nebolo to ťažké, ale nebavilo ma to robiť a preto sa mi to nepáčilo"*.

Názory žiakov v skupine A boli rôzne:

„Nebavilo ma to, zabralo mi to voľný čas, ktorý sa dal využiť zmysluplnejšie. Na podobných projektoch by sa malo pracovať na vyučovaní nie po škole, máme mnoho iných, dôležitejších úloh a tento projekt bol strata času, ja osobne v ňom význam nevidím."

„Konečne sa mi zdala hodina informatiky zábavná. Bolo to kreatívne a práca v skupine napomohla k udržaniu lepších vzťahov. Mohli sme sa priučiť novým vedomostiam aj keď mňa osobne zaujímalo pomerne malo tém. Nemám s počítačom takú dobrú skúsenosť. Radšej sa venujem pohybovým aktivitám. No kľudne môžem povedať, že samotný projekt práce bol zábavný :)"

„Úplne zbytočné, práca naviac, zabralo to čas, zastaralý systém, ktorý nikto nepoužíva na podobné projekty, pracovali sme aj tak v teame spolu lebo keď sme robili samostatne kazilo sa to a stránka sa rozsypala, netuším prečo sa takéto niečo vôbec robí na informatike a tak to potom aj vyzerá, že sa tu človek nič nové nenaučí len stráca čas kopírovaním textov a obrázkov a ešte aj to hlúpe ospevovanie že je to novy systém práce. Tento štvrťrok sme doslova stratili na hlúpom mŕtvom bezvýznamnom projekte."

„Myslím si, že práca vo wiki bola dobrá skúsenosť. Naučila som sa niečo nové."

„Pre mňa to bola skôr samostatná práca, pretože som nepracoval v tíme, ale urobil som si svoju časť práce. Myslím si, že som sa aj niečo naučil aj keď to nebola práve moja obľúbená téma."

Počas analýzy príspevkov sme zisťovali, či žiaci svoje témy nespracovávali iba kopírovaním z iných stránok. Nemilo nás prekvapil fakt, že jedna stránka bola takmer celá odkopírovaná z Wikipedie a bez udania zdroja. Našli sa aj ďalšie menšie časti na iných stránok, ktoré boli kopírované, neupravené a bez zdroja. Každý prípad ešte preveril učiteľ, upozornil žiakov a žiaci museli svoje príspevky prerobiť.

V predposlednej otázke záverečného dotazníka sme sa pýtali žiakov na to, ako sú spokojní so svojou prácou. Žiaci odpovedali pozitívne, väčšina žiakov napísala, že je spokojná so svojou prácou. V úplnom závere mohli žiaci niečo dodať k aktivite. Tí, ktorí sa vyjadrili, napísali len to, že aktivita ich nebavila a už ju nikdy nechcú robiť.

Učiteľka nám v interview poskytla svoje dojmy z aktivity. Hovorila, že žiaci neboli zvyknutí vypracovávať na informatiku domáce úlohy. Preto by radšej do budúcnosti navrhovala pracovať priamo na hodine a len dokončovať na domácu úlohu. My taktiež navrhujeme, aby v budúcnosti bola takáto aktivita realizovaná takou formou, aby sa aspoň časť učiva preberala zároveň, prípadne pred zahájením. Žiaci sa tak možno budú vedieť lepšie orientovať v obrovskom množstve informácií, ktoré na internete a v knihách nájdu.

5.3 Výsledky skupiny B

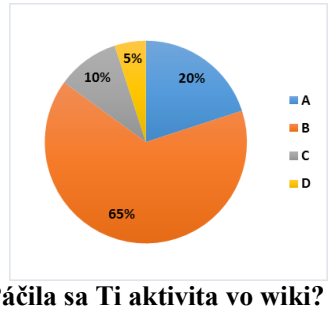
Počas aktivity vo výskumnej skupine B nenastali žiadne veľké problémy. Žiaci pracovali na svojich stránkach veľmi svedomito, snažili sa a každým kolom sa zlepšovali. Za prvé spracovávanie wiki stránok získala viac ako polovica žiakov 10 bodov, teda plný počet. Počas druhého spracovávania stránky to bolo podobne, taktiež viac ako polovica žiakov získala 10 bodov. Traja žiaci získali aj bonusové body v hodnote 1–3 body.

Najmä v prvých dvoch kolách bol problém s citovaním a zoznamom referencií. Žiaci možno nerozumeli ako majú pracovať s wiki a akým štýlom majú spracovávať stránku. Po vypracovaní druhej stránky, sme u žiakov zaznamenali pokrok.

V prvých kolách bol problém aj s pridávaním zdrojov ku obrázkom. Žiaci sa museli zoznámiť s používaním komponentov vo wiki. Pravdepodobne neuvažovali nad tým, že aj k obrázkom sa musí pridávať zdroj.

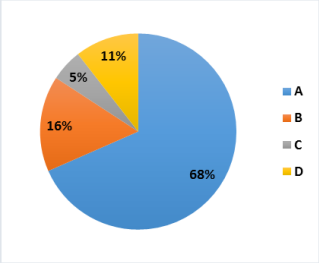
Postupne sa práce žiakov zlepšovali, citovali, pridávali obrázky a tvorili zmysluplný obsah, z ktorého sa neskôr dokázali aj učiť. Niekedy sa vyskytlo kopírovanie z internetu. Každý prípad individuálne posúdil učiteľ a následne žiakov buď upozornil alebo im znížil počet bodov, prípadne to bolo irelevantné.

Obr. 7 znázorňuje odpovede žiakov na otázku, či sa im aktivita páčila. Aktivita sa páčila 20% žiakov, 65% žiakov odpovedalo, že „sa dala", 10% žiakov nebavila a jeden žiak uviedol, že toho bolo príliš veľa.



Obr. 7: Páčila sa Ti aktivita vo wiki? A– Áno, bolo to fajn; B– Dalo sa; C– Nie, nebavilo ma to; D– Iné.

Pre 25% žiakov aktivita nebola vôbec náročná, 50% žiakov si myslí, že bola primerane náročná v porovnaní s inými úlohami, pre 10% žiakov bola časovo náročná. Traja žiaci uviedli, že bolo ťažké vysvetľovať pojmy, ktoré nepoznali, taktiež bola náročná anglická terminológia a jeden žiak nerád píše.
Žiaci v skupine B väčšinou nemali problém pracovať v tíme (Obr. 8). 68% žiakov to išlo od ruky, 16% nesadli členovia, 5% očakávalo, že ostatní žiaci budú pracovať inak a 11% uviedlo, že bol problém v komunikácii.

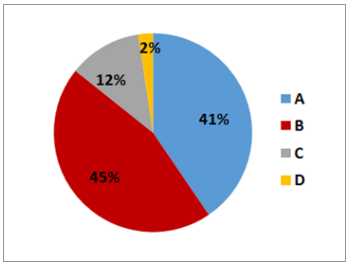


Obr. 8: Ako sa ti pracovalo v tíme? A– Dobre, išlo nám to od ruky; B– Mohlo to byť aj lepšie, nesadli mi ostatní členovia; C– Nie veľmi dobre, nie všetci členovia pracovali tak, ako by som očakával/a; D– Iné.

Žiaci sa naozaj snažili. O tomto fakte svedčia aj hodnotenia jednotlivých stránok od učiteľky. Žiaci sa v záverečnom dotazníku vyjadrili, že sa snažili spracovať stránku, čo najlepšie, aktivita ich bavila a podobne. Zaujímavé reakcie žiakov:
„Bolo to niečo nové a zaujímavé“
„Bolo to zaujímavé a hlavne sme mali konečne inú formu učenia ako z kníh.“
„Bolo to v pohode aj keď preferujem skôr praktickú rovinu pred teoretickú. Prácu som si urobila najrýchlejšie ako sa dalo.“
„S mojou prácou som spokojná, trochu ma ale hnevalo, že som musela ostatných členov skupiny navigovať a manažovať... čítala som si práce spolužiakov a aj som sem-tam opravila nejaké gramatické chyby, ktoré som našla alebo som preštylizovala vety tak, aby sa im ľahšie rozumelo.“
„Nepáčilo sa mi, že od výsledku mojej práce mohli byť ostatní ovplyvnení.“
„Práca v tíme bola fajn pre každého kto dokáže komunikovať, čo sa nie každému podarilo. Celkovo sa mi táto aktivita páčila, avšak na našej škole nemáme príliš voľného času takže to bola pre nás skôr príťaž. Keby sme toho mali menej, určite by som si tvorbu wiki užila viac.“
„Táto aktivita bola veľmi zaujímavá, dalo by sa povedať, že ma to aj celkom bavilo. Práca v tíme bola super, pomáhali sme si. Náročné bude sa to všetko naučiť.“
Test z tematické celku dopadol taktiež v celku dobre. Žiaci mohli získať 20 bodov. Priemerný počet bodov bol 16. Žiadny žiak nezískal plný počet bodov a ani pod 10 bodov.
Čo sa týka komunikácie medzi žiakmi, žiaci uviedli, že si chatovali mimo wiki, ale využívali aj diskusiu vo wiki a komunikovali aj v škole.
Aktivita vo výskumnej skupine B dopadla veľmi dobre. Žiaci spracovali svoje témy svedomito a obsahovo zahŕňali všetko, čo bolo potrebné. Niekedy prekročili aj očakávanú kvalitu.

5.4 Výsledky skupiny C

Výsledky výskumnej skupiny C sa podobali na skupinu B. Na otázku, ako sa im páčila aktivita vo wiki, 45,2% žiakov uviedlo neutrálnu odpoveď („dalo sa“), 40,5% uviedlo, že aktivita sa im páčila, 11,9% uviedlo, že aktivita ich nebavila a jeden žiak uviedol inú odpoveď: „nebolo to efektívne“ (Obr. 9). Fakt, že odpovedí, ktoré boli vyslovene pozitívne, bolo 3,4-krát viac než tých, ktoré boli vyslovene negatívne, považujeme za úspech tejto aktivity.



Obr. 9: Páčila sa Ti aktivita vo wiki? A–Áno, bolo to fajn; B–Dalo sa; C–Nie, nebavilo ma to; D–Iné.

V prvom a druhom kole väčšina tímov nepoužívala citáciu. Udali zdroje, avšak bez citácie. Taktiež nepridávali obrázky, nevyužívali nástroje, ktoré VisualEditor poskytuje. Bolo to pravdepodobne spôsobené tým, že žiaci sa s wiki iba zoznamovali, nepovažovali za nutné pridať tematický obrázok a neboli zvyknutí/naučení citovať. Diskusiu používali veľmi zriedka.
Preto pred ďalším kolom boli žiaci upozornení na to, aby citovali a udávali zdroje. Taktiež aby text nekopírovali, ale ho spracovávali. Mali pridať aj tematické obrázky, ktoré môžu učivo oživiť alebo pomôcť pochopiť. Pri obrázkoch veľa skupín zabudlo udať zdroje, prípadne si neoverilo ani licenciu na používanie obrázkov.
Najdôležitejšia však bola komunikácia a spolupráca členov tímu. Žiaci svoju prácu v nasledujúcim kole naozaj zlepšili a väčšina žiakov sa zapájala aktívnejšie aj do diskusie. Mali sme možnosť sledovať v diskusii vzájomné rozdelenie práce, upozorňovanie na chyby, radenie a posúvanie zdrojov aj pre ostatných členov. V niektorých tímoch bolo vidieť spoluprácu medzi všetkými členmi, nie len členmi z rovnakej školy. V diskusii všetci komunikovali v slovenskom jazyku.

Najmä v prvých kolách zlyhala komunikácia aj z toho dôvodu, že žiaci spracovávali témy v posledný deň. Preto nemali možnosť dohodnúť sa s ostatnými členmi a každý člen tímu individuálne vypracoval niečo zo zadanej témy. V niektorých tímoch sa v ďalších kolách zlepšilo časové obdobie spracovávania na 2-4 dni pred dátumom odovzdania.

Analyzovali sme aj plagiátorstvo. Plagiátorstvo zo strany iných výskumných skupín bolo zamedzené vytvorením menných priestorov, ktoré zabezpečili, aby jednotlivé wiki stránky videli iba členovia priestoru. Žiacke kopírovanie z iných webových stránok sme kontrolovali manuálnym kopírovaním náhodných odsekov do vyhľadávača a hľadaním zhôd. Bolo niekoľko menších prípadov, kedy bola nájdená časť odkopírovaného textu bez citácie alebo zdroja. Učiteľka vyhodnotila prípad a následne v odôvodnených prípadoch znížila počet bodov za prácu.

Každý žiak mohol získať maximálne 10 bodov za každé kolo. Žiaci spracovávajúci stránku v angličtine, získali v priemere 8 bodov, žiaci píšuci v slovenčine, získali priemerne 9 bodov. Bolo niekoľko málo prípadov, kedy žiaci získali nula bodov, pretože sa (bez odôvodnenia) nezúčastnili na aktivite. Každý žiak mal možnosť získať v každom kole bonusové body za aktivitu navyše. Bonusové body získali žiaci, ktorí opravili chyby, pomohli žiakom z iných tímov alebo prejavili nadmernú snahu pri spracovávaní wiki stránky.

Žiaci si pravdepodobne čítali aj hodnotenia z predchádzajúcich kôl a snažili sa vyvarovať svojich chýb alebo chýb iných tímov.

Pri spracovávaní stránky si na vizuálnom hľadisku žiaci väčšinou dali záležať. Stránky mali štruktúru, používali nadpisy aj podnadpisy, zvýrazňovali dôležité časti textu, neskôr text obohacovali obrázkami. Z obsahového hľadiska bola väčšina stránok spracovaná dobre. Niekoľko stránok bolo nedostatočne spracovaných alebo sa v nich nachádzali nesprávne informácie. Na to boli žiaci upozornení a chyby opravili, aby ich wiki stránka mohla byť použitá ako študijný materiál aj pre ostatných žiakov.

Najlepší výsledok, ktorý sme postrehli pri analýze jednotlivých kôl bol ten, že žiaci sa skutočne naučili citovať a udávať zdroje. Uvedomili si dôležitosť toho, že informácie by mali nájsť, posúdiť ich relevantnosť, pochopiť, spracovať a správne odcitovať. Dôkazom toho bolo aj niekoľko výborne spracovaných stránok, prípadne len s malými chybami.

Učiteľka nám v interview uviedla, že žiaci občas spracovali na wiki stránke dokonca viac, ako považovala za potrebné. Preto im v rámci spätnej väzby v diskusii ku každej téme napísala, čo sa od nich očakáva, že budú z danej témy vedieť a čo sú vedomosti nad rámec príslušného učiva.

Aj v skupine C boli rôzne názory žiakov na aktivitu:

„Páčilo sa mi, že sme mohli niečím prispieť, a všetci sa snažili robiť to poriadne, s víziou písomky. Resp, nikto si nedovolil odfláknuť to, pretože vedel že sa z toho bude učiť on, aj jeho spolužiaci“

„S aktivitou som bol spokojný, bolo to zaujímavé, iné, niečo také sme predtým ešte nerobili, páčila sa mi originalita. Zo začiatku som sa strácal, ale potom to už išlo samo“

„Páči sa mi, že máme všetky informácie na jednej stránke, takže sme si na hodine nemuseli robiť poznámky a mohli sme počúvať. Negatívne- žiaci spracovávajúci po anglicky spravili svoju časť práce bez akejkoľvek diskusie“

„Aktivita zrovna náročná, ale vzhľadom na to, že sme dané témy preberali na hodinách, trocha zbytočná. Na druhej strane, učenie sa bolo o niečo ľahšie.“

„Pracovať s wiki ma bavilo, ale veľmi sa nám nepodarilo pracovať ako tím a taktiež som veľmi nestíhala.“

„Myslím , že to bolo celkom fajn sa priamo vžiť do situácie, keď ľudia píšu stránky.“

„Moc ma to nebavilo po pravde... Ako tím sme sa celkom dohodli, ale také divné to bolo...“

„Nepáčilo sa mi dvojjazyčné spracovanie. Očakávala som nejakú reálnu spoluprácu s lýceom, ale tým že sme robili každý v inom jazyku, bolo to vlastne akoby tam ani neboli.“

„Nie som moc dobrý tímový hráč, takže sa mi nepracovalo moc dobre v tíme. inak to bola ale fajn skúsenosť, myslím, že ma to obohatilo.“

„Bolo to niečo nové, interaktívnejšie, lepšie“

„Bolo to zaujímavé. Trocha náročné z hľadiska, že sme sa nepoznali ako tím..“

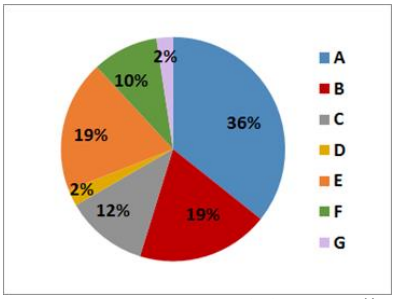
Zaujímal nás aj názor žiakov na to, či bola pre nich aktivita náročná. Žiaci pracovali v zmiešanom tíme so školou a ľuďmi, ktorých nepoznali a ešte k tomu dvojjazyčne. Odpovede boli veľmi rozdielne (Obr. 10). 35,7% žiakov uviedlo, že aktivita nebola náročná a 19% uviedlo, že bola primerane náročná v porovnaní s inými úlohami, ktoré majú. Ostatní žiaci mali problém pracovať ako tím celkovo alebo v tíme s inou školou, niektorí žiaci by vyžadovali viac času a iba jeden žiak uviedol, že nepochopil zadanie.

Týždeň po ukončení aktivity písali žiaci záverečný test z tematickej oblasti, ktorú si spracovávali pomocou wiki. Celková priemerná úspešnosť na teste bola 75%. Podľa názoru učiteľky bol vzhľadom k náročnosti testu tento výsledok „úctyhodný výkon“ a to, že si žiaci vypracovali témy sami a nedostali hotové materiály od nej, určite nemalo negatívny vplyv na ich výkony.

Veľkým prínosom nášho výskumu v skupine C bolo to, že vďaka tejto aktivite sme zistili, že žiaci môžu a dokážu spolupracovať aj s inou školou na rovnakom projekte. Žiaci si vyskúšali tímovú spoluprácu a zistili, že pri tímovej spolupráci je

dôležitá komunikácia. I keď spolupráca u väčšiny tímov nebola ideálna, po upozornení učiteľkou sa v priebehu aktivity zlepšila a predpokladáme, že pri zopakovaní, resp. pokračovaní aktivity, by ju žiaci zvládli na ešte lepšej úrovni. Odpovede žiakov v dotazníku svedčia o tom, že mnohí žiaci považujú aktivitu za zaujímavú a vidia jej potenciálne využitie aj pri iných tematických celkoch z informatiky alebo dokonca aj na iných vyučovacích predmetoch. Medzi odpoveďami žiakov sa vyskytli nasledujúce návrhy na ďalšie využitie wiki:

- vypracovávanie maturitných tém,
- vytvorenie školskej wiki na zdieľanie projektov, prác a informácií pre žiakov a učiteľov,
- testy a dotazníky (pozn. to by bolo možné len pri skrývaní wiki stránok, prípadne nejakým rozšírením),
- všetky informácie na jednom mieste aj z iných predmetov,
- projekty a referáty,
- učebné poznámky,
- noviny a časopisy.



Obr. 10: Bola pre Teba aktivita náročná? Ako? A–Nebola náročná, zvládol/a som to s prehľadom; B–Bola primerane náročná v porovnaní s inými úlohami, ktoré mávame; C–Bola náročná iba na čas, inak nie; D–Bolo to ťažké, nevedel/a som ani čo mám robiť, nepochopil/a som dobre zadanie; E–Samotná aktivita nebola náročná, náročné bolo pracovať ako tím; F–Samotná aktivita nebola náročná, náročné bolo pracovať v tíme s inou školou; G–Iné.

6 Záver

Výsledky nášho výskumu naznačujú, že wiki môže byť pri správnom použití vhodným nástrojom na kolaboratívne učenie sa.

Žiaci dokázali, že s wiki je možné pracovať na strednej škole a taktiež, že žiaci sú schopní pracovať ako tím. Nejde to však hneď, chce to čas. Taktiež žiaci dokázali, že dokážu spracovať zadané témy bez pomoci učiteliek, pričom obsah a kvalita tém nezriedka prekročila požadovanú úroveň ich vedomostí.

Skupiny B a C sa z takto pripravených materiálov boli schopní naučiť na test tak, aby ho zvládli absolvovať s veľmi dobrým výsledkom.

Pokiaľ ide o názory žiakov na túto aktivitu, značne sa líšia. Z výsledkov, z našej skúsenosti, z názorov učiteliek a taktiež aj z dotazníka vyplýva, že aktivitu je lepšie realizovať tak, že učivo je vysvetlené v škole a až potom žiaci spracovávajú témy. Avšak pre ľahšiu prácu a na predídenie problémom je vhodnejšie venovať nejaký čas na hodine tomu, aby bolo žiakom vysvetlené ako sa pracuje s wiki a aby si prácu s ňou aj priamo na hodine vyskúšali.

Napriek rozličným názorom žiakov, sa podľa slov jednej z učiteliek naučili žiaci spolupracovať, lepšie vyhľadávať a spracovávať informácie, správne citovať použité zdroje, zlepšili svoj písomný prejav, najmä pri písaní odborného textu a pod.

Aj keď žiaci na aktivite tohto typu pracujú sami, úloha učiteľa je nesporne dôležitá. Učiteľ by mal vopred žiakov oboznámiť s wiki a jej nástrojmi, ako aj s pravidlami písania odborného textu (napr. vyhľadávanie a overovanie zdrojov, citovanie, udávanie zdrojov, spracovávanie textu, nie len jeho kopírovanie a pod.) a najmä upozorniť ich, aby pracovali ako tím. Počas trvania aktivity by mal zasa poskytovať žiakom spätnú väzbu, poukázať na dobre i zle spracované časti ich príspevkov a povzbudzovať žiakov k aktívnej spolupráci.

Zaznamenali sme niekoľko nedostatkov wiki, ktoré pri takýchto aktivitách môžu žiakom sťažiť prácu, napr. chýba automatické priebežné ukladanie práce, upozornenie na prácu viacerých členov na rovnakej stránke, možnosť vidieť, čo v rovnakom okamihu spracováva na stránke niekto iný a pod. Taktiež by bolo lepšie vynoviť a upraviť rozšírenie pre učiteľa, aby sa v ňom dokázal jednoduchšie orientovať, a aby mu dokázalo poskytnúť viac informácií o práci žiakov.

Možností, ako v škole pracovať kolaboratívne je mnoho. Dôležité je, aby si učiteľ našiel vhodný nástroj, ktorý mu to umožní. Aj vďaka tejto aktivite sme zistili, že žiaci majú problém so spoluprácou, taktiež aj s citovaním a spracovávaním informácií. Informatika nie je len o programovaní a teoretické vedomosti by mali mať žiaci taktiež zvládnuté.

Preto sme sa aj snažili nájsť vhodný nástroj, ktorý by žiakom pomohol ich získať. Dokázali sme, že pri správnom použití môže wiki takým nástrojom naozaj byť. Následne vhodne zvolené a formulované aktivity môžu žiakom pomôcť nadobudnúť a upevniť svoje vedomosti.

Poďakovanie

Chcela by som sa v prvom rade poďakovať svojej školiteľke RNDr. Zuzane Kubincovej, PhD., za ochotu, odbornú pomoc a usmernenie počas práce na bakalárskej práci a počas celého štúdia. Veľká vďaka patrí PaedDr. Veronike Dropčovej, PhD. a

doc. RNDr Ľudmile Jaškovej, PhD., ktoré sa zúčastnili výskumu spolu s ich žiakmi. Veľké poďakovanie patrí Mgr. Jánovi Kľukovi, PhD., ktorý počas leta pripravil wiki.matfyz.sk, pretože inak by tento výskum nebolo možné realizovať. Ďakujem.

Literatúra

[Duffy, Bruns, 2006] Duffy, P., Bruns, A. (2006). *The use of blogs, wikis and RSS in education: A conversation of possibilities*. In Proceedings of the Online Learning and Teaching Conference, Brisbane. [online]. Dostupné na: <https://eprints.qut.edu.au/5398/>

[Encyclopædia Britannica] Encyclopædia Britannica: *Wiki*. Aktualizované 2008-10-7. [online]. Dostupné na: <https://www.britannica.com/topic/wiki>, [cit. 2016-12-25]

[Gaspar, Santos, 2009] Gaspar, M. I., Santos, M. A. (2009). *Learning Communities: way to a new Teaching Model?*, In Proceedings of m-ICTE, Lisbon, Portugal

[Homola, Kubincová, 2009] Homola, M., Kubincová, Z. (2009). *Taking advantage of Web 2.0 in organized education (a survey)* In Proceedings of ICL, Villach, Austria

[Janajev, 2011] Janajev, R. (2011). *Tracking Students' Activity in Wiki.matfyz.sk*. Univerzita Komenského, Bratislava, bakalárska práca.

[Leuf, Cunninham, 2001] Leuf, B., Cunninham, W. (2001). *The Wiki Way: Quick Collaboration on the Web*, Addison-Wesley.

[Parker, Chao, 2007] Parker, K. R., Chao, J. T. (2007). *Wiki as a teaching tool.* In Interdisciplinary journal of knowledge and learning objects, vol. 3, no. 1, p.57-72.

[Pérez, Ruiz, Gayo, 2006] Pérez, J., Ruiz, M., Gayo, J. (2006). *Building a collaborative learning environment based in Wiki*. In Current Develop¬ments in Technology-Assisted Education, p. 1413-1416.

[Ruth, Houghton, 2009] Ruth, A., Houghton, L. (2009). *The wiki way of learning.* In Australasian journal of educational technology, vol 25, no. 2

[Sandifer, 2013] Sandifer, S. (2013). *Wikis for school leaders: using technology to improve communication and collaboration.* Routledge. ISBN 978-1-317-92756-3.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 241
ISBN 978-1983445132, © 2017 Lucia Budinská

Skúmanie príčin voľby nesprávnych odpovedí v úlohe Oblečenie (rozšírený abstrakt)

Lucia Budinská[1]*
Školiteľ: Monika Tomcsányiová[1]‡

[1] KZVI, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

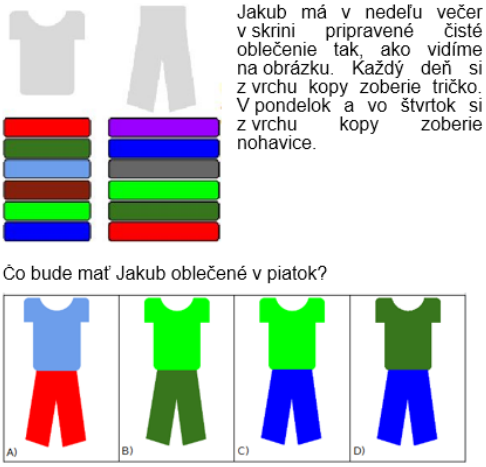
Jednou z piatich stredne ťažkých úloh v 10. ročníku súťaže iBobor v kategórii Benjamíni bola úloha Oblečenie (pozri Obr. 1.), ktorá zoznamovala žiakov s konceptom zásobníka a bola zameraná na vyhodnocovanie pravidiel. Celkovo ju správne vyriešilo 45,68% súťažiacich. Hlavne v nižších ročníkoch žiaci častejšie ako správnu odpoveď vyberali nesprávnu odpoveď B (kompletné vyhodnotenie v [1]). Zaujímalo nás preto, čím bola spôsobená táto chyba, či žiaci neporozumeli zadaniu, alebo či sa jedná o chybu zlého odvodenia [2] respektíve nedôsledné čítanie zadania.

Úlohu sme preto vyskúšali s niekoľkými skupinami žiakov siedmeho a ôsmeho ročníka. V prvej iterácii bola polovica z nich (21 žiakov) rozdelená náhodne na dve skupiny – jedna skupina riešila pôvodnú úlohu s výberom zo štyroch odpovedí (variant 1), druhá skupina mala vybrať jednotlivo tričko aj nohavice (variant 2). Svoj výber mali obe skupiny krátko slovne zdôvodniť.

Osem žiakov riešilo variant 1, pričom iba jedna odpoveď bola nesprávna. Žiak siedmeho ročníka zvolil piate tričko a aj piate nohavice, teda kombináciu zodpovedajúcu odpovedi B. Z trinástich žiakov, ktorí riešili variant 2, správne odpovedalo osem, traja zvolili odpoveď B a dvaja odpoveď D. Vysvetlenia nesprávnych odpovedí od žiakov potvrdili použitie chybného odvodenia - pravidlo pre jeden typ oblečenia použili žiaci aj na druhý typ oblečenia.

Zaujímalo nás, či variant výberu odpovede nemení žiacku stratégiu riešenia, preto sme v druhej iterácii pripravili dvojicu úloh. Prvá zostala rovnaká a opäť bola v dvoch variantoch. Druhá úloha bola mierne modifikovaná – namiesto nohavíc sa vyberala sukňa a zmenilo sa aj pravidlo (dievča si ju vyberalo v pondelok, stredu a v piatok). Tiež sme ponúkli dva varianty odpovede – pre každého žiaka vždy rozdielne ako v prvej úlohe. V tejto iterácii odpovedalo 21 žiakov siedmeho a ôsmeho ročníka (iné skupiny ako predtým). Iba jeden žiak odpovedal nesprávne. Bol to chlapec, siedmak. Najprv riešil úlohu s vlastnou odpoveďou, následne vyberal z možností a v oboch úlohách použil pravidlo pre tričko na oba kusy oblečenia.

Mnohí žiaci pri vysvetľovaní svojich odpovedí napísali, že hľadali riešenie postupne – najprv pre tričko, potom pre nohavice/sukňu, a teda dospeli k správnej odpovedi. Viacerí uviedli, že úlohy pre nich boli ľahké, keďže sa s podobnými už stretli v minulosti. Pri druhej iterácii sa nám tak nepodarilo zistiť, či je stratégia žiackeho riešenia ovplyvnená tým, ako majú žiaci na úlohu odpovedať, keďže mnohí žiaci už správnu stratégiu poznali. Plánujeme preto výskum zopakovať so žiakmi nižších ročníkov, ktorí ešte s podobnými typmi úloh nemajú skúsenosti.



Obr. 1: Originálne zadanie úlohy Oblečenie

Literatúra

[1] Budinská, L., Tomcsányiová, M. (2017). Abstraktné dátové typy v súťaži iBobor v kategórii Benjamíni. V *DidInfo 2017*, [na publikovanie].

[2] Hansky, S., Schlüter, K. a Brinda, T., (2011). Typical errors of learners in informatics tasks of the international Bebras contest. *ICT and Informatics in a Globalized World of Education*

* lucia.budinska@fmph.uniba.sk
‡ tomcsanyiova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 242
ISBN 978-1983445132, © 2017 Dana Šuníková, Sabin Simionescu

Gamification of peer assessment in learning management system (Extended Abstract)

Dana Šuníková[1*] Sabin Simionescu[2†]

Supervisor: Zuzana Kubincová[1‡]

[1] Katedra základov a vyučovania informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina 842 48 Bratislava
[2] Facultatea de Automatică, Calculatoare şi Electronică, Universitatea din Craiova, 200776 Craiova

Peer assessment activities were successfully used in different educational contexts [Popescu and Manafu, 2011]. As reported in several studies, activities of this kind could not only help the students to develop their writing skills and critical thinking, to learn how to communicate their own ideas and knowledge to the others and to give them feedback, they can also stimulate the collaborative learning and boost the students' interest to study [Dropčová and Kubincová, 2017].

Gamification defined as „the use of game design elements in non-game contexts" [Deterding et al., 2011], is often presented as an effective way of motivation boosting. One of the game design elements widely used are digital badges. They can serve as an immediate feedback, they bring competitiveness into learning, help to track the learning state and the progress of students.

We chose to use peer assessment enhanced with digital badges in a course in the fourth year of a bachelor study in the computer science programme - an e-commerce project. Students had the task of building an online store, individually or in small teams. The students are obliged to deliver fully functional e-shops, which are graded based on a commercial requirements list. During the examination, every team is given 20 minutes to present how they have implemented the selected requirements. While a team presents, the other students vote on whether the presenting team has properly implemented each of the tasks based on the screenshots the team pre-uploaded. They can also leave more specific feedback individually per task. After reviewing the screenshots, the spectator students are voting which badges should the presenting team get.

We decided to award students with digital badges based on different criteria, part of them can be obtained after getting most votes from the peers. Since badges implementation in the used learning management system does not allow multiple issuing of the same badge, we had to design and implement our own plug-in for the purpose of students voting - peer assessing by badges[Simionescu et al.,].

After the exam, we asked students various questions in the questionnaire. According to the results, most of the students were very satisfied with the course itself and with the tasks system as well, even though not everyone liked the part of doing screenshots. Majority of the students was satisfied with giving reviews to their peers, but felt neutral about obtaining such reviews. Using badges as peer-review didn't have such a perfect results, most of the students felt neutral about them. However, there were more students feeling positive than negative. Considering other students' outputs we collected and observations we did, we see using peer assessment in this context as something new and interesting for students, which can be a motivating factor for them.

References

[Deterding et al., 2011] Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R., and Nacke, L. (2011). From game design elements to gamefulness: defining gamification. In *Proceedings of the 15th international academic MindTrek conference: Envisioning future media environments*, pages 9–15. ACM.

[Dropčová and Kubincová, 2017] Dropčová, V. and Kubincová, Z. (2017). Team-based projects and peer assessment. it works! In *Proc. ICL 2016*, Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer. to appear.

[Popescu and Manafu, 2011] Popescu, E. and Manafu, L. (2011). Repurposing a wiki for collaborative learning-pedagogical and technical view. In *System Theory, Control, and Computing (ICSTCC), 2011 15th International Conference on*, pages 1–6. IEEE.

[Simionescu et al.,] Simionescu, S., Šuníková, D., and Kubincová, Z. Gamification of peer assessment in learning management system. To appear.

*dana.sunikova@fmph.uniba.sk
†sabin@white-pyramid.com
‡zuzana.kubincova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 243
ISBN 978-1983445132, © 2017 Eva Mészárosová

Vývoj metodického materiálu pre vyučovanie základov programovania v jazyku Python (rozšírený abstrakt)

Eva Mészárosová[1]*
Školiteľ: Monika Tomcsányiová[1‡]

[1] Katedra základov a vyučovania informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Programovanie je neoddeliteľnou súčasťou vyučovania informatiky na stredných školách. V posledných niekoľkých rokoch sa medzi jazyky, ktoré sa odporúčajú na vyučovanie základov programovania, dostáva jazyk Python. Výskumy ukazujú, že Python je vhodný na to, aby bol prvým programovacím jazykom, s ktorým sa žiaci na strednej škole stretnú a aj preto čoraz viac stredných škôl a zahraničných univerzít prechádza na vyučovanie základov programovania práve v jazyku Python.

V rámci nášho výskumu sme navrhli metodický materiál pre vyučovanie základov programovania v jazyku Python pre prvý ročník gymnázia. Pri jeho vývoji sme postupovali metodológiou výskumu vývojom. Zvolili sme motiváciu korytnačej grafiky, ktorá podporuje učenia sa objavovaním a skúmaním. Použili sme v našich materiáloch podobné motivácie a úlohy, ktoré mohli žiaci zažiť na ZŠ a zároveň sme sa snažili nájsť také námety, aby sa žiaci v tomto programovacom jazyku oboznámili aj s náročnejšími algoritmami.

Metodický materiál sme rozdelili na tri časti podľa preberanej témy:

1. *Úvod do Pythonu a korytnačej grafiky*

Pre túto tému sme vyhradili dve vyučovacie hodiny. Na prvej hodine sa žiaci zoznámia s jazykom Python a prostredím IDLE, jeho príkazovým a programovacím režimom a základnými úkonmi ako uloženie a otvorenie programu. Žiaci sa takisto zoznámia s korytnačou grafikou pomocou kreslenia jednoduchých obrázkov.

2. *Premenné*

Pre tému premenné sme vyhradili jednu vyučovaciu hodinu, pričom premenné využijeme ďalej aj v nasledujúcej téme. Žiaci sa zoznámia s pojmom premenná, priradením hodnoty do premennej a zmenou jej hodnoty.

3. *For cykly*

Pre túto tému sme vyhradili päť vyučovacích hodín. Žiaci sa postupne zoznámia s cyklami for, a funkciou `range()`, naučia sa rozoznať opakujúce sa vzory, použiť riadiacu premennú a premenné v tele cyklu a vnorené cykly.

Súčasťou materiálu je aj štruktúra vyučovacej hodiny, pedagogické postupy a popis jej priebehu, spoločne so zadaním úloh pre žiakov, ich riešením a odporúčaniami pre učiteľov. Pri návrhu úloh sme sa snažili vyberať také programy, ktoré nepotrebujú veľkú množinu príkazov, aby sme tým žiakov zbytočne nezaťažili. Sústredili sme sa na pojmy a konštrukcie, ktoré sú definované v iŠVP.

Metodický materiál sme vyvíjali iteratívne, realizovali a overovali pomocou výskumu vývojom v troch skupinách žiakov gymnázia v Bratislave. Sledovali sme postup riešenia úloh žiakov, ich otázky a chyby, z ktorých sme vyvodili niektoré nedostatky metodických materiálov. Podľa otázok učiteľa, ktoré sa týkali priebehu vyučovania a aj jazyka Python, sme do materiálov doplnili odporúčania pre učiteľa.

Reakcie žiakov na hodiny informatiky boli kladné, aj pri začiatkoch menej motivovaní žiaci sa na posledných hodinách aktívne zapájali do vyučovacieho procesu.

Pri vývoji metodického materiálu, kde sme sa držali toho, aby sme nezaťažili žiakov veľkým množstvom príkazov jazyka Python, ale aby sme ich naučili základné pojmy a konštrukcie, a motivovali ich k ďalšiemu učeniu programovania. Veríme, že nami vytvorené materiály budú slúžiť k rozvoju algoritmického myslenia žiakom a k rozvoju dôležitých znalostí a zručností ako aj na napĺňanie vzdelávacích cieľov informatiky.

Literatúra

[Mészárosová, 2017] Mészárosová, E.(2017) Vývoj metodického materiálu pre vyučovanie základov programovania v jazyku Python. In: Zborník príspevkov z DIDINFO & DIDACTIG 2017. Univerzita Mateja Bela, Banská Bystrica. ISBN 978-80-557-1216-1

[Mészárosová, 2017] Mészárosová, E. (2017) Python a korytnačia grafika. Metodický materiál pre vyučovanie základov programovania pre gymnáziá. Knižničné a edičné centrum, FMFI UK, Bratislava, 2017. ISBN 978-80-8147-080-6.

* meszarosova@fmph.uniba.sk
‡ tomcsanyiova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 244
ISBN 978-1983445132, © 2017 Vladimír Šimko, Patrícia Chovancová

Online vektorový grafický editor pre základné školy (rozšírený abstrakt)

Vladimír Šimko* Patrícia Chovancová†
Školiteľ: Karolína Mayerová[1]‡

[1] Katedra základov a vyučovania informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

V tomto príspevku sa budeme zaoberať jednoduchým online vektorovým grafickým editorom. Jeho tvorbe sme sa venovali v rámci predmetu: Tvorba edukačného softvéru. Dôvodom pre vznik tohto druhu edukačného softvéru bol pragmatický a to je nedostatok, nedostupnosť, či neprimeranosť dostupných vektorových grafických editorov pre žiakov základných škôl. Náš online vektorový grafický editor je jednoduchý, poskytuje žiakom zoznámenie sa s prácou s objektmi vo vektorovom editore. Žiaci budú mať tak možnosť vyskúšať si primerane náročnú prácu s objektami, s vrstvami, či s presúvaním objektov vyššie a nižšie po vrstvách. To sú hlavné rozdiely s prácou v rastrovom a vektorovom editore. Tieto vedomosti žiaci budú môcť neskôr rozvíjať pri práci s ktorýmkoľvek pokročilejším vektorovým editorom.

Hlavným cieľom je osvojenie si práce s objektmi ako základnými stavebnými jednotkami vektorovej grafiky. S týmto typom práce sa žiaci a študenti stretávajú v prevažnej miere až na strednej či vysokej škole, čo bol aj náš prípad.

Existuje množstvo vektorových editorov, avšak nie sú vhodné pre žiakov prvého stupňa základnej školy, pretože sú príliš zložité. Náš vektorový editor ponúka jednoduché a graficky príťažlivé rozhranie. Výhodou je jednoduchý prístup, keďže editor je dostupný online. Žiak môže tento editor využívať aj vo voľnom čase.

Pri práci s našim vektorovým editorom si žiaci môžu vyskúšať transformácie vektorových objektov. Objekty je možné posúvať, rotovať, škálovať. Okrem toho vektorový editor ponúka možnosť posúvať objekty po vrstvách. Vrstvy sú tvorené postupnosťou kreslenia objektov. Skôr nakreslený objekt je vo vrstvách nižšie. Pri umiestnení objektov na seba, objekt vo vyššej vrstve zakrýva ten v nižšej. Žiaci teda pochopia funkcionalitu vrstiev, ktoré sú súčasťou každého pokročilého vektorového editora.

Jednou zo základných vlastností vektorových objektov sú aj kontrolné body. Objekty majú štyri základné kontrolné body, pomocou ktorých je možné robiť transformácie.

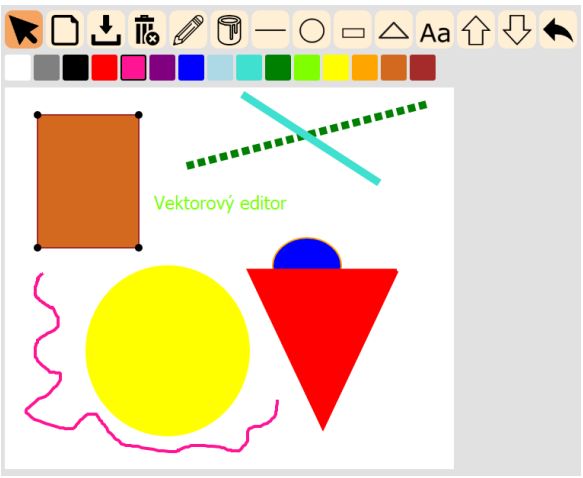
Editor má možnosť exportovať si vytvorený obrázok vo formáte svg. Obrázok je možné otvoriť aj v inom vektorovom editore a pracovať s objektmi.

Editor ponúka pri úsečke a pri kreslení čiary voľnou rukou možnosť nastavenia hrúbky čiary a rovnako aj jej typ.

Zaujímavosťou, ktorá bola zapracovaná do editora je krok späť. Môže sa stať, že žiak si omylom zmaže niektorý objekt svojej práce. Aby sa uľahčila práca a nemusel nanovo vytvárať zmazaný objekt so všetkými vlastnosťami, stačí použiť jedno tlačidlo. Tento krok sa dá použiť len na akýkoľvek posledne zmazaný objekt. V terajšej verzii, v prípade, že si žiak zmaže viac objektov a pokúsi sa vrátiť ich späť, vráti sa mu len posledne zmazaný objekt.

A na záver by sme chceli dodať, že vidíme možnosť rozširovania grafického editora a taktiež ponúka možnosť vytvorenia aktivít, ktoré môžu byť navrhnuté či vytvorené iným študentom pre použitie softvéru.

Na tomto linku je možné si vyskúšať náš editor: http://www.st.fmph.uniba.sk/~simko38/tes/prototyp/index.html



Obr. 1: Vektorový editor

Literatúra

https://inkscape.org/en/

*vladimir.simko11@gmail.com
†p.chovancova8@gmail.com
‡mayerova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 245
ISBN 978-1983445132, © 2017 Marek Šuppa, Ondrej Jariabka

go-term-adventures: Learning the *nix Command line, text adventure style (Extended Abstract)

Marek Šuppa[2*] Ondrej Jariabka[2†]

Supervisor: Marek Nagy[1‡]

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina 842 48 Bratislava
[2] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina 842 48 Bratislava

The introductory materials or courses for operating a *nix command line have traditionally been presented as sets of presentations or explanations and exercises, designed to be consumed outside of the command line environment. Unfortunately, when the first time users try out some of the presented commands, the assesment as to whether they worked as they should have or not is usually left to them. This is not preferable, as their inexperience prevents them from complex issues that my arise.

Rather than using the presentations and excercises approach, it may be better to make use of an interactive environment in which it would be possible to explain some concept, seamlessly allow the user to experiemnt with it in a real shell instance and then describe a related excercise and check its solution.

Most of the points mentioned above are already covered by a specific genere of computer games: so called ”text adventures”. In these types of games the game engine prints out large chunks of texts which constitute the ”script” of the adventure the end user has to render using their own imagination. After that the user is usually given an opportunity to alter the ”script” by interacting with the engine in natural language. Relevant to our discussion, in these types of games the concept explanation and user feedback gathering take place in the very same environment. While the whole idea of using text adventures as a venue for teaching might seem laughable, it has been explored before, for instance in [**?**].

Our response to a need for more interactive experience is a text adventure tailored to *nix command line called `go-term-adventures`. While the sample implementation is focused on the `bash` shell, it is not a hard requirement and would work similarly well with other *nix shells. The actual `go-term-adventures` binary is an application written in the Go programaming language. It is hooked into the `PROMPT_COMMAND` of the `bash` shell and upon invokation it reads a file that describes multiple ”levels” of an adventure. These levels contain the actual texts that are printed, along with some more other metadata, which is specified in the YAML format (Figure **??**).

```
mame: level1
test: test $(pwd) = "/tmp"

In this level your task is to
change your working directory to '/tmp'.

--------------------
```

Figure 1: A sample ”level” that is read and then presented by the `go-term-adventures` binary

This proposed system tries to adapt textual adventures to the world of *nix systems: printing the ”script” is basically the same, instead of communicating with the in natural language the player interogates the system using shell commands and instead of changing the internal state of the game to proceed to the next level the players need to change the state of the *nix system they operate.

From the pilot deployment of this system at the introductory Linux course at FMFI, UK it seems that the users are willing to spend much more time in this interactive system rather than while being exposed to a list of exercises which were used before. However, this hypotheses needs to be validated using sound methods, which is what we inted to do in the future.

The Open Source implementation of this system can be found at `https://github.com/NaiveNeuron/go-term-adventures`.

*`marek@suppa.sk`
†`o.jariabka@gmail.com`
‡`mnagy@fmph.uniba.sk`

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 246
ISBN 978-1983445132, © 2017 Mária Vrábľová

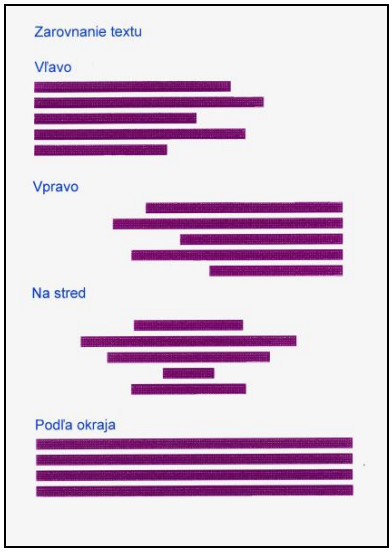
Reliéfna grafika pre podporu vyučovania informatiky nevidiacich žiakov ZŠ (rozšírený abstrakt)

Mária Vrábľová[1]*
Školiteľ: Ľudmila Jašková[2‡]

[1] Katedra základov a vyučovania informatiky, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Cieľom aktuálne dokončovanej diplomovej práce bolo v spolupráci s učiteľom informatiky zo ZŠ pre zrakovo postihnutých žiakov vytvoriť a v praxi overiť reliéfne obrázky slúžiace na podporu vyučovania informatiky. V úvodnej časti charakterizujeme zrakovo postihnuté osoby, zaoberáme sa ich vzdelávaním a poznávacím procesom. Uvádzame prehľad kompenzačnej techniky a pomôcok pre predmet informatika. Ďalej popisujeme spôsob tlače našich reliéfnych obrázkov a zápis textu do Braillovho písma.

V druhej časti vychádzajúc zo Štátneho vzdelávacieho programu [ŠVP, 2014], popisujeme potrebu využitia reliéfnej grafiky v predmete informatika na druhom stupni ZŠ a uvádzame reliéfne pomôcky, ktoré pomôžu učiteľom efektívnejšie vyučovať nevidiacich žiakov.

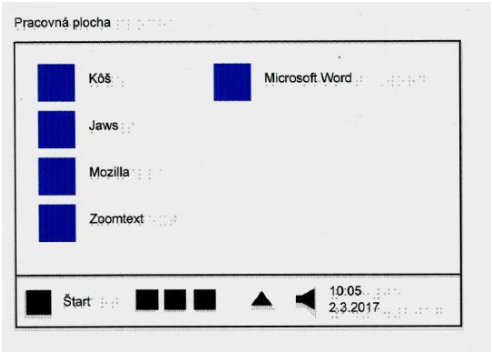


Obr. 1: Reliéfny obrázok znázorňujúci zarovnanie textu

V tretej časti práce overujeme nami vytvorené reliéfne obrázky v praxi. Po konzultácií s učiteľkami informatiky nevidiacich žiakov sme sa rozhodli podrobnejšie zamerať na oblasť – *Práca s textom* (Obr. 1) z tematického celku **Reprezentácie a nástroje**. Čiastočne sme sa zamerali aj na oblasť – *Práca s operačným systémom* (Obr. 2) z tematického celku **Hardvér a softvér**.

V štvrtej kapitole popisujeme návrh reliéfnych obrázkov a analyzujeme možné problémy súvisiace s ich tlačou. Okrem toho popisujeme proces overovania reliéfnych obrázkov s nevidiacimi žiakmi základnej školy. Za najdôležitejšiu časť práce považujeme návrh metodiky pre vyučovanie vybraných tém informatiky s využitím nami vytvorených reliéfnych obrázkov.

Kľúčové slová: reliéfna grafika, nevidiaci žiak, vyučovanie informatiky, hmatové vnímanie



Obr. 2: Reliéfny obrázok znázorňujúci pracovnú plochu

Literatúra

[ŠVP, 2014] *Štátny vzdelávací program - Informatika*, Bratislava, [online]. 2014 [cit. 2017 – 06 – 04]. Dostupné na internete: <http://www.statpedu.sk/sites/default/files/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/informatika_nsv_2014.pdf>.

* vrablovaa.maria@gmail.com
‡ jaskova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 247
ISBN 978-1983445132, © 2017 Matúš Kováč

Programovacie prostredie pre zrakovo postihnutých žiakov ZŠ (rozšírený abstrakt)

Matúš Kováč*
Školiteľ: Ľudmila Jašková‡

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Cieľom tejto práce bolo navrhnúť a implementovať programovacie prostredie pre zrakovo postihnutých žiakov základných škôl využívajúce zvukový programovací jazyk (anglicky APL [Sánchez, 2006] ktoré budú používať na hodinách informatiky a umožní im hravým spôsobom rozvíjať algoritmické myslenie. Vytvorili sme prostredie Alan, ktoré spolupracuje s čítačmi obrazovky JAWS a NVDA, ako aj so zväčšovacím softvérom a je plne ovládateľné pomocou klávesnice aj myši. Po dokončení aplikácie a následnom testovaní s učiteľmi informatiky a nevidiacimi žiakmi základnej školy pre slabozrakých a nevidiacich v Bratislave môžeme skonštatovať, že cieľ práce bol splnený.

Práca má praktický význam pri uľahčení výučby informatiky pre zrakovo postihnutých žiakov. V súčasnosti sa už využíva na Katedre základov a vyučovania informatiky v rámci výskumu zameraného na hľadanie vhodných metód rozvíjania algoritmického myslenia nevidiacich žiakov ZŠ.

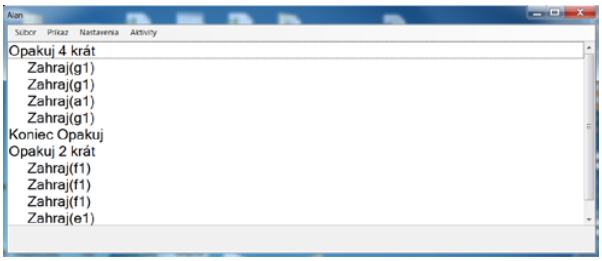
Návrh jazyka vychádza z požiadaviek učiteľov informatiky na ZŠ pre slabozrakých a nevidiacich, čiastočne sme boli inšpirovaní aj bakalárskou prácou Programovacie prostredie pre deti s poruchami zraku - Svet zvukov [Sucháneková, 2013]. Základnými príkazmi sú príkaz **Zahraj**, ktorý prehrá zvolený zvuk a príkaz **Povedz**, ktorý vysloví zadaný text. Ďalšie príkazy umožnia vytvárať zložitejšie programátorské konštrukcie, akými sú cyklus, príkaz vetvenia a procedúra bez parametrov.

Výstupom aplikácie je program, ktorý žiak vytvorí. Žiaci programujú sekvenciu zvukov, ktorá sa po spustení programu prehrá. Program si môže žiak uložiť do súboru a následne ho znova načítať a ďalej modifikovať alebo opätovne prehrať. Program je možné uložiť aj ako textový súbor, ktorý môže učiteľ použiť na kontrolu práce žiaka na hodine bez toho, aby musel spustiť program.

Aplikácia bola naprogramovaná v jazyku C#. Konkrétne sme na vývoj použili aplikáciu Microsoft Visual C# 2010 Express. Pre každý príkaz jazyka sme vytvorili vlastnú triedu, ktorej rodičom je abstraktná trieda s názvom Zvuk. Interface Zvuk obsahuje 5 premenných (Info, ID, Meno, Pocet, Vysledok) a jednu funkciu Spusti().. Program, ktorý žiaci vytvárajú, je zložený z objektov podtried interface-u Zvuk, ktoré sa ukladajú do zoznamu s názvom Result. Jeden príkaz zodpovedá práve jednému prvku zoznamu.

Testovanie aplikácie prebiehalo vo viacerých fázach. Okrem autora program testovala aj školiteľka, doktorandka z katedry základov a vyučovania informatiky Natália Kováčová a pani učiteľka informatiky zo základnej školy pre slabozrakých a nevidiacich v Bratislava Mária Kaliaková. Okrem toho sa program reálne používa s nevidiacimi žiakmi na hodinách informatiky.

Vzdelávacie aktivity pre overovanie programu so žiakmi, ktoré prebiehalo počas štyroch vyučovacích hodín, navrhla Natália Kováčová. Počas overovania sa prejavili niektoré drobné nedostatky, ktoré sme následne odstránili. Môžeme však konštatovať, že žiakom sa aplikácia páčila. Keď im vyučujúca vysvetlila základné ovládanie aplikácie, vedeli s ňou pomerne rýchlo pracovať.



Obrázok 1: Ukážka programu ktorý vytvorili žiaci na hodine, konkrétne sa jedná o pesničku Prší prší.

Literatúra

[Sucháneková, 2013] Sucháneková, Jana, Programovacie prostredie pre deti s poruchami zraku- Svet zvukov, bakalárska práca, FMFI UK, Bratislava, 2013

[Sánchez and Fernando Aguayo, 2006] Jaime Sánchez and Fernando Aguayo, APL: Audio Programming Language for Blind Learners, Dostupné na internete: https://link.springer.com/chapter/10.1007%2F11788713_192

* matus.kovac.sk@gmail.com
‡ jaskova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2017, p. 248
ISBN 978-1983445132, © 2017 Natália Kováčová

Koncept opakovania vo vyučovaní programovania nevidiacich žiakov základnej školy (rozšírený abstrakt)

Natália Kováčová[1]*
Školiteľ: Ľudmila Jašková[2‡]

[1] Katedra základov a vyučovania informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra základov a vyučovania informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Pojem opakovanie je dôležitou súčasťou algoritmického riešenia problémov vo vyučovaní informatiky na druhom stupni základnej školy. V prípade nevidiacich žiakov je však zavedenie konceptu opakovania náročné a nevidiaci žiaci majú viacero problémov pri pochopení tohto konceptu. V príspevku sa budeme zaoberať chybami, ktoré sa pri riešení úloh zameraných na opakovanie často objavujú, uvedieme tiež rôzne príklady problematických úloh. Rozoberieme naše skúsenosti so zavádzaním pojmu opakovanie prostredníctvom nami vytvorenej metodiky k novému programátorskému prostrediu určenému pre nevidiacich žiakov. Na základe pozorovaní a rozhovorov sa snažíme porozumieť problémom, ktoré majú žiaci s pochopením konceptu opakovania.

V literatúre je cyklus nazývaný aj ako iteratívna konštrukcia. Je považovaná za skutočnú podstatu sily počítača. Ak by iterácie neboli možné, programy by boli obrovské a neflexibilné a vyžadovali by si neprimerane veľké množstvo času na ich vytvorenie a beh, ako aj obrovské množstvo pamäte na uloženie [Sebesta, 2008]. Cyklus s pevným počtom opakovaní spôsobí, že sa postupnosť príkazov vykonáva dookola. Počet opakovaní je vopred nastavený v príkaze cyklu [Armoni and Ben-Ari].

V prípade intaktných žiakov existuje viacero programovacích jazykov, v ktorých môžu využívať konštrukcie opakovania. Pre nevidiacich žiakov sú bežné programovacie prostredia neprístupné, pretože sú zvyčajne ovládané prostredníctvom počítačovej myši a nie sú kompatibilné s čítačmi obrazovky [Jašková and Kaliaková, 2014]. Je teda potrebné využívať rôzne iné spôsoby, ako zaradiť tento dôležitý koncept do vyučovania informatiky nevidiacich žiakov.

V príspevku tiež ukážeme niekoľko úloh zo súťaže iBobor zameraných na cyklus a uvedieme, aké problémy mali nevidiace žiaci pri ich riešení.

Ďalej predstavíme programovanie pomocou zvukov, ktoré by mohlo byť vhodnou alternatívou pre nevidiacich žiakov. Popíšeme naše skúsenosti s prostredím ALAN [Kováč, 2016], ktoré bolo vytvárané s cieľom sprístupniť programovanie nevidiacim žiakom.

V rámci našej dlhodobej práce s nevidiacimi žiakmi sme vyskúšali tri typy úloh zameraných na opakovanie:

- Úlohy na programovanie hmatateľného objektu bez použitia počítača – takýto prístup je vhodnejší pre žiakov, ktorí majú zachované vizuálne predstavy.
- Úlohy súťaže iBobor – pri nich majú žiaci k dispozícii iba textový editor, ale naše skúsenosti ukazujú, že ho nevedia efektívne využiť na zápis poznámok počas pomocných simulácií.
- Úlohy v zvukovom programovacom prostredí – toto prostredie sa nám zatiaľ javí ako najvhodnejšie pre všetkých nevidiacich žiakov.

Literatúra

[Sebesta, 2008] Sebesta, R. W. (2008). Concepts of ProgrammingLanguages (8th edition). Pearson International Edition, 2008. ISBN 0- 321-50968-4.

[Armoni, 2016] Armoni, M. , Ben-Ari, M. Computer Science Concepts in Scratch[online]. [cit.2017-04-07].Dostupné na: https://stwww1.weizmann.ac.il/scratch/wpcontent/uploads/sites/7/2016/04/scratch-14-textbook-1-0- one-side.pdf

[Jašková and Kaliaková, 2014] Jašková, Ľ. And Kaliaková M. (2014). Programovacie prostredia pre deti s poruchami zraku. In: Didinfo 2014, LOVÁSZOVÁ, G. (Eds.), Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela, 2014. ISBN 978-80-557-0698-6.2014, LOVÁSZOVÁ, G. (Eds.), Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela, 2014. ISBN 978-80-557-0698-6.

SEBESTA, R. W. Concepts of ProgrammingLanguages (8th edition). Pearson International Edition, 2008. ISBN 0- 321-50968-4.

* kovacova.naty@gmail.com
‡ jaskova@fmph.uniba.sk