Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022
Zborník príspevkov

Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzita Komenského, Bratislava
27. apríla 2022

Proceedings of the Student Science Conference 2022

Faculty of Mathematics, Physics and Informatics
Comenius University, Bratislava
April 27, 2022

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022: Zborník príspevkov
Proceedings of the Student Science Conference 2022
Editori: Broňa Brejová, Jaroslav Guričan, Juraj Tekel, Tomáš Vinař
Autor loga: Matej Novotný
Vydavateľ: Knižničné a edičné centrum FMFI UK, Bratislava
Vydanie: prvé
Rok vydania: 2022

ISBN 978-80-8147-127-8

Zborník obsahuje príspevky účastníkov Študentskej vedeckej konferencie, ktorá sa konala 27. apríla 2022 na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Príspevky označené v obsahu ako "recenzované" boli pred publikovaním recenzované najmenej dvoma anonymnými recenzentami. Všetky príspevky boli posudzované aspoň trojčlennou odbornou komisiou.

http://svk.fmph.uniba.sk/

Zborník © 2022 Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava
Články © 2022 autori a autorky jednotlivých článkov

Predhovor

Tento zborník obsahuje príspevky zo Študentskej vedeckej konferencie, ktorá sa konala 27. apríla 2022 na Fakulte matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave. Študentská vedecká konferencia má na fakulte dlhoročnú tradíciu a je príležitosťou pre študentov bakalárskeho, magisterského a doktorandského štúdia prezentovať vlastné vedecké a odborné práce z rozličných odborov matematiky, fyziky, informatiky a didaktiky týchto disciplín.

V roku 2022 bolo na konferenciu prihlásených 106 príspevkov v jedenástich tematických sekciách. Každý článok bol recenzovaný najmenej dvoma recenzentami a ďalej posudzovaný odbornou komisiou. Na základe tohto procesu boli do zborníka vybrané recenzované články, zvyšné príspevky sú v zborníku zastúpené formou jednostranového abstraktu. Príspevky boli prezentované 27. apríla 2022 na celodennej konferencii. Odborné komisie udelili v jedenástich sekciách ocenenia 31 víťazom a víťazkám a ďalším 60 laureátom a laureátkam ŠVK. Komisie navrhli udeliť päť cien Literárneho fondu, tri ceny prof. Tillmana Märka za príspevky v oblasti fyziky plazmy, cenu prof. Petra Lukáča za vynikajúcu experimentálnu prácu v oblasti fyziky plazmy, cenu Slovenskej informatickej spoločnosti za vynikajúcu prácu v oblasti informatiky, cenu FINAMIS s.r.o. za najlepšiu prácu v oblasti aplikovanej matematiky a cenu ASTROS solutions s.r.o. za vynikajúcu prácu v oblasti astronómie a astrofyziky.

Súčasťou konferencie bola ”poster session” na ktorej mohli účastníci konferencie prezentovať svoju prácu aj prostredníctvom posteru. Táto časť sa konala poobede, medzi prezentáciami a vyhlásením výsledkov.

Chceme poďakovať predovšetkým zúčastneným študentom a ich školiteľom, predsedom a členom jednotlivých odborných komisií, organizátorom a sponzorom. Ďakujeme za úspešný priebeh konferencie a tešíme sa na Študentskú vedeckú konferenciu 2023.

Broňa Brejová, Jaroslav Guričan,
Juraj Tekel, Tomáš Vinař
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky
Univerzity Komenského v Bratislave

Sponzori: STATON s.r.o., Literárny fond, Slovenská informatická spoločnosť, Slovenská nukleárna spoločnosť, prof. Tillman D. Märk, prof. Peter Lukáč, FINAMIS s.r.o., ASTROS solutions s.r.o.

Zloženie komisií

Organizačný výbor: doc. Mgr. Broňa Brejová, PhD.; doc. RNDr. Jaroslav Guričan, CSc.; Mgr. Juraj Tekel, PhD.; doc. RNDr. Juraj Tóth, PhD.; doc. Mgr. Tomáš Vinař, PhD.

Predsedovia odborných komisií:
Astronómia a astrofyzika: RNDr. Roman Nagy, PhD.
Biofyzika, envirnomentálna fyzika a meteorologia: Mgr. Marek Tatarko, PhD.
Didaktika fyziky: doc. PaedDr. Klára Velmovská, PhD.
Didaktika matematiky a informatiky: doc. PaedDr. Mária Slavíčková, PhD.
Fyzika plazmy: doc. RNDr. Veronika Medvecká, PhD.
Fyzika tuhých látok: doc. RNDr. Tomáš Roch, Dr. techn.
Informatika: prof. RNDr. Rastislav Kráľovič, PhD.
Jadrová fyzika: doc. RNDr. Ivan Sýkora, PhD.
Matematika: doc. Mgr. Richard Kollár, PhD.
Počítačová grafika: RNDr. Zuzana Černeková, PhD.
Teoretický a časticová fyzika: Mgr. Peter Mészáros, PhD.

Recenzenti: Boris Andel, Stanislav Antalic, Róbert Astaloš, Martin Bachratý, Pavol Bartoš, Matúš Benko, Daniela Bezáková, Ján Blaško, Tomáš Blažek, Broňa Brejová, Róbert Bohdal, Pavol Bokes, Vladimír Boža, Peter Čermák, Zuzana Černeková, Pavol Chalmoviansky, Žofia Chrobáková, Tomáš Dado, Michal Demetrian, Peter Demkanin, Monika Dillingerová, Michal Dubovský, Roman Ďurkovič, Barbora Eckerová, Andrej Ferko, Marek Fila, Lenka Filová, Andrej Lúčny, Štefan Gajdoš, Lukáš Gajdošek, Zuzana Garaiová, Jaroslav Guričan, Simona Gorčáková, Miroslav Grajciar, Branislav Grančič, Ján Greguš, Damas Gruska, Mária Hajduková, Margaréta Halická, Marián Haršani, Viera Haverlíková, Karol Hensel, Karol Holý, Andrea Hrušecká, Roman Hrušecký, Radoslav Hurtiš, Adam Jakubička, Mário Janda, Magdaléna Janeček Kubešová, Miroslav Ješkovský, Marián Jurašek, Petr Kabáth, František Kardoš, Tünde Kiss, Jozef Klačka, Lucia Klinovská, Viktor Kocur, Richard Kollár, Leonard Kornoš, Samuel Kováčik, Rastislav Kráľovič, Martin Knor, Zbyňek Kubáček, Zuzana Kubincová, Zuzana Kučerová, František Kundracik, Peter Lacko, Martin Mačaj, Edita Máčajová, Zdenko Machala, Miroslav Macko, Tibor Macko, Martin Madaras, Oliver Majeský, Peter Markoš, Peter Maták, Pavol Matlovič, Alicia Marin Roldan, Ján Mazák, veronika Medvecká, Michal Mereš, Peter Mészáros, Patrik Mihala, Marián Mikula, Karolína Miková, Ladislav Moravský, Marcela Morvová, Monika Müllerová, Roman Nagy, Pavol Neilinger, Martin Niepel, Jozef Nosek, Silvia Novotná, Dominik Novotný, Ľuboslav Okon, Veronka Oravczová, Juraj Országh, Peter Papp, Dana Pardubská, Ivan Piovarči, Pavol Quittner, Tomáš Roch, Daniel Ševčovič, Libuša Šikurová Jiří Šilha, Mária Slavíčková, Barbora Stachová, Michal Stano, Beata Stehlíková, Veronika Šubjaková, Marek Šuppa, Ivan Sýkora, Gábor Szücs, Martin Takáč, Marek Tatarko, Juraj Tekel, Monika Tomcsanyiová, Juraj Tóth, Mária Trnovská, Michaela Vargová, Pavel Veis, Klára Velmovská, Marek Vidiš, Tomáš Vinař, Eugen Viszus, Iveta Waczulíková, Miroslav Zahoran, Anna Zahoranová, Jakub Zeman, Milan Zvarík.

Obsah

Astronómia a astrofyzika

Recenzované články

Veronika Pazderová, Pavol Matlovič, Jiří Šilha: Re-entry observations and analysis by the AMOS network 1
Zuzana Balkóová: Fotometrická charakterizácia horúcej exoplanéty KELT-9b . . . 10
Silvia Ďurišová: Charakterizácia meteorických rojov a sporadického pozadia . . . 18
Michal Šturc: Motion of the Sun perpendicular to the Galactic equatorial plane . . 26
Jakub Košvanec: Mapovanie Galaxie pomocou Gaia dát 29
Marek Jurčík: Kinematics of stars in the Milky Way 39
Filip Janák: Astrophysical catalog based on the Gaia EDR3 data cross-matching . 44

Abstrakty

Emil Puha: Comparing the new MOG theory with dark matter approach in extragalactic context 48
Filip Hlobik, Juraj Tóth, Leonard Kornoš: Dynamical Pathways of Meteoroids and Meteorites 49

Biofyzika, biomedicínska fyzika a environmentálna fyzika

Recenzované články

Juraj Jacko, Nora Toth-Hervay: Rozdiely vo vybraných membránových vlastnostiach senzitívnych a rezistentných kmeňov kvasiniek Candida auris 50
Terézia Mária Gaberová, Milan Zvarík: Fluorescenčná analýza moču – neinvazívna diagnostika rakoviny močového mechúra 58
Aleksandra Lavrikova, Helena Bujdáková: Antibiofilm effects of cold air pulsed streamer discharge plasma 65
Martin Csiba, Marek Tatarko, Veronika Šubjaková, Tibor Hianik: Využitie akustickej metódy na sledovanie interakcií cytochrómu c s aptamérom-modifikovanými nanodrôtmi 70
Sára Mikuličová: Vývoj kolorimetrického biosenzora na detekciu antibiotík na báze zlatých nanočastíc a DNA aptamérov 77
Renata Dominiková, Jozef Nosek, Viktória Hodorová, Bronislava Brejová: Analýza telomér v ALT bunkách pomocou nanopórového sekvenovania DNA 83
Martina Velísková, Milan Zvarík: Interakcia amfifilných dendrónov s lipidovými membránami 87

Abstrakty

Isabel Králová, Zuzana Garaiová, Tibor Hianik: Kazeínové nanočastice v cielenej terapii onkologických ochorení 94

Robin Mentheour, Marie-Pierre Rols, Nofel Merbahi: Treatment of GUV by a combination of cold plasma activated water and pulsed electric fields as a model of antibacterial effect 95

Peter Kaňák: Satelitné merania slnečného žiarenia 96

Karolína Ládiová, Šimon Šutý: Vplyv fosforových amfifilných dendrónov na reologické vlastnosti krvi 97

Tadeáš Šimunek: Meranie jasu nočnej oblohy kalibrovaným DSLR fotoaparátom . 98

Didaktika fyziky

Recenzované články

Daša Červeňová: Vybrané pohľady na dizajn série vzdelávacích aktivít k téme naklonená rovina 100

Katarína Jirku: Aktivity z fyziky pre tanečné konzervatóriá 107

Tomáš Rudinský: Fyzikálne vzdelávanie autistického žiaka 115

Lívia Sobinovská: Didaktické hry vo vyučovaní fyziky 124

Ladislav Janiga: Potenciál využitia Game-Based Learning vo vyučovaní fyziky . . . 133

Abstrakty

Karin Zacharová: Metóda komentovaného riešenia fyzikálnej úlohy v bakalárskom kurze fyziky 138

Michaela Mrníková: Bádateľské schopnosti žiakov na základnej škole s absenciou fyzikálneho laboratória 139

Didaktika matematiky a informatiky

Recenzované články

Kristián Kolčák: Vzájomné hodnotenie a sebahodnotenie vo vyučovaní informatiky 140

Veronika Fejková: Porovnanie jednoduchých robotických hračiek v kontexte riadenia 150

Adrián Marušák: Edukačné recenzovanie kódu na vzdelávacom portáli matfyz.sk . 160

Máté Fodor: Porozumenie slovným úlohám v siedmom ročníku základnej školy . . 165

Jakub Krcho: Kognitívna a psychomotorická taxonómia v edukačnej robotike . . . 173

Roman Petrov: Stratégie riešenia matematických úloh žiakmi v piatom ročníku . . 183

Abstrakty

Dominika Valášková: Analýza video dát vyučovacích sekvencií 187

Katarína Hrušková: Na počiatku je výskumná otázka. . . a čo z nej zostane na konci? 188

Katarína Jánošková, Tünde Kiss, Lenka Vráblová: Predstavy budúcich učiteľov matematiky o argumentovaní a dôkazoch v učiteľskej praxi 189

Lenka Vráblová: Rozvoj argumentácie v téme podobnosť trojuholníkov v 9. ročníku ZŠ 190

Adam Jakubička: Matematická argumentácia v písomných prípravách vyučovacích hodín študentov učiteľstva matematiky (súčasť projektu MaTeK) 191

Fyzika plazmy

Abstrakty

Filip Pastierovič: Použitie optických rezonátorov na rozhraniach kvapalina-vzduch-plazma . . . 192
Jairo Christopher Peralta Ayala, Alicia Marin Roldan, Victor Contreras, Pavel Veis: LIBS in acoustically levitated droplets: an alternative method for trace detection limits in liquids . . . 193
Dorota Porubská: Fluorescencia neutrálnych fragmentov acetónu . . . 194
Pavitra Ganapati Bhat, Matej Veis, Alicia Marin Roldan: Determination of Plasma Characteristics for Mica in Argon gas flow using Calibration Free Laser-Induced Breakdown Spectroscopy . . . 195
Shweta Soni, Pavel Veis: Comparative Performance Study of Different Echelle Spectrometers for LIBS Applications . . . 196
Daniel Pokorný: Ftaláty - stanovenie tranzitných stavov a aktivačných energií pokročilými metódami kvantovej chémie . . . 197
Anna Khylenko: Štúdium interakcie nízkoenergetických elektrónov s molekulami a klastrami tetrachlórmetánu . . . 198
Radoslav Jankovič: Vizualizácie šírenia reaktívnych častíc RONS v plazmou aktivovanej vode . . . 199
Mostafa Elsayed Hassan, Mário Janda, Zdenko Machala: Atmospheric Plasma Discharge Interaction with Water Microdroplets . . . 200
Martin Kuťka: Povrchová úprava mikroporéznych membrán plazmou-iniciovaným očkovaním kyseliny akrylovej . . . 201

Fyzika tuhých latok

Recenzované články

Jakub Hluško: Meranie Hallovho napätia metódou dvojitej modulácie . . . 202
Tomáš Fiantok, Vitalii Izai, Martin Truchlý, Leonid Satrapinskyy, Marián Haršáni, Tomáš Roch, Marián Mikula: Antimikrobiálne povlaky na báze nanočastíc striebra pripravené technológiou GAS . . . 206
Daniel Bobok, Pavol Neilinger, Samuel Kern, Martin Baránek, Miroslav Grajcar: Meranie supravodivých vlastností pomocou rezonančného obvodu . . . 210

Abstrakty

Viktor Šroba: Thermally Induced Structure Evolution and Improved Oxidation Behavior of Ternary Ta1-xAlxB2+Δ Hard Thin Films . . . 217
Katarína Viskupová: Teplotná stabilita a mechanické vlastnosti tvrdých V1-xMoxBy povlakov . . . 218

Informatika

Recenzované články

Richard Bíró: Hamiltonovské kružnice v bipartitných kubických planárnych grafoch 219
Veronika Mattová: SELF-WAR: Ideal Self under the Influence of Persona . . . 222
Filip Kerák: Comparing biological sequences with neural networks . . . 226
Martin Gergel: Web-based Framework for Edge Sharpening in 3D Scans . . . 232

Abstrakty

Adrián Goga, Andrej Baláž: Prefix-free parsing for building large tunnelled Wheeler graphs . . . 237
Jana Černíková, Broňa Brejová, Tomáš Vinař: Live monitoring of MinION SARS-CoV-2 sequencing runs . . . 238
Martin Gergel, Radoslava Hatalová, Slavomír Holenda, Jakub Mišovský, Sabína Samporová: Zahraničný význam športu . . . 239
Ján Majerský: Automatizovaný nástroj pre zber dát, analýzu a vizualizáciu hashtagových komplexných sietí . . . 240

Jadrová fyzika

Recenzované články

Boris Bobáľ: Influence of the soil on the concentration of elements in seeds, berries, leaves and wine of Vitis vinifera . . . 241
David Vrba: Odhad rozpadových vlastností nových izotopov v oblasti fermia . . . 249
Jakub Filus: Štúdium možnosti izotopov z oblasti fermia (Z=100) rozpadávať sa oneskoreným štiepením po beta premene . . . 259
Karol Sučák: Prvkové zloženie aerosólov v atmosfére Bratislavy . . . 267

Abstrakty

Terézia Eckertová, Karol Holý, Monika Müllerová, Radoslav Böhm, Ivan Sýkora, Jozef Masarik: Theoretical and experimental approaches to the study of 222Rn emanation from soils . . . 272
Mohammad Alem Sultani: A new approach for determination of the mixing layer height using Radon . . . 273
Jozef Mišt: Study of 182Pt via β decay of 182Au . . . 274
Viktoria Benkova, Monika Müllerová: Variácie radónu na pracovisku s vysokou koncentráciou radónu . . . 275
Barbora Achbergerová, Karol Holý, Monika Müllerová: Variácie koncentrácií 222Rn a CO2 v ovzduší domov . . . 276
Alžbeta Brandýsová, Martin Bulko, Karol Holý, Monika Müllerová: Predikcia oblastí so zvýšenými koncentráciami radónu v domoch na území Slovenskej republiky 277
Ján Király, Monika Müllerová: Variácie radónu v pôdnom vzduchu pred FMFI v roku 2021 . . . 278
Adam Sitarčík: Investigation of 182Tl via an alpha decay of 186Bi . . . 279

Matematika

Recenzované články

Martina Javorníková, Ján Filo: Prúdenie v medzikruží medzi sústrednými kruhovými rúrkami . . . 280
Radka Kovarovičová: Fourierovo spektrum rovinných kriviek . . . 289
Dávid Wilsch: Steiner triple systems, Steiner loops and Bol-Moufang identities . . . 298

Abstrakty

Jakub Hrdina: Properties of the cone of non-negative polynomials and duality . . . 304
Štefánia Glevitzká: Vertex-transitive closures of graphs . . . 305

Terézia Fulová, Mária Trnovská: Solving Procrustes problems using semidefinite programming tools 306
Alex Babiš, Beata Stehlíková: Vyhodnocovanie výkonností vybraných modelov z triedy GARCH procesov pri predikovaní miery rizika Value-at-risk 307
Erika Lettrichová: Stochastické modelovanie špecifických mier plodnosti 308
Jozef Rajník, Davide Mattiolo, Giuseppe Mazzuoccolo, Gloria Tabarelli: On d-dimensional nowhere-zero r-flows on a graph 309
Petra Macková: Anisotropic singularities of solutions of the fast diffusion equation . 310

Počítačová grafika

Recenzované články

Róbert Belanec: Controlling image synthesis by finding feature representations in latent space of generative model 311

Abstrakty

Dana Škorvánková, Adam Riečický, Martin Madaras: Automatic Estimation of Anthropometric Human Body Measurements 320
Daniel Kyselica, Jiří Šilha, Roman Ďurikovič: Space objects characterization through light curves 321
Martin Čavarga, Andrej Ferko: Shrink-Wrapping of Mesh Surfaces via Lagrangian Evolution 322
Beata Pavlovičová: Modelovanie kameniva a jeho geometrických vlastností 323
Kristína Korecová: Algoritmy triangulácie implicitne definovanej plochy 324

Teoretická a časticová fyzika

Recenzované články

Benedek Bukor, Juraj Tekel: Simple systems in 3D noncommutative quantum mechanics 325
Natália Džalaiová, Michal Mereš: Strangeness production in Xe-Xe collisions at 5.44 TeV with the ALICE experiment at the LHC 332
Vladimír Kráľovič, Peter Maták: Infrared finiteness of the NLO corrections to leptogenesis 342
Matúš Kosťov, Oliver Majeský: Boosted top-quark charge identification using machine learning 348

Abstrakty

Maroš Petro, Miroslav Macko, Jiří Lipovský: Calculation of Sensitivity to Neutrinoless Double Beta-Decay for COBRA Demonstrator 357
Viktor Zaujec, Peter Maták, Tomáš Blažek: Unitarity constraints and mass-derivative relations for asymmetries in leptogenesis 358
Andrej Ďurica, Róbert Astaloš: Improvement of the measurement of the Bose-Einstein correlations by reduction of electron-positron pairs influence 359
Daniel Suchý: Influence of jets on Bose-Einstein correlations in high energy proton-proton collisions in the ATLAS experiment 360

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 1–9
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Veronika Pazderová, Pavol Matlovič, Jiří Šilha

Re-entry observations and analysis by the AMOS network

Veronika Pazderová[1*] Pavol Matlovič[1†‡] Jiří Šilha[1§]

[1]Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: For various reasons, the re-entries of end-of-life space objects, e.g., rocket bodies, non-functional satellites, and decommissioned stations are becoming a growing risk for human activities. Now, when the population of space debris is significantly growing, these events offer us the perfect opportunity to study a multitude of aspects related to space debris as such and also to re-entry events themselves. With the help of an All-Sky Meteor Orbit System (AMOS) - the system used for detection and orbit determination of meteors - it was possible to detect and observe the re-entry of a rocket body CZ-3B R/B (2008-055B) over the Hawaiian Islands on October 24, 2020. The primary topic of this contribution is to describe this re-entry event as thoroughly as possible using available procedures originally intended for astrometric and photometric AMOS measurements of meteors. Therefore, in addition to the basic information about space debris, re-entry events, etc., the employment of the above-mentioned procedures and also the results of the CZ-3B R/B analysis will be subjected to further discussion.

Keywords: space debris, re-entry events, AMOS network, CZ-3B R/B, re-entry analysis

1 Space debris and re-entry events

1.1 Space debris population

Space debris represents the assortment of all artificial objects orbiting the Earth which are unfunctional and therefore do not serve their original purpose anymore [13]. It comprises, e.g., inoperative satellites, rocket bodies, hardware released in their deployment, residues from solid propellant motors, and debris accidentally released during extravehicular activities. The majority of the population, however, consists of fragmentation debris created by mutual collisions of orbiting objects, sudden breakups or explosions, and also by aging processes constantly altering materials in the space environment [2, 7].

*pazderova7@uniba.sk
†pavol.matlovic@fmph.uniba.sk
‡Supervisor
§jiri.silha@fmph.uniba.sk

As could be expected, the spatial distribution of space debris imitates the distribution of the functional devices in Earth's orbit, which are concentrated in several orbital regimes. The closest and most populous regime is the low Earth orbit (LEO), with altitudes ranging from circa 160 to 2000 km. Beyond the upper limit of LEO, up to the altitudes of approximately 35 700 km, there is a region of medium Earth orbits (MEO), specific by its variety of orbital sub-types with distinctive semi-major axes, inclinations, and eccentricities. Finally, at the upper border of MEOs, i.e., at the mean altitude of 35 786 km, the objects orbit the Earth in roughly circular geosynchronous orbits (GEO) characteristic by the rotation matching that of the Earth. As a consequence, from the planet's surface, they appear to remain over a constant longitude [4, 6, 14]. The distribution of orbital regimes is depicted in Figure 1.

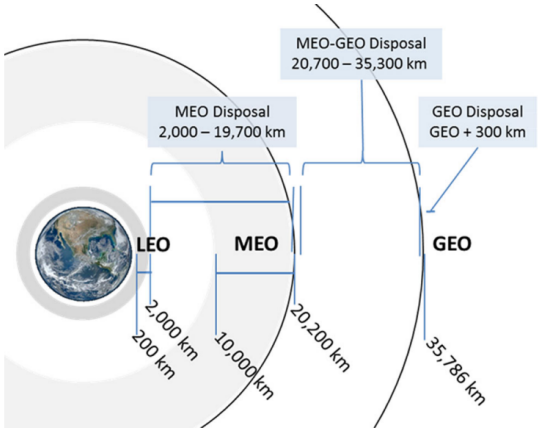


Figure 1: The depiction of LEO, MEO, and GEO orbital regimes with the corresponding altitude ranges taken from [8]. The disposal areas serve as regions to which the operators transfer end-of-life satellites to prevent their unnecessary fragmentation or uncontrolled hazardous re-entries.

1.2 Re-entry events and their course

Due to the influence of diverse perturbing mechanisms exerted on bodies in Earth's vicinity, the orbital lifetimes of objects orbiting the planet are limited. As

it was suggested in Section 1.1, all orbital regimes are distinctive by the range of altitudes they enclose and by the specific shapes of their sub-orbits, which are often highly eccentric or significantly inclined. Perturbations of either gravitational or non-gravitational origin cause the gradual decay of these orbits, and their intensity directly depends on the type of orbital regime. The atmospheric drag, for example, influences mostly low-altitude LEO objects, and solar radiation pressure and lunisolar (third-body) perturbations affect chiefly more remote and highly eccentric orbital regimes (GEO and MEO) [11, 14]. Nevertheless, the long-term simultaneous action of these perturbations ultimately leads to an object's demise in the form of atmospheric re-entry.

Re-entry events are phenomena in which human-made objects, once orbiting the Earth, descend gradually in altitude and enter Earth's atmosphere, and are either disintegrated or impact the planet's surface [1]. In their initial phase, objects enter the atmosphere at low angles (close to 1°) at velocities possibly surpassing 7 - 8 km/s [16], and at the altitudes of approximately 100 km, they start to shed the most structurally sensitive components. Below this threshold, at the altitude range of 75 - 90 km, the atmosphere is dense enough to offer resistance sufficient to produce aerodynamic and aerothermal loads that eventually cause the abrupt breakup of re-entering objects. As a result, the parent object's fragments create a cluster, in which they plunge through the atmosphere following separate trajectories [12, 15].

Despite the destructive ablation process they undergo, the prospect of fragments surviving their re-entry and subsequently impacting Earth's surface is not at all unlikely. An area encompassing their possible impact sites - a ground footprint - generally reaches dimensions of tens of kilometres in width and a few thousand kilometres in length. All fragments usually settle in 6 - 30 minutes after the breakup of a parent body [2].

Nowadays - with the multitude of heat-resistant refractory materials utilised in space technologies manufacturing, circa 100 re-entries of large intact objects a year [9], and the constantly growing population of space debris - impacts of re-entering objects pose risks greater than ever before. For now, the best means of prevention are systematic observations of space debris, accurate re-entry prediction, observation, and subsequent analysis of re-entry events and their outcomes.

2 AMOS network

The All-Sky Meteor Orbit System, AMOS for short, is the autonomous observational network developed and operated by Comenius University in Bratislava designed with the primary aim to detect, observe, and analyse meteor phenomena. AMOS network currently operates worldwide and consists of 13 all-sky cameras (AMOS-Cam) and 10 spectral cameras (AMOS-Spec) (Figure 2) distributed in Slovakia, Chile, Australia, the Hawaiian Islands, and the Canary Islands [17, 18].

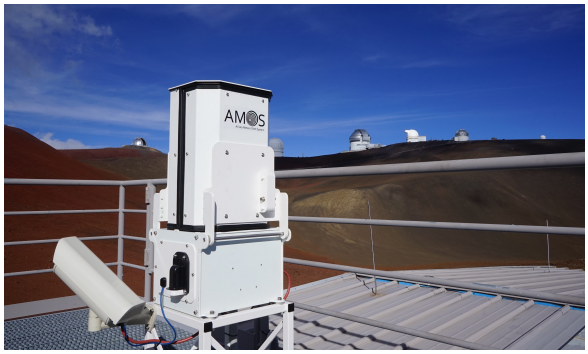


Figure 2: AMOS system situated on the Mauna Kea Observatory, Hawaiian Islands, consisting of AMOS-Spec (lower left corner) and all-sky AMOS-Cam (off-center).

Throughout the years of its operation, the AMOS network proved to be a multifunctional tool, with the use far exceeding its principal objective. In addition to observing circa 20 000 meteors per year per station, it is well suited for observations of other natural (elves, sprites, lightning) and artificial transient luminous phenomena (e.g., space debris). Because of their remarkable similarity with meteors, the AMOS network also offers the perfect opportunity to observe and analyse re-entry events [17].

2.1 AMOS and MT software

As the analysis usually starts with two video recordings of a given phenomenon, its first step consists of the continuous detection and positioning of the object of interest throughout its duration. This task is performed by the employment of AMOS software which is used to detect and track an observed object and, as an output, it provides its changing rectangular (pixel) coordinates x and y frame by frame. The software also identifies the apparent positions of stars

present in the field of view, which are later crucial in the conversion of rectangular coordinates into the topocentric horizontal coordinate system (azimuth and altitude).

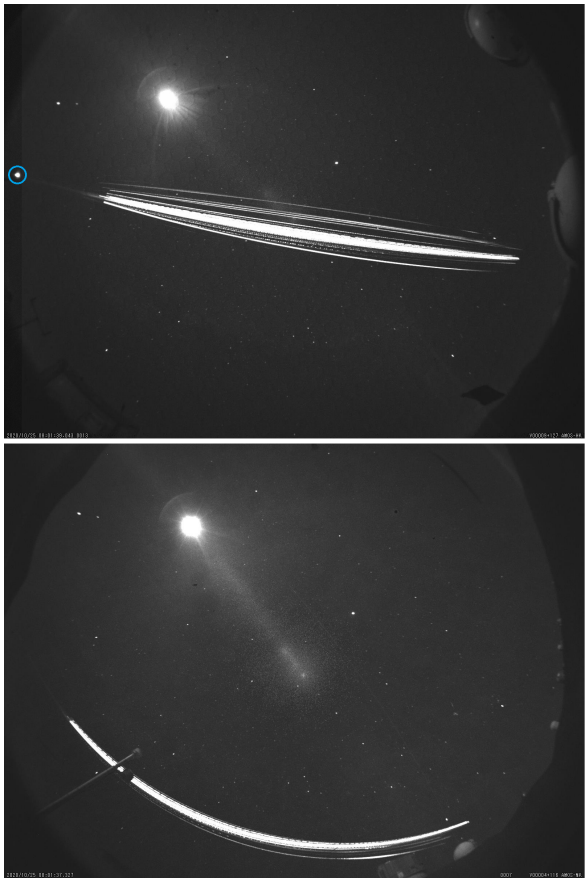


Figure 3: Composite images of CZ-3B R/B re-entry captured by AMOS-HK (top) and AMOS-MK (bottom). The blue circle highlights the luminous flash that preceded the re-entry.

In the second step of the analysis, the output files acquired from AMOS software serve as the input into another software, Meteor Trajectory (MT for short). Here, the data from AMOS and the knowledge of geographical coordinates of the station(s), the corresponding local sidereal time, etc., enables the determination of the object's astrometry, photometry, and the estimation of its trajectory (intersecting planes solution) and its properties [3].

3 Re-entry of CZ-3B R/B

On October 24, 2020, at 22:01 HST (equivalent to October 25, 2020, at 08:01 UTC), AMOS systems installed on the Hawaiian Islands detected and recorded the re-entry event of the Chinese rocket body CZ-3B R/B (2008-055B). This spent rocket stage of cylindrical shape with a mass of 2.8 metric tons, a height of circa 12.4 m, and a diameter of 3 m [5] was a part of the three-stage launch vehicle LM-3B used to place the Venezuelan communication satellite VENESAT-1 into the geosynchronous orbit in 2008.

3.1 Observational data

The complete AMOS observation of CZ-3B R/B re-entry event consists of four recordings.

Firstly, the all-sky systems situated on Haleakalā (AMOS-HK) and Mauna Kea (AMOS-MK) Observatories provided two approximately 50-second recordings that captured a considerable part of the event. The times at which both systems started to record differ by 2 seconds (Table 1).

Table 1: Four re-entry recordings obtained by Hawaiian AMOS systems. Parameter t_{start} represents the time in which the systems started their observations, t_{end} denotes the time at which the observations stopped, and t_{dur} represents the duration of each recording.

recording	t_{start} (UTC)	t_{end} (UTC)	t_{dur} [s]
AMOS-HK	08:01:39.00	08:02:30.00	51.00
AMOS-MK	08:01:37.00	08:02:33.00	56.00
AMOS-Spec-MK	08:01:51.00	08:02:20.00	29.00
AMOS-HK	08:00:35.00	08:00:37.00	2.00

At their beginning, these recordings show a dense cluster of barely distinguishable fragments moving almost precisely from west to east that, with time, gradually disperses. Both recordings significantly differ in the perspective under which the re-entry is observed (Figure 3). Whereas the Haleakalā recording offers an almost perfect view of all fragments outside of the cloud's compact centre, the view from the Mauna Kea observation is significantly less favourable for fragment recognition and tracking. Yet, despite this, the observed cluster consists of several fragments with rather distinctive positions - either at its rear part or the front and on its periphery - that can be easily recognized and followed throughout the whole duration of recordings.

Furthermore, the part of CZ-3B R/B re-entry was also observed by the high-resolution spectral camera installed on Mauna Kea location. Besides recording a considerable portion of the event itself, it was able to capture the faint emission spectrum of ablating fragments.

Finally, one additional two-second recording obtained by AMOS-HK shows a luminous flash of light visible on the very edge of the field of view (Figure 3). Considering its position and the fact that the observed event was a re-entry, it was assumed that the flash was most probably associated with the breakup or explosion of the rocket body.

4 Analysis of the CZ-3B R/B re-entry

As described in Section 2.1, the application of the AMOS network - despite being undoubtedly broad - is focused predominantly on the study of meteors, and so is the software developed for the processing of AMOS data. Although they have altogether different origins, re-entry events and meteor phenomena conveniently bear many similarities. The unique observation of CZ-3B R/B re-entry is, thus, an excellent opportunity to apply meteor-related procedures to re-entry data, evaluate the results obtained by the employment of these methods, and eventually confirm the relevancy of such approach.

4.1 Fragment association and trajectory properties

As of now, the analysis has been focused exclusively on the Hawaiian AMOS all-sky cameras' recordings. Adhering to the standard procedures used in double-station observations, it was first of all necessary to examine the recordings and find fragments that

- could be simultaneously identified on both recordings,
- were visible for the whole duration of the event and, therefore, they could be tracked by AMOS software.

As these criteria were met by a considerable amount of fragments, the recording was then processed by AMOS software. However, since AMOS usually works with recordings of meteors which typically appear as solitary light sources, it struggled to automatically recognise and track the fragments condensed in the relatively dense cluster. Thus, it was necessary to focus on fragments with distinct positions sufficiently remote from the cluster's centre and perform the tracking separately and manually. As a result, the sample of suitable fragments became substantially smaller and amounted to the final number of four, labeled as 01 - 04. Their positions among the fragment cloud are shown in Figure 4.

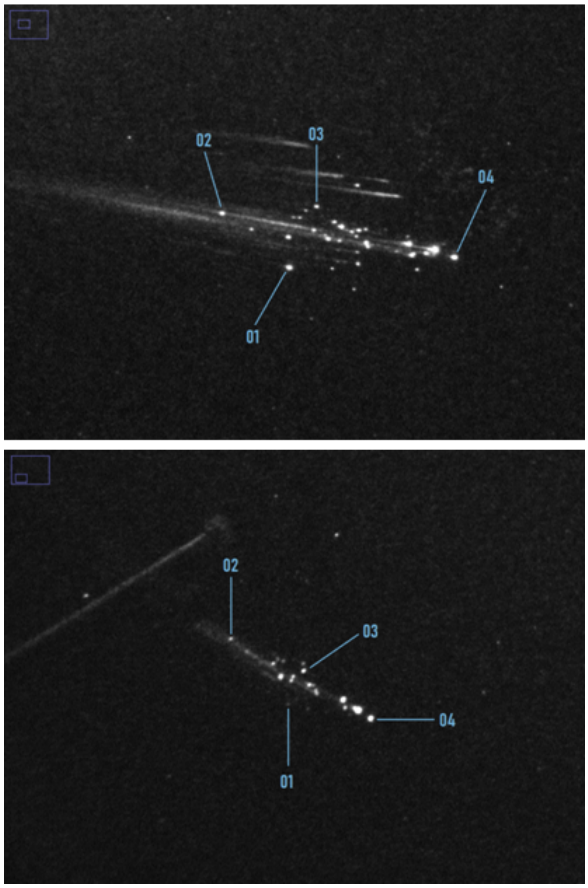


Figure 4: Fragments 01 - 04 in the re-entering cluster. All of them are located at its periphery and their positions are distinctive enough to not being confused.

The individual tracking of fragments 01 - 04 yielded data that were subsequently inputted into MT software that determines their dynamical properties. The analysis has been focused on three parameters:

- the initial and final altitude of a fragment and its variation throughout the event
- its initial and final velocities
- position of the radiant.

Radiant is a concept associated exclusively with meteors and the product of using meteor-oriented

Table 2: The values of selected trajectory properties of fragments 01 - 04. SD represent standard deviations of listed values.

Fragment	t_0 (UTC)		altitude [km]		speed [km/s]		radiant [°]	
	HK	MK	initial SD	final SD	initial SD	final SD	α SD	δ SD
01	08:01:47.7	08:01:59.0	87.09 0.22	78.06 0.28	6.33 0.40	6.20 0.39	275.84 0.46	-11.86 0.41
02	08:01:40.3	08:01:53.7	90.29 0.27	83.63 0.20	6.69 0.12	6.61 0.11	274.31 0.46	-10.82 0.26
03	08:01:41.3	08:01:50.4	91.45 0.28	83.76 0.28	7.14 0.12	6.34 0.08	274.40 0.32	-10.37 0.24
04	08:01:42.0	08:01:48.0	89.66 0.24	84.30 0.28	7.57 0.03	7.57 0.09	274.35 0.33	-10.93 0.15

procedures on a re-entry event. It denotes a point in the sky from which all apparent trajectories of meteors belonging to a particular meteor shower emanate. In the case of CZ-3B R/B re-entry, fragments may similarly converge to the point where the breakup took place and was quite possibly recorded by AMOS-HK (see Section 3.1). Hence, this information could provide an insight into the events that transpired before the re-entry. The calculated values of dynamical parameters of fragments 01 - 04 are displayed in Table 2. It is important to note that the initial and final values of altitude and velocity are related to the first and last point of the trajectory tracked by AMOS software. All initial values in Table 2 are associated with the earlier of the times t_0 - the moment in which the fragment was detected for the first time on either of the recordings.

Altitudes of the fragments range from circa 91.5 km to 78.1 km above Earth's surface. The maximal recorded initial speed of 7.57 km/s corresponds well with expected values (see Section 1.2) and the velocities in general range in values of approximately 6.3 km/s to 7.6 km/s. In three out of four fragments AMOS observed the moderate gradual deceleration of their motion. Its absence in the case of fragment 04 can be explained by the fact that it was located in the part of a cluster where the largest portion of the parent body's mass is expected to concentrate and by the presumed low entry velocity of CZ-3B R/B. As for the positions of radiant calculated for respective fragments, their right ascensions and declinations are reasonably close to each other, with the exception of fragment 01. This discrepancy could be possibly caused by the fragment's position - it is located in the lower portion of the cluster and is comparatively remote from its centre (Figure 4).

4.2 Estimation of the explosion point

The acquirement of the AMOS-HK recording that shows a potential explosion of CZ-3B R/B enables an even further and more thorough analysis of this event. Assuming that the brief flash was indeed related to the breakup of the upper stage, it is possible to estimate its position, which could be subsequently compared with radiant coordinates calculated by MT. As the radiant is a point defined to be situated *at infinity* and the explosion point is well defined in space and time, they are not supposed to be equivalent, but at least reasonably close.

To obtain these results, we initially employed two methods that will be described in the following sections.

4.2.1 Estimation from AMOS-HK observation

The first method for the estimation of the position of the explosion point is to, yet again, employ AMOS and MT software. However, we first needed to assemble a proper procedure to process a one-station observation. As the luminous flash recorded by AMOS-HK appeared stationary in the recording[1],

[1] AMOS cannot track static targets. Instead, it detects them as background stars or - if their duration is short - not at all.

it was necessary to manually measure its rectangular coordinates (done with the help of ImageJ software[2]). Their correct estimation was verified by the analogous measurements of the positions of several field-of-view stars: manually obtained rectangular coordinates of five selected stars were compared with their positions found by the AMOS software. The strong consistency between results from AMOS and ImageJ subsequently supported the suitability of this approach. After the preparation of modified files containing the manually measured coordinates of the assumed explosion point, the data reduction conducted in MT then yielded its horizontal coordinates (azimuth and altitude).

Knowing the latitude (φ) of Haleakala station and the local apparent sidereal time (ϑ), azimuth (A) and altitude (h) of explosion point can be converted into the topocentric right ascension (α) and declination (δ) with the use of following equations [10]:

$$\sin(\delta) = \sin(h)\sin(\varphi) - \cos(A)\cos(\varphi)\cos(h) \quad (1)$$

$$\sin(\vartheta - \alpha) = \frac{\sin(A)}{\cos(A)\sin(\varphi) + \tan(h)\cos(\varphi)} \quad (2)$$

4.2.2 Estimation by trajectory extrapolation

The alternative way of finding the position of the explosion point is to extrapolate a fragment's trajectory into the moment of explosion.

MT determines objects' trajectories utilising the plane intersection method. In short, it is based on the idea that in the station-fixed coordinate system, every point of an observed object's trajectory can be connected with a station, creating a fan-shaped collection of lines. The position of a station and these lines (and therefore trajectory points) can be fitted by a plane. In the case of two-station observations, the intersection of 2 such planes represents an average linear trajectory of an observed object [3, 19].

Among the assortment of output data that MT provides after the data reduction, it is possible to find the sets of Cartesian coordinates [x, y, z] that describe the entirety of fragment's tracked atmospheric flight. Imitating the procedure described above, we first found suitable planes, and then it was necessary to find appropriate curves contained in these planes that fit these coordinates best (Figure 5). As the re-entry

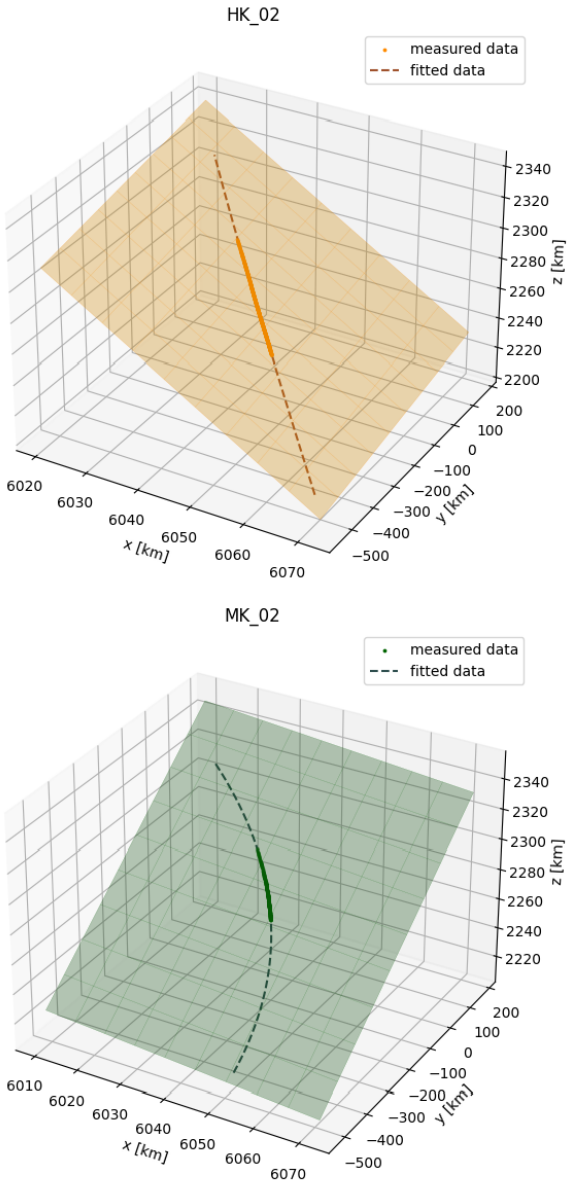


Figure 5: The visualisation of the parabola fit extrapolation (PFE) method applied on fragment 02. The figure shows planes and parabolic trajectories that were fitted according to the trajectory coordinates calculated by MT software. The thick solid segments overlapping the fitted extrapolated trajectory (dashed lines) represent the actual observed trajectory of fragment 02. The image demonstrates fits of data obtained from both AMOS-HK (top) and AMOS-MK (bottom) locations.

fragments enter the atmosphere with moderate velocities and their atmospheric flight is of relatively long

[2] https://imagej.nih.gov/ij/

duration (allowing Earth's gravity to disturb their trajectories), data were fitted by parabolas. Through this fit, we obtained the time-dependent equations describing the motion of all fragments.

The estimation of the time-dependent formula that defines fragments' trajectories enables their extrapolation back in time to the point when the rocket body presumably disintegrated. Moreover, it also allows the determination of its position, i.e., the determination of its geocentric x, y, z coordinates. Considering the proximity of the observed phenomenon to the Earth, they have to be subsequently transformed into the topocentric right ascension and declination.

4.2.3 Results and an alternative approach

Topocentric coordinates of the assumed explosion determined by the above-mentioned methods are listed in Table 3. Obviously, the results achieved from AMOS-HK observation (AMOS-HK recording processing or ARP method, for short) and the parabola fit extrapolation (PFE) method slightly differ, by circa 1° in declination and 2° in right ascension. Despite these differences, all obtained coordinates agree relatively well not only among individual fragments but also between both methods.

It is also important to mention that the geocentric coordinates [x, y, z] of the assumed explosion point corresponding to the right ascensions and declinations from the PFE method diverge from fitted planes only very slightly - their perpendicular distances are in order of 10^{-5} km. This fact strongly supports the assumption that AMOS-HK observed an event related to the CZ-3B R/B fragmentation.

One of the products of the conversion of the explosion point's geocentric coordinates into their topocentric equivalents during the PFE procedure is the altitude above Earth's surface, at which the fragmentation of the CZ-3B upper stage took place. These altitudes are listed in Table 4. Their values are, however, quite high if we assume the breakup was triggered by the aerodynamic and aerothermal loads exerted on the rocket body by the atmosphere. Thus, we decided to employ another method to determine topocentric α and δ, and with them, also the explosion altitudes.

This approach begins with the observation that the coefficients of quadratic terms in the parametric formulas of fitted parabolas in PFE generally reached very small values (on the order of 10^{-3}). This fact suggests that the calculation of the average linear trajectory through intersecting planes method may not be, after all, unreasonable in the case of CZ-3B R/B re-entry fragments. Following the general steps of the PFE approach, we focused on new sets of data - the geocentric projections of calculated coordinates into the average linear trajectory of a given fragment calculated by MT. These were then fitted by appropriate planes and in these planes - in contrast to PFE

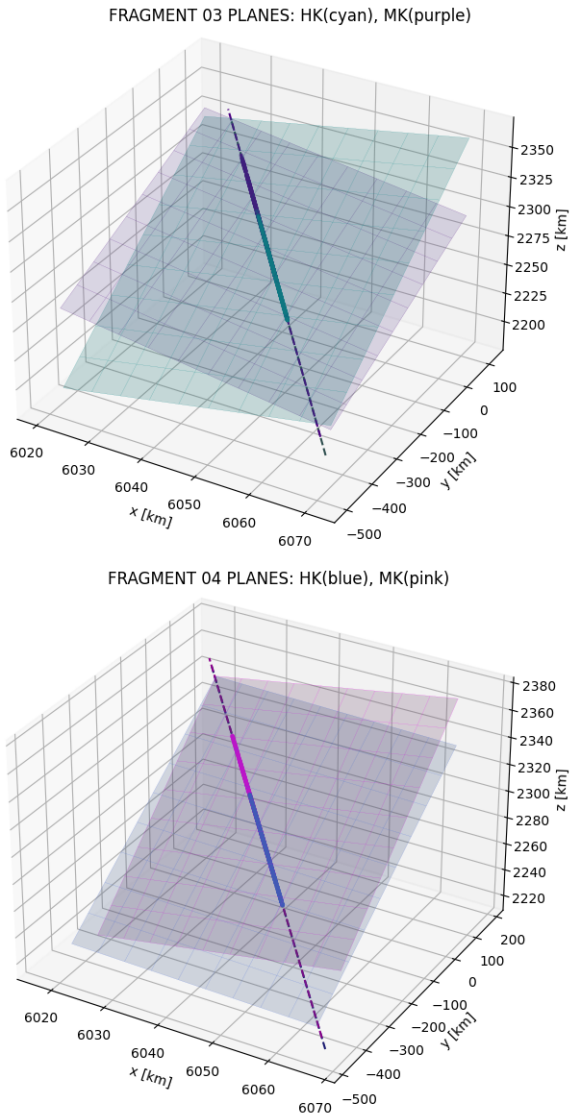


Figure 6: The planes and linear fits based on projections from MT for fragments 03 and 04. The thicker full lines (composed of very densely aligned points) represent projections' Cartesian coordinates, and the dashed lines depict the short sections of fitted lines. The colours aid in distinguishing between HK and MK station fits.

Table 3: The topocentric right ascensions (α) and declinations (δ) of the presumed explosion point obtained by three methods: the manual measurement from AMOS-HK observation (ARP), the extrapolation of parabola fit (PFE) and the extrapolation of linear fit (LFE).

method	fragment 01	fragment 02	fragment 03	fragment 04
ARP	$\alpha = 280.25^\circ$			
	$\delta = -7.73^\circ$			
PFE	$\alpha = 282.37^\circ$	$\alpha = 282.08^\circ$	$\alpha = 281.96^\circ$	$\alpha = 282.48^\circ$
	$\delta = -6.91^\circ$	$\delta = -7.30^\circ$	$\delta = -6.56^\circ$	$\delta = -7.47^\circ$
LFE	$\alpha = 285.64^\circ$	$\alpha = 283.51^\circ$	$\alpha = 283.54^\circ$	$\alpha = 282.94^\circ$
	$\delta = -6.10^\circ$	$\delta = -6.11^\circ$	$\delta = -6.12^\circ$	$\delta = -6.49^\circ$

- the projections were fitted by time-dependent lines (Figure 6). This adjusted method (line fit extrapolation, LFE) provided more or less comparable values of right ascensions and declinations, but much more reasonable values for explosion altitudes (Table 4). Similarly to the radiant positions (and presumably due to the same reason), the value of the explosion's right ascension obtained by LFE for fragment 01 diverges from the others.

Table 4: The altitudes at which the explosion of the CZ-3B R/B took place estimated from parabola fit extrapolation (PFE) and linear fit extrapolation (LFE).

method	frag. 01	frag. 02	frag. 03	frag. 04
PFE	145.75 km	134.70 km	140.36 km	134.46 km
LFE	124.64 km	122.29 km	128.55 km	128.02 km

It is necessary to note that these altitudes are still rather high. The usual range at which the breakup events of re-entering objects transpire is 75 - 90 km (see Section 1.2). However, the data listed in Table 2 suggest that fragment 03, the one with the highest initial altitude, was already undergoing ablation at circa 91.5 km (it would not be visible otherwise). Considering the uncertainty in the value of the fragments' precise entry angles and entry velocities, the fragments' descent might have been significant during the unrecorded minute between the detected explosion and re-entry event, and the altitude values from LFE may be, after all, relatively accurate.

5 Conclusions

Currently, the most efficient means to prevent the risks associated with re-entry events are their precise prediction, systematic observation, and thorough analysis. The unique AMOS observation of the CZ-3B R/B re-entry from October 2020 offered the perfect opportunity to perform such an analysis and test the AMOS network together with meteor-oriented software in the study of re-entry events.

In this work, we presented the results of the CZ-3B R/B re-entry analysis that has been hitherto focused mainly on the atmospheric trajectories of fragments and the events that took place shortly before the re-entry itself (breakup of the parent body). In addition to estimating multiple relevant properties of fragments' trajectories, we addressed the position and altitude of the presumed explosion point of the upper stage. Hence, most importantly, the presented work confirms that besides AMOS' primary meteor-related objective, it can be successfully employed in the analysis of re-entry phenomena.

Acknowledgments

Here, I would like to express my sincere gratitude to the co-authors of this text - my supervisor RNDr. Pa-

vol Matlovič PhD., and consultant Mgr. Jiří Šilha PhD. - without whom the completion of this work would be impossible.

References

[1] Ailor W., Hallman, W., Steckel G., Weaver M. Analysis of Reentered Debris and Implications for Survivability Modeling. In D. Danesy, editor, *4th European Conference on Space Debris*, volume 587 of *ESA Special Publication*, August 2005.

[2] Bonnal Ch., McKnight D. S. (Eds.). IAA Situation Report on Space Debris - 2016. *International Academy of Astronautics (IAA)*, 2017.

[3] Ceplecha Z. Geometric, dynamic, orbital and photometric data on meteoroids from photographic fireball networks. *Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia*, 38:222–234, 06 1987.

[4] Chao Ch.-Ch., Hoots F. R. *Applied Orbit Perturbation and Maintenance (2nd Edition)*. The Aerospace Press. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. (AIAA), El Segundo, CA, 2018.

[5] China Great Wall Industry Corporation. LM-3B. `http://www.cgwic.com/LaunchServices/LaunchVehicle/LM3B.html`. Accessed: 03/07/2022.

[6] European Space Agency (ESA). Types of orbits. `https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Types_of_orbits#LEO`, 2020. Accessed: 01/09/2022.

[7] European Space Agency (ESA). Space environment statistics. `https://sdup.esoc.esa.int/discosweb/statistics/`, 2022. Accessed: 04/07/2022.

[8] Gheorghe A.V., Yuchnovicz D. E. The space infrastructure vulnerability cadastre: Orbital debris critical loads. *International Journal of Disaster Risk Science volume*, 6:359 – 371, 2015.

[9] Kumar R., Singh R., Chinnappan A. K., Appar A. Simulation of the orbital decay of a spacecraft in low earth orbit due to aerodynamic drag. *The Aeronautical Journal*, pages 1–19, 10 2021.

[10] Meeus J.. *Astronomical Algorithms (2nd Edition)*. Willmann-Bell, Incorporated, 12 1998.

[11] Montenbruck O. and Gill E. *Satellite Orbits*. The Physics Teacher, 2000.

[12] National Aeronautics and Space Agency (NASA). Debris reentry. `https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Transportation/Types_of_orbits#LEO`. Accessed: 01/22/2022.

[13] National Aeronautics and Space Agency (NASA). Space debris and human spacecraft. `https://www.nasa.gov/mission_pages/station/news/orbital_debris.html`, 2021. Accessed: 01/06/2022.

[14] National Research Council. *Orbital Debris: A Technical Assessment*. The National Academies Press, Washington, DC, 1995.

[15] Pardini, C. and Anselmo, L. The Uncontrolled Reentry of PROGRESS-M 27M. In *8th IAASS International Space Safety Conference "Safety First, Safety for All", Melbourne, Florida, USA*, 05 2016.

[16] Park S.-H., Kim, H.-D., Park G. Orbit, orbital lifetime, and reentry survivability estimation for orbiting objects. *Advances in Space Research*, 62, 08 2018.

[17] Tóth J., Šilha J., Matlovič P., Kornoš L., Zigo P.,Világi J., Šimon J., Vereš P. AMOS - the Slovak worldwide all-sky meteor detection system. In Flohrer T., Jehn R., Schmitz F., editor, *1st NEO and Debris Detection Conference, Darmstadt, Germany*, 2019.

[18] Tóth J., Kornoš L., Zigo P., Gajdoš Š., Kalmančok D., Világi J., Šimon J., Vereš P., Šilha J., Buček M., Galád A., Rusňák P., Hrábek P., Ďuriš F., Rudawska R. All-sky meteor orbit system AMOS and preliminary analysis of three unusual meteor showers. *Planetary and Space Science*, 118, 2015.

[19] D. Vida, P. S. Gural, P. G. Brown, M. Campbell-Brown, and P. Wiegert. Estimating trajectories of meteors: an observational monte carlo approach – I. theory. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 491(2):2688–2705, nov 2019.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 10–17
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Zuzana Balkóová

Photometric Characterization of Hot Exoplanet KELT-9b

Zuzana Balkóová[1*]

Supervisor: Petr Kabáth[2†] Consultant: Ján Šubjak[2]

[1] Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Astronomický ústav AV ČR, pracoviště Ondřejov, Fričova 298, 251 65 Ondřejov

Abstract: Gaseous planets orbiting very close to their parent stars are called hot Jupiters. These exotic objects have fascinated scientists since the beginning of their entry into the database of exoplanets, first and foremost by their existence, and secondly by the consequences of their existence. Today we already know a number of hot Jupiters, from which, however, individuals can be selected which are even more exceptional; KELT-9b undoubtedly belongs here. In this paper, we look at the photometric curve of the star HD 195689, also known as KELT-9, observed by the TESS mission. By analyzing the shape of the curve containing the periodic transits of the orbiting planet, we obtain a number of astrophysical parameters, which have a particularly significant informative value, and ultimately can also serve complementary to other methods of exoplanetary characterization.

Keywords: exoplanets, hot Jupiters, photometry

1 Introduction

Nowadays, the search for new, unique extrasolar planets is one of the most prosperous space research directions. Since the 1990s, when the first specimens were discovered by ground-based facilities, several space-based mission have also been developed for this purpose. Among those we can mention the past *CoRoT*, *Kepler* and *K2* missions, and a still ongoing mission *TESS*. Gradually, a quantity of objects enriched the database of known exoplanets; over 5000 objects have been classified up to April 2022 [NASA, 2022].

A variety of methods serve for the detection of these small distant objects. The most successful one is observation of transits, which create a periodic photometric phenomenon of sudden dimming of incoming stellar light. Another popular method measures the radial velocity of the star, emerging from orbiting the system's center of mass. From the spectrum it is then possible to measure periodical Doppler shifts. These two methods also provide options to further characterize the planet's atmospheric dynamics and composition using high-resolution and high-precision measurements.

In our work, we analyze archival photometric data from the TESS mission in order to derive important astrophysical parameters and characteristics of KELT-9's planetary companion, but also the star itself.

2 Understanding the Phase Curve

An exoplanetary phase curve represents a time-dependent change in flux of its host star inducted by the planet's present. The shape and amplitude of the curve is dependent on various longitudinal inhomogeneities, including inhomogeneous illumination, thermal emission, chemical composition and cloud coverage [Parmentier and Crossfield, 2018].

According to [Günther and Daylan, 2021], the flux of a phase curve can be approximated as a linear combination of sine and cosine waveforms,

$$F \approx \sum_{k=1}^{3} = A_k \sin k\phi(t) + B_k \cos k\phi(t), \qquad (1)$$

where $\phi(t)$ is the orbital phase. A and B are amplitudes, which denote the contribution of the planetary atmosphere, but also its gravitational impact on the host star in the form of tidal distortion (especially significant for massive, closely orbiting planets).

An example of an exoplanetary phase curve is depicted in Figure 1. The dominant component is the rapid decrease in flux happening during the primary transit, i.e., the moment when the planet passes in front of the star. After it has left from the apparent line of sight, the flux rises again dramatically, then continues to rise very moderately and peaks before the secondary transit, i.e., the occultation, which happens when the body is $\sim$180° out of phase with the primary transit. It is so, because here we no longer measure only the stellar flux, but also a not negligible addition of flux contributed by the planet's dayside.

*balkoova3@uniba.sk
†petr.kabath@asu.cas.cz

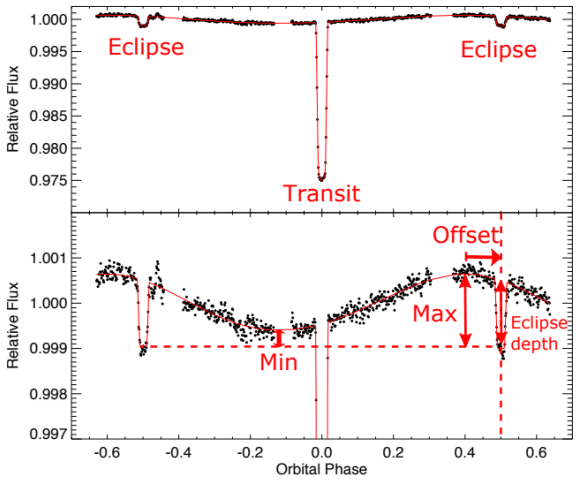


Figure 1: Photometric measurements revealing a primary transit and two secondary transits on a sinusoidal curve emerging from the planet's orbital movement. Observed planet also shows a significant offset; [Parmentier and Crossfield, 2018].

This extra flux is immediately lost within the secondary transit, and then present again, when it peeks out on the other side of the stellar disk. Subsequently, the overall flux value starts to decrease slowly, until it reaches the minimum during another primary transit; then the cycle repeats.

Symmetrical brightness distribution on a planetary surface with the maximum on its substellar point (i.e., closest point to the star) manifests itself in the form of the phase curve peaking exactly during the secondary transit. However, if the planet is brighter either east of west of the substellar point, it will create a positive or negative offset in the light curve; this can also be seen in Figure 1.

2.1 Calculation of Parameters

The most fundamental information acquirable from a light curve is the diminution of incoming stellar light in the time of planetary transit, which is given as the ratio of the change in flux ΔF during the transit, and raw stellar flux F;

$$\frac{\Delta F}{F} = \left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2 = k^2, \tag{2}$$

where R_p and R_s are the planetary and stellar radius, respectively. This way we can compute the planetary radius, assuming known stellar size.

We can also measure a few important time lengths, namely the period P, total transit duration t_T and full transit duration t_F. The difference between t_T and t_F is depicted in Figure 2. Using these quantities, we can calculate the impact parameter b - which is defined as the minimal projected distance to the center of the stellar disc during transit, given in [Deeg and Alonso, 2018] as:

$$b = \left(\frac{(1-k)^2 - [\sin^2(\frac{t_F\pi}{P})/\sin^2(\frac{t_T\pi}{P})](1+k)^2}{\cos^2(\frac{t_F\pi}{P})/\cos^2(\frac{t_T\pi}{P})}\right)^{1/2}. \tag{3}$$

Alternatively, b can be expressed as

$$b = \frac{a\cos i}{R_s}, \tag{4}$$

where $\cos i$ is the cosine of inclination and a is the planet's semi-major axis, derived using the third Kepler's law.

Knowing the stellar parameters also gives us the opportunity to estimate the planet's equilibrium temperature,

$$T_{eq} = T_s(1-A_B)^{1/4}\sqrt{\frac{R_s}{2a}}, \tag{5}$$

where A_B is the Bond albedo, i.e., the total incident radiation scattered from the planet's surface back to space.

3 KELT-9 System

The planet of our interest revolves around a hot star HD 195689, also referred to as KELT-9. The name of both the planet and the star is derived from the ground-based program that announced the discovery of this ultra-hot Jupiter[1], the Kilodegree Extremely Little Telescope (KELT).

KELT-9, located in the constellation of Cygnus, has effective temperature of 10 170 K while being more than a two times as massive and big as our Sun, according to [Gaudi et al., 2017], who also estimated the star to be very young (approximately 300 million years), nearly unevolved from zero-age main-sequence.

It is estimated, that KELT-9's high internal angular momentum ($v\sin i = 111.4 \pm 1.3$ km/s, [Gaudi et al., 2017]) flattens the star, making its polar

[1]Ultra-hot Jupiters are a subcategory of hot Jupiters; their dayside temperatures are greater than ∼2200 K

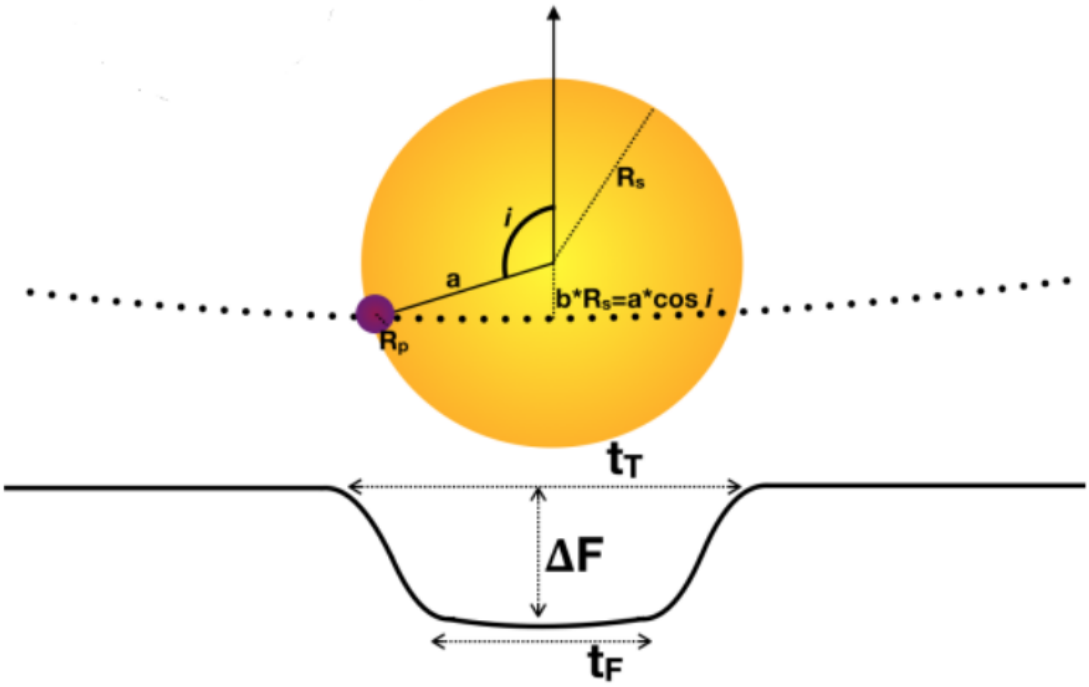


Figure 2: Geometry of a transit event providing many important parameters; [Deeg and Alonso, 2018]

radius smaller than its equatorial radius. In addition to this fact, centrifugal force makes matter accumulate in the equatorial region, not only causing it to vary by nearly a thousand Kelvin from the polar regions, but it also raises its opacity, thanks to which the stellar flux here decreases by approximately 10% [Ahlers et al., 2020]. This phenomenon is called gravity darkening. For planets that are highly inclined to the stellar rotational axis, and thus pass in front of both the darker equatorial area and brighter polar areas during the transit, the impact of gravity darkening on the shape of the phase curve is quite significant. For KELT-9b, the projected alignment angle between its orbit and the host's rotation spin, was previously measured by [Gaudi et al., 2017] to be $\lambda = -84.8 \pm 1.4°$.

4 Data Analysis

4.1 Stellar Modeling

In order to derive majority of desired exoplanetary parameters, we must first gain some information about the host star. For this purpose we used VOSA (Virtual Observatory SED Analyzer; [Bayo et al., 2008]), which derives stellar parameters based on modeled spectral energy distribution, i.e., the dependence of energy on wavelength (see Figure 3). The procedure begins as the object's coordinates are provided; in our case RA and DEC values from the 3rd Gaia early Data Release (eDR3) [Gaia Collaboration et al., 2021]. The program found the star's measured distance D, later to be used for transformation of flux to bolometric luminosity as

$$L = 4\pi D^2 F_{obs}. \tag{6}$$

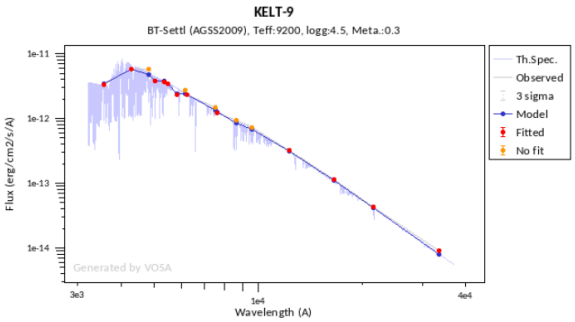


Figure 3: Observed photometry (red and orange points) and the generated model (blue)

Next, we searched for photometric data in several

Table 1: Parameters produced from our modeling compared to parameters used in the work of [Gaudi et al., 2017]

Parameter	Our model	[Gaudi et al., 2017]
M [M_{Sun}]	2.364 ± 0.064	2.52 ± 0.20
R [R_{Sun}]	2.253 ± 0.052	2.362 ± 0.06
T_{eff} [K]	9200 ± 119.6	10170 ± 450

available photometric catalogues covering a wide interval of wavelengths. At this stage, the observed photometry is compared to synthetic models and SED is created. By fitting the data we are able to estimate several parameters including metallicity $[Fe/H]$ and the stellar effective temperature T_{eff} (see Table 1). The equation

$$R = \sqrt{\frac{L}{4\pi\sigma_{SB}T_{eff}^4}} \tag{7}$$

represents one way of computing the radius, and for stellar mass, the program follows the relation

$$M = \frac{10^{log(g)}R^2}{G_N}, \tag{8}$$

using the fitted value of $log(g)$. However, the uncertainty in $log(g)$ given by the models is typically quite large, which produces mass values that can be far from reality [Bayo et al., 2021]. For this reason we used *Param 1.3* [da Silva et al., 2006], a web interface for Bayesian estimation of stellar parameters, with input values of T_{eff} and $[Fe/H]$ from our previous SED analysis, and an information about known apparent magnitude and parallax adopted from Gaia eDR3. Evaluated parameters are in Table 1.

4.2 Fitting the Light Curve

We obtained photometric measurements by TESS satellite from the Mikulski Archive for Space Telescopes (MAST) using Python library *lightkurve*. Upon downloading the data and plotting them against time, the characteristic shape of periodic transiting events is clearly visible (see Figure 4). Whereas CCD detectors, which are of course also used by TESS, work on the principle of photoelectric effect, the units on the y-axis in the raw data show the amount of produced electrons per second, e^-/s. In our case, this value fluctuates around 152 600 e^-/s out of primary transit, and around 151 300 e^-/s during the time of

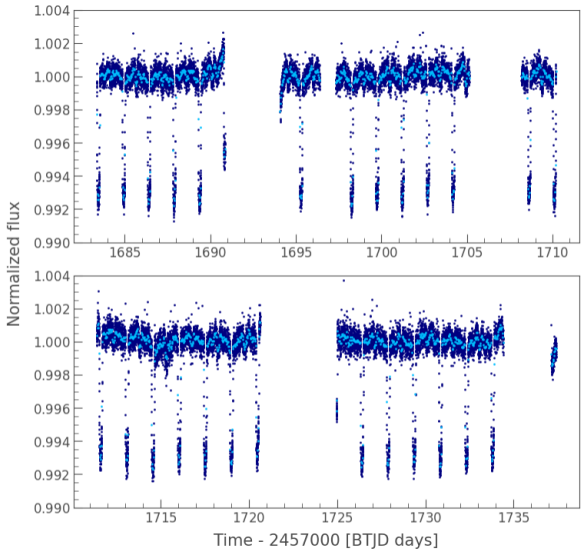


Figure 4: Photometric measurements of KELT-9b; light blue color represents binned data to highlight the actual shape of the curve

the greatest dimming. We normalized this scale to better represent the measure of the behavior of received flux.

From plotted data we created a periodogram depicting the planet's most probable orbital period of $P = 1.48102$ days. Adopting the planetary and stellar masses, $M_p = 2.88$ M_J and $M_s = 2.52$ M_S, respectively, from [Gaudi et al., 2017], we compute the semi-major axis using the third Kepler's law to be $a = 0.03454$ AU.

Retrieving various parameters of the system and planet itself may be done by using a sampling algorithm. The purpose of such an algorithm lies in exploring the consistency of observed data with a forward-modeled (sampled) distribution. The sample distribution matches the actual one the closer the more steps are included (in our case: more phase curves). For this, we used *Allesfitter* [Günther and Daylan, 2021], a standardized public software with the implementation of Nested Sampling (NS) algorithm, based on interpretation of probability.

We imported the *allesfitter* package into our python script and provided it four input text files. Primarily, it is the data text file with columns of time, flux and flux error, previously downloaded using *lightkurve*. We considered that some of the data should be trimmed in order to get rid of several

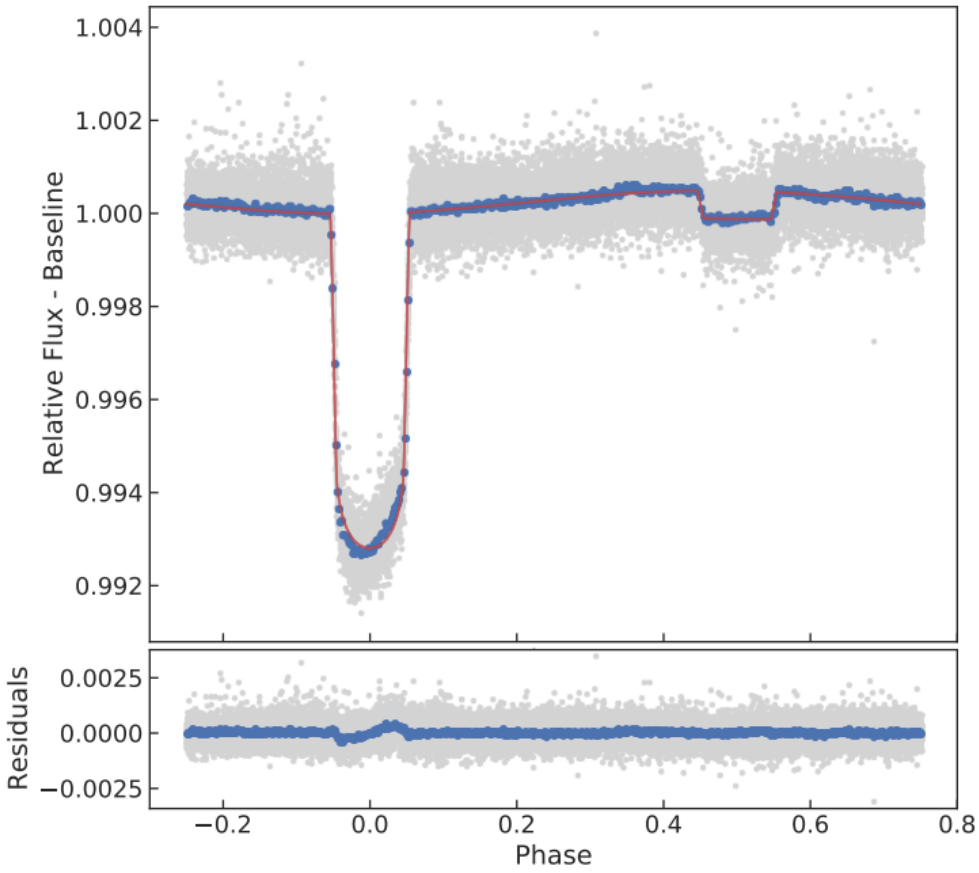


Figure 5: Stacked photometric measurements with a theoretic phase curve (red) in the foreground. The primary transit is seen at 0.0, half a phase later the occultation occurs

strange trends, probably present because of momentum dumps of the satellite. The reader might notice these several times in Figure 4, for example around values 1691, 1694 and 1725 on the x-axis. We also deleted the short section around 1737, as it does not seem to have information value.

Next, we provided the algorithm with a text file containing specified stellar parameters; these are mass, radius and effective temperature, along with lower and upper errors. Another text file contains various astrophysical parameters, for example the ratio of radii $\frac{R_p}{R_s}$, orbital period P of the planet, cosine of its orbit $\cos i$, transit mid-time or epoch (fitting into the time interval provided in the data text file) T_0, or even coefficients of limb darkening q_1, q_2, which deal with the brightness difference between the middle and the edge of the stellar disc, as a consequence of temperature and opacity variations with altitude.

The algorithm will try to calculate various parameters, from those that have been provided, and/or adjust them, if our specified parameters were put to the process within an uncertainty interval. Otherwise the values can be set as fixed, in which case the algorithm will not temper with them. Last but not least, we need to provide a text file of settings for the sampling algorithm itself and the fitting performance.

4.3 Results

We ran the fitting process using stellar parameters by [Gaudi et al., 2017] and also our own, analyzing the set with 26 available transits. Through these data, depicted phase-folded in Figure 5, a theoretical phase curve was plotted to best represent the actual shape of the periodical, slightly varying photometric proof of this planet's existence.

In the curve, we can clearly see the primary transit, placed at 0.0 value, followed by a slight increase of

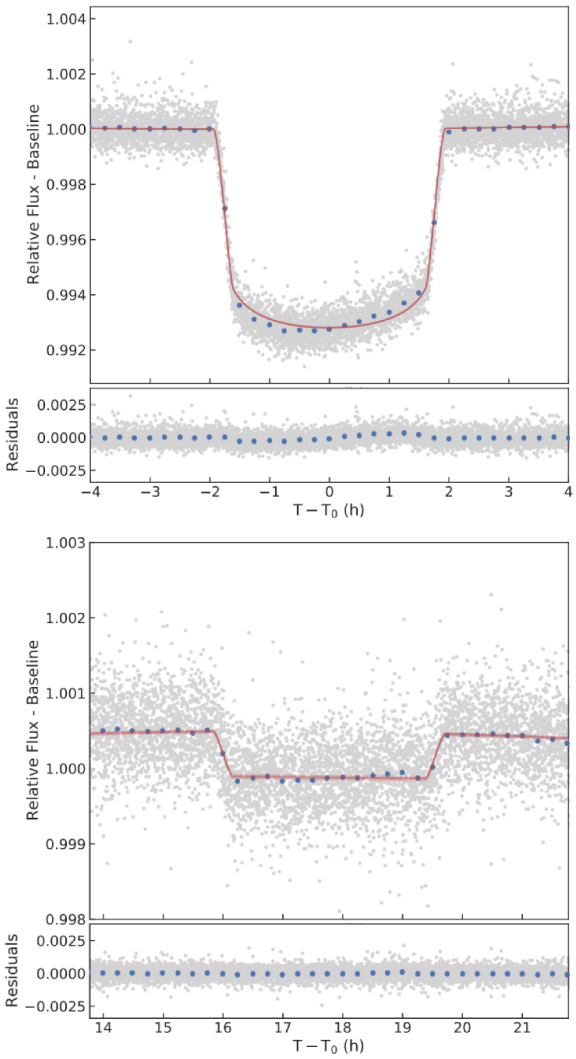


Figure 6: Zoom in on the primary transit (up) with a rather asymmetric shape, and secondary transit (down)

flux up until reaching the secondary eclipse, i.e., the occultation, at 0.5.

Figure 6 depicts a zoomed-in view on the folded shape of KELT-9's primary and secondary transit, respectively. It is clearly visible that at the time of primary transit, the actual shape of the curve differs from the symmetric, theoretically generated one. In the previous section we mentioned the presence of such feature to be contributed to gravity darkening, making the stellar surface non-uniform in temperature and in brightness, accompanied by the planet's highly inclined orbit.

In Figure 7, a fitted sinusoidal curve represent-

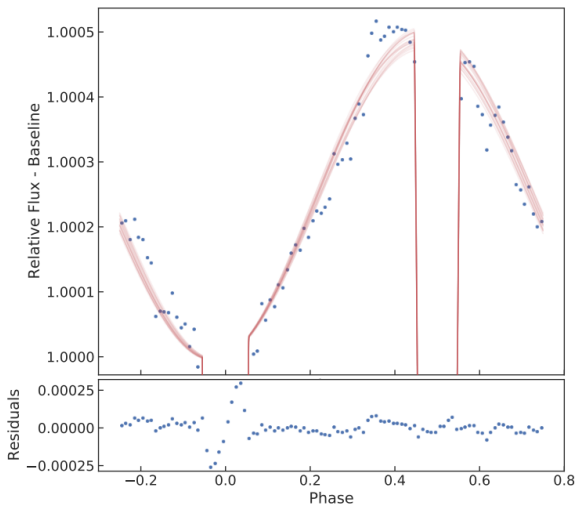


Figure 7: Periodic variations in measured flux with missing intervals at transit times

ing orbital flux changes was scaled to fill the graph. At such scaling, we can better discern the peak-to-peak amplitude of approximately 5.10^{-5}. Low amplitudes are generally common in hot Jupiters, as they lack coverage by clouds and their albedo is thus also low. Even clouds on the planet's nightside can significantly increase the amplitude of the phase curve by impacting both the atmospheric circulation and emission spectrum [Parmentier et al., 2019].

Another noticeable thing about the curve is its negative offset, that is, eastward shift from the substellar point. This effect suggests missing integrity in longitudinal temperature distribution, but it can also be associated with presence of clouds.

We present a number of parameters obtained via *Allesfitter* in Table 2. Majority of the values computed using our model lay within an acceptable vicinity of the ones derived using the model of [Gaudi et al., 2017]. The biggest difference exist for the equilibrium temperature T_{eq}, dependent on the stellar effective temperature T_{eff} (see 5), as the discrepancy in this value for both used models is quite large. The real values could be, however, still a little different, since *Allesfitter* uses a predefined constant for albedo, $A = 0.3$. For this, we tried to evaluate the equilibrium temperature using a new value, $A = 0.17$, as given in [Wong et al., 2020], which gave us $T_{eq} =$ 3503.73 K for our model and $T_{eq} = 3884.79$ K for Gaudi's model.

Noticeable in Table 2 are two identical values for

Table 2: Derived parameters

Parameter	Model of [Gaudi et al., 2017]	Our model
Host radius over semi-major axis; $R_\star/a$	0.3202 ± 0.0023	$0.3105^{+0.0039}_{-0.0027}$
Semi-major axis over host radius; $a/R_\star$	3.123 ± 0.023	$3.220^{+0.028}_{-0.040}$
Radius over semi-major axis; R_b/a	0.0259 ± 0.0002	$0.0249^{+0.0003}_{-0.0002}$
Radius; R_b ($\mathrm{R_{jup}}$)	1.861 ± 0.055	1.757 ± 0.041
Semi-major axis; a (AU)	0.0344 ± 0.0010	0.0337 ± 0.0009
Inclination; i (deg)	$84.83^{+0.55}_{-0.48}$	$87.2^{+1.5}_{-1.3}$
Impact parameter; b_tra	$0.282^{+0.024}_{-0.028}$	$0.155^{+0.069}_{-0.083}$
Total transit duration; T_tot (h)	3.8708 ± 0.0056	$3.8342^{+0.011}_{-0.0099}$
Full-transit duration; T_full (h)	3.2263 ± 0.0063	$3.2328^{+0.0092}_{-0.011}$
Epoch occultation; $T_{0;\mathrm{occ}}$	1709.3646 ± 0.0001	not fitted
Impact parameter occultation; b_occ	$0.282^{+0.024}_{-0.028}$	$0.155^{+0.069}_{-0.083}$
Equilibrium temperature; T_eq (K)	3720 ± 170	3318 ± 47
Transit depth; $\delta_{\mathrm{tr;TESS}}$ (ppt)	$7.192^{+0.011}_{-0.012}$	$7.115^{+0.021}_{-0.019}$
Occultation depth; $\delta_{\mathrm{occ;TESS}}$ (ppt)	$0.606^{+0.011}_{-0.012}$	$0.6034^{+0.0004}_{-0.0003}$
Nightside flux; $F_{\mathrm{nightside;TESS}}$ (ppt)	$0.118^{+0.011}_{-0.012}$	$0.1158^{+0.0004}_{-0.0003}$

the transit impact parameter b_{tra} and occultation impact parameter b_{occ}. This is because we did not provide the algorithm with any information about the object's eccentricity, which was thus automatically set to zero.

5 Conclusion

In this work, we discussed the undeniable importance of photometry on exoplanetary characteristics. Using *Allesfitter* we fitted the photometric phase curve previously obtained with the help of *lightcurve* library in Python, while experimenting with two different sets of stellar parameters. Afterwards, we compared both lists of output parameters and we also discussed the reasoning behind the shape of the transits and the full phase curve.

In the future, our photometric results could serve complementary to other means of exoplanetary research to offer a more complex characterization of this peculiar solar system.

Acknowledgments

I would like to thank my supervisor Dr. Petr Kabáth and consultant Mgr. Ján Šubjak, who acknowledge the support from LTT-20015, for their advice while working on this topic. Additionally, I would like to thank Mgr. Martin Blažek for being very helpful with several software issues that I encountered.

References

[Ahlers et al., 2020] Ahlers, J. P., Johnson, M. C., Stassun, K. G., Colón, K. D., and Barnes, J. W. e. a. (2020). KELT-9 b's Asymmetric TESS Transit Caused by Rapid Stellar Rotation and Spin-Orbit Misalignment. *The Astronomical Journal*, 160(1):4.

[Bayo et al., 2008] Bayo, A., Rodrigo, C., Barrado Y Navascués, D., Solano, E., Gutiérrez, R., Morales-Calderón, M., and Allard, F. (2008). VOSA: virtual observatory SED analyzer. An application to the Collinder 69 open cluster. *Astronomy Astrophysics*, 492(1):277–287.

[Bayo et al., 2021] Bayo et al. (2021). Vosa. help and documentation, version 7.0, july 2021. `http://svo2.cab.inta-csic.es/theory/vosa/helpw4.php?otype=star&action=help&what=fit/`. Accessed: April 2022.

[da Silva et al., 2006] da Silva, L., Girardi, L., Pasquini, L., Setiawan, J., von der Lühe, O., de Medeiros, J. R., Hatzes, A., Döllinger, M. P., and Weiss, A. (2006). Basic physical parameters of a selected sample of evolved stars. *Astronomy Astrophysics*, 458(2):609–623.

[Deeg and Alonso, 2018] Deeg, H. J. and Alonso, R. (2018). Transit Photometry as an Exoplanet Discovery Method. In Deeg, H. J. and Belmonte, J. A., editors, *Handbook of Exoplanets*, page 117.

[Gaia Collaboration et al., 2021] Gaia Collaboration, Brown, A. G. A., Vallenari, A., Prusti, T., de Bruijne, J. H. J., and Babusiaux, C. e. a. (2021). Gaia Early Data Release 3. Summary of the contents and survey properties. *Astronomy Astrophysics*, 649:A1.

[Gaudi et al., 2017] Gaudi, B. S., Stassun, K. G., Collins, K. A., Beatty, T. G., and Zhou, G. e. a. (2017). A giant planet undergoing extreme-ultraviolet irradiation by its hot massive-star host. *Nature*, 546(7659):514–518.

[Günther and Daylan, 2021] Günther, M. N. and Daylan, T. (2021). Allesfitter: Flexible Star and Exoplanet Inference from Photometry and Radial Velocity. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 254(1):13.

[NASA, 2022] NASA (2022). Latest data from nasa's exoplanet archive. `https://exoplanets.nasa.gov/`. Accessed: April 2022.

[Parmentier and Crossfield, 2018] Parmentier, V. and Crossfield, I. J. M. (2018). Exoplanet Phase Curves: Observations and Theory. In Deeg, H. J. and Belmonte, J. A., editors, *Handbook of Exoplanets*, page 116.

[Parmentier et al., 2019] Parmentier, V., Fortney, J., Showman, A., and Venot, O. (2019). Cloudy nights on hot Jupiters. In *EPSC-DPS Joint Meeting 2019*, volume 2019, pages EPSC–DPS2019–925.

[Wong et al., 2020] Wong, I., Shporer, A., Kitzmann, D., Morris, B. M., and Heng, K. e. a. (2020). Exploring the Atmospheric Dynamics of the Extreme Ultrahot Jupiter KELT-9b Using TESS Photometry. *The Astronomical Journal*, 160(2):88.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 18–25
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Silvia Ďurišová

Charakterizácia meteorických rojov a sporadického pozadia

Silvia Ďurišová[1*] Školiteľ : Juraj Tóth[1†] Konzultant : Leonard Kornoš[1‡]

Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: V súčasnosti, zásluhou rozvoja video pozorovaní a medzinárodnej spolupráce, máme k dispozícii množstvo dát z pozorovaní meteorických javov. Meteorické databázy, ktoré obsahujú získané geocentrické a orbitálne parametre meteoroidov, sú pre nás cennými zdrojmi informácií o najmenších telesách slnečnej sústavy. Funkcie dráhovej podobnosti, tzv. D-kritériá, sú užitočnými nástrojmi pre identifikáciu meteorických rojov a príslušných meteoroidných prúdov. Pri ich používaní ale narážame na niekoľko problémov. V mnohých prípadoch je rozlíšenie rojových meteorov od meteorov sporadického pozadia obtiažne. Na identifikáciu meteorických rojov sa preto požaduje okrem voľby vhodného D-kritéria aj aplikovanie vhodného vyhľadávacieho algoritmu. Nezávislou identifikačnou metódou s použitím kombinácie kritéria závislého od geocentrických parametrov meteoru a funkcie dráhovej podobnosti sa snažíme o identifikáciu meteorických rojov a vyčlenenie meteorov sporadického pozadia z vybraných rokov databázy EDMOND.

Kľúčové slová: meteor, meteorický roj, sporadické pozadie, D-kritériá

1 Úvod

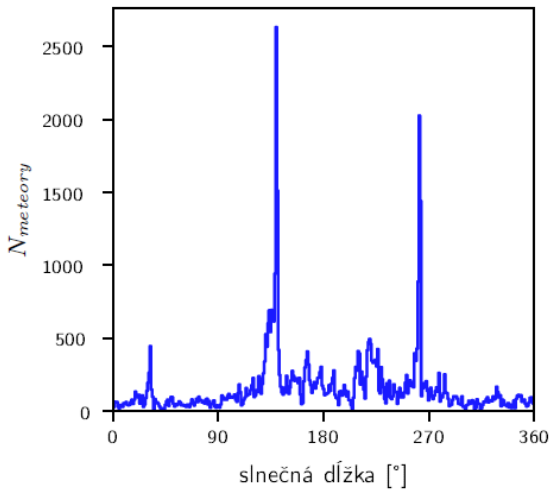
Svetlo a fyzikálne javy, ktoré vznikajú pri prechode telesa plynnou atmosférou planéty, sa nazývajú meteor. Meteoroid je teleso prirodzeného pôvodu o rozmeroch 30 mikrometrov až 1 meter, ktoré pochádza alebo sa pohybuje v medziplanetárnom priestore. Meteoroidy vnikajú do atmosféry Zeme pri rýchlostiach 11 až 72 kilometrov za sekundu. V dôsledku zrážok s molekulami atmosféry dochádza k zahrievaniu a ablácii telesa. Abláciou označujeme stratu materiálu vo všetkých troch skupenstvách. Svetelný jav, ktorý pozorujeme ako meteor, vzniká v dôsledku ionizácie a excitácie molekúl vzduchu. Meteorický jav môže spôsobovať akékoľvek ablujúce teleso pri prechode atmosférou (meteoroid, asteroid, kométa alebo časť kozmického smetia), ale z praktického hľadiska môžeme označovať akékoľvek teleso spôsobujúce meteorický jav meteoroidom.

Ako meteorický roj označujeme skupinu meteorov, ktoré zdanlivo vylietavajú z jedného spoločného bodu na oblohe - radiantu. Ostatné meteory, ktorých radianty sú náhodne rozmiestnené po oblohe a nedajú sa spojiť so žiadnym známym meteorickým rojom, označujeme ako meteory sporadického pozadia. Meteorické roje vznikajú pri prechode Zeme časťou meteoroidného prúdu. Podľa definície akceptovanej komisiou F1 IAU je prúd meteoroidov skupina takých meteoroidov, ktoré majú podobnú dráhu a spoločný pôvod. Vznik takéhoto prúdu je všeobecne spájaný s aktivitou komét. Pri prechode kométy perihéliom je v dôsledku zahrievania Slnkom z jej aktívneho jadra uvoľňovaný materiál, z ktorého vzniká prúd meteoroidov. Akceptovaná je ale aj myšlienka aktívnych asteroidov ako materských telies a vzniku asteroidálnych prúdov ako je to v prípade asteroidu 3200 Phaeton a s ním spájaného meteorického roja Geminíd. Prúd ale môže vzniknúť aj v dôsledku iných procesov, napríklad v dôsledku zrážok telies alebo ich katastrofických rozpadov. Mechanizmus tvorby prúdu je ale vo väčšej miere neprebádaný a pri veľkej časti meteorických rojov je nám ich materské teleso neznáme.

V mnohých prípadoch Zem neprechádza celou šírkou prúdu, ale iba jeho časťou. Z pozorovaného meteorického roja potom nemožno určiť informácie o celej prúdovej populácii. Problémom sú aj meteoroidy malých rozmerov či tie pohybujúce sa nízkymi geocentrickými rýchlosťami vytvárajúce málo jasné meteorické javy, ktoré nemusia byť detegované kamerovými systémami. V prípade častíc o rozmeroch menších ako 30 mikrometrov hovoríme už o prachu, ktorý nespôsobuje meteorické javy. Prachové častice sedimentujú k zemi z veľkej časti neovplyvnené prechodom atmosférou. Hranica 30 mikrometrov v definícii meteoridu vznikla dohodou. Populácia meteoroidov v skutočnosti plynulo prechádza do rozmerov prachových častíc. Podobný prípad nastáva aj u vrchnej hranici 1 metra, kedy sa tiež nejedná o skutočnú fyzickú hranicu populácie, ale len o dohodu. Ako už bolo spomenuté, meteorický jav môžu spôsobiť aj väčšie telesá ako asteroidy a kométy.

Pri identifikácii meteorických rojov a meteoroid-

*durisova86@uniba.sk
†juraj.toth@fmph.uniba.sk
‡leonard.kornos@fmph.uniba.sk



Obr. 1: Aktivita meteorov v roku 2015 z databázy EDMOND. Pozorovateľné sú výraznejšie nárasty aktivity v dôsledku meteorických rojov. Tri najvýznamnejšie maximá sú v dôsledku hlavných meteorických rojov aprílových Lyríd (s maximom v okolí dĺžky Slnka 32°), Perzeíd (s maximom v okolí dĺžky Slnka 140°) a Geminíd (s maximom v okolí 162°).

ných prúdov narážame na radu komplikácii. Len pri malom počte meteorických rojov poznáme ich materské teleso a teda pôvod zodpovedajúceho meteoroidného prúdu. Problémy nastávajú aj pri určení podobnosti či nepodobnosti dráh. Rôzne prúdy majú rôznu disperziu častíc v priestore, čo závisí od mechanizmu tvorby prúdových častíc, veku prúdu a vplyvu gravitačných a negravitačných efektov na prúdové častice. Z hľadiska meteorickej aktivity je problematické rozlíšiť meteory menej aktívnych rojov od sporadického pozadia, obzvlášť ak nemáme k dispozícii žiadnu informáciu o ich parametroch z predošlých pozorovaní. Ako môžeme vidieť na Obr. 1, z celoročnej meteorickej aktivity vieme pomerne ľahko zistiť aktivitu početných meteorických rojov, ale málo početné meteorické roje je obtiažne rozlíšiť iba na základe ich aktivity. Užitočnými nástrojmi pre identifikáciu meteorických rojov a meteoroidných prúdov sú funkcie dráhovej podobnosti, tzv. D-kritériá, a aplikácia vyhľadávacích algoritmov. Naším cieľom je podrobnejšie sa pozrieť na vybranú identifikačnú metódu meteorických rojov, pokúsiť sa o jej modifikáciu a aplikáciu na vybranú vzorku dát a extrakciu meteorov sporadického pozadia.

1.1 Funkcie dráhovej podobnosti

Pre posúdenie podobnosti dráh sa využívajú funkcie dráhovej podobnosti, tzv. D-kritériá. Southworth a Hawkins [Southworth and Hawkins, 1963] ako prví definovali a použili kritérium D_{SH} pre identifikáciu prúdových meteoroidov. Funkcia D_{SH} je definovaná ako

$$D_{SH}^2 = [e_B - e_A]^2 + [q_B - q_A]^2 + \\ + \left[2 \cdot \sin \frac{I_{BA}}{2}\right]^2 + \left[\frac{e_B + e_A}{2}\right]^2 \left[2 \cdot \sin \frac{\pi_{BA}}{2}\right]^2 \quad (1)$$

I_{BA} je uhol medzi dvomi dráhovými rovinami, π_{BA} je vzdialenosť perihélionových dĺžok meraná od priesečníka dráh a pre posledné dva členy funkcie platí

$$\left[2 \cdot \sin \frac{I_{BA}}{2}\right]^2 = \left[2 \cdot \sin \frac{i_B - i_A}{2}\right]^2 + \\ + \sin i_B \sin i_A \left[2 \cdot \sin \frac{\Omega_B - \Omega_A}{2}\right]^2 \quad (2)$$

$$\pi_{BA} = (\omega_B - \omega_A) + \\ + 2 \cdot \arcsin \left[\cos \frac{i_B + i_A}{2} \cdot \sin \frac{\Omega_B - \Omega_A}{2} \cdot \sec \frac{I_{BA}}{2}\right] \quad (3)$$

Ak $|\Omega_B - \Omega_A| > 180°$, potom pri arcsin je opačné znamienko.

Southworthovo a Hawkinsovo D-kritérium pozostáva zo súčtu 4 členov a snaží sa kvantifikovať rozdiel 2 dráh v 5-dimenzionálnom priestore jednou veličinou. Počas rokov sa mnohí autori snažili o modifikáciu D_{SH} kritéria alebo o zavedenie novej funkcie. Jopek [Jopek, 1993] poukázal na závislosť hodnôt D_{SH} kritéria od perihélionovej vzdialenosti a navrhol nové kritérium D_H, ktoré bolo hybridnou formou D_{SH} kritéria a jednej z jeho modifikovanej formy D_D navrhnutej Drummondom [Drummond, 1981]. Tvar funkcie D_H je

$$D_H^2 = [e_B - e_A]^2 + \left[\frac{q_B - q_A}{q_B + q_A}\right]^2 + \\ + \left[2 \cdot \sin \frac{I_{BA}}{2}\right]^2 + \left[\frac{e_B + e_A}{2}\right]^2 \left[2 \cdot \sin \frac{\pi_{BA}}{2}\right]^2 \quad (4)$$

I_{BA} je definované podľa rovnice 2 a π_{BA} podľa rovnice 3.

1.2 Výpočet strednej dráhy

Prúdy meteoroidov bývajú charakterizované strednou dráhou vypočítanou na základe parametrov všetkých meteoroidov v prúde. Vo všeobecnosti môžeme uvažovať o dvoch konceptoch strednej dráhy [Williams et al., 2004]. Prvým z nich je stredná dráha, ktorú používajú modelári prúdov. Na jej výpočet sa používa celá vzorka testovacích častíc. Tým druhým je stredná dráha vypočítaná pomocou parametrov pozorovanej populácie. Samozrejme, z pozorovaní, v ktorých chýbajú informácie o celej vzorke prúdovej populácie, je nemožné určiť parametre strednej dráhy, ako ju používajú modelári prúdov. V snahe sa k takejto dráhe priblížiť využívame na jej výpočet vážený aritmetický priemer s váhovacími koeficientami navrhnutými Welchom [Welch, 2001] ako

$$w_i = \begin{cases} 1 - \left(\frac{D_i}{D_c}\right)^2 & ; \quad D_i \leq D_c \\ 0 & ; \quad D_i > D_c \end{cases} \tag{5}$$

a pre výpočet uhlových parametrov χ postup navrhnutý Mardiom [Mardia, 1972] ako riešenie rovníc

$$\begin{aligned} C &= r\cos\chi \\ S &= r\sin\chi \\ r &= \sqrt{C^2+S^2} \\ C &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} w_i}\sum_{i=1}^{N} w_i \cos\chi_i \\ S &= \frac{1}{\sum_{i=1}^{N} w_i}\sum_{i=1}^{N} w_i \sin\chi_i \end{aligned} \tag{6}$$

2 Nezávislá identifikačná metóda - Rudawska a kol.

Rudawska a kol. [Rudawska et al., 2014] predstavili nezávislú identifikačnú metódu meteorických rojov, ktorá spočíva v kombinácii použitia kritéria dráhovej podobnosti (ako napríklad D_{SH}) a kritéria porovnávajúceho geocentrické parametre

$$\begin{aligned} D_X^2 = {} & w_{\lambda_\odot}\left[2\cdot\sin\frac{\lambda_{\odot A}-\lambda_{\odot B}}{2}\right]^2 + \\ & + w_\alpha\left(|v_{g_A}-v_{g_B}|+1\right)\left[2\cdot\sin\left(\frac{\alpha_A-\alpha_B}{2}\cdot\cos\delta_A\right)\right]^2 + \\ & + w_\delta\left(|v_{g_A}-v_{g_B}|+1\right)\left[2\cdot\sin\frac{|\delta_A-\delta_B|}{2}\right]^2 + \\ & + w_v\left[\frac{|v_{g_A}-v_{g_B}|}{v_{g_A}}\right]^2 \end{aligned} \tag{7}$$

kde α a δ sú rektascenzia a deklinácia radiantu, $\lambda_\odot$ je slnečná dĺžka, v_g geocentrická rýchlosť a $w_{\lambda_\odot} = 0,17$, $w_\alpha = 1,20$, $w_\delta = 1,20$ a $w_v = 0,20$ škálovacie faktory určené na základe pozorovaní [Rudawska et al., 2014].

Rudawska a kol. [Rudawska et al., 2014] na identifikáciu meteorických rojov využívali algoritmus pozostávajúci z troch hlavných krokov. Pri analýze dát využívame mierne modifikovanú verziu:

1. Z databázy zvolíme referenčný meteor a vypočítame hodnotu D_{SH} kritéria referenčného meteoru s každým meteorom vo vybranej vzorke s aplikáciou nízkej hraničnej hodnoty $D_c = 0,05$. Meteory, ktoré vyhovujú zvolenému kritériu, zlúčime do jednej skupiny, vypočítame pre ne strednú dráhu a z databázy skupinu odstránime. V zostávajúcej vzorke dráh pokračujeme v hľadaní s novým referenčným meteorom, kým nie sú všetky roztriedené do skupín.

2. Pomocou D_X kritéria porovnávajúceho geocentrické parametre s vypočítanými strednými dráhami zlúčime tie skupiny, ktoré spĺňajú podmienku $D_X \leq D_c$ ($D_c = 0,17$). Pre nové vzniknuté skupiny vypočítame parametre strednej dráhy a vykonáme kontrolu, kedy zo skupiny vylúčime tie meteory, pre ktoré hodnoty D_X porovnávaním ich parametrov s parametrami strednej dráhy nespĺňajú podmienku $D_X \leq D_c$. Parametre strednej dráhy upravíme a krok 2 niekoľkokrát zopakujeme, kým nebudú všetky skupiny zatriedené do príslušných prúdov.

3. Prúdy nájdené v kroku 2 porovnávame s IAU MDC databázou meteorických rojov. Pre jednotlivé nájdené prúdy a roje z databázy vypočítame hodnoty D_X a D_H kritériá. Pre zaradenie nájdeného prúdu k príslušnému roju požadujeme,

aby hodnota D_X bola menšia ako 0,17 a zároveň hodnota D_H bola menšia ako 0,13. V prípade, že pre niektorý z našich prúdov je nájdená viac ako jedna zhoda v databáze, daný prúd je zaradený k takému meteorickému roju, pre ktorý sú obe hodnoty našich kritérií najmenšie. Následne vykonávame dve dodatočné hľadania, jedno na základe D_H kritéria a ďalšie iba na základe D_X kritéria s predošle stanovenými hraničnými hodnotami 0,13 a 0,17.

V prípade kroku 1, referenčný meteor volíme podľa najväčšej hustoty v dráhovom priestore ρ (vypočítanej pre daný meteor) definovanej Welchom [Welch, 2001] ako

$$\rho = \sum_{i=1}^{N} \left(1 - \frac{D_i^2}{D_c^2}\right) \tag{8}$$

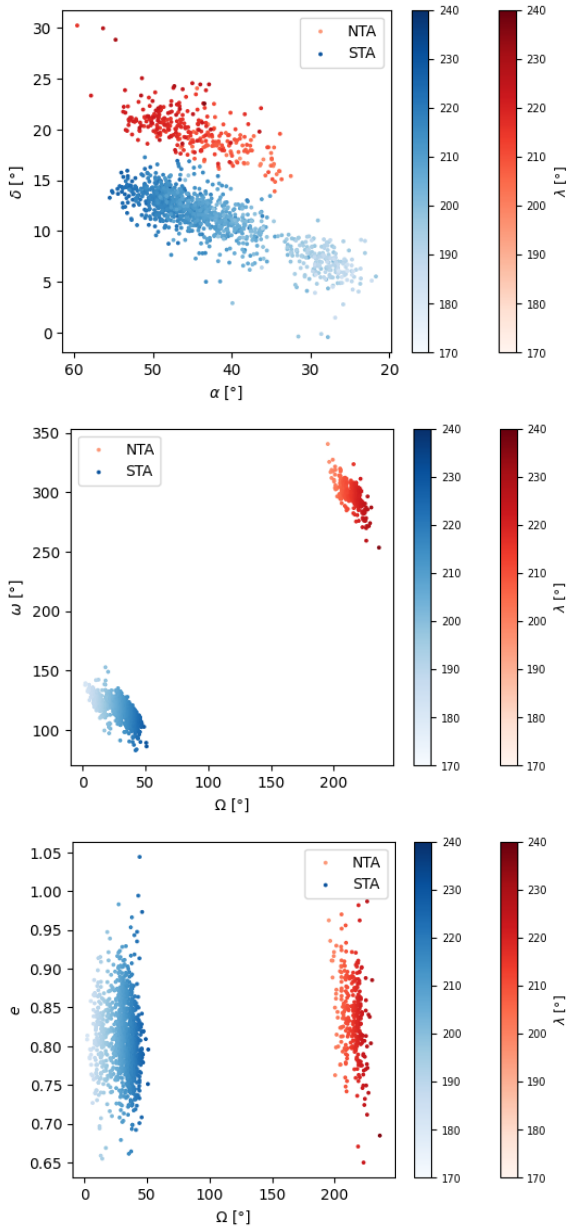
kde D_i je hodnota vybraného D-kritéria pre daný meteor a i-ty meteor v prešetrovanej vzorke.

Ako môžeme vidieť v tabuľke 1, parametre strednej dráhy vypočítané s použitím kritéria využívajúceho geocentrické parametre D_X a funkcie dráhovej podobnosti D_H nie sú totožné. V prípade kroku 2 a kroku 3, pri analýze sa využívajú hodnoty parametrov strednej dráhy vypočítané s použitím toho kritéria, ktoré sa pre hľadanie aplikuje.

V prípade extrakcie meteorov sporadického pozadia sa zlúčili skupinky, ktoré obsahovali menej ako 7 členov. Spomedzi nich prebehla podobne ako v kroku 3 identifikácia meteorických rojov a tieto meteory boli odstránené.

3 Analýza databázy EDMOND

Nezávislú identifikačnú metódu sme aplikovali na vybrané roky z databázy EDMOND [Kornos et al., 2014a] [Kornos et al., 2014b]. V databáze sa nachádzajú aj meteory so zdanlivo hyperbolickými dráhami. Hoci pri niektorých z nich sa skutočne môže jednať o hyperbolické dráhy, pri niektorých to môže byť dôsledkom nepresností v pozorovaní, kedy sú výpočty dráh zaťažené chybami [Hajdukova and Kornos, 2020]. Taký prípad môže nastať aj pri pozorovanej rojovej populácii, keď sa prúdové častice pohybujú po výrazne excentrických dráhach. Z tohoto dôvodu sme na anlýzu ponechali údaje, pre ktoré bola hodnota excentricity e < 1,1. Celkovo bolo k analýze vybraných 167807 meteorov.



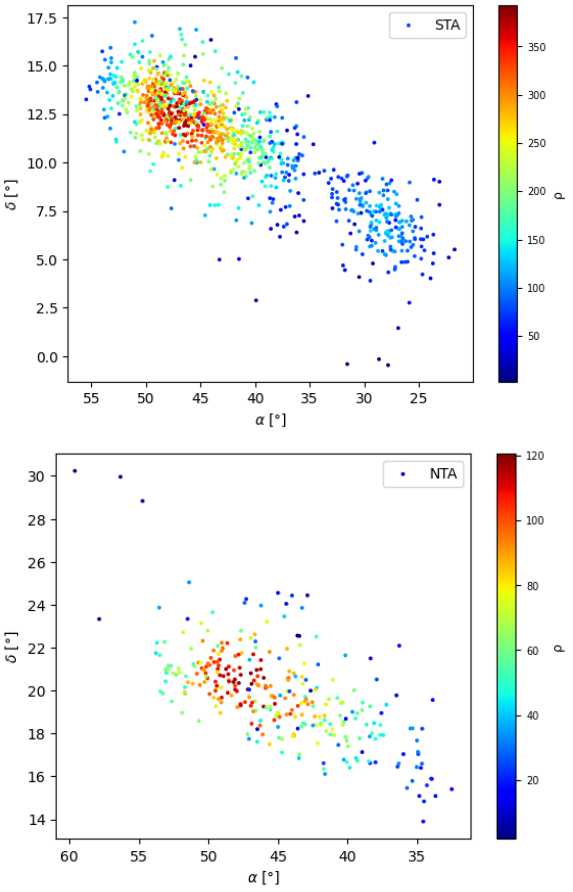
Obr. 2: Radianty (hore), závislosti dĺžky výstupného uzla a argumentu šírky perihélia (stred) a závislosti dĺžky výstupného uzla a excentricity (dole) meteorických rojov Severné a Južné Tauridy (NTA a STA) identifikované z databázy EDMOND z rokov 2014 až 2016.

	λ [°]	α [°]	δ [°]	v_g [km/s]	a [AU]	q [AU]	e	ω [°]	Ω [°]	i [°]
D_H	210.20	96.39	15.75	65.18	4.90	0.54	0.91	88.10	30.20	163.64
D_X	209.41	95.94	15.67	64.92	-0.03	0.54	0.90	88.40	29.41	163.40

Tabuľka 1: Vypočítané geocentrické a dráhové parametre strednej dráhy pre skupinu 896 meteorov. Parametre boli vypočítané pomocou váh podľa Welcha (5) s použitím Jopekovho D-kritéria D_H a Rudawskej kritéria geocentrických parametrov D_X. V oboch prípadoch bola použitá hraničná hodnota $D_c = 0,15$.

Funkčnosť danej identifikačnej metódy je prezentovaná na vetvách Južných a Severných Tauríd (Obr. 2). Podľa IAU MDC sú im priradené identifikačné kódy STA a NTA. Južné Tauridy bývajú aktívne v čase od septembra do konca novembra a Severné Tauridy od konca októbra do začiatku decembra. Kvôli svojej nízkej aktivite a pozícii radiantu na oblohe bývajú náročné na pozorovanie pre vizuálnych pozorovateľov a často nastáva problém pri ich rozlíšení od meteorov sporadického pozadia. Podarilo sa nám identifikovať 306 meteorov patriacich k Severným Tauridám a 1070 meteorov patriacich k Južným Tauridám. Uvádzame vypočítané geocentrické a dráhové stredné parametre pre dané dva roje podľa sekcie 1.2 v tabuľkách 2 a 3. Porovnaním s oficiálnou databázou IAU MDC pomocou D_{SH}, D_H a D_X kritérií zisťujeme iba malé odchýlky vo vypočítanej strednej dráhe. Z porovnania s [Jenniskens et al., 2016] je v oboch prípadoch Južných Tauríd hodnota D_X rovná 0,03 a hodnoty D_H a D_{SH} sú menšie ako 0,03, čo naznačuje iba malú odchýlku našich výsledkov. Porovaním vypočítaných dvoch stredných dráh STA medzi sebou vychádza pri všetkých vymenovaných D-kritériách hodnota 0,02.

Na Obr. 4 je zobrazených 26211 extrahovaných meteorov sporadického pozadia. Priebeh ich aktivity a zastúpenie geocentrických rýchlostí sú znázornené na Obr. 5, zastúpenie excentricít a sklonu dráh na Obr. 6. Pre jednotlivé meteorické dráhy z databázy boli vypočítané hodnoty Tisserandovho parametra pre Jupiter T_J a výsledné zastúpenie týchto dráh bolo taktiež zobrazené v grafoch 5 a 6. Hodnoty parametra $3 > T_J > 2$ sa pri klasifikácií udávajú pre kométy Jupiterovej rodiny, zatiaľ čo hodnoty $T_J > 3$ sa využívajú pre rozlíšenie asteroidov a $T_J < 2$ kometárnej populácie. V prípade výraznejšieho zvýšenia aktivity je možný výskyt rojových meteorov, pri ktorých algoritmus zlyhal v identifikácii a tieto meteory boli zaradené do sporadického pozadia. Výsledky zobrazené na grafoch na Obr. 4 až 6 nie sú normalizované a môžu na nich byť pozorovateľné aj výberové efekty



Obr. 3: Hustotné mapy pre geocentrické parametre pre Južné Tauridy (hore) a Severné Tauridy (dole) s hodnotou hustoty vypočítanej podľa vzťahu 8.

(napr. na histograme geocentrických rýchlostí na Obr. 5).

4 Záver

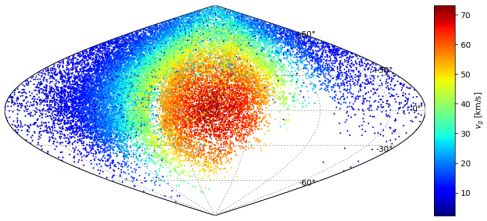
Nezávislú identifikačnú metódu navrhnutú Rudawskou a kol. [Rudawska et al., 2014] sme mierne modifikovali a aplikovali na vybrané dáta s databázy ED-

	λ [°]	α [°]	δ [°]	v_g [km/s]	a [AU]	q [AU]	e	ω [°]	Ω [°]	i [°]
D_H	215.61	45.90	20.17	28.21	1.97	0.34	0.83	297.78	215.60	3.37
D_X	217.19	47.42	20.38	28.44	2.07	0.33	0.83	297.52	217.18	3.14

Tabuľka 2: Vypočítané geocentrické a dráhové parametre strednej dráhy pre Severné Tauridy (NTA). Parametre boli vypočítané pomocou váh podľa Welcha (5) s použitím Jopekovho D-kritéria D_H s hraničnou hodnotou $0,13$ a Rudawskej kritéria geocentrických parametrov D_X s hraničnou hodnotou $0,17$.

	λ [°]	α [°]	δ [°]	v_g [km/s]	a [AU]	q [AU]	e	ω [°]	Ω [°]	i [°]
D_H	215.01	46.43	12.29	26.78	1.84	0.37	0.80	114.97	35.02	5.41
D_X	215.50	46.97	12.61	27.38	1.99	0.36	0.81	115.34	35.50	5.42

Tabuľka 3: Vypočítané geocentrické a dráhové parametre strednej dráhy pre Južné Tauridy (STA). Parametre boli vypočítané pomocou váh podľa Welcha (5) s použitím Jopekovho D-kritéria D_H s hraničnou hodnotou $0,13$ a Rudawskej kritéria geocentrických parametrov D_X s hraničnou hodnotou $0,17$.



Obr. 4: Extrahované sporadické pozadie v ekliptikálnych súradniciach ($\lambda - \lambda_0$ na x-ovej osi). Stred grafu je v smere apexu Zeme.

MOND s kombináciou dvoch funkcií dráhovej podobnosti (D_{SH} a D_H) a kritéria pre geocentrické parametre D_X. Pri identifikácii boli využívané dva sety vypočítaných parametrov stredných dráh (príklady v tabuľkách 1, 2 a 3). Funkčnosť danej analýzy sme prezentovali pre vybrané meteorické roje Severných a Južných Tauríd (Obr. 2 a 3). V rámci analýzy sme sa pokúsili o extrakciu sporadického pozadia pomocou danej metódy (Obr. 4), znázornenie jeho ročnej aktivity (Obr. 5) a ďalšiu analýzu s využitím Tisserandovho parametra pre Jupiter T_J (Obr. 5 a 6).

V porovnaní s oficiálnou databázou IAU MDC pomocou daných D-kritérií zisťujeme iba malé rozdiely našich vypočítaných stredných parametrov od tých uvedených v oficiálnej databáze, čo nám potvrdzuje funkčnosť metódy a jej užitočnosť pri ďalšej identifikácií aj menej známych meteorických rojov. V prípade sporadického pozadia sa nám podarilo extrahovať okolo 16% sporadických meteorov z celkového prešetrovaného počtu dráh, čo je pomerne málo. Pri ich extrakcii ale boli aplikované pomerne prísne podmienky.

Poďakovanie

Za podporu a rady ďakujem svojmu školiteľovi. Špeciálne poďakovanie patrí RNDr. Pavolovi Matlovičovi, PhD. pre poskytnutie skriptu k identifikačnej metóde.

Literatúra

[Drummond, 1981] Drummond, J. (1981). A test of comet and meteor shower associations. *Icarus*, 45:545–553.

[Hajdukova and Kornos, 2020] Hajdukova, M. and Kornos, L. (2020). The influence of meteor measurement errors on the heliocentric orbits of meteoroids. *Planetary and Space Science*, 190:104965.

[Jenniskens et al., 2020] Jenniskens, P., Jopek, T. J., Janches, D., Hajduková, M., Kokhirova, G. I., and Rudawska, R. (2020). On removing showers from the iau working list of meteor showers. *Planetary and Space Science*, 182:104821.

[Jenniskens et al., 2016] Jenniskens, P., Nénon, Q., Albers, J., Gural, P. S., Haberman, B., Holman, D., Morales, R., Grigsby, B. J., Samuels, D., and Johannink, C. (2016). The established meteor showers as observed by CAMS. , 266:331–354.

[Jopek, 1993] Jopek, T. (1993). Remarks on the meteor orbital similarity d-criterion. *Icarus*, 106:603–607.

[Jopek and Jenniskens, 2011] Jopek, T. and Jenniskens, P. (2011). The working group on meteor showers nomenclature: A history, current status and a call for contributions. pages 7–.

[Jopek and Kanuchova, 2014] Jopek, T. and Kanuchova, Z. (2014). Current status of the iau mdc meteor showers database.

[Jopek et al., 2021] Jopek, T., Kokhirova, G., Jenniskens, P., Janches, D., Hajdukova, M., and Rudawska, R. (2021). Iau meteor data center: The shower database.

[Jopek and Kaňuchová, 2017] Jopek, T. J. and Kaňuchová, Z. (2017). Iau meteor data center—the shower database: A status report. *Planetary and Space Science*, 143:3–6. SI:Meteoroids 2016.

[Jopek et al., 2006] Jopek, T. J., Rudawska, R., and Pretka-Ziomek, H. (2006). Calculation of the mean orbit of a meteoroid stream. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 371(3):1367–1372.

[Kornos et al., 2014a] Kornos, L., Koukal, J., Piffl, R., and Toth, J. (2014a). Edmond meteor database. *Proceedings of the International Meteor Conference, Poznań, Poland, Aug. 22-25, 2013,*, pages 23–25.

[Kornos et al., 2014b] Kornos, L., Matlovič, P., Rudawska, R., Toth, J., Hajdukova, M., Koukal, J., and Piffl, R. (2014b). Confirmation and characterization of iau temporary meteor showers in edmond database.

[Mardia, 1972] Mardia, K. V. (1972). Statistics of directional data.

[Neslušan, 2020] Neslušan, L., P. V. S. J. J. M. (2020). On the new design of the iau mdc portal.

[Rudawska et al., 2014] Rudawska, R., Matlovič, P., Toth, J., and Kornos, L. (2014). Independent identification of meteor showers in edmond database. *Planetary and Space Science*, 118.

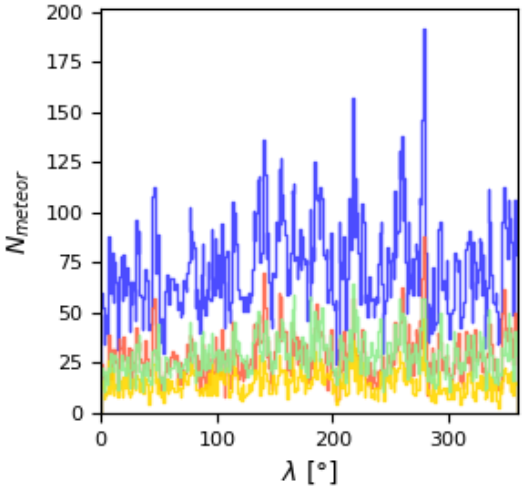
[Southworth and Hawkins, 1963] Southworth, R. and Hawkins, G. (1963). Statistics of meteor streams. *Smithsonian Contributions to Astrophysics*, 7:261.

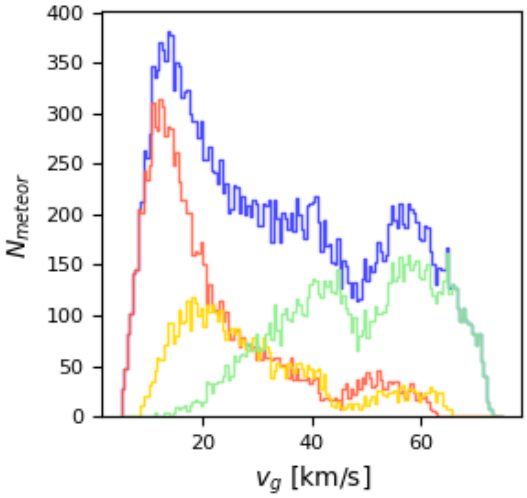
[Welch, 2001] Welch, P. G. (2001). A new search method for streams in meteor data bases and its application. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 328:101–111.

[Whipple, 1947] Whipple, F. L. (1947). Photographic meteor studies. iv. the geminid shower. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 91(2):189–200.

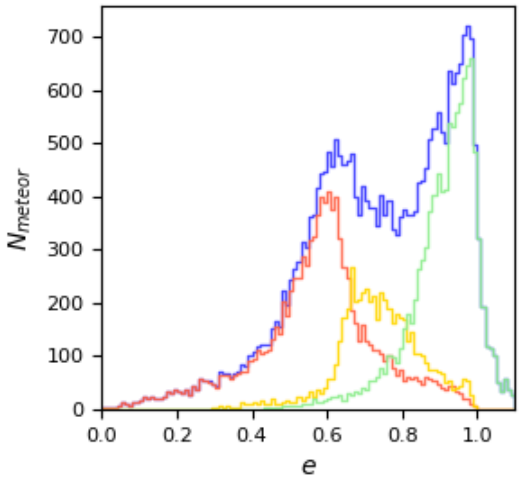
[Williams et al., 2019] Williams, I., Jopek, T., Rudawska, R., Toth, J., and Kornos, L. (2019). *Minor Meteor Showers and the Sporadic Background*, pages 210–234.

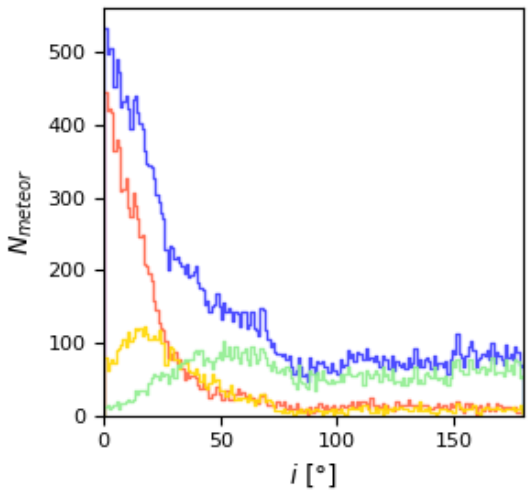
[Williams et al., 2004] Williams, I. P., Ryabova, G. O., Baturin, A. P., and Chernitsov, A. M. (2004). The parent of the Quadrantid meteoroid stream and asteroid 2003 EH1. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 355(4):1171–1181.





Obr. 5: Aktivita (hore) a zastúpenie hodnôt geocentrických rýchlostí (dole) extrahovaných meteorov sporadického pozadia z rokov 2014 až 2016 databázy EDMOND. Modrou sú znázornené početnosti všetkých meteorov sporadického pozadia, červenou tie s hodnotou Tisserandovho parametra pre Jupiter $T_J > 3$, žltou pre $3 > T_J > 2$ a zelenou pre $T_J < 2$.





Obr. 6: Zastúpenie hodnôt excentricít (hore) a sklonov dráh (dole) extrahovaných meteorov sporadického pozadia z rokov 2014 až 2016 databázy EDMOND. Modrou sú znázornené početnosti všetkých meteorov sporadického pozadia, červenou tie s hodnotou Tisserandovho parametra pre Jupiter $T_J > 3$, žltou pre $3 > T_J > 2$ a zelenou pre $T_J < 2$.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 26–28
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Michal Šturc

Motion of the Sun perpendicular to the Galactic equatorial plane

Michal Šturc[a], Jozef Klačka[b]
Supervisor: Jozef Klačka[b]
[a,b]Division of Astronomy and Astrophysics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[a]sturc5@uniba.sk
[b]Jozef.Klacka@fmph.uniba.sk

Abstract

This contribution deals with the motion of the Sun in the direction perpendicular to the Galactic equatorial plane. The equation of motion uses either the conventional model of the dark matter halo (Pouliasis et al. 2017) or a generalized gravity from Klačka (2019). For each case the two approaches are used: i) an analytical solution of the linearized differential equation, and, ii) a numerical solution of the corresponding differential equation without the need of an approximation. Focus is paid on the period and the amplitude of the oscillations around the Galactic equatorial plane. The period of oscillation is 71 Myr, 1/3 of the orbital period of the Sun around the center of the Milky Way.

1 Rotation curves and dark matter

1.1 History of observations

The first evidence that the visible mass of certain celestial bodies (galaxies and larger) can't account for gravitational field causing their motion was obtained by F. Zwicky (1933). He used the virial theorem on the Coma galaxy cluster, calculating gravitational mass exceeding the observed luminous mass by a factor of 400. This discrepancy was later reduced, but the qualitative result of most of the mass not being observable remains valid.

Later on, flat rotation curves of galaxies were observed. In order to understand the non-decreasing function of rotation speed as a function of the galactocentric distance, the dark matter (DM) halo was suggested as an explanation of the observational results.

1.2 Dark matter halo

The most common approach to account for the discrepancies between the observed and the calculated velocities is adding a DM halo to galaxies. Because the most common model for the DM, the ΛCDM model, assumes collisionless DM, the spherically symmetrical halos are considered in galactic models. The density profile is then fitted using at least two free parameters, the mass of the halo parameter and its scale length.

The gravitational potentials used in this contribution, both for dark and baryonic matter of the Milky Way (MW) galaxy, are taken from Pouliasis et al. (2017). The baryonic matter is considered in three components: bulge, thin disk and thick disk. The bulge is modeled as spherically symmetric, both disks as cylindrically symmetric. The DM halo is modeled as spherically symmetric. The exact forms of these profiles are as follows:

$$\phi_{\mathrm{bar}}(R,z)=\sum_{i=1}^{3}\phi_i(R,z), \tag{1}$$

$$\phi_i(R,z) = \frac{-GM_i}{\left[R^2+\left(a_i+\sqrt{z^2+b_i^2}\right)^2\right]^{1/2}}, \tag{2}$$

$$\phi_{DM,P}(r) = \frac{GM_h}{1.02\,a_h}\times \times\left\{\frac{-1.02}{1+\left(r/a_h\right)^{1.02}}+\ln\left[1+\left(r/a_h\right)^{1.02}\right]\right\}, \tag{3}$$

where $\phi_{\mathrm{bar}}(R,z)$ is the gravitational potential of the baryonic mass of the MW galaxy, $\phi_i(R,z)$ are the components of the baryonic mass and $\phi_{DM,P}(r)$ is the potential of the DM halo. The total potential is the sum of potentials of the baryonic matter and DM

$$\phi(R,z)=\phi_{\mathrm{bar}}(R,z)+\phi_{\mathrm{DM,P}}(r). \tag{4}$$

The values of parameters are in the following table:

Object	$M[10^{10}\,\mathrm{M_S}]$	$a_i[\mathrm{kpc}]$	$b_i[\mathrm{kpc}]$
Thin disk (i=1)	3.9440	5.30	0.25
Thick disk (i=2)	3.9440	2.60	0.80
Bulge (i=3)	1.0672	0	0.30
Halo	13.92	14.0	-

Tab. 1 Parameters of the Pouliasis et al. (2017) MW potential profile.

2 Alternative approaches to the missing mass problem

The other way of explaining the "missing mass" on large-scale cosmic structure is either by changing the Newton's laws of motion (MOND – Milgrom 1983) or by changing the gravitational law for weak gravitational fields, see, e.g., McGaugh et al. (2016), The authors obtained an empirical formula for the observational acceleration of stars in galaxies as a function of the measured baryonic acceleration

$$g_{obs}=\frac{g_{bar}}{1-\exp\left(-\sqrt{\left(g_{bar}/g_{+}\right)}\right)}, \qquad (5)$$

where $g_{+}=(1.2\pm0.26)\times10^{-10}\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. The result is valid for the magnitude of radial velocities and for a wide range of galaxies, including galaxies such as the MW galaxy. Eq. (5) can be generalized to vector form (Klačka 2019)

$$\vec{g}_{obs}=\frac{\vec{g}_{bar}}{1-\exp\left(-\sqrt{\left(|\vec{g}_{bar}|/g_{+}\right)}\right)}. \qquad (6)$$

Eq. (6) allows 3-dimensional modeling.

3 Our models

We will use two models. The first one is based on Eqs. (1)-(3), the second one uses Eq. (6).

3.1 DM model

The potentials represented by Eqs. (1)-(3) can be used to determine the accelerations of a test particle in any place of the MW galaxy. The acceleration caused by the baryonic mass of the MW galaxy is given as:

$$\vec{g}_{N}(R,z)=-\frac{\partial\phi_{bar}(R,z)}{\partial R}\hat{\vec{R}}-\frac{\partial\phi_{bar}(R,z)}{\partial z}\hat{\vec{z}}. \qquad (7)$$

The total acceleration caused by the MW galaxy using the Pouliasis et al. (2017) model is given as:

$$\vec{g}_{P}(R,z)=\vec{g}_{N}(R,z)+\vec{g}_{DM,P}(r), \qquad (8)$$

where

$$\vec{g}_{DM,P}(r)=-\frac{\partial\phi_{DM,P}(r)}{\partial r}\hat{\vec{r}}. \qquad (9)$$

3,2 Generalized gravity model

The total acceleration is based on Eq. (6) and Eq. (7):

$$\vec{g}_{K}(R,z)=\frac{\vec{g}_{N}(R,z)}{1-\exp\left(-\sqrt{g_{N}(R,z)/g_{+}}\right)}. \qquad (10)$$

The value $g_{+}=1.2\times10^{-10}\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ is used in Eq. (10), since the value gives theoretical results consistent with the observational rotation curve of the MW. All of these differential equations can either be solved numerically or analytically after linearization in the z-variable.

3.3 Equation of motion

The vector of acceleration equals either to Eq. (8) or to Eq. (10). The initial conditions for the position and the velocity in the z-axis are $z_0=17\pm5\,\mathrm{pc}, v_{z0}=7.17\pm0.38\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, see Karim and Mamajek (2016) for position and Dehnen and Binney (1998) for velocity. In calculations, we consider $R=8.247\,\mathrm{kpc}$ (Abuter et al. 2020 - 8246.7 pc ± 9.3 pc).

4 Results

The calculated oscillation period and amplitude for each case is summarized in Table 2, where linearization considers accuracy to the first order in z variable in the equation of motion and numerical calculation solves the exact equation of motion. The observed error in R generates relative error in period corresponding to 1 promile.

Model	Linearization		Simulation	
	T	A	T	A
Pouliasis	76.7	91.1	77.8	92.1
Klačka	70.5	84.0	71.4	84.8

Tab. 2 Calculated periods and amplitudes. Time unit is 10^6 yr, *length unit is* pc.

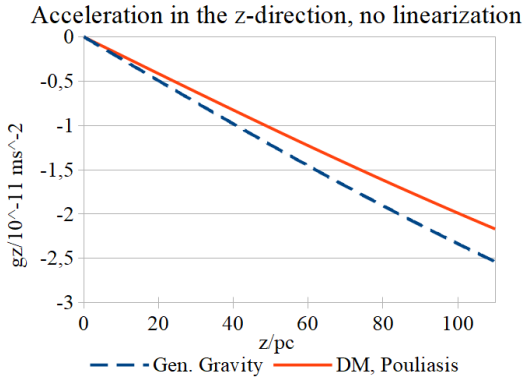


Fig. 1 Acceleration in the z-direction as a function of the z-variable. The function is almost linear in both models, linearization is reasonable.

5 Conclusion

We can conclude that the generalized gravity yields the period of oscillation 71 Myr, or, 1/3 of the orbital period of the Sun around the center of the Milky Way.

We neglect the uncertainties in the value of g_+ as well as the uncertainties in the parameters of the baryonic potential, because our results fit the speed of the Sun around the center of the MW galaxy to a high degree of precision. The potentials of the baryonic matter and Eq. (10) with the given value of g_+ yield 227.4 km s^{-1}, which is consistent with the value 227.7 km s^{-1} obtained from the observations by Abuter et al. (2020).

When we consider the uncertainties of the initial conditions z_0, v_{z0}, we obtain uncertainties of the calculated amplitudes, $\sigma_A = 4.4$ pc for the model without DM and $\sigma_A = 4.8$ pc for the model with DM.

The considered DM model yields oscillation period and the amplitude of the oscillation in 10% greater that the model without DM (see Eqs. 8 and 10, and, results in Table 2). Both approaches yield smaller periods than the conventional period 83.3 Myr, see Moore and Rees (2014, p. 5). The value 83.3 Myr is in 1/5 higher than the found value within the model without DM.

6 References

Dehnen W., Binney J., 1998, MNRAS, 298, 387-394
Karim M. T., Mamajek E. E., 2017, MNRAS, 465, 472-481
Klačka J., 2019, arXiv: 1904.04074v2
McGaugh S., Lelli F., Schombert J., 2016, Phys. Rev. Lett. 117, 201101
Milgrom M., 1983, ApJ, 270, 365-370
Moore P., Rees R., 2014, Patrick Moore‘s Data Book of Astronomy, CUP, Cambridge
Pouliasis E., Di Matteo P., Haywood M., 2017, A&A, 598, A66
Zwicky F., 1933, HPA, 6, 110-127

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 29–38
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jakub Košvanec

Mapovanie Galaxie pomocou Gaia dát

Jakub Košvanec[1]*

Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: V posledných desaťročiach sa viaceré pozorovacie misie zamerali na mapovanie našej Galaxie, či už sa jedná o pozemné pozorovania ďalekohľadmi v rámci projektu Sloan Digital Sky Survey (SDSS), alebo o vesmírnu misiu Gaia pod vedením Európskej vesmírnej agentúry. Vďaka týmto úspešným projektom sa naše poznanie Galaktických štruktúr výrazne prehĺbilo. Jedným z úspechov je aj priame pozorovanie hviezd centrálnej Galaktickej priečky [Anders et al., 2019]. Cieľom práce je oboznámiť sa so súčasnými modelmi popisujúcimi rozloženie hmoty v našej Galaxii, svietiacej baryónovej hmoty v centrálnej oblasti Galaxie a v Galaktickom disku a tmavou hmotou, ktorá dominuje halu našej Galaxie. Budeme sa podrobne venovať misii Gaia a jej najnovšiemu katalógu dát Early Data Release 3 (EDR3). Predstavíme si postup, akým sme vybrané dáta spracovali, a ukážeme si výsledné bodové mapy hviezd centrálnej oblasti našej Galaxie. Nakoniec si ukážeme potenciálové modely našej Galaxie, ktoré boli použité pri simuláciách, a výsledky simulácií dynamiky centrálnej oblasti Galaxie.

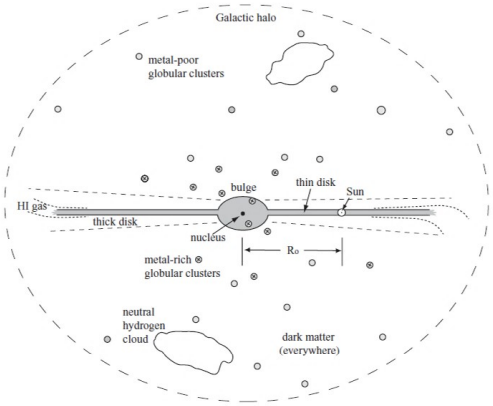
Kľúčové slová: Gaia, EDR3, Galaxia, mapa Galaxie, simulácia, dynamika Galaxie

1 Úvod

Galaxie sú základnými stavebnými blokmi vesmíru. Niektoré majú veľmi jednoduchú štruktúru s výskytom normálnych hviezd a bez význačných vlastností. Na druhej strane, existujú galaxie s veľmi komplexnou štruktúrou pozostávajúcou z rôznych častí akými sú hviezdy, neutrálny a ionizovaný plyn, prach, oblaky molekulárneho plynu a ďalšie. [Karttunen, 1987]

1.1 Naša Galaxia, Mliečna cesta

Sme obyvateľmi galaxie s názvom Mliečna cesta, ktorú taktiež často označujeme aj len jedným slovom, Galaxia. Externý pozorovateľ by mohol vidieť Galaxiu tak, ako na Obr. 1.

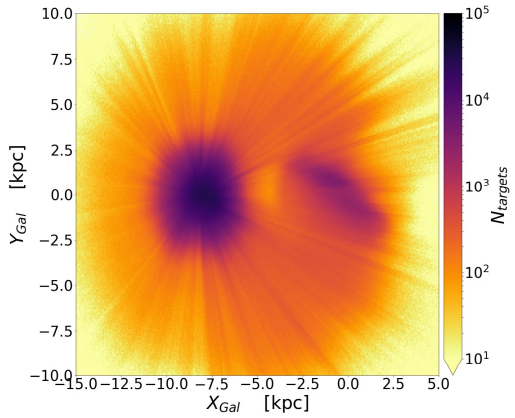


Obr. 1: Schématický pohľad na Galaxiu [Sparke and Gallagher, 2007]

Slnko sa nachádza vo hviezdnom disku v približnej vzdialenosti 8 kpc od stredu galaxie. [Sparke and Gallagher, 2007]

1.2 Štruktúra Galaxie

Mliečna cesta sa skladá z tenkého disku a hrubého disku, centrálnej výdute s priečkou, hviezdneho hala a z hala tmavej hmoty. Na Obr. 2 z práce [Anders et al., 2019] môžeme vidieť priečku v centrálnej výduti Galaxie.



Obr. 2: Hustotná mapa Galaxie v rovine XY [Anders et al., 2019]

*kosvanec1@uniba.sk

2 Misia Gaia

Gaia je ambiciózna misia Európskej vesmírnej spoločnosti s cieľom vytvoriť troj-dimenzionálnu mapu našej Galaxie a odhaliť tak jej zloženie, formáciu a jej evolúciu. Gaia poskytne bezprecedentné merania pozícií a radiálnych rýchlostí približne dvoch miliárd hviezd.

2.1 Gaia Early Data Release 3

Gaia EDR3 je prvou polovicou z celkového katalógu Gaia Data Release 3. Tento katalóg obsahuje v súčasnosti vyše 1,8 miliardy rôznych zdrojov s limitnou magnitúdou G $\approx$ 21.

2.2 Zeropoint

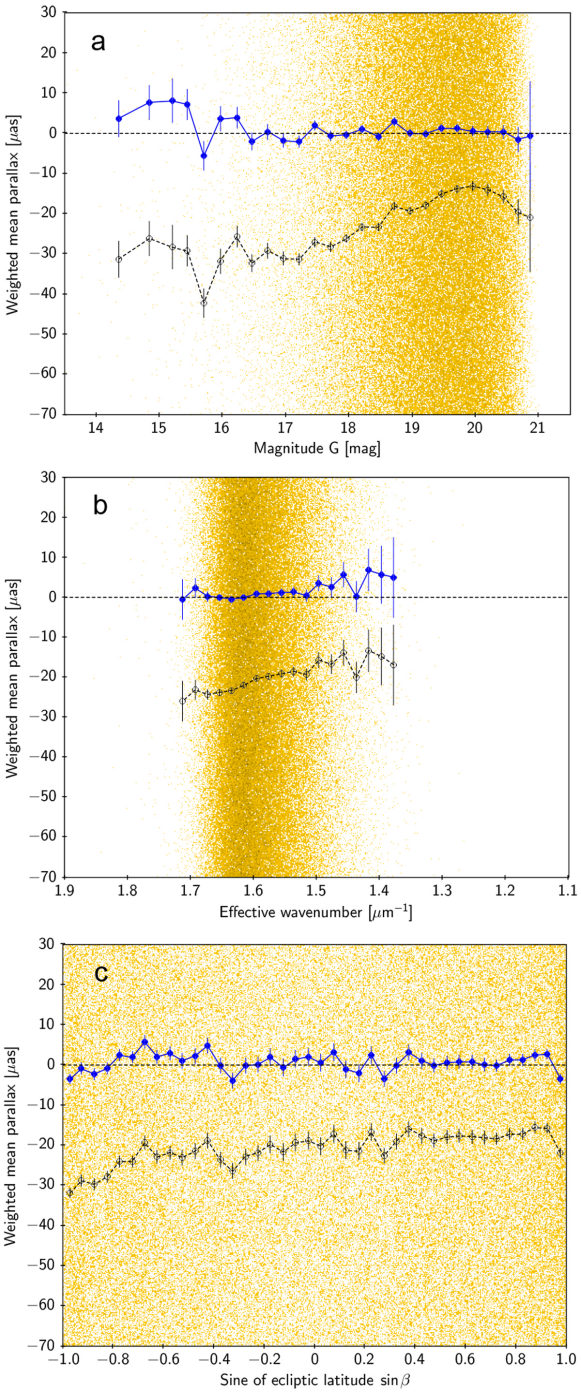
Misia Gaia v princípe určuje absolútne paralaxy zdrojov, avšak nepresnosti v nástrojoch a v metódach spracovania dát nevyhnutne vedú ku systematickým chybám v publikovaných hodnotách paralax. Už od druhého zverejnenia dát, katalóg DR2, existuje mnoho štúdií (príklad: [Chan and Bovy, 2020]), ktoré odhalili systematický posun paralax. Tento systematický posun nazývame zeropoint (nulový bod). Výslednú paralaxu zdroja je nutné posunúť o túto hodnotu zeropintu.

Pri určení zeropointu boli prevažne použité kvazary, ktoré slúžia ako priamy odhad posunu paralaxy. Paralaxy kvazarov majú v EDR3 priemernú hodnotu -17 μas. Pri zobrazení vzťahu paralax voči magnitúde G, alebo voči farbe zdroja, je možné pozorovať systematické variácie. Na Obr. 3 môžeme vidieť tieto vzťahy zobrazené. [Lindegren et al., 2021]

V práci [Lindegren et al., 2021] bola odvodená funkcia zeropointu $Z_{EDR3}(x)$, ktorá závisí od magnitúdy zdroja G, od efektívneho vlnového čísla (farba hviezdy) a od polohy zdroja.

2.3 Externý katalóg vzdialeností

Externý katalóg vzdialeností pochádza z práce [Bailer-Jones et al., 2021]. V tejto práci boli odhadnuté dva typy vzdialeností. Prvý typ, takzvaný Geometrický - r_med_geo, používa na určenie vzdialenosti len paralaxu a jej nepresnosť. Druhý typ, ktorý sa nazýva foto-geometrický - r_med_photogeo, používa na určenie vzdialenosti navyše farbu a magnitúdu zdroja.



Obr. 3: Paralaxy 1,2 milióna kvazarov. Žlté body sú jednotlivé hodnoty paralax zobrazené voči magnitúde (a), efektívnemu vlnovému číslu (b) a sínusu ekliptikálnej šírky (c). Otvorené čierne krúžky sú stredné hodnoty neopravených paralax. Modré plné krúžky sú paralaxy opravené o zeropint. [Lindegren et al., 2021]

Pozorovania zo sebou nesú nepresnosti, preto nemôžeme určiť vzdialenosť priamym spôsobom. V práci [Bailer-Jones et al., 2021] odvodili distribúciu pravdepodobnosti geometrickej vzdialenosti ako

$$P(r|\varpi,\sigma_{varpi},p) = P(\varpi|r,\sigma_\varpi)P(r|p) \qquad (1)$$

kde r je vzdialenosť, ϖ je paralaxa, σ_ϖ je chyba paralaxy a p je hodnotou parametra HEALpixel, ktorá závisí od Galaktickej dĺžky a šírky, čiže od polohy zdroja. Funkcia $P(\varpi|r,\sigma_\varpi)$ je pravdepodobnostná distribúcia paralaxy, ktorá má tvar:

$$P(\varpi|r,\sigma_\varpi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\varpi} exp\left[-\frac{1}{2\sigma_\varpi^2}\left(\varpi - \varpi_{zp} - \frac{1}{r}\right)^2\right]. \qquad (2)$$

Pravdepodobnostná distribúcia vzdialenosti závislá od parametra p má tvar:

$$P(r|p) = \begin{cases} \frac{1}{\Gamma\left(\frac{\beta+1}{\alpha}\right)}\frac{\alpha}{L^{\beta+1}} r^\beta e^{-(r/L)^\alpha} & , \quad r \geq 0 \\ 0 & , \end{cases} \qquad (3)$$

Tieto distribúcie pravdepodobnosti boli fitnuté pomocou simulovaného katalógu z práce [Rybizki et al., 2018].

Pravdepodobnostná distribúcia foto-geometrickej vzdialenosti bola určená podobným spôsobom a má tvar:

$$P*_{pg}(r|\varpi,\sigma_\varpi,G,c,p) \simeq P(\varpi|r,\sigma_\varpi)P(r|p)\times P(Q_G|c,p). \qquad (4)$$

kde Q_G je veličina označujúca magnitúdu a c označuje farbu. [Bailer-Jones et al., 2021]

3 Výber dát

Na získanie dát sme využili možnosť napojenia do archívu Gaia. Ako bolo už spomenuté, cieľom práce je zmapovanie centrálnej oblasti našej Galaxie. Z archívu Gaia sme vybrali kužeľový výsek okolo stredu Galaxie s uhlom 30° a s obmedzením vzdialenosti od 4 kpc do 12kpc. Dáta sme ďalej obmedzili pomocou renormalizovanej jednotkovej váženej chyby $ruwe \leq 1.4$, podobne ako v práci [Anders et al., 2019] a mnoho ďalších, a zároveň pomocou parametra $parallax_over_error \geq 4$, čo predstavuje 25% chybu merania paralaxe.

3.1 Spracovanie dát

Z vyššie uvedeného výberu dát sme získali 2 409 836 zdrojov. Okrem iného, naše dáta obsahujú polohu v rektascenzii a deklinácii, paralaxu a vzdialenosti z externého katalógu r_med_geo a r_med_photogeo. Ku dátam sme následne pomocou phytonovskej knižnice gaiaedr3_zeropoint [Ramos,], ktorá je založená na práci [Lindegren et al., 2021], priradili hodnoty zeropointu a extinkciu E(B-V) za použitia knižnice mwdust [Bovy et al., 2016]. Z paralaxy a paralaxy upravenej o zeropoint sme následne vypočítali ďalšie dve hodnoty vzdialenosti. V ďalšom kroku sme transformovali súradnice z barycentrických súradníc v referenčnom rámci ICRS do Galakto-centrických súradníc v kartézskej a sférickej forme. Pomocou sférických súradníc sme zhotovili konečný výber dát, pri ktorom sme si zvolili podmienku Galakto-centrickej vzdialenosti menšej ako 4 kpc.

Týmto spôsobom sme získali 4 rôzne polohy zdrojov a zhotovili sme tak 4 mapy centrálnej oblasti galaxie. Na Obr. 5 môžeme vidieť mapy centrálnej oblasti Galaxie v rovine XY.

4 Simulácie

Simulácie pohybu hviezd sme vykonali pomocou programovacieho jazyka phyton a knižnice Galpy [Bovy, 2014], v ktorej sú zabudované rôzne potenciálové modely Galaxie. V našej práci boli simulácie vykonané v troch rôznych potenciálových modeloch. Použité modely sú: Irrgang Model 1 z práce [Irrgang et al., 2012], MWPotential2014 z práce [Bovy, 2014] a Miyamoto-Nagai z práce [Miyamoto and Nagai, 1975]. Distribúcie hustoty hmôt použitých potenciálových modelov môžeme vidieť na Obr. 4.

Potenciál Miyamoto-Nagai zabudovaný v galpy má tvar:

$$\Phi(R,z) = -\frac{amp}{\sqrt{R^2 + \left(a + \sqrt{z^2+b^2}\right)^2}}, \qquad (5)$$

kde $amp = GM$, a je škálovacia dĺžka a b je škálovacia výška.

Potenciálový model Irrgang Model I z práce [Irrgang et al., 2012] je zložený z viacerých častí. Potenciál výdute a disku Galaxie:

$$\Phi_{\mathrm{b}}(R) = -\frac{M_{\mathrm{d}}}{\sqrt{r^2 + \left(a_{\mathrm{d}} + \sqrt{z^2 + b_{\mathrm{d}}^2}\right)^2}}. \qquad (6)$$

Parametre M_b a M_d určujú váhy príspevkov komponentov a b_b, a_b, b_d sú škálovacie dĺžky. Potenciál hala má zložitejší tvar:

$$\Phi_h(R) = \begin{cases} \frac{M_{\mathrm{h}}}{a_{\mathrm{h}}} \left(\frac{1}{(\gamma-1)} \ln \left(\frac{1+\left(\frac{R}{a_{\mathrm{h}}}\right)^{\gamma-1}}{1+\left(\frac{\Lambda}{a_{\mathrm{h}}}\right)^{\gamma-1}} \right) - \frac{\left(\frac{\Lambda}{a_{\mathrm{h}}}\right)^{\gamma-1}}{1+\left(\frac{\Lambda}{a_{\mathrm{h}}}\right)^{\gamma-1}} \right) \\ -\frac{M_{\mathrm{h}}}{R} \frac{\left(\frac{\Lambda}{a_{\mathrm{h}}}\right)^{\gamma}}{1+\left(\frac{\Lambda}{a_{\mathrm{h}}}\right)^{\gamma-1}} \end{cases} \qquad (7)$$

Parameter M_h určuje váhu príspevku hala, a_h je škálovacia dĺžka. Parameter Λ určuje pri akej vzdialenosti má byť potenciál urezaný. Parameter γ je v princípe voľný parameter.

Potenciál MWPotential2014 pozostáva z potenciálu disku, ktorý má rovnaký tvar ako potenciál Miyamoto-Nagai (5), z potenciálu výdute, ktorý je modelovaný ako mocninový sférický potenciál, ktorého distribúcia hustoty má tvar:

$$\rho(r) = amp \left(\frac{r_1}{r}\right)^{\alpha} \exp\left(-(r/rc)^2\right), \qquad (8)$$

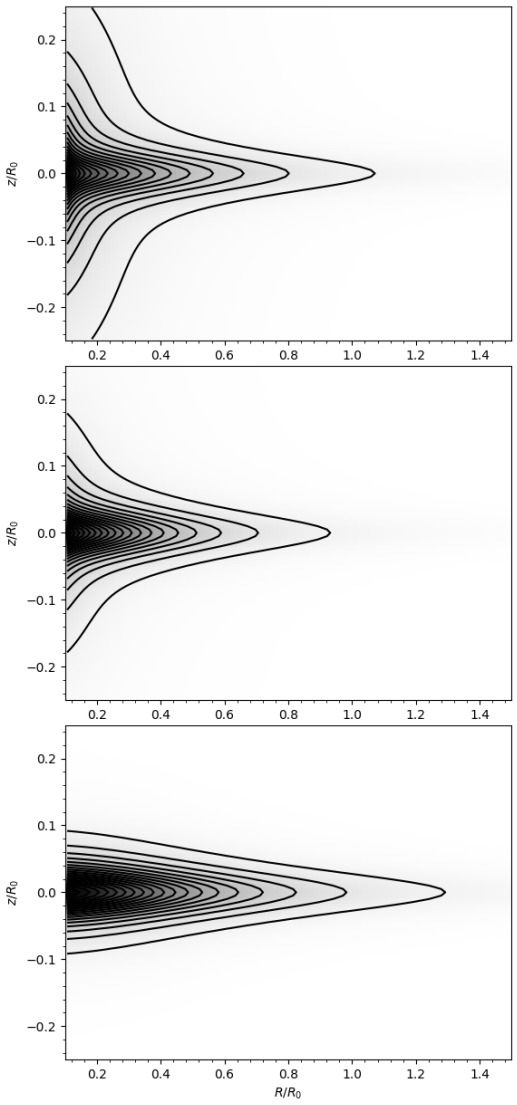
a z potenciálu hala tmavej hmoty s tvarom distribúcie hustoty:

$$\rho(r) = \frac{\mathrm{amp}}{4\pi a^3} \frac{1}{(r/a)(1+r/a)^2}. \qquad (9)$$

[Bovy, 2014]

4.1 Výsledky simulácii

Dĺžka simulácií bola nastavená na 5 miliárd rokov. Na Obr. 6 môžeme vidieť pohyb vybranej hviezdy v rovine XY pre 3 rôzne potenciálové modely. Na Obr. 7 máme zobrazenú závislosť Z-ovej polohy hviezdy voči vzdialenosti od stredu Galaxie a na Obr. 8 máme zobrazený vzťah radiálnej rýchlosti voči vzdialenosti od centra Galaxie. Výsledkom simulácií sú taktiež histogramy excentricít, zmeny cylindrického polomeru a maximálna zmena vo výške Z nad rovinou disku Galaxie pre 10 000 hviezd, ktoré môžeme vidieť na obrázkoch Obr. 9, Obr. 11 a Obr. 12 v tomto poradí.



Obr. 4: Rozloženia hustoty hmoty pre potenciály Irrgang Model 1 (hore), MWPotential2014 (v strede) a Miyamoto-Nagai (dole). Mapy hustoty boli získané vstavanou funkciou v knižnici galpy.

5 Záver

Pri porovnaní panelov C a D na Obr. 5 môžeme vidieť dôležitosť aplikovania opravy paralaxy o zeropoint. Zhustená oblasť sa nám posunula približne o 2 kpc bližšie ku stredu Galaxie. Pri mapách zhotovených pomocou vzdialeností z externého katalógu pozorujeme nedostatok zdrojov pri vzdialensotiach od Zeme väčších ako 7kpc. Tento nedostatok mohol byť spôsobený prísnejšími podmienkami pri selekcii dát.

Vo výsledných histogramoch simulácií si môžeme všimnúť pri potneciáli Irrgang Model I tendenciu mať viac excentrické obežné dráhy, Obr. 9. Podobný trend môžeme pozorovať aj pri histograme maximálnej výšky Z, Obr. 12, a aj pri zmene cylindrického polomeru na Obr. 11 kde tieto zmeny dosahujú vyššie hodntoy pri potenciáli Irrgang Model 1. Pri simuláciach obežných dráh sme si taktiež všimli, že niektoré hviezdy boli v potenciály Irrgang Model 1 vyvrhnuté mimo centrálnu oblasť Galaxie. Jeden taký príklad môžeme vidieť na Obr. 10, kde máme zobrazenú dráhu jednej hviezdy vo všetkých troch potenciáloch. Pri ucelenom pohľade sú potenciály Miyamoto-Nagai a MWPotential2014 len málo rozdielne.

Poďakovanie

Za odbornú pomoc ďakujem školiteľovi Romanovi Nagyovi a konzultantovi Emilovi Puhovi.

Literatúra

[Anders et al., 2019] Anders, F., Khalatyan, A., Chiappini, C., Queiroz, A., Santiago, B., Jordi, C., Girardi, L., Brown, A., Matijevic, G., Monari, G., Cantat-Gaudin, T., Weiler, M., Khan, S., Miglio, A., Carrillo, I., Romero-Gomez, M., Minchev, I., and de Jong, R. (2019). Photo-astrometric distances, extinctions, and astrophysical parameters for gaia dr2 stars brighter than g = 18. *Astronomy and Astrophysics*, 628.

[Bailer-Jones et al., 2021] Bailer-Jones, C., Rybizki, J., Fouesneau, M., Demleitner, M., and Andrae, R. (2021). Estimating distances from parallaxes. v. geometric and photogeometric distances to 1.47 billion stars in gaia early data release 3. *The Astronomical Journal*, 161:147.

[Bovy, 2014] Bovy, J. (2014). galpy: A python library for galactic dynamics. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 216.

[Bovy et al., 2016] Bovy, J., Rix, H.-W., Green, G. M., Schlafly, E. F., and Finkbeiner, D. P. (2016). On Galactic Density Modeling in the Presence of Dust Extinction. , 818(2):130.

[Chan and Bovy, 2020] Chan, V. C. and Bovy, J. (2020). The Gaia DR2 parallax zero-point: hierarchical modelling of red clump stars. , 493(3):4367–4381.

[Irrgang et al., 2012] Irrgang, A., Wilcox, B., Tucker, E., and Schiefelbein, L. (2012). Milky way mass models for orbit calculations. *Astronomy and Astrophysics*, 549.

[Karttunen, 1987] Karttunen, H. (1987). *Fundamental astronomy*.

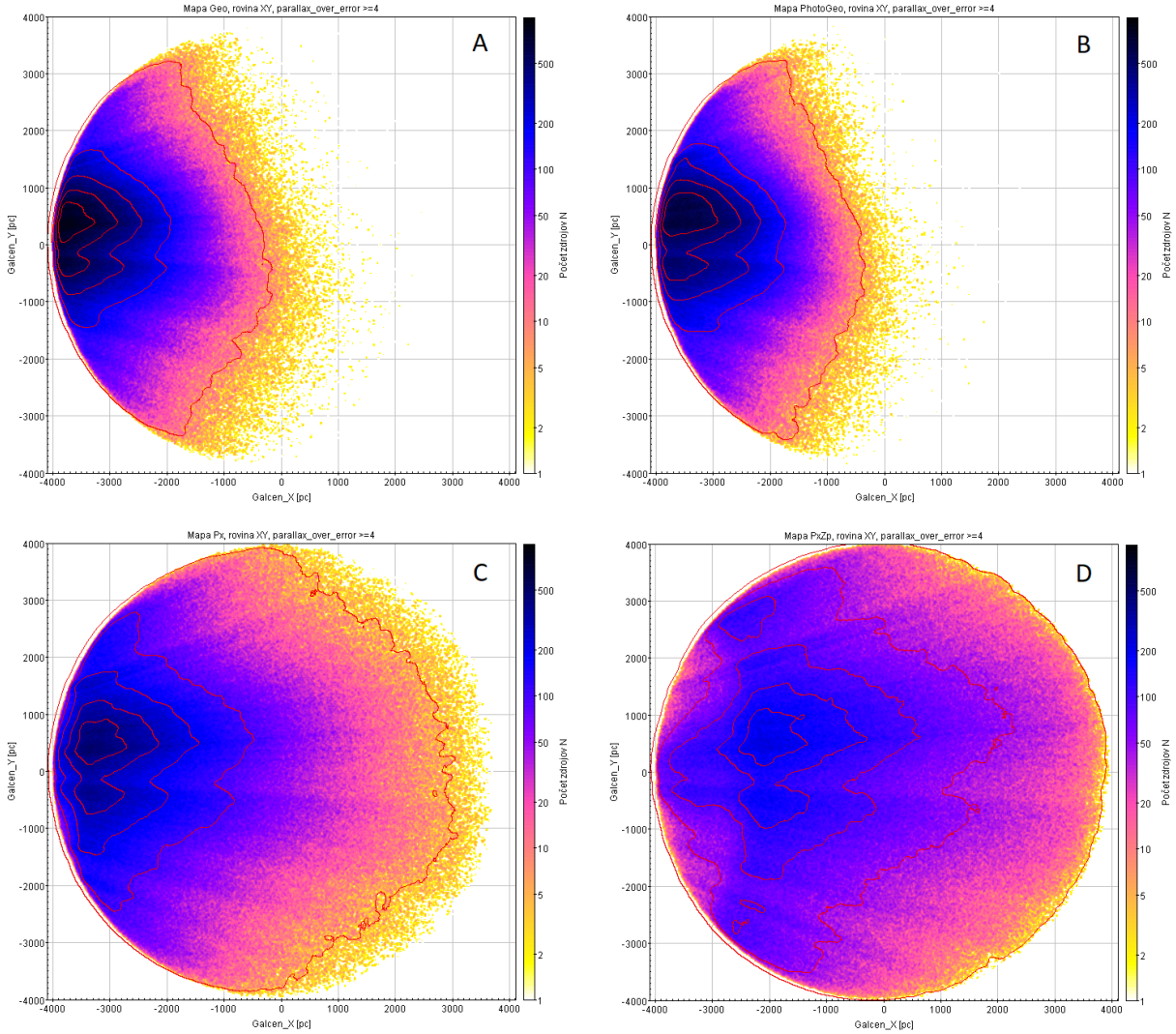
[Lindegren et al., 2021] Lindegren, L., Bastian, U., Biermann, M., Bombrun, A., de Torres, A., Gerlach, E., Geyer, R., Hernández, J., Hilger, T., Hobbs, D., Klioner, S. A., Lammers, U., McMillan, P. J., Ramos-Lerate, M., Steidelmüller, H., Stephenson, C. A., and van Leeuwen, F. (2021). Gaia Early Data Release 3. Parallax bias versus magnitude, colour, and position. , 649:A4.

[Miyamoto and Nagai, 1975] Miyamoto, M. and Nagai, R. (1975). Three-dimensional models for the distribution of mass in galaxies. , 27:533–543.

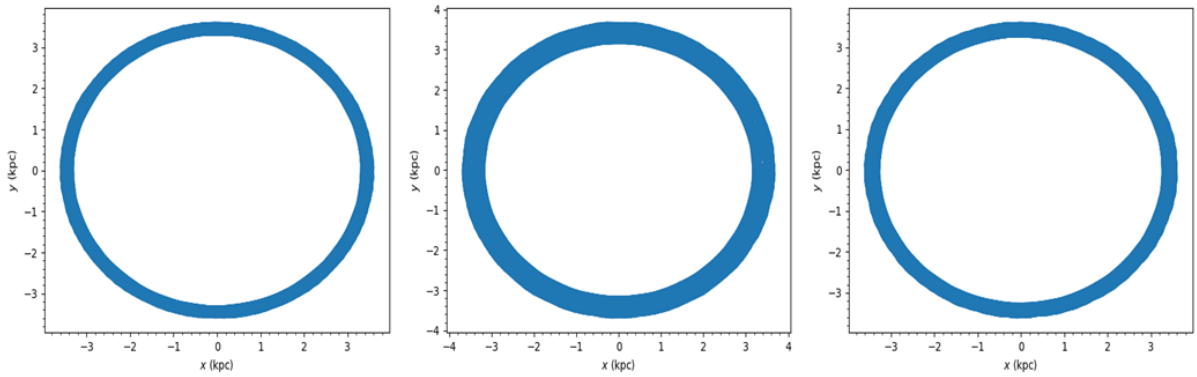
[Ramos,] Ramos, P. gaiadr3$_{z}$*eropointgitlab.Sprstupnen* : 15.05.2022.

[Rybizki et al., 2018] Rybizki, J., Demleitner, M., Fouesneau, M., Bailer-Jones, C., Rix, H.-W., and Andrae, R. (2018). A Gaia DR2 Mock Stellar Catalog. , 130(989):074101.

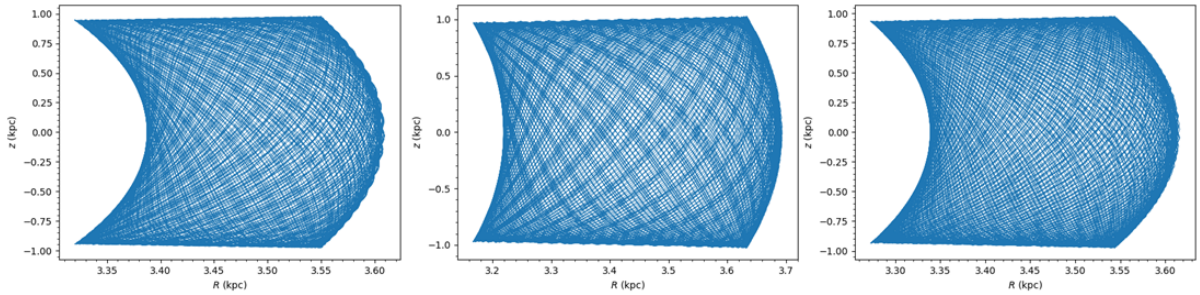
[Sparke and Gallagher, 2007] Sparke, L. S. and Gallagher, John S., I. (2007). *Galaxies in the Universe: An Introduction*.



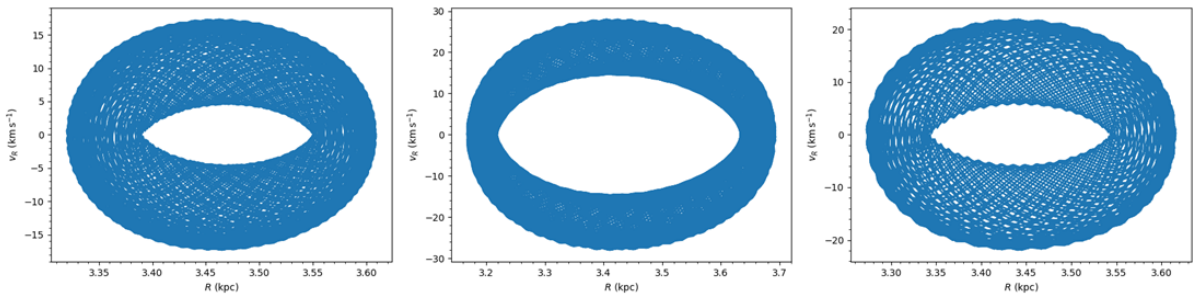
Obr. 5: Bodové mapy Galaxie zhotovené pomocou vzdialenosti r_med_geo (A), r_med_photogeo (B) a pomocou vzdialensoti odvodenej z paralaxy (C) a paralaxy opravenej o zeropoint (D).



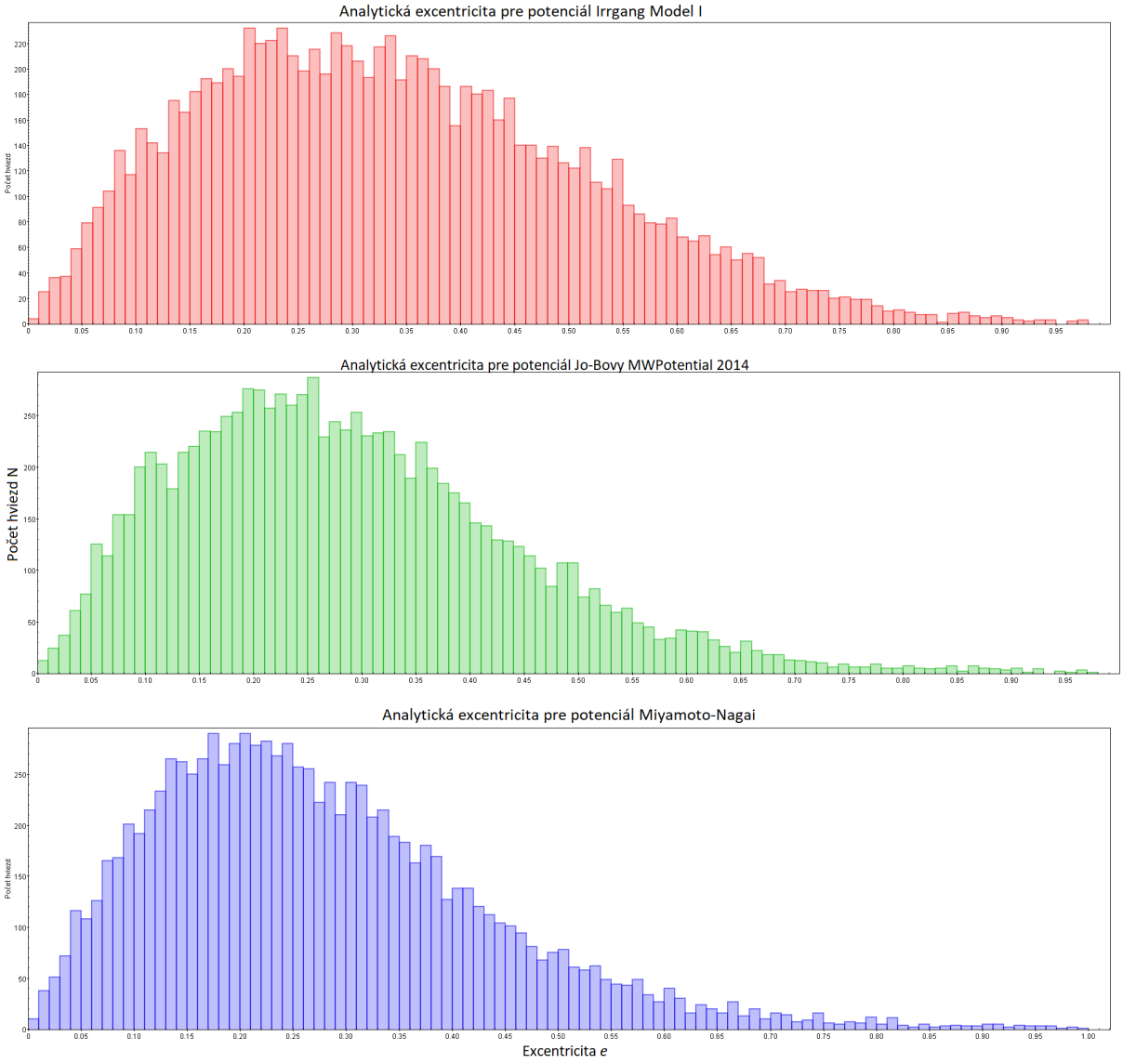
Obr. 6: Simulácia pohybu hviezdy v rovine XY v potenciáloch
Irrgang ModelI 2013 (naľavo), Miyamoto-Nagai 1975 (v strede) a Jo Bovy MWPotential 2014 (napravo)



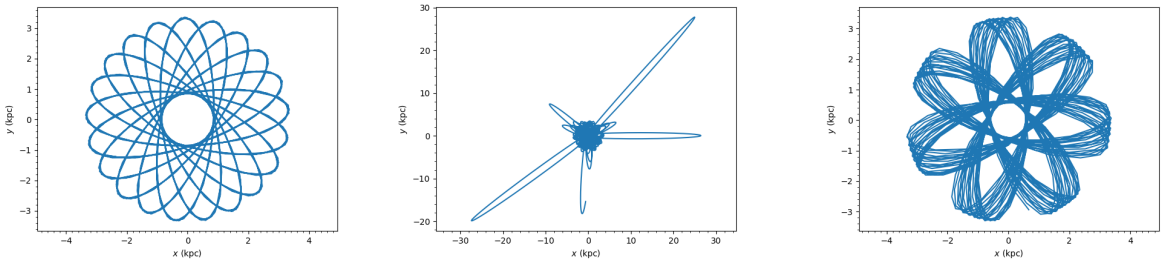
Obr. 7: Vzťah Z-ovej polohy hviezdy voči vzdialenosti od centra Galaxie v potenciáloch
Irrgang ModelI 2013 (naľavo), Miyamoto-Nagai 1975 (v strede) a Jo Bovy MWPotential 2014 (napravo)



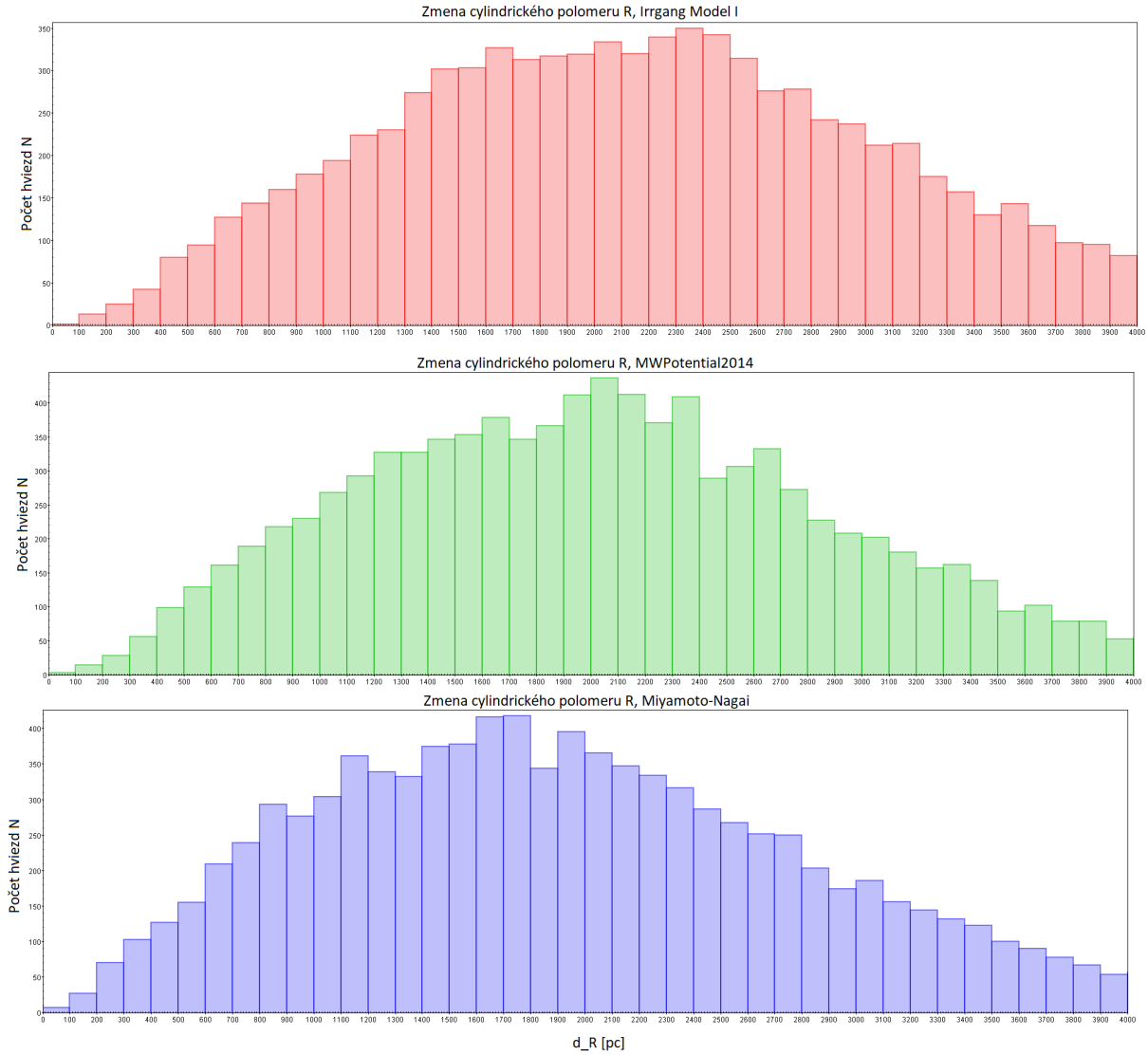
Obr. 8: Vzťah medzi radiálnou rýchlosťou hviezdy a jej vzdialenosťou od centra Galaxie v potenciáloch
Irrgang ModelI 2013 (naľavo), Miyamoto-Nagai 1975 (v strede) a Jo Bovy MWPotential 2014 (napravo)



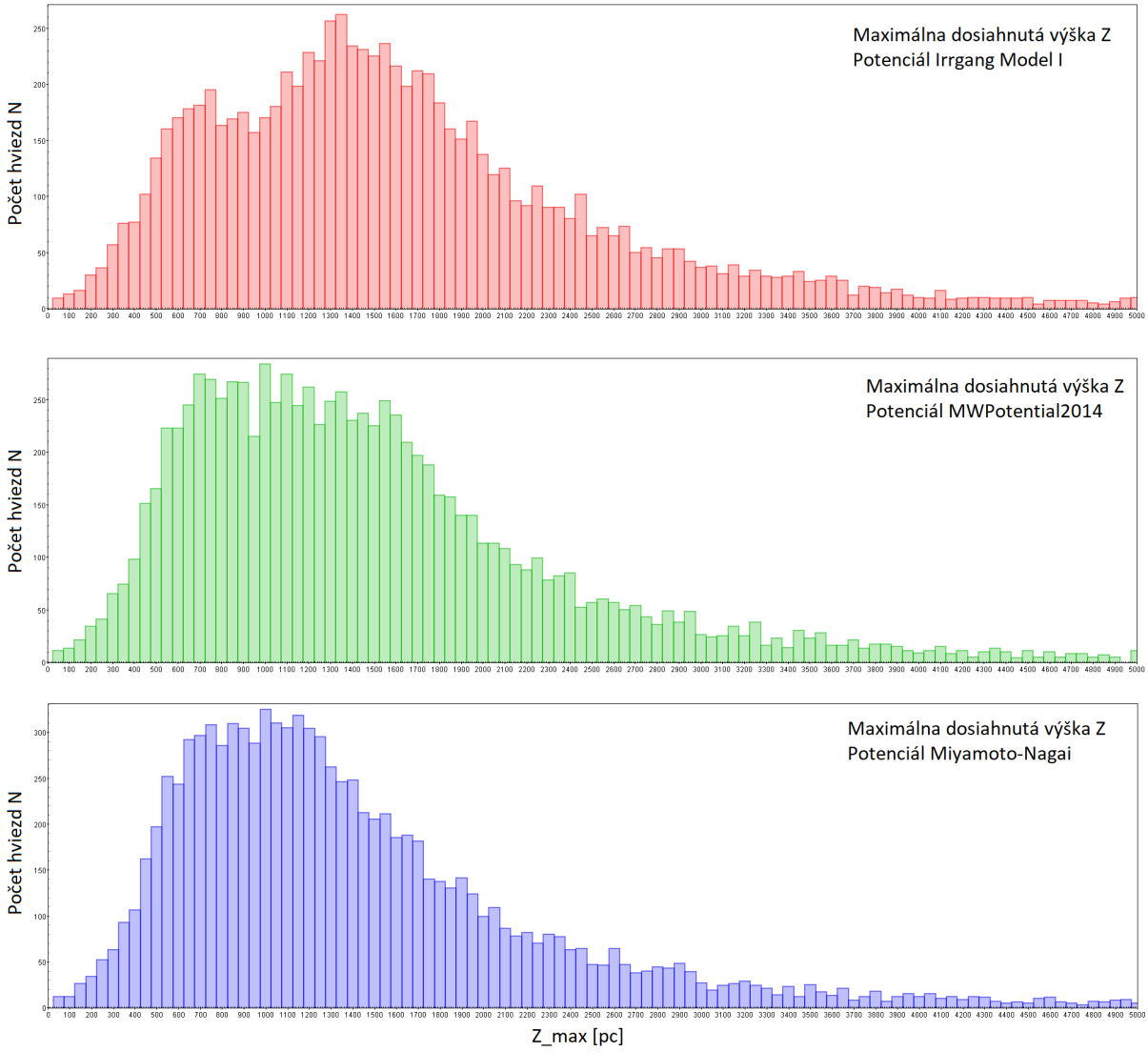
Obr. 9: Excentricity simulovaných hviezd pre potenciály Irrgang Model 1 (hore), MWPotential2014 (v strede) a Miyamoto-Nagai (dole). Excentircity boli získané analytickým spôsobom, ktorý je priamo zabudovaný v knižnici galpy.



Obr. 10: Obežná dráha hviezdy v potenciáloch Miyamoto-Nagai (vľavo), Irrgang Model 1 (v strede) a MWPotential2014 (vpravo). Môžeme si všimnúť, že zaťiaľ čo má táto hviezda stabilnú obežnú dráhu v ponteciáloch Miyamoto-Nagai a MWPotential2014, pri pontenciáli Irrgang Model 1 bola hviezda vyvrhnutá až do vzdialenosti 30 kpc.



Obr. 11: Zmeny cylindrického pomeru hviezd pre potenciály Irrgang Model 1 (hore), MWPotential2014 (v strede) a Miyamoto-Nagai (dole).



Obr. 12: Maximálna výška Z hviezd pre potenciály Irrgang Model 1 (hore), MWPotential2014 (v strede) a Miyamoto-Nagai (dole).

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 39–43
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Marek Jurčík

Kinematics of stars in the Milky Way

Marek Jurčík[1*]

Supervisor: Roman Nagy[1†]

Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, Oddelenie astron. a astrofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: Gravity is the most important force guiding the motion of the stars in the Milky Way. For that, understanding of the gravitational force is a must for the modelling of kinematics and dynamics of the stars. However, the results of observations in weak gravitational fields differ significantly from predictions based on a classical Newton's and Einstein's theory of gravity.

There are two possible ways to approach this problem. [Zwicky, 1933] proposed the existence of the dark matter as an the additional mass to the barryonic matter, which can explain flat rotational curves. Since gravitational action of the dark matter itself can not precisely explains all observed phenomena, there is second approach using different modifications of gravity theory or gravitational force itself. Some of such a modifications do not requiere the existence of the dark matter.

In this work we present different mass distribution models, which we used in the simulations of particle motion in the plane.

Keywords: mass distribution, dark matter, galaxy kinematics

1 Introduction

Motions of the stars, features of the galaxies and also their future, very closely related to the gravitational potential of the galaxy. Gravity, as one of the four elemetary forces in the Universe, was first described by the Isaac Newton. At present, the most accurate theory of gravity is the general theory of relativity, published by Albert Einstein [Einstein, 1915].

But using this theories to explain motions of the stars in galaxies and other structurec containing many stars, is greatly problematic. As firstly mentioned [Zwicky, 1933] while examining the Coma galaxy cluster, there is enormous difference between the observed rotational velocities of the stars and the predicted using the assumption that all the attractive force comes from the baryonic matter.

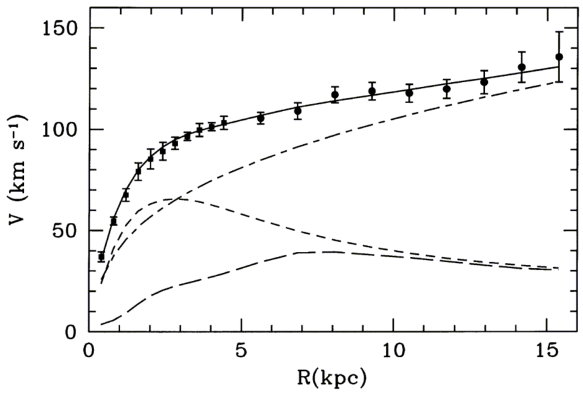


Figure 1: The extended rotation curve of the M33. Observations are marked with points and fitted by the solid line. The contribution of the halo itself is marked by dot-dashed line. To compare, the contribution from the visible (luminous) matter are denoted by short-dashed line (the stellar disc) and the long-dashed line (gas) [Corbelli and Salucci, 2000].

[Rubin et al., 1980] showed, that this phenomenon occurs in almost every galaxy. The Milky Way is not the exception [Battaglia et al., 2005].

In Section 2 we present different approaches to the understandment of kinematics of stars in the Milky Way. In Section 3 we compare two models by simulating the motion of one object in different gravitational potential. Details about simulations are presented too. Results and further work is discussed in the Section 4 and the Section 5.

2 Dark matter and modifications of the motion equations

Classical example of the discrepancy between the stellar kinemmatics using the virial theorem $2\langle t\rangle = n\langle V_{TOT}\rangle$ based on the Newtonian theory of gravity and the observations is ilustrated in Fig. 1.

Observations of this type leads to the following conclusions:

1. More mass in galaxies is requiered. Since there

*jurcik16@uniba.sk
†Roman.Nagy@fmph.uniba.sk

are any direct observations of such a mass, it is proposed to be non-visible dark matter [Zwicky, 1933] [Rubin et al., 1980].

2. The assumptions on which the Newtonian dynamics are based are already incorrect and need to be modified (MOND) [Milgrom, 1983]. Assuming a common Newtonian equation of the form,
$$\vec{F} = m\vec{a}, \tag{1}$$
modified version can be in general wrtitten as:
$$\vec{F} = m\mu\frac{a}{a_0}\vec{a}. \tag{2}$$
In the both Eqs. 1 and 2 $\vec{F}$ represents Newtonian force, m mass of the object and a is acceleration of the object due to the force. Additional to that, in the Eq. 2 is incorporated correction term a/a_0, where a_0 representing the transition between the Newtonian and MOND. $\mu(x)$ is unspecified function.When the motion is computed with Eq. 2, thanks to the added modifications, the need to assume additional matter in galaxies disappears.

3. There is no need to change the Newtonian dynamics, but only the theory of gravity (MOG) [McGaugh et al., 2016]. When the Lagrangian mechanics is forming, various modifications of gravitational acceleration are applied. These theories do not have to deny the existence of dark matter.

Each of these proposals has some shortcomings:

1. It is still not clear what kind of particles or matter should the dark matter consists of.

2. MOND is not capable to explain other phenomena, for which is the dark matter needed. For example galaxy clusters show a residual mass discrepancy even when analyzed using MOND [McGaugh, 2015].

3. There are many MOG theories for different observations. There is still not one universal MOG theory.

3 Newtonian gravity and the MOG

In this paper we examine the motion of one object in the potentian based on the Newtonian gravity and in the potential from the modified gravity. In the both approaches we assumed radially symmetric cylindrical potential [Freeman, 1970]:

$$\begin{aligned}\phi_d(r) = -\pi G\Sigma_0 r[&I_0\left(\frac{r}{r_d}\right)K_1\left(\frac{r}{r_d}\right) - \\ &I_1\left(\frac{r}{r_d}\right)K_0\left(\frac{r}{r_d}\right)],\end{aligned} \tag{3}$$

where gravitational constant $G = 6.6743 * 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$. Σ_0 is the surface density of the baryonic matter, which is composed of the surface densities of the thin disk and the thick disk separetelly.

$$\Sigma_0 = \Sigma_{thin} + \Sigma_{thick}. \tag{4}$$

In our model we use values $\Sigma_{thin} = 896 * 10^6\ M_{sun} pc^{-2}$ and $\Sigma_{thick} = 183 * 10^6\ M_{sun} pc^{-2}$. Difference between the thin disk and the thick disk is also included in the radial scale r_d, for which $r_{d,thin} = 3.02\ kpc$ and $r_{d,thick} = 3.02\ kpc$.

$$K_n(x) = \frac{\pi}{2}\frac{I_{-n}(x) - I_n(x)}{sin(n\pi)}, \tag{5}$$

$$I_n(x) = \sum_{m=0}^{\infty}\frac{1}{m!\Gamma(m+n+1)}\frac{x}{2}^{2m+n}, \tag{6}$$

Eq. 5 and Eq. 6 are modified Bessel functions and Γ is the Gamma function.

For the galactic bar we use equation from [Klačka et al., 2012]:

$$\begin{aligned}\Phi_b(r,\varphi) &= \Phi_{b,out}(\varphi), r > r_b, \\ \Phi_b(r,\varphi) &= \Phi_{b,in}(r,\varphi), r < r_b\ .\end{aligned} \tag{7}$$

Potential when the object is outside the bar $\Phi_{b,out}(\varphi)$:

$$\begin{aligned}\Phi_{b,out}(\varphi) = &-\frac{GM_b}{r} - \\ &- h(\varphi)\frac{GQ_{11}(1 - Q_{22}/Q_{11})}{4r^3}.\end{aligned} \tag{8}$$

Potential when the object is inside the bar $\Phi_{b,int}(r,\varphi)$:

$$\begin{aligned}\Phi_{b,int}(r,\varphi) = &-\frac{GM_b}{2r_b}[3 - (\frac{r}{r_b})^2] - \\ &- h(\varphi)\frac{3GQ_{11}(1 - Q_{22}/Q_{11})}{16r_b^3} \\ &\left[\frac{7}{3} - \left(\frac{r}{r_b}\right)^4\right].\end{aligned} \tag{9}$$

For the r_b we use the same values as for the r_d. M_b denoted the mass of the galactic bar $M_b = 9.23 * 10^9 * M_{sun}$, Q_{11} and Q_{22} are parameters of mass distribution, for which we use values: $Q_{11} = 1.86 * M_b$ and $Q_{22}/Q_{11} = -0.429$. $h(\varphi)$ is the function of the density in the galactic bar.

$$h(\varphi) = \frac{1+Q_{22}/Q_{11}}{1-Q_{22}/Q_{11}} + cos(\Omega_b t + \varphi_0 - 2\varphi), \quad (10)$$

where Ω_b refers to the angular speed of the galactic bar. In our model $\Omega_b = 55,5 kms^{-1} kpc^{-1}$.

The spiral arms potential is given by the function [Antoja et al., 2011]:

$$\Phi_{sp}(r,\varphi) = -A_{SP} r e^{-r/r_d} cos[2*(\varphi - \Omega_s t) - g(r)]. \quad (11)$$

A_{SP} defines the force of the spiral arms, for which we use value $A_{SP} = 1080(kms^{-1})^2 kpc^{-1}$. Ω_s is the angular speed of the spiral arms a $g(r)$ determines the shape of the spiral structure. $g(r)$ is given by the function:

$$g(r) = \frac{2}{Ntg(i)} ln[1 + (\frac{r}{r_{SP}})^N]. \quad (12)$$

$N = 100$ is parameter, which describes the sharpness of the transition between the galactic bar and spiral arms. i defines the angle of inclination of the spiral arms and $r_{SP} = 2.6 kpc$ denoted the radial distance at the beginning of the arm position.

Mentioned potentials were used in simulations of motion in both types of potentials, the Newtonian and MOG.

3.1 Newtonian gravity

If it is based on the classical Newtonian gravity, it is necessary to add the potential from dark matter [Navarro, 1996]:

$$\Phi_h = -\frac{4\pi r_h^3 \rho 0,h}{r} ln\left(1 + \frac{r}{r_h}\right), \quad (13)$$

$\rho 0,h = 8.54 * 10^{-3} M_{sun} pc^{-3}$ defines the dark matter halo density at the galactic centre and $r_h = 19.6 kpc$ is the radius of the dark matter halo.

The final potential is the superposition of the potential from the galactic disk $\Phi_d(r)$, potential of the galactic bar $\Phi_b(r,\varphi)$, spiral arms potential $\Phi_{sp}(r,\varphi)$ and the potential of the dark matter halo $\Phi_h(r)$.

$$\Phi_r = \Phi_d(r) + \Phi_b(r,\varphi) + \Phi_{sp}(r,\varphi) + \Phi_h(r). \quad (14)$$

3.2 McGaugh based MOG

In our paper we use modified gravity which is based on the formula from [McGaugh et al., 2016]. The motion equation is given by:

$$\vec{g_{obs}} = \frac{\vec{g_{bar}}}{1 - exp(-\sqrt{|\vec{g_{bar}}|/g_+}}. \quad (15)$$

Acceleration from the baryonic matter g_+ is the constant $g_+ = 1.2 * 10^{-10} ms^{-2}$.

4 Results

Inputs in both models:

- $x[0]$=Random value with Gaussian distribution, around the mean value 8.33.
- $y[0] = 0$
- $\dot{x}[0] = 0$
- $\dot{y}[0]$=Negative random value with Gaussian distribution, around the mean value 233.

Fig. 2 shows speed components. Black color denoted the Newtonian gravity and the red is the modified gravity. Modified gravity compare to the Newtonian shows larger variations in velocity components, but in this case, the difference between two approaches is not obvious. To compare, in the Fig. 3 can be seen dependence of individual coordinates in a plane, where difference is clearly visible. As the results in Fig. 2 suggest, Newtonian gravity takes on a wider range of values. These results can be interpreted by the fact that MOG gravity acts more strongly on the particle.

To verify these claims in the Fig. 4 we display dependence of total speed on radial distance. In this case, the same trend can be observed as in the previous graphs. The time evolution of the total speed is displayed in the Fig. 5.

5 Conclusion

In this work we describe two models of potential in the Milky Way. To compare them we use simulations of the motion of one object in static potentials on the plane. As a results we obtain visualisations of the trajectories, velocity components and time evolution of each components. Velocity components and the total

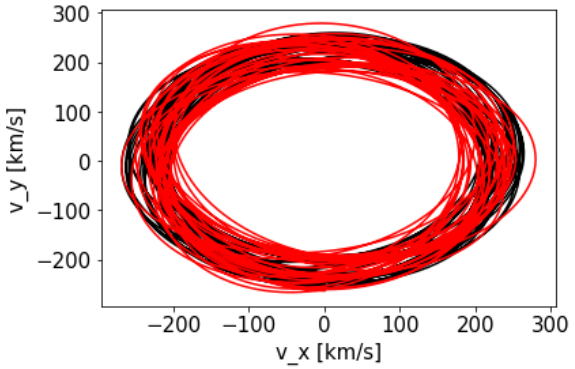


Figure 2: Dependence of individual speed components. Red line is the modified gravity, black line the Newtonian gravity.

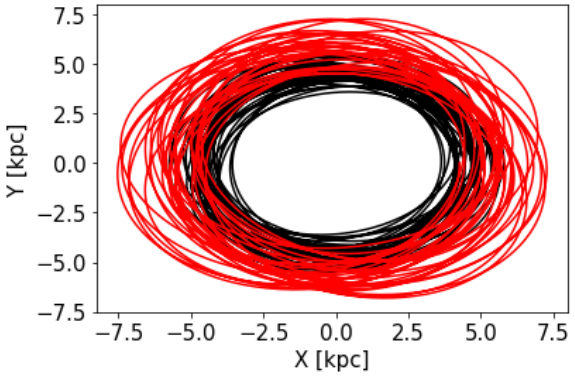


Figure 3: Dependence of individual coordinates in a plane. Red line is the modified gravity, black line the Newtonian gravity.

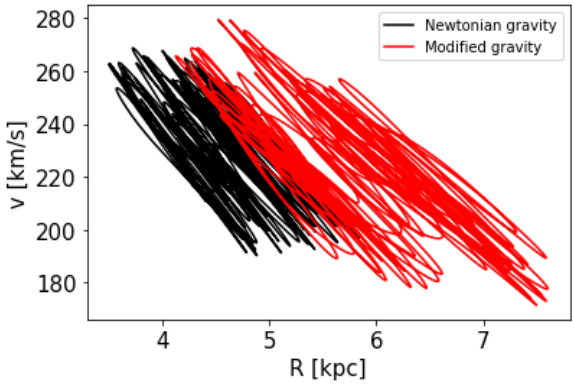


Figure 4: Dependence of total speed on radial distance. Red line is the modified gravity, black line the Newtonian gravity.

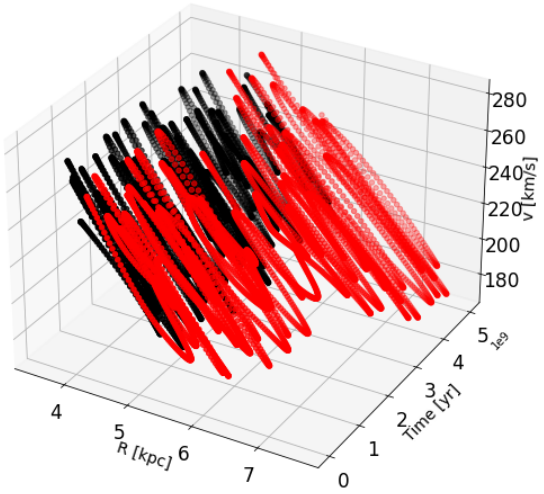


Figure 5: The time evolution of the total speed. Red line is the modified gravity, black line the Newtonian gravity.

velocity are in hundrets of km/s which is in agreement with the observations of the Milky Way. For more precious results, we should add more objects into models and compare their kinematical features with the observations of our Galaxy as well as other similar spiral galaxies.

Our results are usefull in further works of the modelling dynamics of the Galaxy. Models which we use are written in Mathematica. We will rewrite them into the Python, which allows us to optimize these models so that the calculations can run in parallel. This will allow the simulation to run on supercomputers, so we can get much more accurate results. In the final our work can help in research of the mystical dark matter.

References

[Antoja et al., 2011] Antoja, T., Figueras, F., Romero-Gómez, M., Pichardo, B., Valenzuela, O., and Moreno, E. (2011). Understanding the spiral structure of the milky way using the local kinematic groups. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 418(3):1423–1440.

[Battaglia et al., 2005] Battaglia, G., Helmi, A., Morrison, H., Harding, P., Olszewski, E. W., Mateo, M., Freeman, K. C., Norris, J., and Shectman, S. A. (2005). The radial velocity dispersion profile of the galactic halo: constraining the density profile of the dark halo

of the milky way. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 364(2):433–442.

[Corbelli and Salucci, 2000] Corbelli, E. and Salucci, P. (2000). The extended rotation curve and the dark matter halo of m33. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 311(2):441–447.

[Einstein, 1915] Einstein, A. (1915). *Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie*. Gedruckt in der Reichsdruckerei.

[Freeman, 1970] Freeman, K. C. (1970). On the disks of spiral and s0 galaxies. *The Astrophysical Journal*, 160:811.

[Klačka et al., 2012] Klačka, J., Nagy, R., and Jurči, M. (2012). Radial migration of the sun in the galactic disc. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 427(1):358–371.

[McGaugh et al., 2016] McGaugh, S., Lelli, F., and Schombert, J. (2016). The radial acceleration relation in rotationally supported galaxies, eprint. *arXiv preprint arXiv:1609.05917*.

[McGaugh, 2015] McGaugh, S. S. (2015). A tale of two paradigms: the mutual incommensurability of λcdm and mond. *Canadian Journal of Physics*, 93(2):250–259.

[Milgrom, 1983] Milgrom, M. (1983). A modification of the newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis. *The Astrophysical Journal*, 270:365–370.

[Navarro, 1996] Navarro, J. F. (1996). The structure of cold dark matter halos. In *Symposium-international astronomical union*, volume 171, pages 255–258. Cambridge University Press.

[Newton, 1999] Newton, I. (1999). *The Principia: mathematical principles of natural philosophy*. Univ of California Press.

[Pouliasis et al., 2017] Pouliasis, E., Di Matteo, P., and Haywood, M. (2017). A milky way with a massive, centrally concentrated thick disc: new galactic mass models for orbit computations. *Astronomy & Astrophysics*, 598:A66.

[Rubin et al., 1980] Rubin, V. C., Ford Jr, W. K., and Thonnard, N. (1980). Rotational properties of 21 sc galaxies with a large range of luminosities and radii, from ngc 4605/r= 4kpc/to ugc 2885/r= 122 kpc. *The Astrophysical Journal*, 238:471–487.

[Zwicky, 1933] Zwicky, F. (1933). Die rotverschiebung von extragalaktischen nebeln. *Helvetica physica acta*, 6:110–127.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 44–47
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Filip Janák

Astrophysical catalog based on the Gaia EDR3 data cross-matching

Filip Janák[1*]

Supervisor: Roman Nagy[1†]

[1] Department of Astronomy, Physics of the Earth and Meteorology, FMPH, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: The most distant areas of our Galaxy are still not well explored, although several Galactic surveys have been publishing precise and valuable data in the last couple of years. The leading mission is unequivocally Gaia mission, which provides us with very precise astrometric data of more than 1.8 billion stars (∼1%) from our Galaxy. However, it lacks e.g. detailed photometric and spectroscopic data, which are crucial for further study of large and distant structures of Milky Way.

To overcome this hindrance, we aim for assembling one final catalog comprising all relevant information for future investigation of complex Galactic structures. To reach this goal, we will adopt cross-matching of latest Gaia EDR3 data with external catalogs, which are included and pre-computed in Gaia releases, using Astronomical Data Query Language (ADQL). Those precomputed catalogs include Hipparcos-2, Tycho-2 + TDS, 2MASS PSC, SDSS DR13, Pan-STARRS1 DR1, SkyMapper DR2, GSC 2.3, APASS DR9, RAVE DR5, AllWISE and URAT-1.

Keywords: Gaia, cross-matches, astronomical catalogs

1 Introduction

The Gaia spacecraft represents a space observatory telescope launched in 2013 by the European Space Agency (ESA). It is located in the Lagrange point L2, from where it continuously observes all sky numerous times. The latest Gaia mission data release is currently the third early data release (EDR3) [ESA and DPAC, 2021], which was released on 3 December 2020. At present, EDR3 is the most extensive and precise astrometric catalog of the stellar component of the Milky Way. Besides astrometry, EDR3 comprises also a low resolution spectrophotometry (G, G_{BP} and G_{RP} bandpasses). Gaia EDR3 density and G magnitude maps are visualized in Fig. 1 and 2. The general overview of EDR3 in numbers is shown in Tab. 1, where five-parameter astrometry represents position, parallax and proper motion, while six-parameter astrometry includes, moreover, pseudo-colour. Two-parameter astrometry stands for position only. Typical uncertainties of these values are listed in Tab. 2.

Table 1: The general statistics of EDR3 [ESA and DPAC, 2021].

Source type	Number of sources
Total	1 811 709 771
Five-parameter astrometry	585 416 709
Six-parameter astrometry	882 328 109
Two-parameter astrometry	343 964 953
G-band (330–1050 nm)	1 806 254 432
G_{BP}-band (330–680 nm)	1 542 033 472
G_{RP}-band (630–1050 nm)	1 554 997 939

Table 2: Typical uncertainties [ESA and DPAC, 2021].

Quantity	Typical uncertainty
position	0.01–0.03 mas at $G < 15$
	0.05-0.08 mas at $G = 17$
	0.4 mas at $G = 20$
	1.0 mas at $G = 21$
parallax	0.02–0.04 mas at $G < 15$
	0.07-0.1 mas at $G = 17$
	0.5 mas at $G = 20$
	1.3-1.4 mas at $G = 21$
proper motion	0.02–0.04 mas/yr at $G < 15$
	0.07-0.1 mas/yr at $G = 17$
	0.5-0.6 mas/yr at $G = 20$
	1.4-1.5 mas/yr at $G = 21$
Mean G-band photometry	0.3 mmag at $G < 13$
	1 mmag at $G = 17$
	6 mmag at $G = 20$
Mean G_{BP}-band photometry	0.9 mmag at $G < 13$
	12 mmag at $G = 17$
	108 mmag at $G = 20$
Mean G_{RP}-band photometry	0.6 mmag at $G < 13$
	6 mmag at $G = 17$
	52 mmag at $G = 20$

The final third data release (DR3) will be released on 13 June 2022. It will complement EDR3 with

*janak18@uniba.sk
†roman.nagy@fmph.uniba.sk

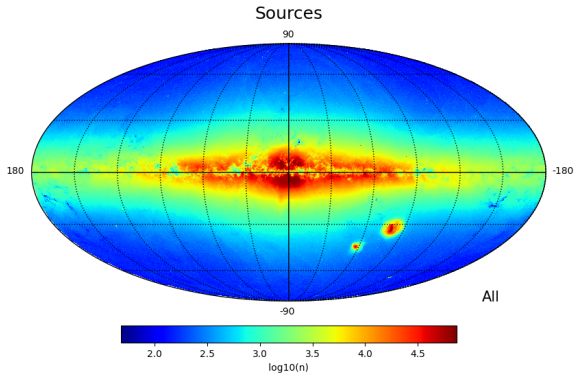


Figure 1: HEALPix density map of all Gaia EDR3 sources in galactic coordinates [ESA and DPAC, 2021].

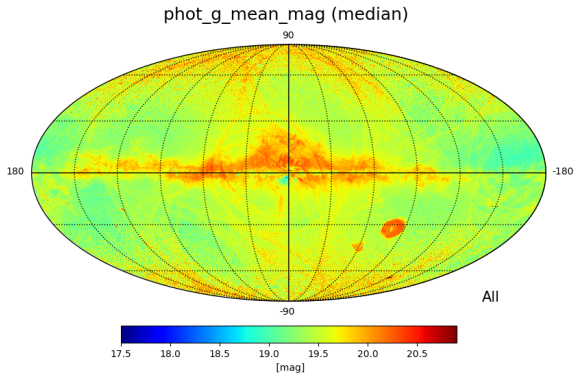


Figure 2: HEALPix map of median G magnitude in galactic coordinates [ESA and DPAC, 2021].

some additional information (most remarkably, it will include radial velocities for some sources).

2 Gaia EDR3 Cross-matches

The Gaia EDR3 contains, besides main release, eleven pre-computed cross-matched external catalogs, namely Hipparcos-2 [van Leeuwen, 2007], Tycho-2 + TDS [Høg et al., 2000] [Fabricius et al., 2002], 2MASS PSC [Skrutskie et al., 2006], SDSS DR13 [Albareti et al., 2017], Pan-STARRS1 DR1 [Chambers et al., 2016], SkyMapper DR2 [Onken et al., 2019], GSC 2.3 [Lasker et al., 2008], APASS DR9 [Henden et al., 2016], RAVE DR5 [Kunder et al., 2017], AllWISE [Wright et al., 2010] and URAT-1 [Zacharias et al., 2015]. Undoubtedly, this pre-computed cross-matches may be very useful, because they enable us to combine Gaia EDR3 data with number of other existing surveys. Some of these catalogs are discussed below.

2.1 Cross-match algorithm

In general, the adopted cross-match algorithm is based on positions (including errors and correlations). Photometric data does not play any role. For epoch translation between Gaia EDR3 and external catalog, available parallaxes and proper motions (with errors and correlations) are used. In addition, each external catalog is slightly distinct, therefore it has to be treated a bit differently. Conveniently, algorithm distinguishes between large dense surveys and sparse catalogs.

In terms of cross-matches, notions 'neighbour' and 'mate' are introduced. The number of neighbours for a given Gaia EDR3 source represents a number of different sources from an external catalog cross-matched with the same given Gaia source. Analogously, the number of mates for a given Gaia EDR3 source describes a number of additional Gaia sources, that are cross-matched with the same source from an external catalog. Therefore number of mates n means, that there are $n+1$ total cross-matched Gaia sources with the same external catalog source.

The cross-match product of Gaia EDR3 with an external catalog usually consists of three tables: *best_neighbour*, *neighbourhood* and *join* table. *Best_neighbour* table lists only the best external sources for each cross-matched Gaia source, hence it contains only mates and not neighbours. *Neighbourhood* table lists every relevant cross-match (thus all mates and neighbours). *Join* table links the external catalog source identification number with an additional arbitrary identification number, which is introduced to handle suspected duplicates in the external catalog. Therefore, in cases, when there are suspected duplicates in the external catalog, different external catalog source identification number corresponds to the same arbitrary identification number. Naturally, both identification numbers are listed in *best_neighbour* and *neighbourhood* tables. The number of cross-matched sources in *best_neighbour* tables for all external catalogs are compared in Tab. 3.

2.2 Pan-STARRS1 DR1

The Panoramic Survey Telescope and Rapid Response System 1 (Pan-STARRS1)

Table 3: Number of sources in best_neighbour tables [European Space Agency, 2020].

External catalog	Number of sources
Pan-STARRS1 DR1	951 450 474
GSC 2.3	893 811 527
2MASS PSC + XSC	469 051 627
SkyMapper DR2	446 161 579
AllWISE	324 115 003
URAT1	227 682 906
SDSS DR13	128 130 925
APASS DR9	74 904 012
Tycho2 + TDSC	2 518 330
RAVE DR5	450 659
Hipparcos-2	99 525

[Chambers et al., 2016] represents huge complex all-sky survey (observing between 2010-2014), which used 1.8 meter telescope with 1.4 Gigapixel camera located in Institute for Astronomy at the University of Hawaii. Due to its location, Pan-STARRS1 covered approximately 3/4 of entire sky, which was imaged 12 times in each of 5 used filters (g, r, i, z, and y). Besides stars, Pan-STARRS1 catalog contains also asteroids, comets, supernovae, medium deep-sky objects and other celestial objects [Flewelling et al., 2020]. Overall, Pan-STARRS1 DR1, which was released in 2016, contains more than 10 billion sources.

2.3 SkyMapper DR2

SkyMapper [Onken et al., 2019] embodies large 1.35 meter wide-angle optical telescope (with observation filters u, v, g, r, i and z) located in Siding Spring Observatory (Australia). Data for second data release were collected between 2014-2018, while DR2 was released in 2019 with more than 500 million sources. SkyMapper is a complex survey focused on all astronomical objects visible in ultraviolet to near infrared wavelengths, also including deep southern sky exploration.

2.4 SDSS DR13

The Sloan Digital Sky Survey (SDSS) [Albareti et al., 2017] represents a huge continuous mission, which has started collecting data in 2000 with 2.5 meter optical telescope at Apache Point Observatory (APO, Unitred States). SDSS is divided into several phases, where DR13 is the first data release from the fourth phase SDSS-IV, which started observations in 2014. It contains more than 1.2 billion sources.

SDSS DR13 also comprise smaller, more dedicated programs, namely Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment 2 (APOGEE-2), Mapping Nearby Galaxies at APO (MaNGA), and the Extended Baryon Oscillation Spectroscopic Survey (eBOSS). MaNGA is focused on close galaxies, while eBOSS is cosmological survey of distant galaxies and quasars. APOGEE-2 is focused on the Milky Way stellar component, bringing high resolution infrared spectroscopy of approximately 165 000 stars in DR13. In addition to the former APOGEE, APOGEE-2 incorporates also southern sky sources from 2.5 meter telescope at Las Campanas Observatory (Chile). This infrared spectroscopic data represents one of the most important part of SDSS for our purposes.

3 Summary

As we have already stated, thorough and detailed data are essential for further investigation of large structures of our Galaxy, such as the Galactic warp or the Galactic flare. We rely on the best surveys and data catalogs currently available. Our main goal is to bring all suitable data to one place (in form of a final catalog) for further easier manipulation and processing. Since there is a huge amount of data, we will have to sensibly select only the pertinent ones.

Another challenge comes from technical realization of our intention using ADQL script. Every mentioned survey is different, and has distinct approach towards catalog tables sharing and accessibility, therefore minor technical problems will have to be solved.

We should mention, that besides listed catalogs, we may incorporate some other as well, if they contain e.g. Gaia DR2 source identification number. In such cases, double cross-match can be applied to cross-match external catalog through Gaia DR2 with Gaia EDR3. Although Gaia EDR3 and DR2 identification numbers are not the same, Gaia release contains also cross-match between DR2 and EDR3, which enables us to perform double cross-match.

Overall, when the full third Gaia data release (DR3) will be available, our script will still be useful and functional, since DR3 represents mostly complement to the existing EDR3 data.

References

[Albareti et al., 2017] Albareti, F. D., Allende Prieto, C., Almeida, A., Anders, F., Anderson, S., Andrews, B. H., Aragón-Salamanca, A., Argudo-Fernández et al., M., Armengaud, E., and Aubourg et al. (2017). The 13th Data Release of the Sloan Digital Sky Survey: First Spectroscopic Data from the SDSS-IV Survey Mapping Nearby Galaxies at Apache Point Observatory. *Astrophys. J., Suppl.*, 233(2):25.

[Chambers et al., 2016] Chambers, K. C., Magnier, E. A., Metcalfe, N., Flewelling, H. A., Huber, M. E., Waters, C. Z., Denneau, L., Draper, P. W., and Farrow et al. (2016). The Pan-STARRS1 Surveys. *arXiv e-prints*, page arXiv:1612.05560.

[ESA and DPAC, 2021] ESA and DPAC (2021). Gaia early data release 3. *Documentation release 1.1*.

[European Space Agency, 2020] European Space Agency (2020). Gaia archive. `https://gea.esac.esa.int/archive/`. 5.3.2022.

[Fabricius et al., 2002] Fabricius, C., Høg, E., Makarov, V. V., Mason, B. D., Wycoff, G. L., and Urban, S. E. (2002). The Tycho double star catalogue. *Astron. Astrophys.*, 384:180–189.

[Flewelling et al., 2020] Flewelling, H. A., Magnier, E. A., Chambers, K. C., Heasley, J. N., Holmberg, C., Huber, M. E., Sweeney, W., Waters, C. Z., Calamida, A., and Casertano et al. (2020). The Pan-STARRS1 Database and Data Products. *Astrophys. J., Suppl.*, 251(1):7.

[Henden et al., 2016] Henden, A. A., Templeton, M., Terrell, D., Smith, T. C., Levine, S., and Welch, D. (2016). VizieR Online Data Catalog: AAVSO Photometric All Sky Survey (APASS) DR9 (Henden+, 2016). *VizieR Online Data Catalog*, page II/336.

[Høg et al., 2000] Høg, E., Fabricius, C., Makarov, V. V., Urban, S., Corbin, T., Wycoff, G., Bastian, U., Schwekendiek, P., and Wicenec, A. (2000). The Tycho-2 catalogue of the 2.5 million brightest stars. *Astron. Astrophys.*, 355:L27–L30.

[Kunder et al., 2017] Kunder, A., Kordopatis, G., Steinmetz, M., Zwitter, T., McMillan, P. J., Casagrande, L., Enke, H., and Wojno et al. (2017). The Radial Velocity Experiment (RAVE): Fifth Data Release. *Astron. J.*, 153(2):75.

[Lasker et al., 2008] Lasker, B. M., Lattanzi, M. G., McLean, B. J., Bucciarelli, B., Drimmel, R., Garcia, J., Greene, G., Guglielmetti, F., Hanley, C., and Hawkins et al. (2008). The Second-Generation Guide Star Catalog: Description and Properties. *Astron. J.*, 136(2):735–766.

[Onken et al., 2019] Onken, C. A., Wolf, C., Bessell, M. S., Chang, S.-W., Da Costa, G. S., Luvaul, L. C., Mackey, D., Schmidt, B. P., and Shao, L. (2019). SkyMapper Southern Survey: Second data release (DR2). *Publ. Astron. Soc. Aus.*, 36:e033.

[Skrutskie et al., 2006] Skrutskie, M. F., Cutri, R. M., Stiening, R., Weinberg, M. D., Schneider, S., Carpenter, J. M., Beichman, C., Capps, R., Chester, T., Elias, J., Huchra, J., Liebert, J., and Lonsdale et al. (2006). The Two Micron All Sky Survey (2MASS). *Astron. J.*, 131(2):1163–1183.

[van Leeuwen, 2007] van Leeuwen, F. (2007). Validation of the new Hipparcos reduction. *Astron. Astrophys.*, 474(2):653–664.

[Wright et al., 2010] Wright, E. L., Eisenhardt, P. R. M., Mainzer, A. K., Ressler, M. E., Cutri, R. M., Jarrett, T., Kirkpatrick, J. D., Padgett, D., McMillan, R. S., Skrutskie, M., and Stanford et al. (2010). The Wide-field Infrared Survey Explorer (WISE): Mission Description and Initial On-orbit Performance. *Astron. J.*, 140(6):1868–1881.

[Zacharias et al., 2015] Zacharias, N., Finch, C., Subasavage, J., Bredthauer, G., Crockett, C., Divittorio, M., Ferguson, E., Harris, F., Harris, H., Henden, A., Kilian, C., Munn, J., Rafferty, T., Rhodes, A., Schultheiss, M., Tilleman, T., and Wieder, G. (2015). The First U.S. Naval Observatory Robotic Astrometric Telescope Catalog. *Astron. J.*, 150(4):101.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 48
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Emil Puha

Comparing the new MOG theory with dark matter approach in extragalactic context (Extended Abstract)

Emil Puha[1*]

Supervisor: Jozef Klačka[1†] Consultant: Roman Nagy[1‡]

Department of Astronomy, Physics of the Earth, and Meteorology, FMPHI CU, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Distribution of dark matter in Universe is a long-standing problem of astrophysics and cosmology. Flat rotation curves of galaxies belong to one of the most significant observations supporting dark matter theory. Given an arbitrary gravitational potential model, the theoretical circular velocity of a galaxy could be determined from

$$v_c(R) = \sqrt{R\frac{\partial}{\partial R}\left(\Phi_{Total}\right)}\,, \tag{1}$$

where Φ_{Total} are the gravitational potentials of the individual galactic components, e.g., thin and thick disks, bulge and the dark matter halo.

A new MOdified Gravitational theory (MOG) based on the observational results of McGaugh [4] was proposed by Klačka [2]. The theory suggests a modified centripetal acceleration relation in the form

$$g_{obs} = \frac{g_{bar}}{1-\exp-\sqrt{g_{bar}/g_\dagger}}\,, \tag{2}$$

where $g_{bar} = \mathrm{d}\Phi_{bar}/\mathrm{d}R$ and $g_\dagger = 1.2\times10^{-10}$ m s^{-2}. The circular velocity based on Eq. 2 yields

$$v_c(R) = \sqrt{\frac{R\xi}{1-\exp\left(-\sqrt{\frac{\xi}{g_\dagger}}\right)}}\,, \tag{3}$$

where $\xi = \partial(\Phi_{Total-DMhalo})/\partial R$ is the potential contribution with the component of the dark matter halo omitted.

The SPARC catalogue [3] is a database of 175 spiral and irregular galaxies with high-quality rotation curves. We compared the new theoretical results (Eq. 3) and the main-stream dark matter approach (Eq. 1) with the rotation curves of 9 SPARC galaxies. We described the potential of the baryonic matter with a simple Plummer model, while the model of Allen and Santillan [1] was assumed for the dark matter halo. All the selected galaxies had well-determined baryonic and dark matter masses.

*emil.puha@fmph.uniba.sk
†jozef.klacka@fmph.uniba.sk
‡roman.nagy@fmph.uniba.sk

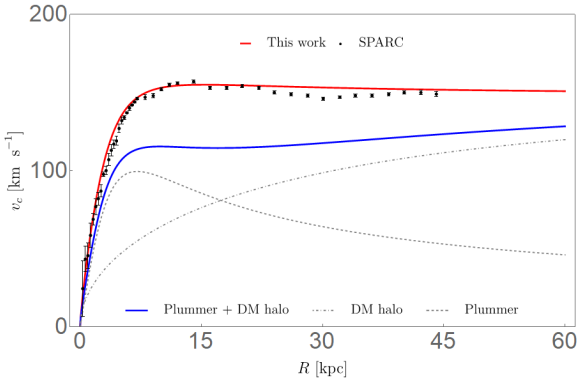


Figure 1: The rotation curve of the NGC 3198 galaxy.

Our results demonstrate, that the circular velocity equation Eq. 3 based on the new MOG theory returns satisfying results as in many cases we achieved a better fit to observational data compared to the traditional approach based on Eq. 1. Figure 1 shows the rotation curve of the NGC 3198 galaxy and it's consistency with the theoretical rotation curve of the new MOG theory. Our results imply, that from the selected sample of galaxies (i) 33 % could be fitted with the new MOG theory, (ii) 44 % could be fitted by both approaches and (iii) 23 % was not fitted well with any of the two approaches.

References

[1] Allen, C. and Santillan, A. (1991). An improved model of the galactic mass distribution for orbit computations. *RMAA*, 22:255–263.

[2] Klačka, J. (2019). Alternative approach to gravity and mond. *arXiv preprint arXiv:1904.04074*.

[3] Lelli, F. e. a. (2016). Sparc: mass models for 175 disk galaxies with spitzer photometry and accurate rotation curves. *ApJ*, 152(6):157.

[4] McGaugh, S. S. e. a. (2016). Radial acceleration relation in rotationally supported galaxies. *PRL*, 117(20):201101.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 49
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Filip Hlobik, Juraj Tóth, Leonard Kornoš

Dynamical Pathways of Meteoroids and Meteorites

Filip Hlobik* Juraj Tóth † Leonard Kornoš ‡

Department of Astronomy, Physics of the Earth, and Meteorology, FMPH CU, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Earth's atmosphere is bombarded daily by many tons of interplanetary material in the form of meteoroids, causing meteors. Most of these particles burn up in the atmosphere before hitting the ground.

There are more than 70 thousand catalogued meteorites. However, the meteorites we have been interested in form only a tiny fraction of that value. They are meteorites with known heliocentric orbits, also known as pedigree meteorites. As of April 2022, only 40 pedigree meteorites were known.

The aim of our work was to numerically integrate the orbits of these 40 meteorites into the past, to study the stability and time evolutions of their orbital elements. In Figure 1 we may see an example of one of the evolutions.

We have used the N-body integrator package REBOUND with the high-order non-symplectic integrator IAS15 with adaptive timestep [**?**].

In addition to the simulations, we have used the [**?**] and [**?**] D-criteria with the databases of near-Earth asteroids and meteor showers to find potential origins of the meteorites based on their orbital similarities.

We have performed simulations for all 40 pedigree meteorites, each with 100 massless test particles. One of the particles used nominal orbital elements, whereas the orbital elements of the rest of the particles were generated using the normal distribution by fixing the nominal perihelion distance. These particles, together with massive perturbing bodies, were then numerically integrated for 100,000 years.

First, we had to find the true anomaly for each meteorite at the time of their collision. Then we integrated the nominal particle back in time with massless Earth and Moon to find the Solar System configuration when the meteoroid was at a distance of 3 hill radii from Earth. We started the full simulations with these new configurations.

Of the 40 nominal particles, 24 experienced an encounter with a planet at least once. On average, 55±30 clones had close approaches. In one simulation, none of the clones had encounters, and in two simulations, all of the particles had encounters.

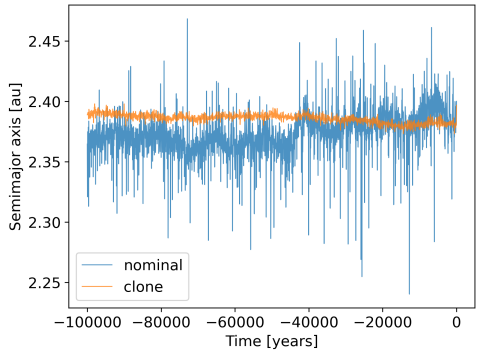


Figure 1: Nominal and mean semi-major axis evolution of the Neuschwanstein meteorite.

We determined the potential source regions which agreed with previous works in more than half of the cases.

We have found potential parent bodies in the near-Earth asteroid database using the Southworth-Hawkins D-criterion for all 40 meteorites. We have found possible meteor showers for 30 meteorites, and for 6 of them using Rudawska D-criterion. We discovered interesting candidates for Križevci, Mason Gully, and Innisfree.

References

[Rein and Spiegel, 2015] Rein, H. and Spiegel, D. S. (2015). Ias15: A fast, adaptive, high-order integrator for gravitational dynamics, accurate to machine precision over a billion orbits. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 446:1424–1437.

[Rudawska et al., 2015] Rudawska, R., Matlovič, P., Tóth, J., and Kornoš, L. (2015). Independent identification of meteor showers in edmond database. *Planetary and Space Science*, 118:38–47.

[Southworth and Hawkins, 1963] Southworth, R. B. and Hawkins, G. S. (1963). Statistics of meteor streams. *Smithsonian Contributions to Astrophysics*, 7:261–285.

*hlobik1@uniba.sk
†Supervisor
‡Consultant

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 50–57
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Juraj Jacko, Nora Toth-Hervay

Rozdiely vo vybraných membránových vlastnostiach senzitívnych a rezistentných kmeňov kvasiniek *Candida auris*

Juraj Jacko[1]* Nora Toth-Hervay[2] Libuša Šikurová[1‡§]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina F1, 842 48, Bratislava
[2] Katedra mikrobiológie a virológie, PRIF UK, Ilkovičova 6, 841 04, Bratislava

Abstrakt

Rastúca miera rezistencie a počet rezistentných kmeňov kvasiniek voči antimykotikám predstavuje celosvetový medicínsky problém. Ten je obzvlášť závažný pre rod *Candida*. Infekcie kvasinkami *Candida* sú najčastejšou príčinou ľudských oportúnnych kvasinkových infekcií na svete.

Cytoplazmatická membrána je bunková štruktúra, ktorá je prvou líniou bunkovej obrany proti zmenám z vonkajšieho prostredia. Zohráva významnú úlohu v mechanizmoch rezistencie voči liečivám. Zmeny v membránovom zložení vedú k zmenám citlivosti na voči antimykotikám *(Toth Hervay et al., 2015)*.

Cieľom tejto práce je sledovať rozdiely v biofyzikálnych vlastnostiach cytoplazmatickej membrány (usporiadanosť fosfolipidovej dvojvrstvy a transmembránový potenciál) medzi citlivými a rezistentnými kmeňmi kvasiniek *Candida auris*. Usporiadanosť fosfolipidovej dvojvrstvy sme v hydrofóbnej časti membrány sledovali pomocou anizotropie fluorescencie sondy DPH (1,6-difenyl-1,3,5-hexatrién) a v hydrofilnej časti pomocou anizotropie fluorescencie sondy TMA-DPH (4-trimetyl-amino-1,6-difenyl-1,3,5-hexatrién). Rozdiely v transmembránovom potenciáli sme sledovali pomocou sledovania zmeny polohy emisného maxima ($\Delta\lambda_{max}$) fluorescenčnej sondy DiS-C_3(3) (3-propyl-2-(3-(3-propyl-2(3H)benzotiazoly-lidén)- 1-propenyl) benzotiazolium jodid.

Výsledky našich experimentov ukazujú, že dochádza k signifikantnému zníženiu usporiadanosti fosfolipidovej dvojvrstvy v hydrofóbnej časti cytoplazmatickej membrány ($0{,}269 \pm 0{,}01$ pre senzitívny kmeň a $0{,}293 \pm 0{,}01$ pre rezistentný kmeň), ale nedošlo k systematickému rozdielu v hydrofilnej časti. Pozorovali sme významný rozdiel je v hodnote $\Delta\lambda_{max}$ ($2{,}35 \pm 0{,}21$ pre senzitívny kmeň a $6{,}25 \pm 0{,}3$ pre rezistentný kmeň), ktorá ukazuje, že cytoplazmatická membrána rezistentného kmeňa je v porovnaní so senzitívnym kmeňom hyperpolarizovaná.

Kľúčové slová: kvasinky, *Candida auris*, DPH, TMA-DPH, DiS-C_3(3), fluorescenčná spektroskopia, polarizačná spektroskopia, usporiadanosť lipidových dvojvrstiev, membránová fluidita, transmembránový potenciál

1 Úvod

Kvasinky môžu u človeka vyvolať závažné patogénne ochorenia, liečené pomocou antimykotík. Najpoužívanejšou skupinou sú azolové antimykotiká. Ich hlavným mechanizmom účinkom je inhibícia syntézy sterolov v kvasinkách a miestom ich účinku je biosyntetická kaskáda ergosterolu. V súčasnej dobe predstavuje závažný problém rastúca miera rezistencie kvasiniek. Tento fakt je dôležitý hlavne pri rode*Candida*. Kvasinky rodu *Candida* sú celosvetovo najčastejšou príčinou ľudských kvasinkových oportunistických infekcií, pričom spôsobujú až 96% zo všetkých kvasinkových infekcií. *Candida auris* je 3. najčastejšou príčinou kvasinkových ochorení na svete (po *Candida albicans* a *Candida glabrata*). Infekcie *Candida auris* dosahujú úmrtnosť od 30 % do 60 %. Cytoplazmatická membrána je štrukturálno-funkčná súčasť všetkých buniek a hrá významnú úlohu v mechanizmochrezistencie voči liečivám. Jej vlastnosti závisia od lipidového a sterolového zloženia. Zmeny v zložení membrán vedú k zmenám citlivosti na azolové antimykotiká *(Rella et al., 2016)*. Ukázalo sa, že zmenené zloženie fosfolipidov a sterolov plazmatickej

* juraj.jacko@fmph.uniba.sk
‡ libusa.sikurova@fmph.uniba.sk
§ Školiteľ

membrány môže ovplyvniť funkciu membránovej bariéry.

1.1 *Candida auris*

Kvasinky sa v ľudskom tele vyskytujú prirodzene v ústnej dutine, hltane, črevách, vagíne, na koži *(Kourkoumpetis et al., 2011)* a v horných dýchacích cestách *(Rahendra, 2017)*.

Candida auris je kvasinka, ktorá bola prvýkrát pozorovaná a popísaná v roku 2009 v Japonsku *(Satoh et al., 2009)*. V roku 2011 zaznamenala prvé prípady Južná Kórea. Následne sa rozšírila po Ázii a Európe a prvýkrát sa objavila v USA v roku 2013. Kandidózou vyvolanou *Candida auris* sú často nakazení pacienti v nemocniciach s oslabeným imunitným systémom. *Candida auris* môže spôsobiť invazívnu kandidózu, pri ktorej je infikovaný krvný obeh, centrálny nervový systém, obličky, pečeň, kosti, svaly, kĺby, slezina alebo oči.

Candida auris má veľkosť genómu 12,3–12,5 Mb *(Chatterjee et al., 2015) (Sharma et al., 2015)*. Zistilo sa, že genóm *Candida auris* kóduje niekoľko génov pre ABC transportéry, čo pomáha vysvetliť jej rezistenciu voči viacerým liekom. Genóm tiež obsahuje gény súvisiace s virulenciou a transkripčné faktory, ktoré uľahčujú kolonizáciu a inváziu *(Chatterjee et al., 2015)*.

Experimenty s vakcínou NDV-3A odhalili, že táto vakcína úspešne imunizovala myši proti *Candida auris (Harper, 2019)*. Vakcína tiež zlepšila účinnosť antimykotika mikafungínu proti infekcii *Candida auris* v krvnom obehu *(Singh et al., 2019)*.

1.2 Cytoplazmatická membrána kvasiniek a rezistencia

Cytoplazmatická membrána je aktívnou bariérou medzi organizmom a jeho vonkajším prostredím. Zmeny vonkajších fyzikálnych a (alebo) chemických podmienok môžu viesť k štrukturálnym zmenám plazmatickej membrány, ktoré ovplyvňujú jej fyzikálne vlastnostia funkčnosť *(Toth Hervay et al., 2015)*.

Steroly sú základnými štruktúrnymi zložkami eukaryotických bunkových membrán. Zvyšujú rigiditu acylových reťazcovv dvojvrstve (znižujú fluiditu), čím zvyšujú nepriepustnosť plazmatickej membrány voči antimykotikám *(Zhang & Rao, 2010)*. V hubách je hlavným sterolom ergosterol, ktorý je konečným produktom biosyntetickej dráhy kvasinkových sterolov a ekvivalentom cholesterolu cicavcov. Mnoho experimentov na druhoch kvasiniek *Saccharomyces cerevisiae* a *Candida* preukázalo úlohu ergosterolu v permeabilite membrán, rezistencii voči liekom, transportu proteínov do plazmatickej membrány, sporulácii a endocytóze *(Parks et al., 1999; Heese-Peck et al., 2002; Munn et al., 1999; Sanglard et al., 2003; Mukhopadhyay et al., 2002)*.

Azolové antimykotiká zabraňujú syntéze ergosterolu inhibíciou enzýmu lanosterol-14α-demetyláza. Dochádza ku akumulácii 14α-metylovaných sterolov a narúšaniu štruktúry cytoplazmatickej membrány kvôli nedostatku ergosterolu a až ku zastaveniu rastu kvasiniek. K rezistencii kvasiniek prispieva znížená priepustnosť cytoplazmatickej membrány voči azolom podmienená zmenami v sterolovej kompozícií membrány *(Loffler et al., 2000)*. Rezistentné bunky kvasiniek mávajú nižšiu usporiadanosť lipidových dvojvrstiev (tzv. membránová fluidita) oproti bunkám senzitívnym *(Toth Hervay et al., 2015)*.

Súčasný celosvetový vzostup výskytu kvasinkových infekcií je spôsobený zvýšeným výskytom kvasiniek rezistentným voči liečivám *(Rahendra, 2017)*. *Candida auris* priťahuje širokú pozornosť kvôli svojej rezistencii voči viacerým antimykotickým liečivám *(Chatterjee et al., 2015) (Centers for disease control and prevention, 2020)*. Viac ako 90 % izolátov *Candida auris* je rezistentných na flukonazol *(Lockhart et al., 2016) (Chowdhary et al., 2014)* a až 73 % izolátov *Candida auris* je odolných voči vorikonazolu *(Chowdhary et al., 2014)*, zatiaľ čo iné azoly (posakonazol, itrakonazol a isavukonazol) vykazujú vyššiu účinnosť *(Lockhart et al., 2016) (Chowdhary et al., 2014) (Rudramurthy et al., 2017)*. 13 - 35 % izolátov je rezistentných voči amfotericínu B *(Lockhart et al., 2016) (Rudramurthy et al., 2017)*, avšak väčšina izolátov je citlivých na echinokandíny *(Chowdhary et al., 2014)(Rudramurthy et al., 2017)*. Liečbu často komplikuje nesprávna identifikácia *Candida auris* ako iný druh rodu Candida *(Chatterjee et al., 2015) (Centers for disease control and prevention, 2020)*. Podľa Centra pre kontrolu a prevenciu chorôb je úmrtnosť ľudí s infekciou krvného obehu vyvolanou *Candida auris* 30 – 60 % *(Spivak & Hanson, 2018)*. Mnohí z pacientov však majú iné závažné ochorenia a komorbidity, ktoré zvyšujú riziko úmrtia *(Spivak & Hanson,*

2018)(Chakrabarti et al.,2015).

1.3 Ciele práce

Cieľom predkladanej práce je študovať rozdiel v biofyzikálnych vlastnostiach (usporiadanosť lipidových dvojvrstiev a transmembránový potenciál) medzi citlivými a rezistentnými kmeňmi kvasiniek *Candida auris*. Práca prispeje k porozumeniu mechanizmov rezistencie kvasiniek voči antimykotikám a k zefektívneniu liečby kvasinkových oportúnnych infekcií.

2 Materiál a metódy

Vzorky kvasiniek boli pripravené na Katedre mikrobiológie a virológie Prírodovedeckej fakulty UK. V práci boli použité dva kmene kvasiniek *Candida auris*: senzitívny kmeň a rezistentný kmeň. Pred prípravou vzorky boli všetky kvasinky vyrastené do exponenciálnej fázy a premyté tlmivým roztokom Tris-Cl (pH 7, Mr = 157,6 g/mol, c = 10 mmol/l).

Usporiadanosť fosfolipidovej dvojvrstvy sme ohodnotili pomocou sledovania anizotropie fluorescencie fluorescenčných sond, konkrétne sondy DPH (1,6-difenyl-1,3,5-hexatrién, Mr = 232,33 g/mol) a TMA-DPH(4-trimetyl-amino-1,6-difenyl-1,3,5-hexatrién, Mr = 461,62 g/mol) (Sigma-Aldrich, USA). Zásobné roztoky sond DPH (c = 5.10^{-4} mol/l) a TMA-DPH (c = $2,5.10^{-4}$ mol/l) boli vytvorené ich rozpustením v acetóne (Penta, Slovensko).

Transmembránový potenciál sme ohodnotili pomocou zmeny polohy emisného maxima fluorescenčnej sondy DiS-C_3(3). Na potenciometrické merania sme použili sondu DiS-C_3(3) (3-propyl-2-(3-(3-propyl-2(3H)benzotiazolylidén)-1-prope-nyl) benzotiazolium jodid, Mr = 520,49 g/mol) (Sigma-Aldrich, USA). Zásobný roztok sondy DiS-C_3(3) (c = 5.10^{-4} mol/l) bol vytvorený jej rozpustením v etanole (Centralchem, Slovensko). Zásobné roztoky sond boli uschovávané v tme pri teplote 4°C. Farbiace roztoky sond sme pripravili pred meraním zo zásobných roztokov nariedením v Tris-Cl v pomere 1:250 a následne boli 40 minút trepané.

Emisné spektrá vzoriek sme merali pomocou fluorescenčného spektrofotometra LS55 (PerkinElmer, USA), ktorý bol prepojený so softvérom BLdevelopment. Meracia komora fluorescenčného spektrofotometra bola počas meraní teplotne stabilizovaná na 22°C pomocou teplotných stabilizátorov Peltier temperature programmer PTP1 a Water Peltier System PCB 1500 (PerkinElmer, USA).

Anizotropia fluorescencie bola z nameraných intenzít fluorescencie vypočítaná pomocou vzťahu

$$r = \frac{I_{VV} - GI_{VH}}{I_{VV} - 2GI_{VH}}$$

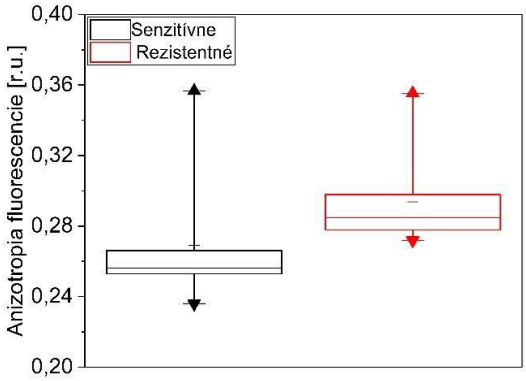
kde *r* je anizotropia fluorescencie a *I* je intenzita fluorescencie. Prvý index označuje orientáciu excitačného polarizátora, druhý emisného. Indexy *H* a *V* znamenajú horizontálna, resp. vertikálna orientácia. *G* predstavuje korekčný faktor. Je to pomer citlivostí detekčného systému pre vertikálne a horizontálne polarizované svetlo *(Lakowicz, 2006)*. Merali sme časový vývoj stacionárnej fázy anizotropie fluorescencie sond DPH a TMA-DPH pri ich inkorporácií do cytoplazmatickej membrány kvasiniek *Candida auris*. Použitá excitačná vlnová dĺžka bola 360 nm a emisná vlnová dĺžka bola 430 nm. Meranie so sondou DPH trvalo 40 minút, so sondou TMA-DPH 12 minút.

Pri meraniach transmembránového potenciálu sme sledovali časovú zmenu polohy emisného maxima ($\Delta\lambda_{max}$) sondy DiS-C_3(3). Excitačná vlnová dĺžka bola 508 nm, emisné spektrum malo rozsah 530 - 790 nm. Meranie trvalo 40 minút. Hodnotu zmeny polohy emisného maxima sondy DiS-C_3(3) sme určili ako rozdiel hodnôt vlnových dĺžok emisných maxím na začiatku merania a v ustálenom stave. Graficky boli dáta spracované v programe OriginPro 2016 (Electronic Arts, USA), štatisticky v programe Statsdirect (StatsDirect, UK). Hodnotu anizotropie fluorescencie sondy DPH v ustálenom stave sme vypočítali pre každé meranie ako priemernú hodnotu zo získaných hodnôt z 1400. až 2400. sekundy. Hodnotu anizotropie fluorescencie sondy TMA-DPH v ustálenom stave sme vypočítali pre každé meranie ako priemernú hodnotu zo získaných hodnôt z 350. až 749. sekundy. Normalitu rozdelenia dát jednotlivých skupín sme overovali pomocou Shapiro-Wilkovho testu. Rozdiely medzi skupinami sme testovali pomocou nepárového t-testu a Mann-Whitney-ho testu. Zmeny polohy emisného

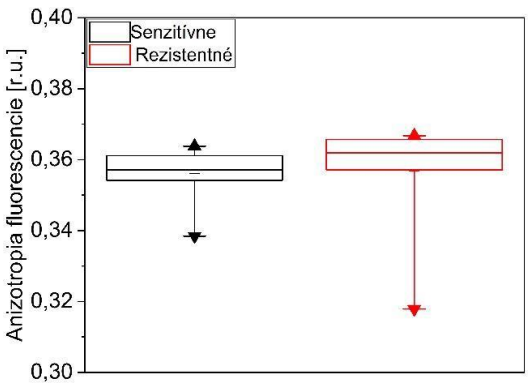
maxima sondy DiS-C_3(3) v jednotlivých skupinách sme určili z 10 nezávislých meraní.

3 Výsledky

Vlastnosti cytoplazmatických membrán kvasiniek sme sledovali na senzitívnom a rezistentnom kmeni. Graf 1 zobrazuje porovnanie hodnôt anizotropie fluorescencie sondy DPH v ustálenom stave a graf 2 zobrazuje porovnanie hodnôt anizotropie fluorescencie sondy TMA-DPH v ustálenom stave.

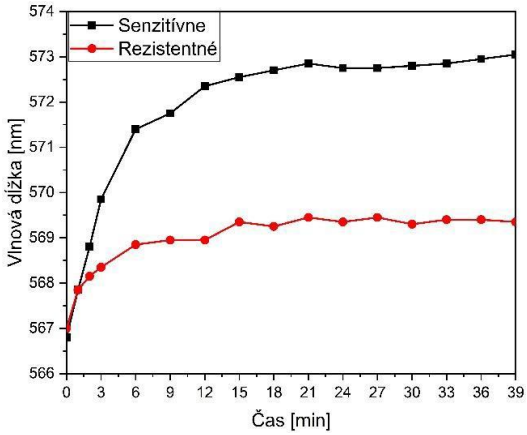


Graf 1: Porovnanie hodnôt anizotropie fluorescencie sondy DPH senzitívnehoa rezistentného kmeňa kvasiniek *Candida auris*. (r_s senzitívne = 0,269 ± 0,01, r_s rezistentné = 0,293 ± 0,007, p < 0,05). Prvý a tretí kvartil sú znázornené ako okrajové vodorovné úsečky škatule, medián je stredová vodorovná os a priemer označujevodorovná úsečka. Minimum a maximum sú označené koncovými vodorovnými úsečkami. Počet meraní každého kmeňa n = 10. r_s - anizotropia fluorescencie v ustálenom stave. Koncentrácia sondyvo vzorke bola $1{,}5.10^{-7}$ mol/l.

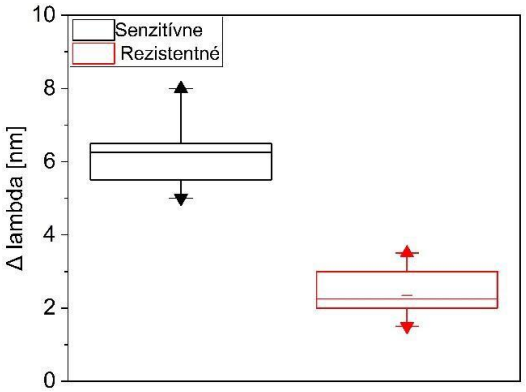


Graf 2: Porovnanie hodnôt anizotropie fluorescencie sondy TMA-DPH senzitívnehoa rezistentného kmeňa kvasiniek *Candida auris*. (r_s senzitívne = 0,356 ± 0,002, r_s rezistentné =0,357 ± 0,004, p > 0,05). Prvý a tretí kvartil súznázornené ako okrajové vodorovné úsečky škatule, medián je stredová vodorovná os a priemer označuje vodorovná úsečka. Minimum a maximum sú označené koncovými vodorovnými úsečkami. Počet meraní každého kmeňa n = 10. r_s - anizotropia fluorescencie v ustálenom stave. Koncentrácia sondy vo vzorke bola $7{,}5.10^{-8}$ mol/l.

Graf 3 zobrazuje priemerný časový vývoj polohy emisného maxima $\Delta\lambda_{max}$ sondy DiS-C_3(3) v suspenzii kvasiniek. Graf 4 zobrazuje porovnanie hodnôt zmeny polohy emisného maxima sondy DiS-C_3(3).



Graf 3: Priemerný časový vývoj polohy emisného maxima $\Delta\lambda_{max}$ sondy DiS-C_3(3) senzitívnehoa rezistentného kmeňa kvasiniek *Candida auris*. Počet meraní každého kmeňa n = 10. Koncentrácia sondy vo vzorkách bola $1{,}5.10^{-7}$ mol/l.



Graf 4: Porovnanie hodnôt zmeny polohy emisného maxima $\Delta\lambda_{max}$ sondy DiS-C_3(3) senzitívneho a rezistentného kmeňa kvasiniek *Candida auris*. ($\Delta\lambda_{max}$ senzitívny = 2,35 ± 0,21 nm, $\Delta\lambda_{max}$ rezistentný = 6,25 ± 0,31 nm, p < 0,05). Prvý a tretí kvartil sú znázornené ako okrajové vodorovné úsečky škatule, medián je stredová vodorovná os a priemer označuje vodorovná úsečka. Minimum a maximum sú označené koncovými vodorovnými úsečkami. Počet meraní každého kmeňa n = 10. Koncentrácia sondy vo vzorkách bola $1{,}5.10^{-7}$ mol/l.

Pozorovali sme signifikantný rozdiel stredných hodnôt anizotropie fluorescencie sondy DPH (o 8,19 %,$p < 0,05$) ale nepozorovali sme rozdiel hodnôt anizotropie fluorescencie sondy TMA-DPH (o 0,01 %, $p > 0,05$) medzi vyšetrovanými skupinami kvasiniek. Pozorovali sme signifikantný rozdiel v TMP a to posun emisného maxima sondy DiS-C_3(3) k dlhším vlnovým dĺžkam u senzitívneho kmeňa než u rezistentného kmeňa ($\Delta\lambda_{max}$ 3,9 nm, $p < 0,05$), čiže cytoplazmatická membrána senzitívneho kmeňa je v porovnaní s rezistentným kmeňom depolarizovaná.

Výsledky ukazujú, že existujú rozdiely v usporiadanosti hydrofóbnej časti lipidovej dvojvrstvy cytoplazmatickej membrány a v transmembránovom potenciáli kvasiniek *Candida auris* medzi kmeňom senzitívnym a rezistentným voči antimykotikám.

4 Diskusia

V predloženej práci sme študovali vybrané membránové vlastnosti senzitívnych a rezistentných kvasiniek *Candida auris*. Usporiadanosť lipidových dvojvrstiev a transmembránový potenciál sú membránové vlastnosti, ktoré môžu ovplyvňovať prestup liečiv a jeho množstvo do buniek.

V štúdii *(Shahi et al., 2020)* autori sledovali vplyv rezistencie kvasiniek *Candida auris* zmeny v cytoplazmatickej membráne. Konkrétne zmena dĺžky reťazca mastných kyselín, zmena počtu dvojitých väzieb, počet hydroxylácií a metylácií, zmena štruktúry hlavného reťazca a fosfolipidové zloženie cytoplazmatickej membrány. Ukázalo sa, že ovplyvnenie fluidity membrán ovplyvňuje difúziu, akumuláciu a liekovú citlivosť buniek kvasiniek rodu *Candida*, čo poukazuje na silné prepojenie medzi homeostázou fosfoglycerolov a rezistenciou na azoly. Zvýšený obsah nenasýtených lipidov v tejto štúdii je ďalšou bežnou zmenou v zložení medzi senzitívnymi a rezistentnými bunkami *Candida auris* a *Candida albicans*.

Steroly a sfingolipidy sú dve základné zložky membrán, ktoré priamo ovplyvňujú fluiditu membrány. Hydroxylová skupina ergosterolu tvorí špecifickú vodíkovú väzbu s amidovou skupinou v hlave sfingomyelínu. Táto interakcia orientuje ergosterol vzhľadom na sfingomyelín a vytvára veľkú, tuhú štruktúru, ktorá interferuje s pohybom lipidov a znižuje fluiditu membrány *(Harvard, 2022)*. Azolová rezistencia u *Candida auris* je spôsobená zmenou ergosterolovej dráhy a obsahu ergosterolu *(Zamith-Miranda et al., 2019)*. Bolo identifikovaných sedem kľúčových medziproduktov biosyntézy ergosterolu. Pri analýze medziproduktov biosyntézy ergosterolu bolo pozorované, že hladina väčšiny z nich bola významne nižšia u rezistentného kmeňa v porovnaní so senzitívnym. Hladiny konečných produktov ergostatetraenolu a ergosterolu však boli významne vyššie u rezistentného kmeňa v porovnaní s kmeňom senzitívnym. Podobne bol celkový ergosterol zistený vyššie v izoláte *Candida auris* rezistentnom voči azolovým antimykotikám *(Zamith-Miranda et al., 2019)*. Vyšší obsah ergosterolu v oboch rezistentných kmeňoch dobre koreluje s pozorovanou vyššou rezistenciou voči azolom.

4.1 Merania so sondou DPH a TMA-DPH

Porovnaním hodnôt anizotropie fluorescencie sondy DPH v cytoplazmatickej membráne senzitívneho kmeňa kvasiniek *Candida auris* s jej rezistentným kmeňom sme zistili nárast (8,2%) hodnôt anizotropie fluorescencie sondy DPH v ustálenom stave u rezistentného kmeňa oproti senzitívnemu kmeňu, čo odpovedá zníženej usporiadanosti lipidov v hydrofóbnej časti cytoplazmatickej membrány a teda zníženej fluidite membrány. V súčasnej dobe ešte neboli spravené štúdie usporiadanosti lipidových dvojvrstiev pomocou sledovania anizotropie fluorescencie fluorescenčných sond DPHa TMA-DPH u kvasiniek *Candida auris*.

Porovnaním hodnôt anizotropie fluorescencie sondy TMA-DPH v cytoplazmatickej membráne senzitívneho kmeňa kvasiniek *Candida auris* s jej rezistentným kmeňom sme zistili, že medzi získanými hodnotami nie je signifikantný rozdiel (< 0,01%) hodnôt anizotropie fluorescencie sondy TMA-DPH v ustálenom stave u rezistentného kmeňa oproti senzitívnemukmeňu, čo odpovedá nezmenenej usporiadanosti lipidov v hydrofilnej časti cytoplazmatickej membrány.

Nemáme k dispozícii literatúruo usporiadanosti lipidovej dvojvrstvy kvasiniek *Candida auris*. Je známe, že zmeny vo fluidite membrán v dôsledku zmien v homeostázelipidov ovplyvňujú liekovú rezistenciuu všetkých kmeňov kvasiniek rodu *Candida* rovnako. Tieto zmeny zahŕňajú zmeny dĺžkyreťazca mastných kyselín, počtu dvojitých väzieb, hydroxylácií,

metylácií a štruktúry hlavného reťazca *(Shahi et al., 2020)*.

Naše výsledky z meraní so sondou DPH korešpondujú s výsledkami z našich predchádzajúcich meraní so senzitívnym a rezistentným klinickým izolátom kvasiniek *Candida glabrata*. V štúdii *(Mishra et al., 2008)* autori pozorovali pomocou sondy DPH zvýšenú usporiadanosť lipidovej dvojvrstvy u kvasiniek *Candida albicans* v dôsledku zníženia obsahu ergosterolu v cytoplazmatickej membráne rezistentných kmeňov v porovnaní so senzitívnymi, čo je v rozpore s našimi výsledkami. Nižšie hodnoty usporiadanosti lipidovej dvojvrstvy majú priamy vplyv na eflux liečiv z bunky pomocou ABC transportných púmp. Z našich získaných výsledkov podľa tohto vyplýva nová výskumná hypotéza, ktorú treba ale ešte experimentálne overiť a to, či za rezistenciou nami sledovaného rezistentného kmeňa stoja iné mechanizmy ako zvýšená aktivita efluxných ABC púmp.

4.2 Merania so sondou DiS-C_3(3)

Porovnaním polohy emisného maxima λ_{max} sondy DiS-C_3(3) senzitívneho kmeňa kvasiniek *Candida auris* s jej rezistentným kmeňom sme pozorovali signifikantný rozdiel polohy emisného maxima λ_{max} sondy DiS-C_3(3) (3,9 nm). Vyššia hodnota vlnovej dĺžky emisného maxima sondy DiS-C_3(3) u senzitívneho kmeňa než u senzitívneho kmeňa poukazuje na depolarizáciu cytoplazmatickej membrány rezistentných buniek *(Gášková et al., 2001)*.

V prácach *(Szczepaniak et al., 2015)* na *Candida albicans* a *(Maláč et al., 2005)* na *Sacharomyces cerevisiae* je ako hlavná príčina zmeny transmembránového potenciálu uvedená zvýšená aktivita ABC efluxných púmp. Môžeme sa domnievať, že zmena transmembránového potenciálu a následná rezistencia voči liečivám našich skúmaných vzoriek kvasiniek *Candida auris* je spôsobená iným mechanizmom než zvýšenou aktivitou ABC efluxných púmp. Znížená hladina ergosterolu v cytoplazmatickej membráne kvasinky môže viesť k narušeniu fyziologického transmembránového potenciálu *(Younsi et al., 2000)*.

5 Záver

V práci sme sledovali rozdiely vo vybraných membránových vlastnostiach (usporiadanosť lipidových dvojvrstiev a transmembránový potenciál) u kvasiniek *Candida auris* senzitívnych a rezistentných voči azolovým antimykotikám. Výsledky meraní anizotropie fluorescencie sond DPH a TMA-DPH ukazujú, že rezistencia kvasiniek *Candida auris* znižuje membránovú fluiditu hydrofóbnej časti cytoplazmatickej membrány a tiež spôsobuje hyperpolarizáciu cytoplazmatickej membrány. Nespôsobuje ale zmenu membránovej fluidity hydrofilnej časti cytoplazmatickej membrány. Zmeny v membránovej fluidite a transmembránovom potenciáli, môžu mať príspevok v mechanizme rezistencie kvasiniek *Candida auris* voči antimykotikám. Z našich výsledkov nevieme exaktne usúdiť, či mechanizmus rezistencie kvasiniek *Candida auris* jespôsobený zvýšenou aktivitou efluxných ABC púmp, zníženou hladinou ergosterolu alebo sa na ňom podieľajú iné mechanizmy.

Poďakovanie

Táto práca bola podporená grantami UK/59/2021, KEGA 041UK-4/2020, SK-BY-RD-19-0019, PPI/APM/2018/1/00007/U/001

Literatúra

Centers for disease control and prevention. (2020). *Identification of Candida auris*. https://www.cdc.gov/fungal/candida-auris/identification.html?CDC_AA_refVal=https%3A%2F%2Fwww.cdc.gov%2Ffungal%2Fcandida-auris%2Frecommendations.html

Chakrabarti, A., Sood, P., Rudramurthy, S. M., Chen, S., Kaur, H., Capoor, M., Chhina, D., Rao, R., Eshwara, V. K., Xess, I., Kindo, A. J., Umabala, P., Savio, J., Patel, A., Ray, U., Mohan, S., Iyer, R., Chander, J., Arora, A., … Mendiratta, D. (2015). Incidence, characteristics and outcome of ICU-acquired candidemia in India. *Intensive Care Medicine*, *41*(2), 285–295. https://doi.org/10.1007/s00134-014-3603-2

Chatterjee, S., Alampalli, S. V., Nageshan, R. K., Chettiar, S. T., Joshi, S., & Tatu, U. S. (2015). Draft genome of a commonly misdiagnosed multidrug resistant pathogen Candida auris. *BMC Genomics*, *16*(1), 1–16. https://doi.org/10.1186/s12864-015-1863-z

Chowdhary, A., Anil Kumar, V., Sharma, C., Prakash, A., Agarwal, K., Babu, R., Dinesh, K. R., Karim, S., Singh, S. K., Hagen, F., & Meis, J. F. (2014). Multidrug-resistant endemic clonal strain of Candida auris in India. *European Journal of Clinical Microbiology and Infectious Diseases*, *33*(6), 919–926. https://doi.org/10.1007/s10096-013-2027-1

Gášková, D., Adek, R., Chaloupka, R., Plášek, J., & Sigler, K. (2001). Factors underlyingmembrane potential-dependent and - independent fluorescence responses of potentiometric dyes in stressed cells: diS- C3(3) in yeast. *Biochimica et Biophysica Acta - Biomembranes*, *1511*(1), 74–79. https://doi.org/10.1016/S0005-2736(00)00383-7

Harper, R. (2019, August). Major step forwards Candida auris vaccine developed. *European Pharmaceutical Review*. https://www.europeanpharmaceuticalreview.com/news/96289/major-step-candida-auris-vaccine/

Heese-Peck, A., Pichler, H., Zanolari, B., Watanabe, R., Daum, G., & Riezman, H. (2002). Multiple Functions of sterols in yeast endocytosis. *Molecular Biology of the Cell*, *13*(November), 4100–4109. https://doi.org/10.1091/mbc.E02

Kourkoumpetis, T. K., Velmahos, G. C., Ziakas, P. D., Tampakakis, E., Manolakaki, D., Coleman, J. J., & Mylonakis, E. (2011). The Effect of Cumulative Length of Hospital Stay on the Antifungal Resistance of Candida Strains Isolated from Critically Ill SurgicalPatients. *Mycopathologia*, *171*(2), 85–91. https://doi.org/10.1007/s11046-010-9369-3

Lakowicz, J. R. (2006). Principles of fluorescence spectroscopy. In *RemoteSensing* (Third). Springer.

Lockhart, S. R., Etienne, K. A., Vallabhaneni, S., Farooqi, J., Govender, N. P., Colombo, A. L., Calvo, B., Cuomo, C. A., Desjardins, C. A., Berkow, E. L., Castanheira, M., Magobo, R. E., Jabeen, K., Asghar, R. J., Meis, J. F., Jackson, B.,Chiller, T., & Anastasia, P. (2016). *Clinical Infectious Diseases Advance Access published October 20, 2016*. 1–24.

Loffler, J., Einsele, H., Hebart, H., Schumacher, U., Hrastnik, C., & Daum, G. (2000). Phospholipid and sterol analysis of plasma membranes of azole-resistant Candida albicans strains. *FEMS Microbiology Letters*, *185*(1), 59–63. https://doi.org/10.1111/j.1574-6968.2000.tb09040.x

Maláč, J., Urbánková, E., Sigler, K., & Gášková, D. (2005). Activity of yeast multidrug resistance pumps during growth is controlled by carbon source and the composition of growth-depleted medium: DiS-C 3(3) fluorescence assay. *International Journal of Biochemistry and Cell Biology*, *37*(12), 2536–2543. https://doi.org/10.1016/j.biocel.2005.06.005

Mishra, N. N., Prasad, T., Sharma, N., & Gupta, D. K. (2008). Membrane fluidity and lipid composition of fluconazole resistant and susceptible strains of Candida albicans isolated from diabetic patients. *Brazilian Journal of Microbiology*, *39*(2), 219–225. https://doi.org/10.1590/S1517-83822008000200004

Mukhopadhyay, K., Kohli, A., & Prasad, R. (2002). Drug susceptibilities of yeast cells are affected by membrane lipid composition. *Antimicrobial Agents and Chemotherapy*, *46*(12), 3695–3705. https://doi.org/10.1128/AAC.46.12.3695-3705.2002

Munn, A. L., Heese-Peck, A., Stevenson, B. J., Pichler, H., & Riezman, H. (1999). Specific sterols required for the internalization step of endocytosis in yeast. *Molecular Biology of the Cell*, *10*(11), 3943–3957. https://doi.org/10.1091/mbc.10.11.3943

Parks, L. W., Crowley, J. H., Leak, F. W., Smith, S. J., & Tomeo, M. E. (1999). Use of sterol mutants as probes for sterol functions in the yeast, Saccharomyces cerevisiae. *Critical Reviews in Biochemistry and Molecular Biology*, *34*(6), 399–404. https://doi.org/10.1080/10409239991209381

Rahendra, P. (2017). Candida albicans: Cellular and molecular biology. In P. Rahendra (Ed.), *International Journal of Food Microbiology* (second, Vol. 121, Issue 2).

Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-50409-4

Rudramurthy, S. M., Chakrabarti, A., Paul, R. A., Sood, P., Kaur, H., Capoor, M. R., Kindo, A. J., Marak, R. S. K., Arora, A., Sardana, R., Das, S., Chhina, D., Patel, A., Xess, I., Tarai, B., Singh, P., & Ghosh, A. (2017). Candida auris candidaemia in Indian ICUs: Analysis of risk factors. *Journal of Antimicrobial Chemotherapy*, *72*(6), 1794–1801. https://doi.org/10.1093/jac/dkx034

Sanglard, D., Ischer, F., Parkinson, T., Falconer, D., & Bille, J. (2003). Candida albicans mutations in the ergosterol biosynthetic pathway and resistance to several antifungal agents. *Antimicrobial Agents and Chemotherapy*, *47*(8), 2404–2412. https://doi.org/10.1128/AAC.47.8.2404-2412.2003

Satoh, K., Makimura, K., Hasumi, Y., Nishiyama, Y., Uchida, K., & Yamaguchi, H. (2009). Candida auris sp. nov., a novel ascomycetous yeast isolated from the external ear canal of an inpatient in a Japanese hospital. *Microbiology and Immunology*, *53*(1), 41–44. https://doi.org/10.1111/j.1348-0421.2008.00083.x

Shahi, G., Kumar, M., Kumari, S., Rudramurthy, S. M., Chakrabarti, A., Gaur, N. A., Singh, A., & Prasad, R. (2020). Detailed lipidomic study of human pathogenic gungi Candida auris. *FEMS*. https://doi.org/10.1093/femsyr/foaa045

Sharma, C., Kumar, N., Meis, J. F., Pandey, R., & Chowdhary, A. (2015). Draft genome sequence of a fluconazole-resistant Candida auris strain from a candidemia patient in India. *Genome Announcements*,*3*(4), 2014–2015. https://doi.org/10.1128/genomeA.00722-15

Singh, S., Uppuluri, P., Mamouei, Z., Alqarihi, A., Elhassan, H., French, S., Lockhart, S. R., Chiller, T., Edwards, J. E., & Ibrahim, A. S. (2019). The NDV-3A vaccine protects mice from multidrug resistant Candida auris infection. *PLoS Pathogens*, *15*(8), 1–25. https://doi.org/10.1371/journal.ppat.1007460

Spivak, E. S., & Hanson, K. E. (2018). Candidaauris: An emerging fungal pathogen. *Journal of Clinical Microbiology*, *56*(2), 1–10. https://doi.org/10.1128/JCM.01588-17

Szczepaniak, J., Łukaszewicz, M., & Krasowska, A. (2015). Estimation of Candida albicans ABC transporter behavior in real-time via fluorescence. *Frontiers in Microbiology*, *6*(DEC), 1–6. https://doi.org/10.3389/fmicb.2015.01382

Toth Hervay, N., Goffa, E., Svrbicka, A., Simova, Z., Griac, P., Jancikova, I., Gaskova, D., Morvova, M., Sikurova, L., & Gbelska, Y. (2015). Deletion of the PDR16 gene influences the plasma membrane properties of the yeast Kluyveromyces lactis. *Canadian Journal of Microbiology*, *61*(4), 273–279. https://doi.org/10.1139/cjm-2014-0627

Younsi, M., Ramanandraibe, E., Bonaly, R., Donner, M., & Coulon, J. (2000). Amphotericin B resistance and membrane fluidity in Kluyveromyces lactis strains. *Antimicrobial Agents and Chemotherapy*, *44*(7), 1911–1916. https://doi.org/10.1128/AAC.44.7.1911-1916.2000

Zamith-Miranda, D., Heyman, H. M., Cleare, L. G., Couvillion, S. P., Clair, G. C., Bredeweg, E. L., Gascer, A., Nimrichter, L., Nakayasu, E. S., & Nosanchuk, J. D. (2019). Multi-omics signature of Candida auris, an Emerging and multidrug resistant pathgen. *Molecular Biology and Physiology*, *4*(4), 1–14. https://doi.org/10.1128/mSystems.0025

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 58–64
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Terézia Mária Gaberová, Milan Zvarík

Fluorescenčná analýza moču – neinvazívna diagnostika rakoviny močového mechúra

Terézia Mária Gaberová[1]* Milan Zvarík[2†‡]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Rakovina močového mechúra (bladder cancer, BC) patrí medzi desať najbežnejších typov rakoviny na celom svete, pričom každý rok je zaznamenaných približne 550 000 nových prípadov. Za účelom pravidelného sledovania vývoja karcinómu musia pacienti, postihnutí týmto závažným ochorením, pravidelne absolvovať invazívne diagnostické metódy – cystoskopiu a biopsiu. Tento, ale aj ďalšie dôvody, vedú vedcov k hľadaniu nových biomarkerov, ktoré by prispeli k vývoju nových, neinvazívnych a spoľahlivých metodík skorej diagnostiky BC. Nahradenie alebo minimalizácia využitia spomínaných invazívnych vyšetrení by tiež pomohla zvýšiť celkovú kvalitu života pacientov.
Pomocou vysokoúčinnej kvapalinovej chromatografie (HPLC) sme vykonali viacnásobnú analýzu 8 vzoriek moču pacientov s rakovinou močového mechúra a 8 vzoriek moču pacientov s hematúriou. Využili sme fluorescenčnú detekciu zložiek moču pri piatich rôznych nastaveniach fluorescenčného detektora. Zo získaných chromatogramov sme vykreslili prehľadné matice (mapy) chromatogramov a rozdelili ich do jednominútových retenčných oblastí, ktoré sme podrobili štatistickej analýze. Hodnotených bolo celkovo 150 oblastí, z ktorých 36 bolo štatisticky signifikantných. Korelácie medzi jednotlivými oblasťami sme sledovali pomocou analýzy hlavných komponentov (PCA) za účelom zistenia optimálneho výberu použitej metódy a oblastí. Z našich výsledkov vyplýva, že sledovaním fluorescenčných zložiek moču je možné odlíšiť skúmané skupiny pacientov. Taktiež sme zredukovali rozmernosť dát a vyfiltrovali tak oblasti najvhodnejšie pre ďalšie (mnohorozmerné) analýzy. Tieto výsledky by mohli prispieť k zavádzaniu nových neinvazívnych diagnostických metód, k rýchlej a ľahko automatizovateľnej analýze skúmaných dát a hlavne k včasnej a spoľahlivej diagnostike BC.
Kľúčové slova: fluorescencia, hematúria, HPLC, moč, rakovina močového mechúra

1 Úvod

BC predstavuje 6. najčastejšie sa vyskytujúce nádorové ochorenie u mužov a 17. u žien [Bray et al. 2018]. Až u 30 % pacientov je toto ochorenie diagnostikované v neskorom štádiu infiltrujúcom svalovinu močového mechúra [Soloway et al. 2002]. Prítomnosť krvi v moči – hematúria (HE) je jedným z prvých symptómov BC, prítomná v 85-90 % prípadov. Keďže HE môže byť spôsobená aj ochorením benígneho charakteru je veľmi problematické odhaliť jej príčinu, a preto musia pacienti podstúpiť invazívne vyšetrenia. Ďalšími skorými príznakmi sú aj: časté močenie, bolesti v oblasti obličiek a mechúra a dyzurické ťažkosti. Podobnosť týchto symptómov s niektorými benígnymi ochoreniami zhoršuje a oneskoruje stanovenie správnej diagnózy [Mardiak et al. 2013; Kumar et al. 2017].

1.1 Súčasné diagnostické vyšetrenie BC – cystoskopia

Nutnou podmienkou pre liečbu pacientov s BC je časté a dlhodobé sledovanie vývoja karcinómu spojené s početnými opakovaniami invazívneho diagnostického zákroku – cystoskopie. Je to vyšetrenie vnútorných stien močového mechúra pomocou endoskopického prístroja – cystoskopu, ktorý sa zavádza do močového mechúra cez močovú rúru. Cystoskopia je bolestivá, invazívna a nákladná a preto nie je najvyhovujúcejším diagnostickým vyšetrením [Issaq et al. 2008]. Navyše, nemusí zaznamenať niektoré nálezy, hlavne malé oblasti v prípade karcinómu in situ [Amara et al. 2019]. Samotná základná terapia je preto pre pacienta často fyzicky aj psychicky náročná.

1.2 Nová perspektíva diagnostiky BC – metabolomika

Významnú úlohu v zaznamenávaní a kontrolovaní stavu pacienta v reálnom čase bez invazívnych zásahov majú biomarkery prítomné v tekutých biopsiách. V prípade BC sa najčastejšie používajú

* gaberova4@uniba.sk
† milan.zvarik@fmph.uniba.sk
‡ Školiteľ

vzorky moču, pretože tie sú v bezprostrednom kontakte s karcinómom [Amara et al. 2019]. Konety definoval ideálny biomarker BC ako objektívny, neinvazívny, ľahko interpretovateľný marker s vysokou citlivosťou a špecificitou. Biomarkery BC môžu mať rôzne formy ako napríklad metabolity, proteíny, DNA, rôzne typy RNA a iné. Prítomnosť alebo zmeny v expresii týchto molekúl môžu súvisieť s BC [Konety, 2006; Oeyen et al., 2019]. Metabolomika sa osobitne zameriava na činnosť malých molekúl (metabolitov, <10 kDa), aktívne produkovaných počas životného cyklu buniek, ktoré môžu poskytnúť predstavu o okamžitom fyziologickom stave [Peng et al. 2015]. Metabolomika objasňuje globálne metabolické charakteristiky a mechanizmy, taktiež umožňuje identifikáciu a kvantifikáciu metabolitov prítomných v biologickom systéme [Fuhrer and Zamboni 2015].

Touto problematikou sa zaoberalo viacero výskumných tímov a podarilo sa im identifikovať mnoho potenciálnych diferenciačných metabolitov BC obsiahnutých v moči. Jacyna et al. identifikovali 17 metabolitov, ktoré významne odlišovali močové profily pacientov s BC od močových profilov zdravých dobrovoľníkov. Tieto metabolity sa podieľali hlavne na metabolizme aminokyselín, pyrimidínu a purínu [Jacyna et al. 2019]. Analýza výskumného tímu Loras et al. preukázala narušený metabolizmus taurínu, alanínu, aspartátu, glutamátu a fenylalanínu v prípade pacientov s BC [Loras et al. 2019]. Lee et al. študovali hladiny plazmatického a močového kynurenínu, tryptofánu a vzťahy príbuzných metabolitov pri BC. Prvýkrát zistili, že plazmatická hladina tryptofánu bola významne znížená, zatiaľ čo plazmatický aj močový pomer kynurenínu a tryptofánu boli významne vyššie u pacientov s BC [Lee et al. 2020]. Tieto, ale aj mnohé iné štúdie poukazujú na to, že metabolomika moču je účinný prístup k objavovaniu potenciálnych biomarkerov na diagnostiku BC.

2 Materiál a metódy

Keďže niektoré metabolity sú schopné fluorescencie, v predkladanej práci sme sa zamerali na sledovanie fluorescenčných charakteristík moču pacientov s BC (n = 8) a pacientov s HE (n = 8), ktorá nebola spôsobená rakovinovým ochorením. Pacienti s BC taktiež trpeli symptómom HE. Vzorky nám boli poskytované z urologického oddelenia Univerzitnej nemocnice v Bratislave – Nemocnica svätého Cyrila a Metoda. Vzorky moču boli pacientom odoberané spontánnou mikciou alebo katetrizáciou. Následne bola pomocou biopsie potvrdená alebo vyvrátená prítomnosť zhubného nádoru (retrospektívna štúdia). Po odbere boli vzorky uskladnené a zamrazené na -28°C. Pred analýzou sme ich nechali rozmraziť pri izbovej teplote 22°C. Po rozmrazení boli vzorky centrifugované pri teplote 4°C po dobu 20 minút pri 2000 g. Po ukončení centrifugácie bol odobraný supernatant prefiltrovaný (0,2 μm).

Na meranie vzoriek moču dvoch skupín pacientov sme použili HPLC systém Prominence 20 A (Schimadzu co., Japonsko) s reverznou fázou, v ktorom je mobilná fáza polárna a stacionárna fáza nepolárna. Použili sme stacionárnu fázu C18, ktorá sa nachádza v kolóne Nucleosil 100-5 (Macherey-Nagel, Nemecko). Mobilnú fázu HPLC systému tvoril vodný roztok dihydrogenfosforečnu draselného (KH_2PO_4) o koncentrácii 10 mmol/l a 5% metanolom. Prietok mobilnej fázy bol počas celého merania udržiavaný na konštantnej hodnote 1 ml/min. Konštantná hodnota bola udržiavaná aj v prípade tlaku a to na hodnote 6,7 MPa.

Na meranie fluorescenčných charakteristík moču bolo zvolených 5 rôznych excitačných a emisných vlnových dĺžok. Excitačné a emisné vlnové dĺžky boli zvolené v rozmedzí 250-500 nm. Výber excitačných a emisných vlnových dĺžok za pomoci vytvorenia excitačno-emisných matíc je zhrnutý v bakalárskej práci [Gaberová, 2021]. V Tabuľke 1 uvádzame nastavenia excitačných a emisných vlnových dĺžok a im prislúchajúci objem nastrekovanej vzorky.

Tabuľka 1 Nastavenie excitačných a emisných vlnových dĺžok a objemu nastrekovanej vzorky

Metóda	Excitačná vlnová dĺžka [nm]	Emisná vlnová dĺžka [nm]	Objem nastrekovanej vzorky [μl]
1.	250	450	5
2.	330	500	10
3.	300	450	5
4.	270	400	2
5.	270	380	2

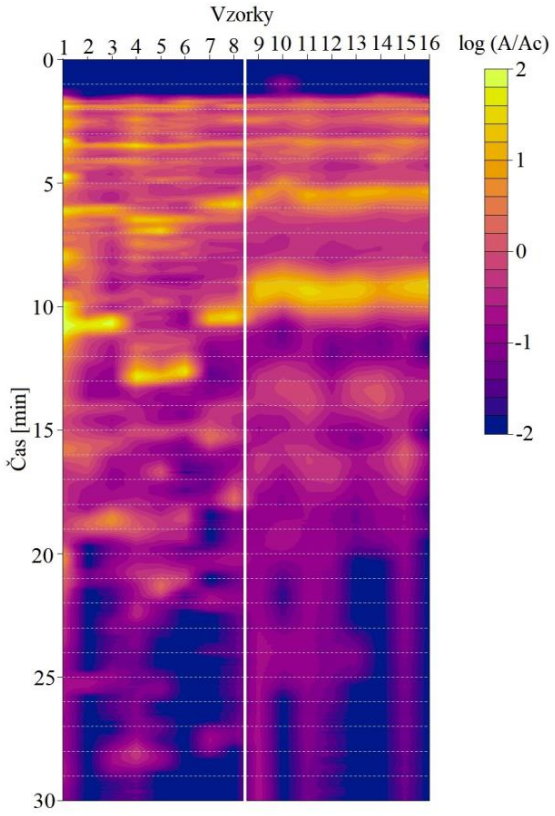
Na spracovanie a analýzu chromatogramov sme použili softvér LC solution. Štatistická analýza dát a tvorba grafov prebehla v softvérovom prostredí R.
Pre každú metódu sme zobrazili maticu (mapu) chromatogramov zahŕňajúcu celý súbor pacientov. Následne sme matice rozdelili do jednominútových retenčných oblastí (región, REG). Spolu sme tak získali 30 REG pre každú metódu. Plochy pod píkmi v daných REG boli zosumované a štandardizované na kreatinín, ktorý sa bežne využíva na štandardizáciu metabolitov v moči. REG boli v rámci skúmaných skupín pacientov s BC a HE porovnané neparametrickým Mann-Whitney U testom s cieľom zistenia štatisticky signifikantných rozdielov. Nakoniec sme na dáta aplikovali analýzu hlavných komponentov (PCA).

3 Výsledky

Vzorky moču pacientov s hematútiou (n = 8) ako aj pacientov s rakovinou močového mechúra (n = 8) boli podrobené viacnásobnej chromatografickej analýze s piatimi nastaveniami fluorescenčného detektora (5 metód). Získali sme tak sadu piatich fluorescenčných chromatogramov od každého pacienta.

3.1 Zostrojenie a analýza chromatografických matíc

Na vizualizáciu a interpretáciu získaných chromatogramov sme zostrojili chromatografické matice každej metódy, ktoré obsahujú informácie o všetkých pacientov. Ako príklad uvádzame chromatografickú maticu 1. metódy (Obrázok 1). Na x-ovej osi je identifikačné číslo pacienta, pričom vzorky 1-8 patria pacientom s BC a vzorky 9-16 pacientom s HE (oddelené bielou vertikálnou čiarou). Na osi y je retenčný čas. Prerušované horizontálne čiary označujú hranice jednominútových oblastí (REG). Os z, reprezentovaná farebnou škálou, obsahuje logaritmovaný pomer fluorescenčného signálu v čase normalizovaný na plochu kreatinínu.



Obrázok 1 Chromatografická matica metódy 1 (x-ová os predstavuje identifikačné čísla pacientov, y-ová os vyznačuje retenčný čas, z-ová os obsahuje logaritmovaný pomer fluorescenčného signálu v čase (A) normalizovaný na plochu kreatinínu (Ac))

3.2 Medziskupinové porovnanie

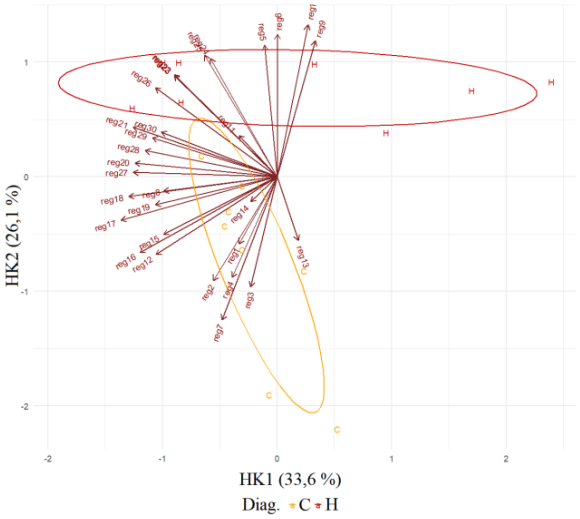
Štatistickou analýzou porovnania vzoriek moču pacientov s BC a HE sme vymedzili oblasti, ktorých štandardizované plochy sa líšili na hranici signifikatnosti $p < 0,05$. Zo 150 oblastí 36 vykazovalo štatisticky signifikantné rozdiel medzi výskumnými skupinami (Tabuľka 2).

Tabuľka 2 Základné charakteristiky významne sa líšiacich oblastí (A – plocha pod píkom, Ac – plocha kreatinínu, BC – rakovina močového mechúra, HE – hematúria, reg – oblasť)

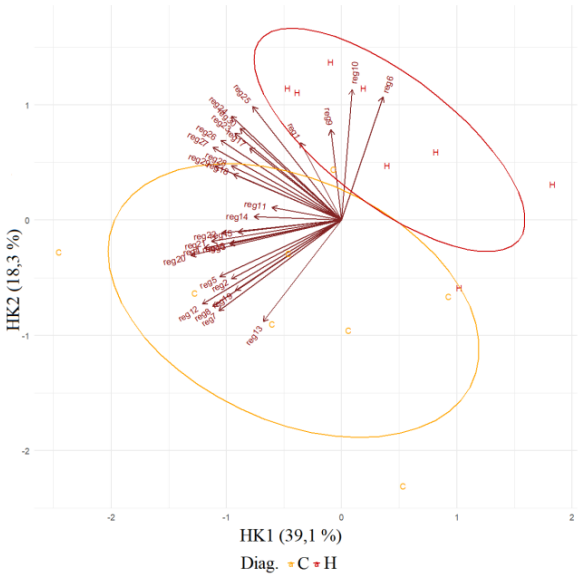
	Identifikátor oblasti	P hodnota	Medián (A/Ac) × 10^3	
			BC	HE
Metóda 1	reg6	0,0499	164,70	626,10
	reg7	0,0002	481,98	100,39
	reg8	0,0030	180,30	50,48
	reg9	0,0207	46,79	386,60
	reg10	0,0070	99,55	1894,64
	reg12	0,0011	109,82	11,47
	reg16	0,0379	68,31	25,90
	reg19	0,0104	66,23	14,75
	reg20	0,0379	31,92	15,13
	reg21	0,0281	23,64	10,75
Metóda 2	reg5	0,0070	104,60	43,55
	reg7	0,0011	139,54	40,68
	reg14	0,0281	7,04	49,56
	reg19	0,0019	39,40	6,22
Metóda 3	reg6	0,0281	201,45	500,95
	reg7	0,0006	241,11	109,18
	reg11	0,0499	951,88	93,68
	reg12	0,0499	63,14	21,32
	reg14	0,0070	30,27	218,58
	reg16	0,0499	323,96	49,19
Metóda 4	reg19	0,0499	32,05	18,43
	reg5	0,0499	89,06	161,24
	reg6	0,0148	138,25	460,00
	reg7	0,0006	421,65	213,27
	reg9	0,0070	41,80	1350,03
	reg10	0,0070	433,87	7304,27
	reg11	0,0379	4873,95	556,42
	reg24	0,0499	-1,51	16,29
Metóda 5	reg6	0,0002	188,64	586,73
	reg7	0,0002	708,72	254,40
	reg9	0,0002	52,30	1480,21
	reg10	0,0002	341,87	7753,02
	reg15	0,0011	414,50	89,17
	reg16	0,0011	127,33	15,52
	reg24	0,0104	-2,03	73,24
	reg25	0,0104	-0,57	83,72

3.3 Analýza hlavných komponentov (PCA)

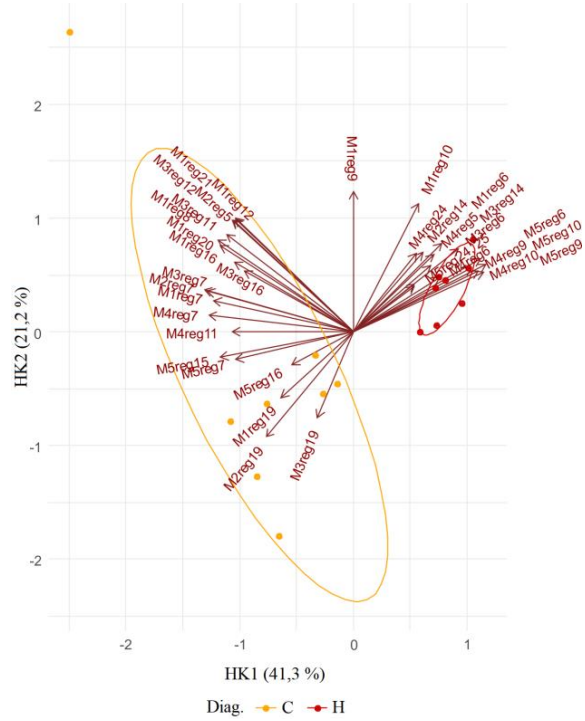
Získané oblasti fluorescencie boli podrobené aj analýze hlavných komponentov. Cieľom bol výber najvhodnejších oblastí na diskrimináciu medzi diagnostickými skupinami a tiež na filtráciu korelovaných oblastí. Touto metódou boli analyzované všetky oblasti z jednotlivých metód. Vytvorili sme ordinačné grafy, na ktorých vidieť vzájomné vzťahy jednotlivých parametrov (REG), doplnené o centroidy (±SD) výskumných skupín. Horizontálna os predstavuje hlavný komponent 1 (HK1), ktorý vystihuje maximálny podiel rozptylu medzi parametrami. Vertikálna os predstavuje hlavný komponent 2 (HK2), ktorý je kolmý na HK1 a vedený v smere druhej najväčšej variability medzi parametrami. Ako príklad uvádzeme ordinačné grafy metódy 1 a 5, ktoré vykazujú diskriminované centroidy (Obrázok 2, 3). PCA analýza prebehla aj na štatisticky signifikantných oblastiach zahŕňajúc všetky metódy (Obrázok 4). Príspevky jednotlivých oblastí do HK sme zhrnuli v Tabuľke 3.



Obrázok 3 Ordinačný graf metódy 5 (HK – hlavné komponenty (vyjadrený rozptyl dát), C – pacienti s rakovinou močového mechúra, H – pacienti s benígnou hematúriou, reg – oblasť)



Obrázok 2 Ordinačný graf metódy 1 (HK – hlavné komponenty (vyjadrený rozptyl dát), C – pacienti s rakovinou močového mechúra, H – pacienti s benígnou hematúriou, reg – oblasť)



Obrázok 4 Ordinačný graf štatisticky signifikantných oblastí (HK – hlavné komponenty (vyjadrený rozptyl dát), C – pacienti s rakovinou močového mechúra, H – pacienti s benígnou hematúriou, M – metóda, reg – oblasť)

Tabuľka 3 Príspevky do hlavných komponentov PCA analýzy štatisticky signifikantných oblastí (HK1 – hlavný komponent 1, HK2 – hlavný komponent 2, reg – oblasť)

	Identifikátor oblasti	HK1	HK2
Metóda 1	reg6	0,1357	0,1905
	reg7	-0,2151	0,0673
	reg8	-0,2077	0,1972
	reg9	-0,0004	0,3002
	reg10	0,1000	0,2754
	reg12	-0,1860	0,2396
	reg16	-0,1835	0,1505
	reg19	-0,1111	-0,1418
	reg20	-0,2043	0,1860
	reg21	-0,1843	0,2402
Metóda 2	reg5	-0,1820	0,2427
	reg7	-0,2295	0,0906
	reg14	0,1070	0,1703
	reg19	-0,1337	-0,2256
Metóda 3	reg6	0,1612	0,1786
	reg7	-0,2246	0,0877
	reg11	-0,1951	0,2093
	reg12	-0,1807	0,2444
	reg14	0,1189	0,1422
	reg16	-0,1677	0,1310
Metóda 4	reg19	-0,0548	-0,1847
	reg5	0,1236	0,1668
	reg6	0,1331	0,1171
	reg7	-0,2222	0,0347
	reg9	0,1825	0,1378
	reg10	0,1923	0,1304
	reg11	-0,1869	-0,0005
	reg24	0,0969	0,1677
Metóda 5	reg6	0,1952	0,1573
	reg7	-0,1812	-0,0597
	reg9	0,2001	0,1279
	reg10	0,2043	0,1437
	reg15	-0,2042	-0,0545
	reg16	-0,0954	-0,0707
	reg24	0,0943	0,0976
	reg25	0,0945	0,1033

4 Diskusia

Do našej štúdie neboli zahrnuté zdravé subjekty, keďže častá prítomnosť krvi v moči pacientov s BC by mohla oproti takejto skupine vykazovať falošne pozitívne výsledky. Taký test by potom každého pacienta s hematúriou mohol označiť ako onkologického. Naším cieľom bolo zamerať sa na častý problém lekárov odlíšiť rakovinu u pacientov s hematúriou. Hematúria nespôsobená rakovinovým procesom, môže byť spôsobená rozličnými dôvodmi, ktoré sa odzrkadlia aj na vysokej variabilite metabolického zloženia moču. Zamerali sme sa na fluorescenčnú detekciu metabolitov prítomných vo vzorkách moču pacientov s HE a BC.

Chromatogramy boli analyzované pomocou jednominútových oblastí z dôvodu vysokej zložitosti analýzy jednotlivých chromatografických píkov a ich párovaním medzi jednotlivými meraniami. Tento prístup navyše umožňuje automatizovanú analýzu chromatogramov v prípade použitia v praxi. Dĺžka oblastí bola zvolená na základe šírok vyskytujúcich sa chromatografických píkov a tiež s ohľadom na redukciu dát pre štatistickú analýzu. Na vizualizáciu veľkého množstva dát sme sa rozhodli použiť fluorescenčné matice (Obrázok 1), pretože je na nich možné zobraziť trojrozmerné dáta na jednom obrázku a sú prehľadnejšie ako zobrazenie vlastných chromatogramov. Na Obrázku 1 je možné vizuálne sledovať, že skupina BC vykazuje v niektorých oblastiach odlišnú fluorescenciu oproti pacientom s HE.

Tieto pozorovania sa nám potvrdili aj pomocou štatistickej analýzy, kde štatistická významnosť bola naznačená v 36 zo 150 skúmaných fluorescenčných oblastí (Tabuľka 2). Najviac signifikantných oblastí bolo nájdených pri excitácii 250 nm a emisii 450 nm (metóda 1), avšak najvýraznejšie zmeny boli nájdené v metóde 5 (excitácia 270 nm, emisia 380 nm). K podobným výsledkom dospeli aj Kollarik et al., ktorí zaznamenávali koncentračné matice synchrónnych fluorescenčných spektier a pozorovali zníženú intenzitu fluorescencie v oblasti excitácie 280 nm. Navyše pozorovali celkovú zvýšenú fluorescenciu u pacientov s HE v oblasti excitácie 250-300 nm, čo tiež korešponduje s našimi výsledkami [Kollarik et al., 2018]. V práci Špakova et al. sledovali fluorescenciu moču pacientov s malignýmmalanómom. V oblasti excitácie 340 nm, čo zodpovedá našej metóde 2, pozorovali zvýšenú fluorescenciu u pacientov s rakovinou [Špaková et al., 2020]. Tieto zistenia taktiež korešpondujú s našimi výsledkami, kde pozorujeme rovnaký efekt.

Je potrebné zdôrazniť, že pozorované zmeny by nemali pochádzať od prítomnosti hematúrie, nakoľko pacienti s rakovinou močového mechúra, rovnako ako pacienti s HE, hematúriu vykazovali. Jediným rozdielom bola len prítomnosť rakovinového ochorenia. Naopak, vo viacerých štúdiách, ktoré sa venovali výskumu nových biomarkerov BC (napr. BTA stat, NMP22) do kontrolnej skupiny nezahrnuli pacientov s hematúriou, a neskôr bola zistená falošná pozitivita

výsledkov, spôsobená práve benígnou hematúriou [Budman et al., 2008]. Predošlé štúdie taktiež vykazujú nízku hodnotu senzitivity (62-96 %) a špecificity (70-95 %) navrhovaných multiparametrických diskriminačných modelov. Navyše v nich boli použité primárne techniky chromatografie spojenej s hmotnostnou spektrometriou, ktoré sú oproti nami využitej technike omnoho finančne náročnejšie [Zhu et al., 2020].

Pomocou PCA sme hľadali takú množinu lineárnych kombinácií pôvodných premenných, ktorá zachová čo najväčšie množstvo informácií pôvodných pozorovaní a zároveň jej dimenzia bude menšia nanajvýš rovná ako dimenzia pôvodnej množiny. Týmto postupom sme docieli to, že bude možné študovať daný štatistický problém v podpriestore s menšou dimenziou, čo má veľký význam pri ďalšej analýze štatistického súboru. V prípade PCA analýzy signifikantných regiónov, môžeme vidieť plne diskriminované centroidy skupín pacientov (Obrázok 4). Hlavná komponenta 1 (HK1) vysvetľuje 41,3% rozptyl dát, pričom ju možno považovať zodpovednú za variabilitu medzi skupinami. HK2 vyjadruje 21,2% rozptyl dát a hlavne v prípade pacientov s BC ju považujeme za ukazovateľa vnútrokupinovej variability. Najväčšie príspevky do HK pochádzajú od oblasti z 1. metódy (Tabuľka 3). Na Obrázku 4 a v Tabuľke 3 môžeme vidieť, že HK1 je v zápornom smere najviac ovplyvnená regiónmi 7 (metóda 1, 2, 3 a 4), ktoré navyše spolu dobre korelujú. Preto môžeme predpokladať, že v tejto oblasti by sa mohol nachádzať fluorofor alebo skupina fluoroforov potenciálne schopných určiť riziko prítomnosti rakoviny BC. Ich excitácia by sa mohla pohybovať v rozmedzí 270-330 nm a emisia v rozpätí 400-500 nm. V kladnom smere je HK1 ovplyvnená hlavne dobre korelujúcimi regiónmi 9 a 10 (metóda 4 a 5). Tieto regióny by mohli mať potenciál v určovaní rizika benígnej hematúrie. Fluorofory nachádzajúce sa v tejto oblasti by mohli mať excitačnú vlnovú dĺžku 270 nm a emisnú vlnovú dĺžku pohybujúcu sa v rozpätí 380-400 nm. Identifikácia fluoroforov prítomných v týchto oblastia by mohla byť predmetom ďalších výskumov. V budúcich štúdiách by sme tiež navrhovali zmerať väčší počet pacientov za účelom zníženia štatistickej chyby pri tvorbe diagnostických modelov.

5 Záver

V práci sme sa venovali fluorescenčnej analýze moču pacientov s HE a BC, ktorej predchádzala chromatografická separácia pomocou HPLC. Dáta boli vizualizované prostredníctvom fluorescenčných matíc a ďalej analyzované pomocou jednominútových fluorescenčných oblastí. Jednorozmerná štatistická analýza odhalila 36 signifikantných oblastí, ktoré by mohli súvisieť s BC a mohli by byť využité pri diagnostike rakovinového ochorenia. Pomocou PCA analýzy sme preskúmali vzťahy medzi jednotlivými oblasťami. Naše výsledky naznačujú, že moč obsahuje špecifické molekuly, ktoré majú potenciál biomarkerov a nesie tak informácie o prítomnosti malígneho ochorenia. Navrhovaná metodika analýzy moču je oproti iným používaným ómickým metódam rýchla, lacná a ľahko automatizovaná a mohla by byť využitá pri návrhu spoľahlivého diagnostického testu rakoviny močového mechúra.

Poďakovanie

Táto práca bola podporená projektmi NAWA International Academic Partnership Programme EUROPARTNER, PPI/APM/2018/1/00007/U/001, Strengthening and spreading international partnership activities of the Faculty of Biology and Environmental Protection for Interdisciplinary Research and Innovation of the University of Lodz; Agentúrou na podporu výskumu a vývoja (APVV), SK-BY-RD-19-0019; Kultúrnou a edukačnou grantovou agentúrou MŠVVaŠ SR (KEGA) 041UK-4/2020.

Literatúra

[Amara et al., 2019] Amara, Ch. S., Vantaku, V., Lotan, Y., Putluri, N. (2019). Recent advances in the metabolomic study of bladder cancer. *Expert Review of Proteomics*, vol. 16, no. 4, p. 315–324.

[Bray et al., 2018] Bray, F., Ferlay, J., Soerjomataram, I., Siegel, R. L., Torre L. A., Jemal, A. (2018) Global cancer statistics. GLOBOCAN estimates of incidence and mortality worldwide for 36 cancers in 185 countries. *Ca Cancer J Clin*. 2018;68:394-424

[Budman et al., 2008] Budman LI, Kassouf W, Steinberg JR. Biomarkers for detection and surveillance of bladder cancer. (2008). *Can Urol Assoc J*. 2(3):212-221.

[Fuhrer and Zamboni, 2015] Fuhrer, T., Zamboni, N. (2015). High-throughput discovery metabolomics. *Current Opinion in Biotechnology*, vol. 31, p. 73–78

[Gaberová, 2021] Gaberová, T. M. (2021) Fluorescenčné charakteristiky moču v diagnostike rakoviny močového mechúra.. *Bakalárska práca*. Bratislava. FMFI UK. p. 52-53

[Issaq et al., 2008] Issaq, H. J., Nativ, O., Waybright, T., Luke, B., Veenstra, T. D., Issaq, E. J., Kravstov, A., Mullerad, M. (2008). Detection of Bladder Cancer in Human Urine by Metabolomic Profiling Using High Performance

Liquid Chromatography/Mass Spectrometry. *Journal of Urology*, vol. 179, no. 6, p. 2422–2426.

[Jacyna et al., 2019] Jacyna, J. et al. (2019). Urinary metabolomic signature of muscle-invasive bladder cancer: *A multiplatform approach*. Talanta, vol. 202, p. 572–579.

[Kollarik et al., 2018] Kollarik, B., Zvarik, M., Bujdak, P., Weibl, P., Rybar, L., Sikurova, L., Hunakova, L. (2018). Urinary fluorescence analysis in diagnosis of bladder cancer. *Neoplasma*, 65(2), p. 234–241.

[Konety, 2006] Konety, B.R. Molecular markers in bladder cancer: A critical appraisal.*Urol. Oncol*. (2006) ,24, 326–337

[Kumar et al., 2017] Kumar, N., Talwar, R., Nandy, P. (2017). Efficacy of voided urinary cytology and ultrasonography compared to cystoscopy in the detection of urinary bladder cancer. *African Journal of Urology*, vol. 23, no. 3., p. 192–196

[Lee et al., 2020] Lee, S. H., Mahendran, R., Tham, S. M., Thamboo,T. P., Chionh, B. J., Lim, Y. X., Tsang, W. C., Wu, Q. H., Chia, J. Y., Tay, M. H. W., Goh, B. Y. S., Chen, K. W., Mallari, J. Z., Periaswami, R., Raman, L., Choo, S. N., Kioh, D. Y. Q., Chiong, E., Esuvaranathan, K., Chan, E. C.Y. (2020). Tryptophan–kynurenine ratio as a biomarker of bladder cancer. *BJU International*, p. 1–8

[Loras et al., 2019] Loras, A., M., Martínez-Bisbal, C., Quintás, G., Gil, S., Martínez-Máñez, R., Ruiz-Cerdá, J. (2019). Urinary metabolic signatures detect recurrences in non-muscle invasive bladder cancer. *Cancers*, vol. 11, no. 7, p. 1–11.

[Mardiak et al., 2013] Mardiak, J., Mego, M., Palacka, P., Chovanec, M. (2013). Nádory genitourinárneho traktu. II. onkologická klinika LF UK a NOÚ Bratislava: Univerzita Komenského. 48–55s

[Oeyen et al., 2019] Oeyen, E., Hoekx, L., Wachter, S., Baldewijns, M., Ameye, F., Mertens, I. (2019). Bladder cancer diagnosis and follow-up: The current status and possible role of extracellular vesicles. *International Journal of Molecular Science*, vol. 20, no.4, p. 1–3.

[Peng et al., 2015] Peng, B., Li, H., Peng, X. (2015). Functional metabolomics: from biomarker discovery to metabolome reprogramming. *Protein and Cell*, vol. 6, no. 9, p. 628–637.

[Soloway et al., 2002] Soloway, M., Sofer, M., Vaidya, A. (2002). Contemporary Management Of Stage T1 Transitional Cell Carcinoma Of The Bladder. *The Journal of urology*, vol. 167, p. 1573–1583.

[Špaková et al., 2020] Špaková, I., Dubayová, K., Nagyová, V., Mareková, M. (2020). Fluorescence biomarkers of malignant melanoma detectable in urine. *Open Chemistry*, 18(1), 898–910.

[Zhu et al., 2020] Zhu, S., Zhihong, H., Ghulam, N. (2020). Fluorometric optical sensor arrays for the detection of urinary bladder cancer specific volatile organic compounds in the urine of patients with frank hematuria: a prospective case-control study. *Biomedical Optics Express*, 11(2), 1175.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 65–69
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Aleksandra Lavrikova, Helena Bujdáková

Antibiofilm effects of cold air pulsed streamer discharge plasma

Aleksandra Lavirkova[1]* Helena Bujdáková[2†] Karol Hensel[1‡§]
[1] Division of Environmental Physics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Department of Microbiology and Virology, PriF UK, Mlynská dolina, 842 15 Bratislava

Abstract

The ubiquitous microbial biofilms represent a severe issue in biomedicine and food industry due to their higher resistance to external stresses compared to planktonic bacteria. Cold plasma generated in air at atmospheric pressure proved its potential to combat microbial biofilms. The aim of this study was to assess the effects of cold air pulsed streamer discharge plasma on bacterial biofilms. Antibiofilm activity was investigated for *S. aureus*, *P. aeruginosa* and *E. coli* in terms of culturability and reduction of total biofilm biomass by colony count and crystal violet assays, respectively.

The study demonstrated that plasma treatment resulted in significant decreases in total biofilm biomass and culturability, with maximal reduction of 2.3 log for *S. aureus* for 180 s treatment and a complete inactivation of *E. coli* and *P. aeruginosa* for 120 s treatment. The results contribute to the understanding of plasma – biofilm interaction mechanisms and provide an alternative approach for surface treatment and sterilization with cold plasma for future applications.

Keywords: cold plasma, *Staphylococcus aureus*, *Pseudomonas aeruginosa*, *Escherichia coli*, biofilms, bio-decontamination.

1 Introduction

Biofilms are multimicrobial communities enclosed in a self-generated extracellular matrix of hydrated extracellular polymeric substance (EPS), attached to biotic (living) or abiotic (inert) surfaces [Flemming et al., 2007]. Mature biofilms have a three-dimension structure with over 90% of dry mass belonging to the matrix consisted of mainly polysaccharides, proteins, nucleic acids, and lipids, while microorganisms only account for no more than 10%. The biofilm mode of growth is an important survival strategy for microorganisms as compared with planktonic counterparts. Cells in biofilms show enhanced resistance to stressful environmental conditions, e.g., antimicrobial agents, oxidative stress, desiccation, nutrient starvation, UV radiation, extreme temperature, pH change, high salinity, and high pressure. Higher resistance to antimicrobial agents, changes in microbial physiology, and toxic compounds accumulated in the biofilm matrix make treatment of biofilm infections extremely difficult [Ermolaeva et al., 2015][Yin et al., 2019].

Biofilms are omnipresent in nature. It is estimated that around 80% of the world's microbial biomass is found in the biofilm state, and sessile cells are thus considered the predominant mode of life for microorganisms. Therefore, their existence in various aspects of the community including agriculture, food production, waste treatment, clinical therapy, and the manufacturing industry causes economic and health related issues [Miquel et al., 2016][Lu et al., 2022]. The National Institutes of Health (NIH) revealed that among all microbial and chronic infections, 65% and 80%, respectively, are associated with biofilm formation [Jamal et al., 2018]. This leads to an urgent necessity for the development of new decontamination and therapeutic approaches.

One of the promising technologies for biofilm control is cold plasma since it has demonstrated effective decontamination of clinically important microorganisms [Niedźwiedź et al., 2019]. Cold plasma (further – 'plasma') is a partially ionized gas, consisting of reactive oxygen and nitrogen species (RONS), charged particles, and UV photons. Strong bactericidal activities, low working temperature, and no chemical residues are the major advantages attracting scientists' attention for the last two decades [Laroussi, 1996]. Plasma decontamination depends on plasma processing parameters, environmental factors, as well as bacterial physiological characteristics. Plasma effects combine physical and chemical mechanisms. The former includes ion bombardment (charged particles), electroporation (electric field), and electrostatic disruption (charged particles). The latter – oxidative and nitrosative stress (RONS). Thus, the main targets leading to a cell death

* lavrikova6@uniba.sk
† bujdakova1@uniba.sk
‡ hensel2@uniba.sk
§ Supervisor

include DNA damage, inactivation in protein activity, disruption of the cell membrane and cell wall, and leakage of intracellular contents [Xiang et al., 2022][Mai-Prochnow et al., 2021]. Besides RONS as a main influencing factor, the etching effect and interference of quorum sensing are ascribed to the antibiofilm mechanisms of plasma treatment [Zhu et al., 2020]. During plasma treatments for inactivation, bacteria can generate a series of stress responses to the plasma induced RONS in the following ways: quorum sensing regulation, protection effects of the matrix in biofilms, morphological changes, reactions of antioxidant enzymes, and alteration of gene expressions [Cheng et al., 2020]. Moreover, bacteria might launch stress responses against plasma, such as sublethal injury, viable but nonculturable (VBNC) state, and programmed cell death (PCD) mechanism [Vaze et al., 2017] [Lunov et al., 2016]. However, despite the promising biofilm inactivation efficacy of plasma reported in literature, a detailed understanding of the plasma – biofilm interactions are still must be established.

In this study, the decontamination effects of plasma on biofilms of three clinically relevant bacterial species (*S. aureus*, *P. aeruginosa*, *E. coli*) were investigated. The effect of treatment time was estimated. Surviving bacterial populations and total biomass in biofilms were determined by colony count and crystal violet assay, respectively.

2 Materials and Methods

2.1 Bacterial strains

The standard strains of Gram-positive *S. aureus* CCM3953 and Gram-negative *P. aeruginosa* CCM3955 and *E. coli* CCM3954 (*Czech Collection of Microorganisms*) were taken from freezer stocks and grown on Luria-Bertani (LB) agar (*Biolab*) overnight at 37°C to obtain single colonies. A single isolated colony of each sub-culture was inoculated in LB broth and incubated at 37°C for 18 h with shaking (300 rpm, *Biosan* MSV-3500). The overnight culture was diluted with LB broth and adjusted to an optical density (OD) of 0.05 at 600 nm (~ 10^7 CFU/ml) (*Shimadzu* UV-1900). Then, the exponential growth phase ($OD_{600} \approx 0.5$) was reached by cultivation at 37°C for ~3 h with shaking as described above. This bacterial suspension was further used as an inoculum for biofilm formation.

2.2 Biofilm formation

Bacterial biofilms were produced in 96-well flat-bottom polystyrene plates (*Sarstedt*) by adding 150 µl of bacterial suspension and 100 µl of Brain Heart Infusion (BHI, *Sigma-Aldrich*). The plates were incubated at 37°C for 24 h. After incubation, the medium was removed, and wells were gently rinsed twice with 200 µl of sterile phosphate-buffered saline (PBS, *Sigma-Aldrich*) to remove planktonic and loosely attached cells. Prior to experiments, the biofilms were air dried for 60 min.

2.3 Plasma source

The cold plasma system utilized a pulsed streamer discharge was used for the treatment of biofilms (Figure 1-a). The discharge was generated in ambient atmospheric air between the tip of the needle electrode and the surface of the grounded electrode. The 96-well plate was placed directly between the electrodes within the plasma discharge for direct plasma treatment (Figure 1-b). The distance between the needle tip and well's bottom was 11.2 mm and the diameter of well is 6.9 mm. The discharge was driven by a high voltage (HV) pulse generator (*FPG 20-10NM10*) and its electrical characteristics were monitored by a HV probe (*Tektronix* P6015A) and Rogowski type current probe (*Pearson Electronics 2877*) connected to a digitizing oscilloscope (*Tektronix* TBS 2000). The applied voltage was set at 10 kV at 1 kHz. The biofilms were treated with plasma for 0 – 180 s and examined immediately after treatment. Experiments were carried out in triplicate and were repeated at least twice.

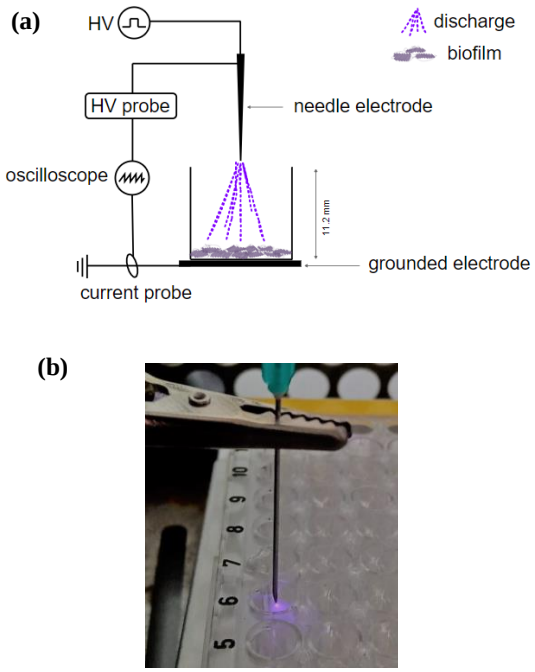


Figure 1: Experimental setup. (a) Schematic view of the cold pulsed streamer discharge plasma; (b) photo of the biofilm treatment with the discharge.

2.4 Crystal violet staining

A crystal violet (CV) assay was used for the quantification of total biofilm biomass. This is a colorimetric assay based on CV dye binding to all the organic content (viable and nonviable bacteria + polysaccharide matrix) in the well. The assay was performed according to the procedure described before [Govaert et al., 2018], with minor modifications. Briefly, biofilms were fixed with 150 µl of 99% methanol (*Centralchem*) for 15 min, after which supernatants were removed and the plate was air dried. Subsequently, 150 µl of 0.1% CV water solution (*Slavus*) was added to the wells, and the plate was incubated for 15 min. Afterward, the wells were rinsed three times with 200 µl of sterile PBS and air dried. The cell-bound CV was dissolved by adding 150 µl of 96% ethanol (*Centralchem*) and the suspension was incubated at room temperature for 15 min. Then, the optical density of samples was measured at 568 nm (OD_{568}) on the Microplate Photometer (HiPo MPP-96, *Biosan*). Untreated wells were used as a control. The percentage of total biofilm biomass was expressed in relation to the positive control (OD_{568}, % of control) and determined as the mean ± standard deviation (SD).

2.5 Viable cell counts

To determine the effect of plasma treatment on the viability of cells within biofilms formed in 96-well plates, 100 µl of sterile saline (0.85% NaCl) were added to the wells. The plates were then sonicated for 5 min in order to disrupt biofilms. After, cell suspensions of the corresponding culture were transferred from the wells into sterile eppendorf tubes and serially diluted in sterile saline. Aliquots of appropriate dilutions (20 µl) were surface plated on LB agar and incubated at 37°C for 24 h. Results are presented as surviving bacterial population in $\log_{10}$ CFU/ml units and determined as the mean ± standard deviation (SD).

3 Results and Discussion

3.1 Evaluation of total biofilm biomass

24-hr biofilms of *S. aureus*, *P. aeruginosa*, and *E. coli* were treated with plasma for a period of up to 180 s. After this, they were stained with 0.1% CV to estimate the amount of the remaining biofilm biomass.

The antibiofilm effect of plasma treatment was species dependent. *P. aeruginosa* biofilm was found the most susceptible to plasma. After 90 s of plasma treatment, the biofilm biomass evaluated with the CV staining decreased up to 76% (Figure 2-b). This effect was maximal, and the prolongation of treatment to 180 s did not enhance the antibiofilm effect. The biofilm biomass of *S. aureus* was reduced by 73% for 180 s of plasma treatment (Figure 2-a). *E. coli* biofilm biomass was reduced similarly to *S. aureus* with the time-dependent manner. Maximum biomass reduction of 63% was detected after 120 s of plasma treatment (Figure 2-c). The 180 s treatment did not cause an increase in the antibiofilm effect.

Thus, the biofilms formed by *S. aureus* and *E. coli* were more resistant to plasma treatment than the biofilm of *P. aeruginosa* in terms of preservation of the biofilm biomass. The decrease in the biofilm biomass suggested that plasma destroyed the mechanical stability of bacterial biofilms.

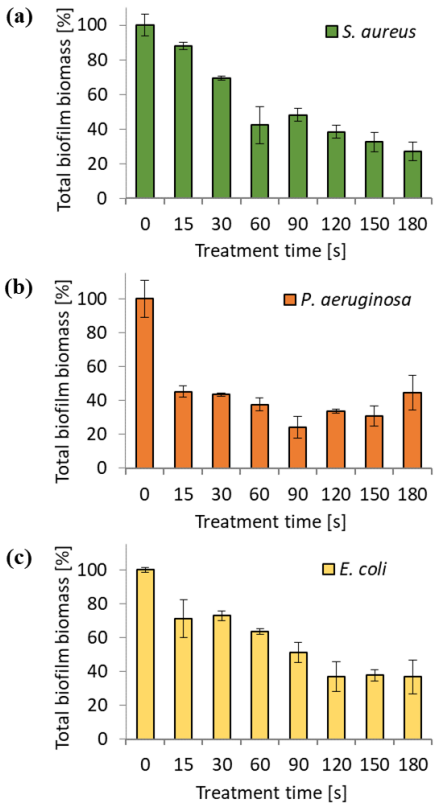


Figure 2: Reduction of the total biofilm biomass (OD_{568}, % of control of CV staining assay) after plasma treatment. (a) *S. aureus*; (b) *P. aeruginosa*; (c) *E. coli*.

3.2 Culturability

After total biofilm biomass of *S. aureus*, *P. aeruginosa* and *E. coli* in 96-well plates was evaluated, bacterial inactivation was analyzed followed by 30, 60, 120, and 180 s of treatment by colony count assay.

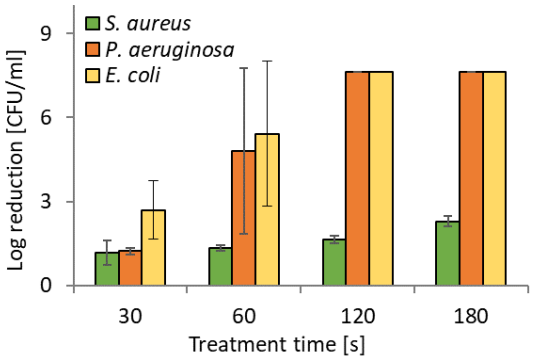


Figure 3: Log reduction of *S. aureus, P. aeruginosa* and *E. coli* biofilms after plasma treatment.

Complete bacteria inactivation by plasma was achieved within 120 s treatment for *P. aeruginosa* and *E. coli* biofilms. *S. aureus* was the least susceptible to TS discharge as 180 s treatment caused a maximum of 2.3 log reduction. This result might be due to the thick and tough peptidoglycan layer of Gram-positive bacteria (*S. aureus*). While Gram-negative bacteria (*E. coli*, *P. aeruginosa*) are mainly observed to be more sensitive to plasma treatment in comparable studies. Also, the reduction of biofilm biomass should be considered as it affects the penetration of the long-lived RONS produced by plasma. Here, we did not observe the direct correlation between biomass reduction in biofilms and cell inactivation. However, we can suppose the higher thickness (higher initial cell count) of *S. aureus* biofilm compared to *E. coli* and *P. aeruginosa* could play a protective role in the effectiveness of biofilm inactivation by TS discharge.

Variations in plasma devices, feeding gases, and bacterial species are thought to be responsible for the plasma antibiofilm effect. Thus, researchers have found that *E. coli* biofilms were completely inactivated for 180 s treatment with surface dielectric barrier discharge (sDBD) [Salgado et al., 2021]. Similarly, DBD treatment for 60 s reduced the bacterial population of *P. aeruginosa* biofilm by an average of 5.4 log [Ziuzina et al., 2014]. Plasma jet inactivated the total population of *E. faecium*, *S. aureus*, *K. pneumoniae*, *P. aeruginosa* and *Enterobacter spp.* for 360 s treatment [Flynn et al., 2015]. In another study, argon plasma jet showed no effect on *S. aureus* biofilms [Plattfaut et al., 2021]. Treatment of *Streprococci* biofilm with corona discharge led to 3 log reduction in 10 min [Kovalóvá et al., 2014]. Configuration and treatment parameters of the presented pulsed atreamer discharge in our study showed significant antibiofilm effects on clinically important pathogens. Further analysis are needed to investigate the species-related differences in plasma treatment, as well as the effects on mixed-species biofilms.

4 Conclusion

The presented study investigated the effects of the cold air pulsed streamer discharge plasma on *S. aureus*, *P. aeruginosa* and *E. coli* biofilms. The most effective reduction in the number of viable *S. aureus* cells was found after 180 s of plasma treatment and was 2.3 log. *E. coli* and *P. aeruginosa* biofilms were found less resistant to plasma treatment as 120 s was enough for their complete inactivation. The total biofilm biomass was reduced similarly for all three species by 60-70%.

Although the high antibiofilm effect of the plasma has been shown, the mechanisms and effect factors of plasma on bacterial biofilms must be evaluated. Further study of the protective role of the biofilm matrix, metabolic pathways, and interference of the intracellular components are required for a better understanding of plasma – biofilm interaction mechanisms. Unquestionably, studied pulsed streamer discharge has already shown in our experiments a huge potential for surface treatment and sterilization for multiple applications.

Acknowledgements

This research was supported by the Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Comenius University in Bratislava, grant UK/206/2022, and Slovak Research and Development Agency grant APVV-17-0382.

References

[Cheng et al., 2020] Cheng, J. H. et al. (2020). Foodborne bacterial stress responses to exogenous reactive oxygen species (ROS) induced by cold plasma treatments. *Trends in Food Science & Technology*., 103:239–47.

[Ermolaeva et al., 2015] Ermolaeva, S. A. et al. (2015). Atmospheric pressure nonthermal plasmas for bacterial biofilm prevention and eradication. *Biointerphases*, 10(2):029404.

[Flemming et al., 2007] Flemming, H. C. et al. (2007). The EPS matrix: the 'House of Biofilm Cells. *Journal of Bacteriology*,189(22):7945–47.

[Flynn et al., 2015] Flynn, P. et al. (2015). Bactericidal efficacy of atmospheric pressure non-thermal plasma (APNTP) against the ESKAPE pathogens. *International Journal of Antimicrobial Agents*, 46:101-107.

[Govaert et al., 2018] Govaert, M. et al. (2018). Resistance of *L. monocytogenes* and *S. Typhimurium* towards cold atmospheric plasma

as function of biofilm age. *Applied Sciences*, 8(12):2702.

[Jamal et al., 2018] Jamal, M. et al. (2018). Bacterial biofilm and associated infections. *Journal of the Chinese Medical Association*, 81(1):7–11.

[Kovalóvá et al., 2014] Kovalóvá et al. (2014). *J. Phys. D: Appl. Phys*., 47: 224014.

[Laroussi, 1996] Laroussi, M. (1996). Sterilization of contaminated matter with an atmospheric pressure plasma. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 24(3):1188–91.

[Lu et al., 2022] Lu, J. et al. (2022). Biofilm control strategies in food industry: inhibition and utilization. *Trends in Food Science & Technology*, 123:103–13.

[Lunov et al., 2016] Lunov, O. et al. (2016). The interplay between biological and physical scenarios of bacterial death induced by non-thermal plasma. *Biomaterials*, 82:71–83.

[Mai-Prochnow et al., 2021] Mai-Prochnow, A. et al. (2021). Interactions of plasma-activated water with biofilms: inactivation, dispersal effects and mechanisms of action. *Npj Biofilms and Microbiomes*, 7 (1): 1–12.

[Miquel et al., 2016] Miquel, S. et al. (2016). Anti-biofilm activity as a health issue. *Frontiers in Microbiology*, 7:592.

[Niedźwiedź et al., 2019] Niedzwiedz, I. et al. (2019). The state of research on antimicrobial activity of cold plasma. *Polish Journal of Microbiology*, 68(2):153–64.

[Plattfaut et al., 2021] Plattfaut, I. et al. (2021). Plasma medicine and wound management: evaluation of the antibacterial efficacy of a medically certified cold atmospheric argon plasma jet. *International Journal of Antimicrobial Agents*, 57, 106319.

[Salgado et al., 2021] Salgado, B. et al. (2021). Surface barrier discharges for Escherichia coli biofilm inactivation: modes of action and the importance of UV radiation. *PLoS ONE*, 16(3): e0247589.

[Vaze et al., 2017] Vaze, N. D. et al. (2017). Involvement of multiple stressors induced by non-thermal plasma-charged aerosols during inactivation of airborne bacteria. *PLoS ONE*, 12 (2).

[Xiang et al., 2022] Xiang Q., Niu L., Bai Y. Antibiofilm application of cold plasma in food safety. "Antibiofilm Application of Cold Plasma in Food Safety," in *Applications of Cold Plasma in Food Safety*, Springer, 2022.

[Yin et al., 2019] Yin, W. et al. (2019). 'Protective clothing' in extreme environments. *International Journal of Molecular Sciences*, 20 (14).

[Zhu et al., 2020] Zhu, Y. et al. (2020). Feasibility of cold plasma for the control of biofilms in food industry. *Trends in Food Science & Technology*, 99:142–51.

[Ziuzina et al., 2014] Ziuzina, D. et al. (2014). Dielectric barrier discharge atmospheric cold plasma for inactivation of Pseudomonas aeruginosa biofilms. *Plasma medicine*, 4 (1-4):137-152.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 70–76
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Martin Csiba, Marek Tatarko, Veronika Šubjaková, Tibor Hianik

Využitie akustickej metódy na sledovanie interakcií cytochrómu c s aptamérom-modifikovanými nanodrôtmi

Martin Csiba[1]* Marek Tatarko[1†] Tibor Hianík[1§] Veronika Šubjaková[1‡]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

V tejto práci sme sa zamerali na štúdium interakcie cytochrómu c (cyt c) s nanodrôtmi, ktorých povrch sme modifikovali DNA aptamérmi špecifickými pre cyt c. Interakcie aptamérov a modifikovaných nanodrôtov s cyt c zabudovaným do lipidových membrán tvorených DMPC (1,2-dimyristoyl-sn-glycero-3-fosfatidylcholín) a DMPG (1,2-Dimyristoyl-sn-glycero-3-fosforylglycerol) v molárnom pomere 1:1 boli študované akustickou metódou kremenných mikrováh s rozptylom energie (Quartz Crystal Microbalance with Dissipation, QCM-D). Lipidové vrstvy DMPC a DMPG boli formované na samousporiadanej vrstve 1-dodekántiolu adsorbovanej na zlatom povrchu kremenných kryštálov. Vlastnosti vrstiev sme kontrolovali pomocou tlmivých roztokov s vhodnými koncentráciami rozpustených solí ($MgCl_2$ a $CaCl_2$). Na overenie špecificity interakcie sme aplikovali aj DNA aptamér nešpecifický k cyt c.

Kľúčové slová: cytochróm c, nanodrôty, DNA aptamér, kremenné mikrováhy

1 Úvod do problematiky

V našich experimentoch sme sa zamerali na syntézu a funkcionalizáciu zlatých nanodrôtov (AuNWs) a na vytvorenie modelovej membrány so zabudovaným cytochrómom c (cyt c). Modelové membrány sa využívajú pre lepšie pochopenie membránových interakcii na molekulovej úrovni. Takéto modely umožňujú uplatnenie rôznych pokročilých biofyzikálnych techník pri štúdiu vlastností membrány a ich zmien pod vplyvom fyzikálnych, chemických alebo biologických faktorov [Wiśniewska-Becker 2013]. Cytochróm c (Cyt c1) je malý, sférický, vo vode rozpustný proteín periférnej mitochondriálnej membrány, z ktorej sa dá jednoducho odstrániť [Yeagle 2016]. Zabudovanie cyt c do lipidovej membrány sa často využíva ako model interakcie receptora a pozorovanej molekuly [Manickam et al. 2017].

Keďže chémia na povrchu nanoštruktúr má významný vplyv na ich fyzikálno-chemické vlastnosti, funkcionalizácia sa stala základným krokom syntézy nanočastíc dôležitých pre biomedicínske a environmentálne aplikácie. Prostredníctvom prispôsobenia povrchových skupín je možné ich povrchy upraviť tak, aby pôsobili ako reakčné miesta. Na zabezpečenie tejto špecifickej funkčnosti je potrebné modifikovať vonkajší povrch nanočastíc pomocou rôznych funkčných biomolekúl, akými sú napríklad DNA aptaméry [Zhang et al. 2019]. Aptaméry sú triedou malých jednovláknových DNA alebo RNA oligonukleotidov s trojrozmernou štruktúrou umožňujúcou cieľovú väzbu a špecifickosť. Z hľadiska svojej stavby majú množstvo výhod. Sú nadmieru stabilné, najmä po ich chemických modifikáciách a môžu byť zahriate až na teplotu 95°C bez poškodenia ich štruktúry následným chladením [Subjakova et al. 2021]. Aptaméry sú navyše vysoko špecifické, nakoľko vhodným usporiadaním báz dokážeme vytvoriť aptamér komplementárny k ľubovoľnej nami sledovanej vzorke. Syntetizované zlaté nanodrôty sme funkcionalizovali amino-aptamérom (aptamér modifikovaný NH_2 skupinou) citlivým na cyt c.

Na štúdium molekulárnych interakcií boli vyvinuté rôzne fyzikálne metódy. Veľký potenciál majú v tomto smere metódy založené na akustickej detekcii. Interakciu nanodrôtov a nami vytvorenej modelovej lipidovej membrány sme študovali akustickou metódou kremenných mikrováh s rozptylom energie (Quartz Crystal Microbalance with Dissipation, QCM-D).

2 Materiály a metódy

2.1 Použité chemikálie

Na prípravu roztokov bola použitá deionizovaná voda (MiliQ, R>15 MΩ.cm, Purelab Classic-UV (ELGA Labwater, UK)), etanol alebo chloroform (Slavus, Slovensko).

* csiba17@uniba.sk
† tatarko4@uniba.sk, Konzultant
§ tibor.hianik@fmph.uniba.sk, Konzultant
‡ veronika.subjakova@fmph.uniba.sk, Školiteľ

Pre realizáciu experimentov boli použité nasledovné tlmivé roztoky:

- PB + $MgCl_2$ – upravený fosfátový tlmivý roztok (10 mM PB, 2 mM $MgCl_2$)
- MES – tlmivý roztok kyseliny 2-(N-morpholino)-ethanesulfonickej (100 mM, M_h=195,24 g/mol, pH 6,5)
- HEPES – upravený tlmivý roztok kyseliny 2-[4-(2-Hydroxyethyl)piperazin-1-yl]ethane-1-sulfonickej (10 mM HEPES, 75 mM NaCl, 5 mM $MgCl_2$, 1 mM $CaCl_2$)

Pre syntézu zlatých nanodrôtov (AuNWs) pomocou elektrochemickej depozície sme použili:

Roztok zlata OROTEMP 24 (neutrálny roztok + 8,6 g/l Au) a roztok striebra TECHNI SILVER CY LESS II W (bezkyanidový roztok + 25 g/l Ag) (Technic Italgalvano, Taliansko), oxid hlinitý vo forme prášku (Schmitz, Nemecko), metylénchlorid (Sigma-Aldrich, Nemecko), kyselina dusičná, izopropanol a etanol (Slavus, Slovensko).

Pre funkcionalizáciu zlatých nanodrôtov (AuNWs) pomocou DNA aptaméru sme použili:

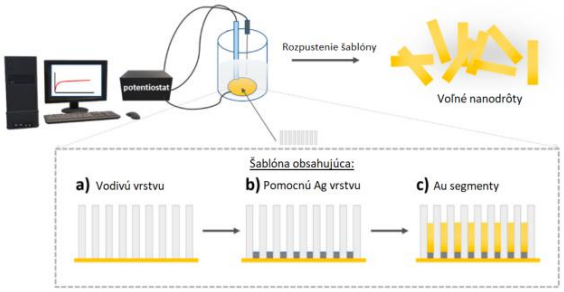
11-merkaptoundekánová kyselina (MUA, M_h=218,36 g/mol, 99%), N-(3-dimetylaminopropyl)-N´-etylkarbodiimid (EDC, M_h=191,7 g/mol)t, N-hydroxysukccinimid (NHS, M_h=115,09 g/mol) (Sigma-Aldrich, Nemecko) a DNA aptamér so sekvenciou 5'-NH_2-CCG TGT CTG GGG CCG ACC GGC GCA TTG GGT ACG TTG TTG C-3' (NH_2-Apt-cytc) (Biosearch Technologies, Dánsko).

Pre tvorbu modelovej lipidovej membrány sme použili:

Lipidy 1,2-dimyristoyl-sn-glycero-3-phosphocholín (DMPC, M_h=677,94 g/mol)(Avanti Polar Lipids, USA) a 1,2-Dimyristoyl-sn-glycero-3-phospho-rac-(1-glycerol) (DMPG, M_h=688,85 g/mol) (Sigma-Aldrich, Nemecko) a proteín cytochróm c (cyt c, M_h=12 327 g/mol) extrahovaný zo srdca hovädzieho dobytka (Sigma-Aldrich, Nemecko). Nešpecifickým aptamérom pre naše merania bol DNA aptamér špecifický pre penicilín so sekvenciou 5´-CTG AAT TGG ATC TCT CTT CTT GAG CGA TCT CCA CA-3´ (Apt-PEN) (Generi Biotech, Česká republika).

2.2 Syntéza zlatých nanodrôtov (AuNWs)

Zlaté nanodrôty (AuNWs) sme syntetizovali pomocou elektrochemickej depozície do nanoporéznej PC membrány (**Obrázok 1**). Syntéza prebiehala v trojelektródovom zapojení v teflónovej cele. Ako pracovná elektróda slúžila PC membrána s tenkou vrstvou zlata (50 nm), ako referenčná bola použitá Ag/AgCl elektróda a ako pomocná elektróda bola použitá platinová elektróda. Celu sme naplnili Ag roztokom, aby sme vytvorili tenkú pomocnú vrstvu striebra pri potenciáli -0.9 V vs. Ag/AgCl a elektrickom náboji 0.1 C. Po jeho dosiahnutí sme vybrali elektródy, odstránili Ag roztok a membránu sme opatrne opláchli MiliQ vodou. Postup sme zopakovali s použitím Au roztoku, avšak pri nastavení potenciálu na -1 V a elektrického náboja na 1.5 C. Potom sme membránu opláchli MiliQ vodou.



Obrázok 1: Schéma prípravy AuNWs elektrochemickou depozíciou.
Zdroj: (Subjakova et al. 2021)

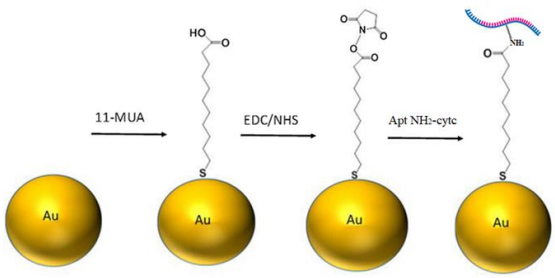
Vytvorené nanodrôty sme následne uvoľnili z PC membrány pomocou mechanického a chemického čistenia leštením jemným práškom oxidu hlinitého a vystavením membrány koncentrovanej kyseline dusičnej (8M HNO_3). Finálny proces čistenia pozostával z rozpustenia membrány v metylénchloride a dôkladného miešania, 15 minút vo vortexe a 15 minút v ultrazvukovej vaničke. Nanodrôty sme potom oddelili od roztoku centrifugáciou pri 8000 ot./min. po dobu 5 minút a postup zopakovali. Po druhej centrifugácii sme prešli na samotné čistenie, 2x isopropanolom, 2x etanolom a 2x ultračistou vodou. Medzi každým krokom premývania bol roztok centrifugovaný pri 8000 ot./min. po dobu 3 minút. Hotové nanodrôty sme uskladnili vo vode pri izbovej teplote.

Na získanie mikroskopických snímkov AuNWs bol použitý Skenovací elektrónový mikroskop Zeiss EVO LS 15 (Carl Zeiss AG, Nemecko) a softvér SmartSEM. nastavenie: 30 kV, Iprobe 100 pA, použitý bol štandardný mód (s použitím sekundárnych elektrónov) a transmisný mód. Vzorka AuNWs bola nanesená na niklové mriežky potiahnuté tenkou fóliou (FF200-Ni, Electron Microscopy Sciences, USA) a vysušená na vzduchu odparením vody. Merania boli uskutočnené na Lekárskej fakulte Univerzity Komenského v Bratislave. Snímky boli analyzované v programe ImageJ, s cieľom zistenia veľkosti AuNWs.

Pred funkcionalizáciou sme zo zásobného roztoku vytvorili dve vzorky s rozličným obsahom nanodrôtov. Prvá vzorka obsahovala agregovanejšie AuNWs (pellet), v druhej boli AuNWs v roztoku disperzované homogénnejšie (supernatant).

2.3 Funkcionalizácia zlatých nanodrôtov (AuNWs) DNA aptamérom špecifickým pre cyt c

Funkcionalizácia nanodrôtov pomocou DNA aptamérov bola uskutočnená cez karboimidové pripojenie. Na začiatku samotnej funkcionalizácie boli nemodifikované nanodrôty ponorené do 20 mM roztoku kyseliny 11-merkaptoundekánovej (11-MUA) v etanole na 30 minút, čím sa vytvorila samousporiadaná vrstva na zlatom povrchu cez tiolovú skupinu. Voľné konce imobilizovaných molekúl boli zakončené -COOH skupinou. Nanodrôty sme následne na 1 hodinu inkubovali v roztoku EDC/NHS (400 mM EDC + 100mM NHS v MES tlmivom roztoku, pH 6,5). Nakoniec boli ponorené do roztoku nami zvoleného aptaméru (1 μM NH_2-Apt-cytc v PB+$MgCl_2$ tlmivom roztoku) na 1 hodinu. Schéma modifikácie je znázornená na obrázku (**Obrázok 2**). Medzi jednotlivými krokmi bolo vykonané niekoľkonásobné premývanie AuNWs a centrifugáciou boli odstránené nenaviazané zvyšky. Pripravené funkcionalizované nanodrôty sme uskladnili v PB+$MgCl_2$ tlmivom roztoku.



Obrázok 2: Postup funkcionalizácie zlatých nanočastíc aptamérom s NH_2 skupinou.
Zdroj: (Liu et al. 2018)

2.4 Metóda QCM a QCM-D

Základný princíp metódy kremenných mikrováh (Quartz Crystal Microbalance, QCM) je založený na piezoelektrickom jave, ktorý sa vyskytuje v kryštáloch so špecifickými symetrickými vlastnosťami. Metóda QCM meria zmeny hmotnosti na povrchu senzora monitorovaním posunov základnej frekvencie a nepárnych násobkov základnej frekvencie [Huellemeier et al. 2022]. Sauerbrey popísal tento princíp pomocou rovnice (**Rovnica 1**), v ktorej sú zahrnuté zjednodušenia a elektrická admitancia (zdanlivá elektrická vodivosť) prevodníka. Zmena frekvencie (Δf) je v nej definovaná pomocou fundamentálnej rezonančnej frekvencie (f_0), zmeny hmotnosti (Δm), efektívnej plochy (A), hustoty kremenného kryštálu (ρ_q) a strižného modulu pre AT-štiepený kryštál (μ_q):

Rovnica 1: Sauerbreyova rovnica

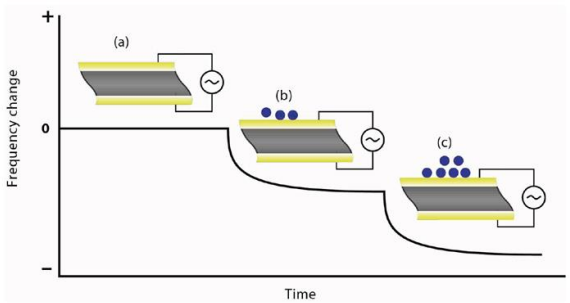
$$\Delta f = -\frac{2f_0^2}{A\sqrt{\rho_q \mu_q}}\Delta m$$

Sauerbreyova rovnica bola vyvinutá pre osciláciu piezokryštálu vo vzduchu a platí len pre tenké tuhé vrstvy na povrchu kryštálu. Pre merania v kvapaline platí upravená rovnica (**Rovnica 2**), v ktorej pokles rezonančnej frekvencie súvisí s viskozitou. Zmena frekvencie (Δf) je tu definovaná navyše aj hustotou kvapaliny (ρ_L), viskozitou kvapaliny (η_L) a číslom rezonančnej frekvencie (n) [Kanazawa a Gordon 1985]:

Rovnica 2: Príspevok zmeny frekvencie v dôsledku viskozity kvapaliny

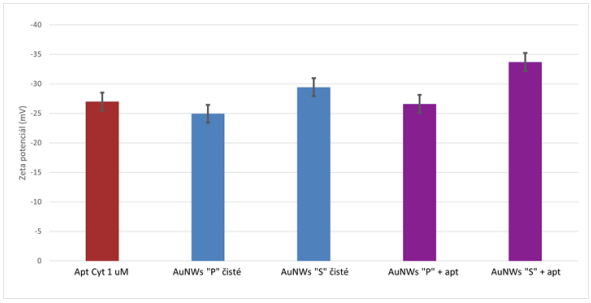
$$\Delta f = \sqrt{f_0^3 \frac{\eta_L \rho_L}{\pi \rho_q \mu_q \mathrm{n}}}$$

Základom merania QCM je AT-štiepený kremenný kryštál, pripojený k zdroju striedavého napätia pomocou dvoch elektród a pokrytý tenkou vrstvou kovu, väčšinou zlata. Kryštál kmitá na svojej vlastnej rezonančnej frekvencii. Ak na povrch kovovej vrstvy na kryštáli adsorbujú ďalšie molekuly, zvýši sa jeho hmotnosť a zníži sa frekvencia striedavého prúdu (**Obrázok 3**). Túto zmenu je možné merať a s použitím softvéru zo Sauerbreyovej rovnice vypočítať zmenu hmotnosti. Ide o veľmi citlivú metódu umožňujúcu sledovať rozdiely hmotností v ráde nanogramov [Zima a Eleder 2012; Keller et al. 2000].



Obrázok 3: Schéma fungovania metódy QCM
Zdroj: https://www.nanoscience.com/techniques/quartz-crystal-microbalance/

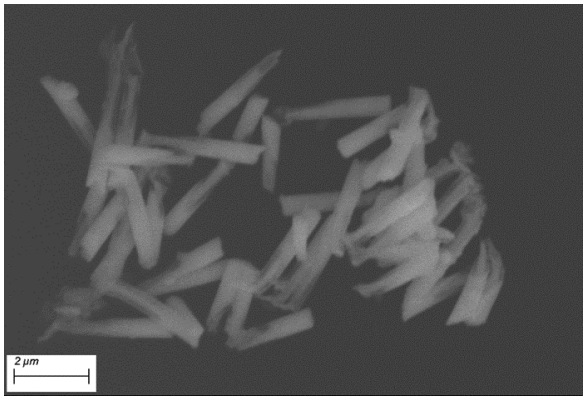
Rozšírením bežnej metódy QCM je akustická metóda kremenných mikrováh s rozptylom energie (QCM-D). Disipácia alebo rozptyl energie vypovedá o tom, ako rýchlo vrstva látky nanesená na povrchu kryštálu pohlcuje energiu. Je zaznamenaná potom, čo je krátko prerušené budenie kremenného kryštálu striedavým napätím. Toto prerušenie prebieha v krátkych intervaloch v priebehu celého merania. Ako výsledok dostaneme spolu s krivkou zmeny rezonančnej frekvencie aj krivku disipácie energie. Tá vypovedá predovšetkým o reologických vlastnostiach adsorbovanej vrstvy ako je tuhosť, hrúbka a viskoelasticita [Zima a Eleder 2012].



Graf 1: Zeta potenciál pre jednotlivé vzorky
Zľava doprava: špecifický aptamér (NH_2-Apt-cytc), nemodifikované nanodrôty (pellet, supernatant), NH_2-Apt-cytc modifikované nanodrôty (pellet, supernatant)

3 Výsledky a diskusia

Pomocou elektrochemickej depozície do nanoporéznej PC membrány s nanensenou hrúbkou zlata 50 nm sme vyrobili zlaté nanodrôty (AuNWs). Vytvorené nanomotory boli následne vizualizované pomocou skenovacieho elektrónového mikroskopu (SEM) v transmisnom móde. Snímku uvádzame na priloženom obrázku (**Obrázok 4**). Priemerná dĺžka AuNWs bola 3,22 µm (SD = 0,38 µm).

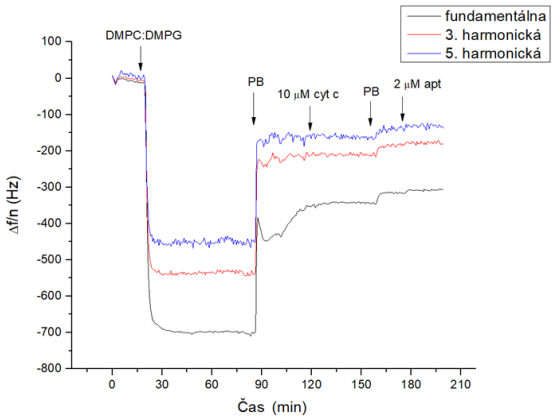


Obrázok 4: Snímka syntetizovaných zlatých nanodrôtov vytvorená pomocou skenovacieho elektrónového mikroskopu.

Funkcionalizované AuNWs boli charakterizované pomocou merania zeta potenciálu. Výsledky sú uvedené na priloženom grafe (**Graf 1**). Môžeme na ňom vidieť nárast medzi zeta potenciálom nemodifikovaných nanodrôtov a nanodrôtov funkcionalizovaných DNA aptamérom, čo môže byť spôsobené práve modifikovaním záporne nabitého DNA aptaméru na povrch AuNWs.

V druhej časti experimentu sme sa zamerali na štúdium interakcie modelových membrán s AuNWs. Vytvorili sme stabilné lipidové vrstvy avšak vlastnosti týchto vrstiev nie vždy umožňovali naviazanie dostatočného množstva cyt c. Vlastnosti vrstiev sme kontrolovali vhodnou koncentráciou solí rozpustených v tlmivom roztoku [Schoeffler et al. 2003; Laudadio et al. 2018].

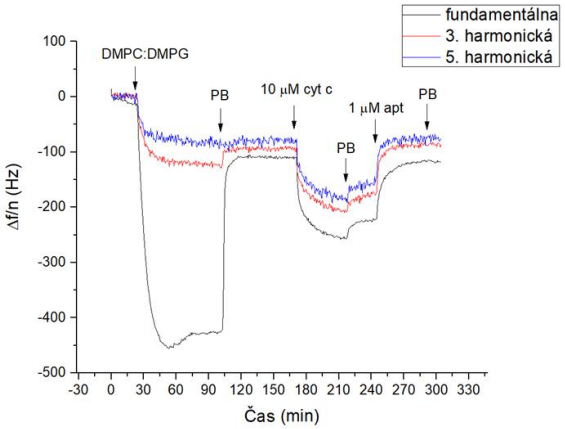
Najprv sme testovali stabilitu vrstvy v tlmivom roztoku s $CaCl_2$, táto soľ sa však ukázala ako nevhodná. V priebehu merania dochádzalo k interakcii s fosfátovým tlmivým roztokom za tvorby fosforečnanu vápenatého ($Ca_3(PO_4)_2$), ktorý v roztoku vytváral biele agregáty. Vplyvy sme preto ďalej študovali a zvolili sme inú soľ s dvojvalenčným katiónom, vhodnú na formovanie a stabilizáciu membrán – soľ $MgCl_2$. Za použitia 10 mM PB s 10 mM koncentráciou $MgCl_2$ nám síce vznikla výrazná lipidová vrstva, avšak takmer vôbec neinteragovala s cyt c (**Graf 2**).
Predpokladáme, že vytvorená hrubá lipidová vrstva nemala dostatočne veľký negatívny náboj a preto v dostatočnej miere nepriťahovala cyt c. Tento nedostatok sme napravili úpravou koncentrácie soli.



Graf 2: Kinetika zmien rezonančnej frekvencie pri tvorbe lipidovej vrstvy s použitím 10 mM $MgCl_2$ a jej interakcii so špecifickým aptamérom

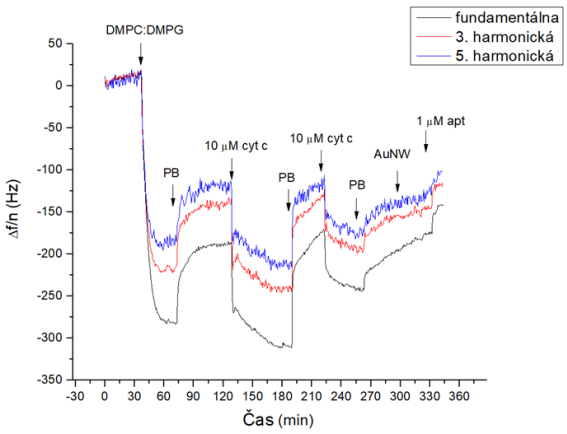
Znížením koncentrácie soli MgCl2 na 2 mM sme síce zredukovali množstvo absorbovaných lipidov, avšak adsorpcia cyt c bola dostatočná. Následnou aplikáciou špecifického aptaméru došlo k nárastu frekvencie zodpovedajúcemu úplnému odstráneniu cyt c z lipidovej vrstvy (**Graf 3**).

Cyt c zabudovaný do membrány interagoval so špecifickým aptamérom. Namiesto očakávaného poklesu krivky, zodpovedajúcemu naviazaniu aptaméru, však došlo k nárastu. Meranie sme zopakovali s nešpecifickým aptamérom, ktorý však nevykázal žiadnu interakciu. Predpokladáme, že špecifický aptamér spôsobil vytrhávanie cyt c z membrány, čo môže byť dôsledkom nízkej stability membrány a slabého naviazania cyt c na jej povrch. Vhodným riešením tohto problému by mohlo byť stabilizovanie membrány kardiolipínom, vzhľadom na jeho vysokú väzbovú afinitu k cyt c [Milorey et al. 2019]. Je taktiež známe, že cyt c mení v membránach svoju štruktúru, čo môže mať negatívny efekt na interakciu s aptamérom [Schweitzer-Stenner 2018].



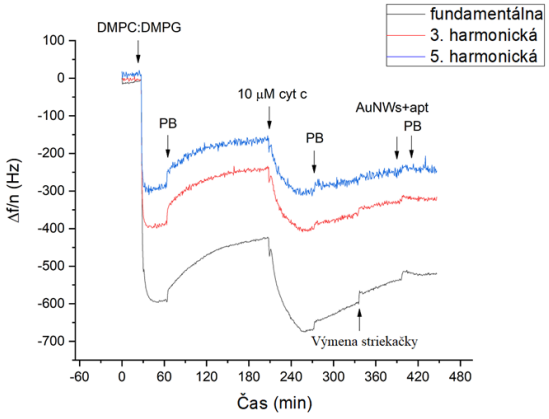
Graf 3: Kinetika zmien rezonančnej frekvencie pri tvorbe lipidovej vrstvy s použitím 2 mM $MgCl_2$ a jej interakcii so špecifickým aptamérom

Pre overenie špecificity intarakcie sme aplikovali nemodifikované AuNWs Počas merania sme nezaznamenali žiadnu interakciu s AuNWs, avšak po následnej aplikácii 1 μM aptaméru špecifického pre cyt c opäť dochádzalo k úplnému odstráneniu cyt c zo sledovanej lipidovej vrstvy (**Graf 4**).
Môžeme teda predpokladať, že nemodifikované častice zrejme nereagujú s cyt c.

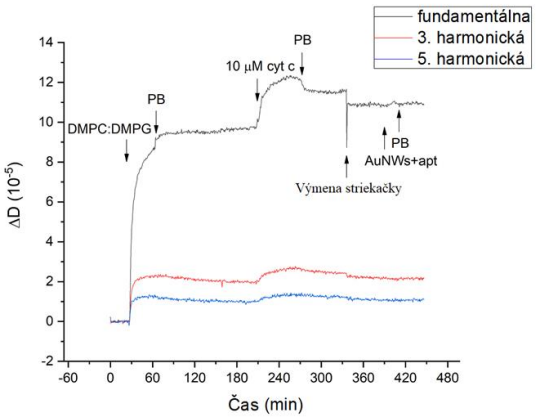


Graf 4: Kinetika zmien rezonančnej frekvencie pri tvorbe lipidovej vrstvy a jej interakcii s zlatými nanodrôtmi a špecifickým aptamérom

Pre ďalšie štúdium interakcie aptaméru a cyt c sme aplikovali častice modifikované aptamérom NH_2-Apt-cytc. Dochádzalo k pomalému nárastu frekvencie, avšak počas vymytia sa frekvencia vracala na pôvodné hodnoty (**Graf 5**). Vzhľadom na komplexnosť merania uvádzame aj krivku disipácie energie (**Graf 6**).



Graf 5: Kinetika zmien rezonančnej frekvencie pri tvorbe lipidovej vrstvy a jej interakcii s modifikovanými zlatými nanodrôtmi a špecifickým aptamérom



Graf 6: Kinetika zmien disipácie energie pri tvorbe lipidovej vrstvy a jej interakcii s modifikovanými zlatými nanodrôtmi a špecifickým aptamérom

Nie je jednoznačné do akej miery nastala interakcia s aptamérom-funkcionalizovanými nanodrôtmi, nakoľko sme po ich aplikácii zaznamenali nárast frekvencie, avšak táto zmena vymizla postupným premývaním. Nárast a pokles interakcie mohli byť spôsobené viskoelastickými javmi lipidovej membrány. Vzhľadom na nejednoznačnosť nameraných výsledkov je potrebné merania zopakovať a overiť získané výsledky a hypotézy.

4 Záver

V rámci našich experimentov sa nám úspešne podarilo syntetizovať zlaté nanodrôty (AuNWs), čo sme si overili aj pomocou skenovacieho elektrónového mikroskopu (SEM) v transmisnom móde. Syntetizované nanodrôty sme následne funkcionalizovali aptamérmi citlivými na cytochróm c, s cieľom sledovať ich interakciu s modelovou lipidovou membránou. Interakciu sme overili akustickou metódou QCM-D, pričom sme zistili výrazné rozdiely medzi funkcionalizovanými a nefunkcionalizovanými AuNWs.

Poďakovanie

Táto práca bola financovaná výskumným a inovatívnym programom Európskej Únie Horizon 2020, program H2020-MSCA-RISE-2020, číslo grantu 101007299 a Vedeckou grantovou agentúrou VEGA, číslo projektu 1/0419/20.

Literatúra

HUELLEMEIER, Holly A., Necla M. EREN a Joana ORTEGA-ANAYA, 2022. Application of quartz crystal microbalance with dissipation (QCM-D) to study low-temperature adsorption and fouling of milk fractions on stainless steel. *Chemical Engineering Science* [online]. 2022, roč. 247, s. 117004. ISSN 0009-2509. Dostupné na: doi:10.1016/J.CES.2021.117004

KANAZAWA, K. Keiji a Joseph G. GORDON, 1985. Frequency of a Quartz Microbalance in Contact with Liquid. *Analytical Chemistry* [online]. 1985, roč. 57, č. 8, s. 1770–1771. ISSN 15206882. Dostupné na: doi:10.1021/AC00285A062

KELLER, C. A., K. GLASMÄSTAR, V. P. ZHDANOV a B. KASEMO, 2000. Formation of Supported Membranes from Vesicles. *Physical Review Letters* [online]. 2000, roč. 84, č. 23, s. 5443–5446. ISSN 00319007. Dostupné na: doi:10.1103/PHYSREVLETT.84.5443

LAUDADIO, Emiliano, Cristina MINNELLI, Adolfo AMICI, Luca MASSACCESI, Giovanna MOBBILI a Roberta GALEAZZI, 2018. Liposomal formulations for an efficient encapsulation of epigallocatechin-3-gallate: An in-silico/experimental approach. *Molecules* [online]. 2018, roč. 23, č. 2. ISSN 14203049. Dostupné na: doi:10.3390/MOLECULES23020441

MANICKAM, Pandiaraj, Ajeet KAUSHIK, Chandran KARUNAKARAN a Shekhar BHANSALI, 2017. Recent advances in cytochrome c biosensing technologies. *Biosensors and Bioelectronics* [online]. 2017, roč. 87, s. 654–668. ISSN 0956-5663. Dostupné na: doi:10.1016/J.BIOS.2016.09.013

MILOREY, Bridget, Reinhard SCHWEITZER-STENNER, Raghed KURBAJ a Dmitry MALYSHKA, 2019. PH-Induced Switch between Different Modes of Cytochrome c Binding to Cardiolipin-Containing Liposomes. *ACS Omega* [online]. 2019, roč. 4, č. 1, s. 1386–1400. ISSN 24701343. Dostupné na: doi:10.1021/ACSOMEGA.8B02574

SCHOEFFLER, Allyn J., Carmen R. RUIZ, Allison M. JOUBERT, Xuemei YANG a Vince J. LICATA, 2003. Salt modulates the stability and lipid binding affinity of the adipocyte lipid-binding protein. *Journal of Biological Chemistry* [online]. 2003, roč. 278, č. 35, s. 33268–33275. ISSN 00219258. Dostupné na: doi:10.1074/JBC.M304955200

SCHWEITZER-STENNER, Reinhard, 2018. Relating the multi-functionality of cytochrome c to membrane binding and structural conversion. *Biophysical Reviews* [online]. 2018, roč. 10, č. 4, s. 1151–1185. ISSN 18672469. Dostupné na: doi:10.1007/S12551-018-0409-4

SUBJAKOVA, Veronika, Veronika ORAVCZOVA a Tibor HIANIK, 2021. Polymer Nanoparticles and Nanomotors Modified by DNA/RNA Aptamers and Antibodies in Targeted Therapy of Cancer. *polymers* [online]. 2021 [cit. 10.3.2021]. Dostupné na: doi:10.3390/polym13030341

WIŚNIEWSKA-BECKER, Anna, 2013. Biomembrane models. V: *Drug-Biomembrane Interaction Studies: The Application of Calorimetric Techniques* [online]. B.m.: Elsevier Inc., s. 47–95. ISBN 9781907568053. Dostupné na: doi:10.1533/9781908818348.47

YEAGLE, Philip L., 2016. Membrane Proteins. V: *The Membranes of Cells* [online]. B.m.: Elsevier, s. 219–268 [cit. 8.5.2021]. Dostupné na: doi:10.1016/B978-0-12-800047-2.00010-3

ZHANG, Yabin, Ke YUAN a Li ZHANG, 2019. *Micro/Nanomachines: from Functionalization to Sensing and Removal* [online]. 1. apríl 2019. B.m.: Wiley-Blackwell. [cit. 30.3.2021]. Dostupné na: doi:10.1002/admt.201800636

ZIMA, J a P ELEDER, 2012. Metoda QCM-D dobývá jeden obor za druhým. *Chemagazín* [online]. 2012, roč. 22, č. 5 [cit. 11.4.2022]. Dostupné na: https://www.chromspec.cz/download/chromspec-qcm-d.pdf

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 77–82
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Sára Mikuličová

Vývoj kolorimetrického biosenzora na detekciu antibiotík na báze zlatých nanočastíc a DNA aptamérov

Sára Mikuličová*
Školiteľ: Veronika Šubjaková[1‡]
Konzultant: Tibor Hianik[1]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

V tejto práci sme sa zamerali na vývoj kolorimetrického biosenzora na detekciu penicilínu za využitia zlatých nanočastíc funkcionalizovanými DNA aptamérmi špecifickými pre penicilín. Zlaté nanočastice (AuNPs) majú schopnosť agregovať a tým meniť farbu roztoku. Zmena farby sa prejaví zmenou absorbancie. Aptaméry sú jednovláknové oligonukleotidy, ktoré špecificky viažu cieľovú molekulu s vysokou afinitou. AuNPs obalené aptamérmi sú chránené pred agregáciou spôsobenou pridaním NaCl. Interakcia penicilínu a aptamérmi modifikovanými AuNPs na základe elektrostatickej interakcie bola študovaná pomocou UV-VIS spektroskopie a meraním hydrodynamickej veľkosti a zeta potenciálu.
Kľúčové slová: penicilín, zlaté nanočastice, DNA aptamér, kolorimetria

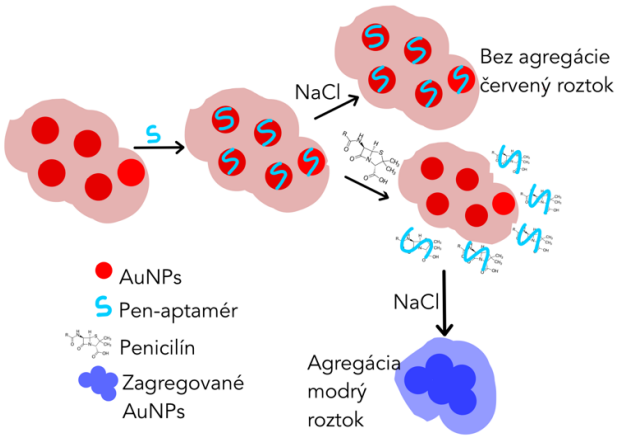
1 Úvod

Nadmerné používanie antibiotík pri liečbe a podpore rastu hospodárskych zvierat spôsobuje, že sa tieto látky a ich zvyšky dostávajú nielen do prostredia, ale aj do produktov týchto zvierat ako je napríklad mlieko. Toto rozšírenie antibiotík vedie k zdravotným ťažkostiam u ľudí priamo alebo nepriamo, cestou antibiotickej rezistencie. Je preto dôležité sledovať množstvo zvyškov antibiotík v rôznych produktoch.

Aptaméry sú vlákna RNA alebo DNA schopné zložiť sa do trojrozmerných štruktúr. Najväčšou výhodou aptamérov je špecificita k ich cieľovej látke a ľahká dostupnosť. Aptaméry sa vyvíjajú *in vitro* pomocou metódy *Systematic Evolution of Ligands by Exponential Enrichment* (SELEX), pri ktorej je možné získať aptaméry s požadovanou špecificitou. Ide o opakované vystavenie cieľovej molekuly súboru náhodných oligonukleotidov. Pri každom opakovaní sa špecifické aptaméry naviažu na tieto molekuly. Amplifikáciou a každým opakovaním cyklu sa vyselektujú postupne tie najšpecifickejšie aptaméry [Komarova and Kuznetsov 2019]. Aptaméry majú podobnú afinitu ako protilátky, avšak sú stabilnejšie, dajú sa ľahko reprodukovať a chemicky upravovať [Melikishvili et al., 2021]. Sú taktiež termálne stabilné a neimmunogénne, čo sa využíva pri terapeutických aplikáciách. Nachádzajú uplatnenie aj v diagnostike, transporte liečiv a v biosenzoroch [Dunn et al. 2017].

Biosenzor je analytický nástroj, ktorý sníma zmenu signálu pomocou fyzikálno-chemického prevodníka úmernú koncentrácii skúmaného analytu vo vzorke. Využíva bioreceptor, čo je molekula, ktorá je schopná rozpoznať danú látku a následne generovať špecifický signál ako napríklad elektrický alebo svetelný. Prevodník potom tento signál sníma a konvertuje na iný typ signálu, ktorý je spracovaný elektronickým zariadením. Nakoniec sa signál zobrazí na displeji na ďalšiu analýzu a interpretáciu [Bhalla et al., 2016]. Pri kolorimetrických biosenzoroch je snímaná zmena farby vo forme absorbancie, čiže absorbovaného svetla. Na meranie absorpčného spektra sa používa UV-VIS spektroskopia.

Zlaté nanočastice (AuNPs) majú schopnosť agregovať, a tým meniť svoju absorbanciu, čo ich robí ideálnymi na využitie v kolorimetrických biosenzoroch. AuNPs vytvárajú koloidný roztok, ktorého farba závisí od ich veľkosti a koncentrácie. AuNPs môžu mať rôzne vlastnosti, ktoré sú ovplyvnené ich veľkosťou a tvarom. Dajú sa modifikovať rôznymi proteínmi alebo aptamérmi.



Obrázok 1: Schéma kolorimetrickej detekcie penicilínu na báze zlatých nanočastíc a aptamérov

* mikulicova6@uniba.sk
‡ veronika.subjakova@fmph.uniba.sk

Na vyvolanie agregácie AuNPs sa v tomto experimente používala soľ NaCl. Cieľom bolo ukázať, že nanočastice modifikované DNA aptamérom špecifickým k penicilínu sú chránené pred agregáciou vyvolanou NaCl. Je to spôsobené elektrostatickou interakciou medzi záporne nabitým citrátom na AuNPs a bázami v DNA aptaméroch. V prítomnosti penicilínu vo vzorke dochádza k špecifickej väzbe DNA aptaméru k antibiotiku a následnej agregácii AuNPs po pridaní NaCl do vzorky, pretože stratili ochranu aptamérov (Obrázok 1).

Kolorimetrickú detekciu antibiotika tobramycínu za využitia DNA aptaméru a AuNPs popísali vo svojej práci Han a kol. (2018). Limit detekcie (LOD) ich biosenzoru bol 37,9 nM. [Han et al. 2018].

Wu a kol. (2020) prezentovali kolorimetrický aptasenzor na detekciu dvoch antibiotík zároveň. Nekovalentná adsorpcia aptaméru na AuNPs môže byť ovplyvnená dĺžkou aptaméru. Použitý aptamér obsahoval dva rôzne rozpoznávacie fragmenty s rôznymi dĺžkami pre tetracyklín a chloramfenikol. Kratší fragment rozpoznávajúci tetracyklín stabilizoval AuNPs oveľa viac pri vysokých koncentráciách soli. V prítomnosti tetracyklínu sa roztok zmenil na modrú a pri chloramfenikole sa zmenil na fialovú. Výsledný LOD dosiahli 7,0 nM pre chloramfenikol a 32,9 nM pre tetracyklín [Wu et al. 2020].

Luo a kol. (2015) využili AuNPs stabilizované cysteínom na detekciu tetracyklínu. V ich prípade záporne nabitý špecifický aptamér pre tetracyklín elektrostaticky interagoval s kladne nabitými cysteín-stabilizovanými AuNPs. Spôsob detekcie sa odlišoval tým, že samotný aptamér po väzbe k AuNPs spôsoboval ich agregáciu. Ak sa však najprv zmiešal tetracyklín s aptamérom, došlo k špecifickej väzbe a po pridaní tejto zmesi k cysteín-stabilizovaným AuNPs, k agregácii nedošlo, keďže väzba medzi tetracyklínom a aptamérom bola silnejšia ako elektrostatická väzba medzi aptamérom a AuNPs. LOD tohto biosenzora bol 0,039 μg/mL [Luo et al. 2015].

2 Materiály a metódy

2.1 Použité chemikálie

Kyselina chlórzlatistá $HAuCl_4$, citrát trisodný, tetrahydridoboritan sodný, chlorid sodný NaCl, Aptamér pre penicilín (Apt-Pen) (Generi Biotech, Česká republika) so sekvenciou 5´-CTGAATTGGATCTCTCTTCTTGAGCGATCTC CACA-3´bol rozpustený v TE tlmivom roztoku (1 mM EDTA, 10 mM Tris, pH 8) v koncentrácií (50 μM). Antibiotiká Penicilín G a Kanamycín aj ostatné štandardné chemikálie boli zakúpené od firmy Merck, Nemecko. V experimentoch sme používali 10 mM Na-fosfátový (PB) tlmivý roztok pH 7,4 filtrovaný, (10 mM Na_2HPO_4 a 10mM NaH_2PO_4) Pre prípravu roztokov bola používaná deionizovaná ultračistá voda (Purelab Classic-UV ELGA Labwater, UK),

2.2 Prístroje

UV-VIS spektrometer UV-1700 od firmy Shimadzu, Zetasizer Nano-ZS90 od firmy Malvern Instrument , UK

2.3 Syntéza zlatých nanočastíc

Na syntézu AuNPs sme zmiešali 2.56 ml 25 mM $HAuCl_4$, 9,6 ml 25 mM citrátu trisodného a 88 ml destilovanej vody pri izbovej teplote. Následne po kvapkách bol pridaný 8.9 ml 12.5 mM tetrahydridoboritanu sodného, za stáleho miešania po dobu 15 minút. Výsledná koncentrácia AuNPs bola 30 nM AuNPs, ktorá sa v priebehu meraní riedila na 10 nM v PB tlmivom roztoku.

K neriedeným 30 nM AuNPs sme pridali 1 μM Apt-Pen (14 μl z 50 μM) a nechali sa inkubovať 15 minút. Následne sme pridali antibiotikum v rôznych koncentráciách a inkubovali 30 minút . Potom sme pridali 50 mM NaCl (7 μL 5 M NaCl) a inkubovali 1 minútu. Nakoniec sme pridali 10 mM PB tlmivý roztok, aby sme dosiahli výslednú koncentráciu AuNPs 10 nM v objeme 700 μl. Následne sa meralo absorpčné spektrum UV-VIS spektroskopiou pri vlnových dĺžkach 450 až 700 nm.

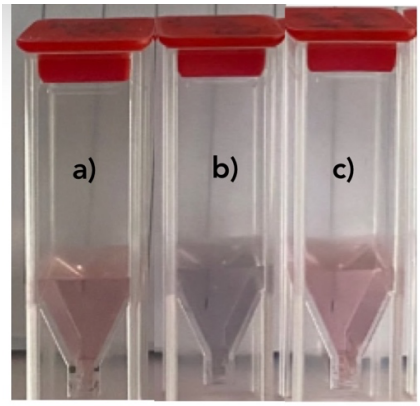
Veľkosť AuNPs bola meraná pomocou dynamického rozptylu svetla (DLS) a Zeta potenciál bol meraný fázovou analýzou rozptylu svetla založenej na laserovej Dopplerovej velocimetrii pomocou prístroja Zetasizer. Vzorky boli pripravené rovnakým spôsobom ako v prípade kolorimetrických meraní. Merania boli uskutočnené pri teplote 23°C. Pri meraní veľkosti bol použitý objem 200 μl a na meranie Zeta potenciálu sa použil objem 900 μl.

3 Výsledky a diskusia

3.1 Optimalizácia podmienok merania

Pre pozorovateľné zmeny absorbancie je potrebné zistiť, ako sa jednotlivé zložky navzájom ovplyvňujú, aké sú ich najúčinnejšie koncentrácie a ako sa mení absorbancia s časom ich účinku.

Najprv sme optimalizovali koncentráciu NaCl a sledovali vplyv rôznych koncentrácii NaCl na čisté AuNPs. NaCl spôsobuje agregáciu AuNPs kvôli elektrostatickým interakciám, a tým zmenu absorbancie. Už pri nízkych koncentráciách NaCl (500 µM) dochádzalo k malému zníženiu absorpčného maxima. Pri vyšších koncentráciách (70 mM) dochádzalo k celkovému posunu absorpčného spektra. Absorpčné maximum kleslo a posunulo sa k vyšším hodnotám vlnovej dĺžky. Pozorovali sme zmenu absorbancie aj v čase. Táto zmena bola výraznejšia na začiatku a po prvej minúte už bolo spektrum stabilizované (Obrázok 3). Túto zmenu bolo možné pozorovať voľným okom, kedy roztok zmenil farbu zo svetločervenej na modrú (Obrázok 2). Pre pozorovanie vplyvu ďalších zložiek na zmeny absorbancie bola zvolená vyššia koncentrácia 50 mM NaCl.



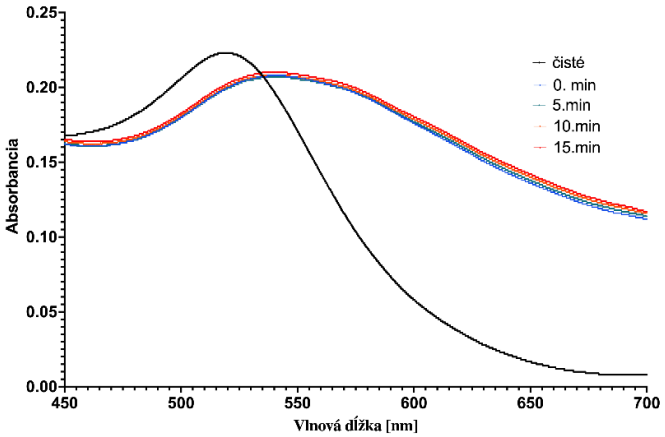
Obrázok 2:10 nM AuNPs v 10 mM PB tlmivom roztoku, a) bez soli b) 70 mM NaCl c) 15 mM NaCl

Ako ďalší krok sme zistili vhodnú koncentráciu aptaméru, ktorý je schopný ochrániť AuNPs pred účinkom NaCl. Bázy aptaméru sa adsorbujú na záporne nabitý citrát na AuNPs [Wu et al. 2020]. K AuNPs sme pridali aptamér v rôznych koncentráciách a nechali sa 15 minút inkubovať. Následne sme pridali 50 mM NaCl. Pri malých koncentráciách aptaméru, bola soľ schopná zagregovať AuNPs, čo sa prejavilo poklesom absorbancie. Pri 1 µM aptamére nebol pozorovaný pokles absorbancie. Preto pre ďalšie experimenty bola používaná koncentrácia 1 µM Apt-Pen. V čase nebola pozorovaná ďalšia výrazná zmena v absorpčnom spektre.

Sledovali sme aj vplyv antibiotík na nechránené AuNPs po 30 minútovej inkubácii.

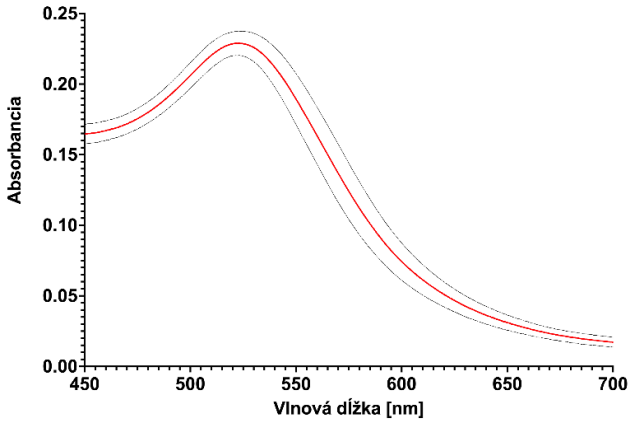
3.2 Absorpčné merania AuNPs

Absorpčné spektrum bolo merané pri vlnových dĺžkach 450-700 nm. Pre čisté AuNPs bolo



Obrázok 3: Absorpčné spektrum AuNPs pred a po pridaní 50 mM NaCl pre rôzne časy

spozorované maximum okolo vlnovej dĺžky 520 nm. To spôsobilo problém pretože sa nedali zmerať čisté AuNPs konkrétnej vzorky. Bolo pozorované, že absorpčné spektrum nebolo konštantné pre rôzne vzorky AuNPs, ale dochádzalo k malému posunu. Na Obrázku 4 sa dá pozorovať priemer (červená čiara) ±smerodajná odchýlka (čierne čiary) pre 25 rôznych meraní čistých AuNPs. Keďže pri pozorovaní účinku aptaméru a antibiotík dochádzalo len k malým zmenám v absorpčnom spektre, nebolo možné určiť konkrétny posun pri jednej vzorke.

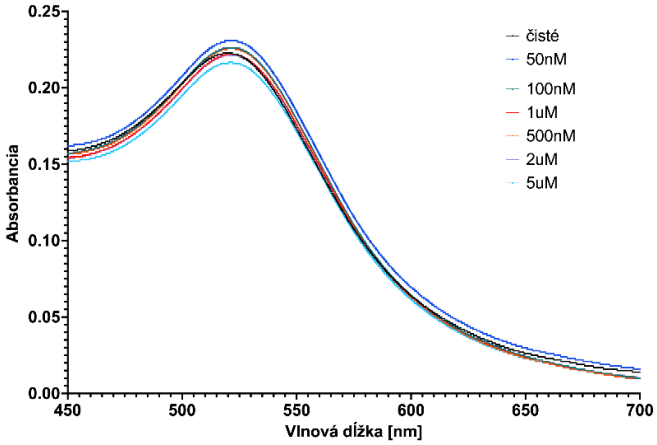


Obrázok 4: Absorpčné spektrum čistých AuNPs (priemer±SD, n=25)

Po optimalizácii podmienok sme používali 50 mM NaCl na vyvolanie agregácie a 1 uM Apt-Pen.

3.3 Penicilín

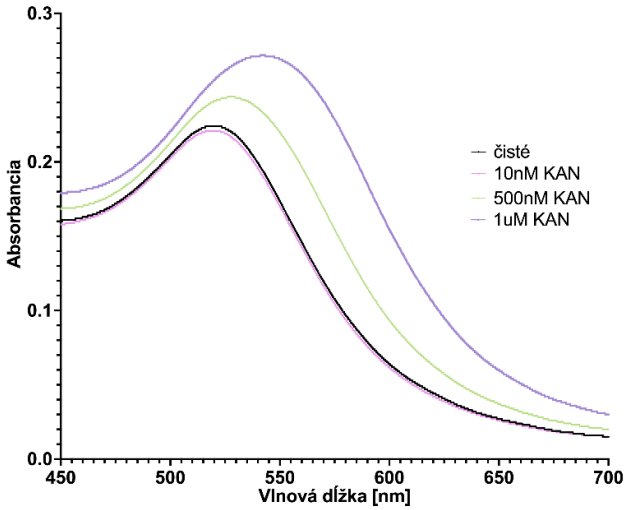
Sledovali sme vplyv rôznych koncentrácii penicilínu na čisté AuNPs. Pri meraniach neboli namerané výrazne zmeny absorbancie vplyvom penicilínu (výsledky nie sú zobrazené). Následne sa merala absorbancia interakcie penicilínu a aptaméra adsorbovaného na AuNPs a NaCl soľou. Aptamér je špecifický pre penicilín. Je to silnejšia interakcia ako elektrostatická interakcia medzi citrátom AuNPs a aptamérom, preto by sa mal aptamér naviazať na penicilín a tým AuNPs stratia svoju ochranu pred vplyvom NaCl. To by malo byť pozorovateľné zmenou absorpčného spektra. Na Obrázku 5 je zobrazené absorpčné spektrum rôznych koncentrácii penicilínu (50 nM-5 µM) s AuNPs. Dá sa vidieť, že dochádzalo k veľmi malým zmenám absorbancie. Pretože sa nedá odmerať absorbancia čistých AuNPs každej vzorky, je nemožné určiť reálny posun v spektre. Tiež boli zmeny absorpčného spektra pri každom opakovaní merania iné.



Obrázok 5: Absorpčné spektrum AuNPs s rôznymi koncentráciami penicilínu (s aptamérom a NaCl)

3.4 Kanamycín

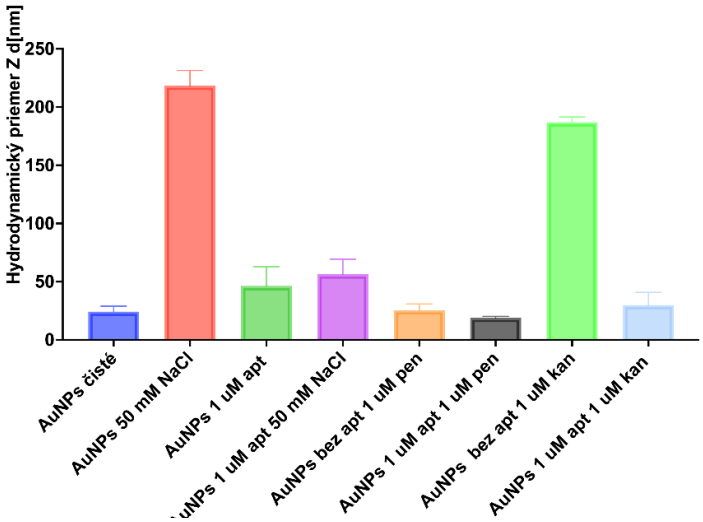
Pre sledovanie špecificity aptaméra Apt-Pen sme skúmali interakciu aptaméra s antibiotikom kanamycínom. Pridali sme rôzne koncentrácie kanamycínu do čistých AuNPs a sledovali jeho vplyv na zmenu absorbancie. Na obrázku 6 sa dá vidieť, že dochádzalo k interakcii kanamycínu s AuNPs. To spôsobilo, že pozorované zmeny absorbancie pri pridaní aj aptaméru a NaCl sú ovplyvnené aj touto interakciu. Nie je to teda vhodné antibiotikum na porovnanie, pretože je tam silná elektrostatická interakcia.



Obrázok 6: Absorpčné spektrum rôznych koncentrácii kanamycínu s čistými AuNPs

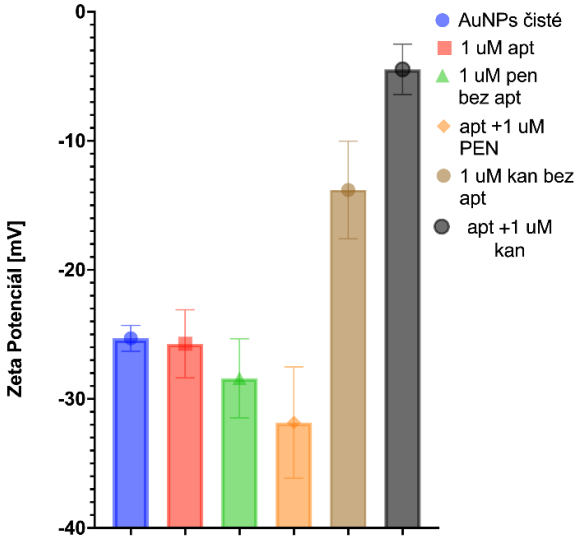
3.5 Veľkosť a zeta potenciál

Na meranie veľkosti a zeta potenciálu sa použil prístroj Zetasizer. Všetky merania boli uskutočnené pri 23°C. Počet meraní bol 3 s 10 cyklami. Na Obrázku 7 sú zobrazené zmerané veľkosti – hydrodynamický priemer Z. Je vidieť iba malé zmeny veľkosti až na prípad, kedy sa k AuNPs pridala 50 mM NaCl. Bol pozorovaný výrazný nárast, ktorý zodpovedá agregácií AuNPs do veľkých agregátov v prítomnosti soli. Tiež bol pozorovaný nárast rozmerov pri pridaní kanamycínu do AuNPs bez prítomnosti aptaméru. V prípade ostatných vzoriek neboli pozorované zmeny vo veľkosti. Index polydisperzity (PDI), ktorý popisuje, ako sú AuNPs rozptýlené vo vzorke, pre tieto merania bol PDI index v intervale 0.5-1. To



Obrázok 7: Merania veľkosti rôznych vzoriek (priemer±SD, n=3)

znamená, že vzorky neboli homogénne a rovnomerne rozptýlené.



Obrázok 8: Merania zeta potenciálu rôznych vzoriek (priemer±SD, n=3)

Na Obrázku 8 sú zobrazené výsledky merania zeta potenciálu (priemer±smerodajná odchýlka, počet meraní n=3) . Zeta potenciál bol tiež pomerne stály. Pri kanamycíne sme pozorovali vyšší zeta potenciál spôsobený adsorbciou kanamycínu na AuNPs. Kanamycín má kladný náboj a ten interagoval so záporným nábojom AuNPs [Han et al. 2020].

3.6 Diskusia

Bolo spozorované, že každá vzorka čistých nanočastíc má mierne odlišné absorpčné spektrum. To spôsobilo problém, keďže pri tomto postupe sa nedala odmerať absorbancia čistých nanočastíc každej konkrétnej vzorky pred pokračovaním s ostatnými krokmi. Na začiatku bol vyskúšaný aj postup, kedy sa najskôr zriedili AuNPs na 10 nM. Tým sa dala odmerať absorbancia pri každom kroku, t.j. čistých AuNPs, po pridaní aptaméru, po pridaní antibiotika a nakoniec po pridaní NaCl. Pri tomto postupe však nedochádzalo k dostatočne silnej interakcii aptaméru s AuNPs. To spôsobovalo, že nedochádzalo k pozorovateľným zmenám absorbancie a kvôli tomu sa nedala určiť vhodná koncentrácia NaCl a aptaméru.

Pre vybranú koncentráciu NaCl a aptaméru dochádzalo k očakávaným zmenám absorbancie. Luo a kol. (2015) ukázali, že pri meraniach došlo k interakcii medzi aptamérom a cysteín-stabilizovanými AuNPs. V našom prípade nemal samotný aptamér spôsobovať agregáciu AuNPs, ale iba sa adsorbovať na ich povrch, k čomu aj došlo [Luo et al. 2015]. Pri penicilíne zmeny absorbancie neboli dostatočné na to, aby sa dalo určiť či daný biosenzor správne deteguje prítomnosť penicilínu vo vzorke. Pri meraniach Wu a kol. (2020) boli pozorované výrazné zmeny absorbancie spôsobené prítomnosťou antibiotika, čo môže naznačovať, že náš biosenzor nie je vhodný na kolorimetrickú detekciu. Pri ich meraniach mohli tieto zmeny pozorovať aj voľným okom, pretože došlo k viditeľnej zmene farby vzorky k čomu v našom prípade došlo iba v prítomnosti NaCl [Wu et al. 2020]. Han a kol. (2018) tiež dosiahli výraznejšie zmeny absorbancie v prítomnosti tobramycínu [Han et al. 2018]. Dalo by sa usúdiť, že náš použitý aptamér nebol dostatočne špecifický na penicilín a elektrostatická väzba medzi aptamérom a AuNPs bola silnejšia a tým nedochádzalo k naviazaniu aptaméru na penicilín.

Kanamycín bol použitý na porovnanie, keďže ten nie je špecifický pre daný aptamér. Kanamycín ale interagoval so samotnými AuNPs, čo sa dá vidieť na Obrázku 6 zo zmeny absorbancie a aj na Obrázkoch 7 a 8, kde sa dá vidieť výraznejšie stúpnutie veľkosti a zeta potenciálu. Han a kol. (2020) zistili, že dochádza k veľmi silnej adsorpcii kanamycínu na AuNPs. Dôvodom je niekoľko aminoskupín kanamycínu a aj jeho kladný náboj. Ten neutralizuje záporný náboj AuNPs a vedie k ich agregácii a tým k zmene absorpčného spektra [Han et al. 2020]. To robí Kanamycín nevhodným na porovnanie s penicilínom a bude treba ešte urobiť merania pre iné antibiotikum, ktoré nebude interagovať s AuNPs.

4 Záver

Cieľom práce bolo vytvoriť kolorimetrický biosenzor na detekciu penicilínu využitím zlatých nanočastíc a DNA aptaméru špecifického pre penicilín. Na meranie zmien absorbancie sa využíval UV-VIS spektrometer. Takto navrhnutý kolorimetrický biosenzor nevykazoval citlivosť, ani špecificitu voči penicilínu.

Poďakovanie

Táto práca bola uskutočnená vďaka grantovej podpore VEGA 1/0419/20 a výskumného a inovačného programu Európskej únie Horizont 2020. SAFEMILK 10100729.

Literatúra

BHALLA, Nikhil, Pawan JOLLY, Nello FORMISANO and Pedro ESTRELA, 2016. Introduction to biosensors. *Essays in Biochemistry* [online]. 2016, pp. 60–61 [accessed. 12/08/2021]. Dostupné na: doi:10.1042/EBC20150001

DUNN, Matthew R., Randi M. JIMENEZ and John C. CHAPUT, 2017. Analysis of aptamer discovery and technology. *Nature Reviews Chemistry 2017 1:10* [online]. 2017, vol. 1, no. 10, pp. 1–16 [accessed. 11/07/2021]. ISSN 2397-3358. Dostupné na: doi:10.1038/s41570-017-0076

HAN, Heyou, Juewen LIU, Jiaojiao ZHOU, Yuqing LI, Wenjing WANG and Zhicheng LU, 2020. Kanamycin adsorption on gold nanoparticles dominates its label-free colorimetric sensing with its aptamer. *Langmuir* [online]. 2020, vol. 36, no. 39, pp. 11490–11498. ISSN 15205827. Dostupné na: doi:10.1021/acs.langmuir.0c01786

HAN, Xuyan, Yuhong ZHANG, Jingjing NIE, Songyin ZHAO, Yaping TIAN and Nandi ZHOU, 2018. Gold nanoparticle based photometric determination of tobramycin by using new specific DNA aptamers. *Microchimica Acta* [online]. 2018, vol. 185, no. 1, pp. 1–9 [accessed. 04/09/2022]. ISSN 14365073. Dostupné na: doi:10.1007/S00604-017-2568-6/TABLES/1

KOMAROVA, Natalia and Alexander KUZNETSOV, 2019. Inside the Black Box: What Makes SELEX Better? *Molecules* [online]. 2019, vol. 24, no. 19 [accessed. 02/08/2022]. ISSN 14203049. Dostupné na: doi:10.3390/MOLECULES24193598

LUO, Yeli, Jingyue XU, Ying LI, Hanting GAO, Jiajia GUO, Fei SHEN and Chunyan SUN, 2015. A novel colorimetric aptasensor using cysteamine-stabilized gold nanoparticles as probe for rapid and specific detection of tetracycline in raw milk. *Food Control* [online]. 2015, vol. 54, pp. 7–15 [accessed. 04/09/2022]. ISSN 0956-7135. Dostupné na: doi:10.1016/J.FOODCONT.2015.01.005

MELIKISHVILI, Sopio, Ivan PIOVARCI and Tibor HIANIK, 2021. Advances in Colorimetric Assay Based on AuNPs Modified by Proteins and Nucleic Acid Aptamers. *Chemosensors 2021, Vol. 9, Page 281* [online]. 2021, vol. 9, no. 10, p. 281 [accessed. 11/06/2021]. ISSN 22279040. Dostupné na: doi:10.3390/CHEMOSENSORS9100281

WU, Yang Yang, Pengcheng HUANG and Fang Ying WU, 2020. A label-free colorimetric aptasensor based on controllable aggregation of AuNPs for the detection of multiplex antibiotics. *Food Chemistry* [online]. 2020, vol. 304, p. 125377 [accessed. 04/04/2022]. ISSN 0308-8146. Dostupné na: doi:10.1016/J.FOODCHEM.2019.125377

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 83–86
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Renata Dominiková, Jozef Nosek, Viktória Hodorová, Bronislava Brejová

Analýza telomér v ALT bunkách pomocou nanopórového sekvenovania DNA

Renata Dominiková[1]* Viktória Hodorová[2†] Bronislava Brejová[3¤] Jozef Nosek[2‡§]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra biochémie, PRIF UK, Ilkovičova 6, 842 15 Bratislava
[3] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Teloméry sú koncové úseky chromozomálnej DNA, ktoré pozostávajú z dlhých tandemových repetícií krátkeho sekvenčného motívu. V bunkách väčšiny eukaryotov sú telomerické úseky chromozomálnej DNA syntetizované enzýmom telomeráza. Molekulárne mechanizmy, ktoré vedú kskracovaniu alebo predlžovaniu telomerických repetícií majú kľúčovú úlohu v udržiavaní stability genómu a tiež úzko súvisia s procesmi starnutia a karcinogenézy. V našej práci sme nacharakterizáciu telomér využili technológiu sekvenovania DNA prostredníctvom proteínových nanopórov na prístroji MinION. Skúmali sme dĺžku telomerickej DNA v štandardnom kmeni kvasinky *Candida parapsilosis*, ako aj v mutantoch s deléciougénu pre katalytickú podjednotku telomerázy. Naše výsledky ukázali, že priemerná dĺžka telomér v bunkách štandardného kmeňa je ~386 nukleotidov. Naproti tomu, teloméry mutantov sú dlhšie a v porovnaní so štandardným kmeňom majú pomerne veľkú variabilitu, čo naznačuje, že ich bunky využívajú alternatívny mechanizmus replikácie telomerickej DNA.

Kľúčové slová: DNA, nanopórové sekvenovanie, teloméra, telomeráza

1 Úvod

Teloméry sú nukleoproteínové štruktúry, ktoré chránia konce lineárnych chromozómov a zabezpečujú ich replikáciu. Telomerická DNA ľudských chromozómov je dlhá 4-12 kbp a pozostáva z tandemových opakovaní krátkeho motívu TTAGGG (Nassour et al. 2020). Repetície na koncoch chromozómov syntetizuje enzým telomeráza. Tento enzým iteratívne predlžuje telomerické sekvencie aktivitou reverznej transkriptázy (TERT) podľa templátovej domény molekuly RNA (TER), ktorá je komplementárna k telomerickému motívu (Lon S. Schneider et al. 2015). Telomeráza je aktívna v zárodočných bunkách, avšak počas diferenciácie je jej expresia utlmená. Dôsledkom toho dochádza po každom delení somatických buniek ku skracovaniu koncov chromozómov približne o 50-150 bp. Dĺžka telomér a aktivita telomerázy predstavujú molekulárne markery bunkovej senescencie a karcinogenézy (Aguado et al. 2020; Claude a Decottignies 2020; Saretzki 2018). Skracovanie telomerických repetícií vedie k replikačnému starnutiu buniek. Skrátenie na kritickú dĺžku je sprevádzané bunkovou odpoveďou na poškodenie DNA, zastavením ďalšieho delenia, nestabilitou genómu a môže skončiť apoptotickou smrťou buniek. Naproti tomu, bunky väčšiny nádorov (85-90%) reaktivujú expresiu telomerázy, čím obnovia syntézu telomerických repetícií a stávajú sa nesmrteľnými. Inhibítory telomerázovej aktivity preto predstavujú potenciálne liečivá využiteľné v protinádorovej terapii (Claude a Decottignies 2020; Cesare a Reddel 2010; Nassour et al. 2020; Roake a Artandi 2020). Avšak približne 10-15% nádorových buniek a nesmrteľných bunkových línií telomerázu neexprimuje a konce svojich chromozómov udržiava alternatívnymi (ALT, angl. *alternative lengthening of telomeres*) mechanizmami, ktoré nie sú závislé na aktivite tohto enzýmu. Tieto mechanizmy môžu prebiehať aj súbežne s aktivitou telomerázy, alebo môžu byť indukované po jej inhibícii (Cesare a Reddel 2010).

Kvasinky predstavujú vhodné modelové organizmy aj pre skúmanie ALT mechanizmov udržiavania telomér. Štúdie mutantov kvasinky *Saccharomyces cerevisiae* s deléciou génu pre RNA komponent telomerázy (TLC1, TER) alebo jej katalytickej podjednotky (EST2, TERT) odhalili dva typy buniek prežívajúcich stratu tohto enzýmu, ktoré využívajú odlišné stratégie pre predlžovanie telomér pomocou homologickej rekombinácie. V bunkách typu I sú telomerické repetície veľmi krátke, ale dochádza v nich k amplifikácii subtelomerických Y‘ elementov. Naproti tomu,bunky typu II sú schopné priamo predlžovaťtelomerické repetície (Kockler et al. 2021; Wellinger a Zakian 2012).

* dominikova7@uniba.sk
† hodorova4@uniba.sk
¤ brejova@dcs.fmph.uniba.sk
‡ nosek1@uniba.sk
§ Školiteľ

V našej práci sme charakterizovali dĺžku telomerických repetícií na koncoch chromozómov štandardného kmeňa kvasinky *Candida parapsilosis*, ako aj v bunkách mutantov, ktoré prežili deléciu génu *EST2* pre katalytickú podjednotku telomerázy. Pre analýzu dĺžky telomér sme využili nanopórové sekvenovanie DNA na prístroji MinION firmy Oxford Nanopore Technologies. Princípom tejto metódy je detekcia zmien elektrického prúdu počas prechodu jedného vlákna DNA cez proteínový kanál (nanopór) v membráne. Spracovanie získaných signálov (angl. *squiggles*) umožňuje stanoviť dlhé čítania (angl. *reads*) sekvencií individuálnych molekúl DNA, ktorých dĺžka korešponduje s fyzickou dĺžkou izolovaných molekúl (Oxford Nanopore Technologies). Výsledky nanopórového sekvenovania genómovej DNA *C. parapsilosis* ukázali, že telomerické repetície oboch mutantov majú heterogénnu dĺžku a pravdepodobne je ich syntéza zabezpečovaná alternatívnym mechanizmom replikácie DNA.

2 Materiál a metódy

V experimentoch sme použili bunky štandardného kmeňa kvasinky *C. parapsilosis* CLIB214 a dvoch prežívajúcich subklonov mutanta CLIB214 *Δest2/Δest2*, ktoré sme označili CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1 a CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1. Kvasinkové kultúry sme pestovali 16-20 hod v tekutom komplexnom médiu YPD (1% kvasinkový autolyzát, 2% peptón, 2% glukóza) za stáleho miešania pri teplote 28 °C. Bunky zo 100 ml nočnej kultúry sme centrifugovali 5 min pri 3500 rpm pri 4 °C v centrifúge Eppendorf 5810R. Pelet buniek sme rozsuspendovali v 15 ml sterilnej vody, do ktorej sme pridali 2-merkaptoetanol na výslednú koncentráciu 2%. Bunkovú suspenziu smeinkubovali 30 min pri laboratórnej teplote. Po centrifugácii (5 min, 3500 rpm, +4 °C, Eppendorf 5810R) sme získaný pelet rozsuspendovali v 10 ml roztoku SE (1 M sorbitol, 10 mM EDTA, pH 8.0), do ktorého sme pridali enzým Zymolyáza 20T na výslednú koncentráciu 0,125 mg/ml. Po hodinovej inkubácii pri 37 °C sme pripravené sféroplasty centrifugovali (5 min, 3500 rpm, +4 °C, Eppendorf 5810R) a lyzovali v roztoku 0,15 M NaCl, 0,1 M EDTA (pH 8), 1% SDS. Nukleové kyseliny sme z lyzátu extrahovali rovnakým objemom ekvilibrovaného fenolu (pH 8). Vodnú a organickú fázu sme oddelili centrifugáciou pri laboratórnej teplote (5 min, 13000 rpm, Eppendorf MiniSpin). Vodnú fázu sme extrahovali ešte raz s fenolom a potom aj so zmesou chloroform : izoamylakohol(24 : 1). Nukleové kyseliny sme z vodnej fázy precipitovali rovnakým objemom chladeného 96% etanolu, centrifugovali (10 min, 13000 rpm, +4 °C, Eppendorf 5415R) a premyli 70% etanolom. Zrazeninu sme vysušili v termostate pri 40 °C, rozpustili v 1 ml roztoku TE (10 mM Tris-HCl, 1 mM EDTA, pH 8) s prídavkom 15 µl RNázy A (10 mg/ml) a inkubovali pri 37 °C. DNA sme extrahovali rovnakým objemom ekvilibrovaného fenolu (pH 8), zmesou chloroform : isoamylakohol (24 : 1) a precipitovali pridaním 5M NaCl na výslednú koncentráciu 0.1 M a dvojnásobného objemu chladeného 96% etanolu, 15 min pri -20 °C. Precipitát sme centrifugovali (10 min, 13000 rpm, +4 °C, Eppendorf 5415R), premyli 70% etanolom, vysušili pri 40 °C a rozpustili v 1 ml roztoku TE. Vzorky DNA sme ďalej purifikovali pomocou iónomeničovej chromatografie na kolónkach Genomic-tip 100/G (Qiagen) podľa inštrukcií výrobcu. Kvantitu a kvalitu pripravenej genómovej DNA sme stanovili spektrofotometricky na prístroji Nanodrop (meraním absorbancie pri vlnových dĺžkach 230, 260 a 280 nm) a spektrofluorimetricky na prístroji Qubit 3 pomocou kitu *Qubit dsDNA Broad Range* (Thermo Fisher Scientific). Elektroforetickou separáciou pripravených vzoriek genómovej DNA v 0,6% agarózovom géli s obsahom etídium bromidu (0,5 µg/ml) v roztoku0,5x TBE (45 mM Tris-borát, 1 mM EDTA, pH 8),
30 min pri 5,3 V/cm sme zistili, že pripravená genómová DNA je vysokomolekulárna a nevykazuje znaky degradácie. Zo vzoriek genómovej DNA (~ 3 µg) sme pomocou kitu SQK- LSK109 a podľa inštrukcií výrobcu (Oxford Nanopore Technologies) pripravili sekvenačné knižnice. Pripravené knižnice (~ 800 ng) sme sekvenovali v komôrkach FLO-MIN106 (R9.4.1) v zariadení MinION Mk 1B (Oxford Nanopore Technologies). Spracovanie surových dát sme uskutočnili pomocou programu Guppy (Oxford Nanopore Technologies). V získaných čítaniach sme identifikovali sekvencie s telomerickými repetíciami, ktorých dĺžky sme ďalej analyzovali programom Excel (Microsoft) pomocou doplnku BESH Stat (http://www.beshstat.eu).

3 Výsledky a diskusia

Diploidný genóm *C. parapsilosis* pozostáva z 8 párov chromozómov v celkovej dĺžke 26 Mbp (Butler et al. 2009). Chromozómy sú ukončené tandemovými repetíciami 23 nukleotidov (nt) dlhého motívu TTGATTATACTGAGGTCCGGATG (Gunišová et
al. 2009). Analýzou genómovej DNA štandardného kmeňa *C. parapsilosis* CLIB214 na prístroji MinION sme získali 141 650 dlhých čítaní v celkovom objeme 2,72 Gbp (**Tabuľka 1**), z ktorých 2728 (~1,9%) zodpovedalo fragmentom s telomerickou DNA (**Tabuľka 2**). Zistili sme, žepriemerná dĺžka telomerických repetícií štandardného kmeňa je 386 nt (v intervale 34 – 807 nt), čo korešponduje s výsledkami analýz terminálnych restrikčných fragmentov (TRF;

Gunišová et al. 2009). Porovnanie s výsledkami sekvenovania genómových DNA mutantov, ktorým chýba funkčná kópia génu pre katalytickú podjednotku telomerázy, ukázalo, že priemerná dĺžka ich telomér je väčšia o 11-26%. V bunkách oboch mutantov sme identifikovali telomerické čítania dlhšie ako 1000 nt, pričom najdlhšie molekuly boli dlhé 5734 (CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1), resp. 5647 nt (CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1) (**Tabuľka 2**). Naše výsledky ukázali, že v porovnaní so štandardným typom sú dĺžky telomér oboch mutantov veľmi heterogénne, čo sme potvrdili aj opakovanou sekvenačnou analýzou (vzorky označené CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1r a CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1r; **Obrázok 1**).

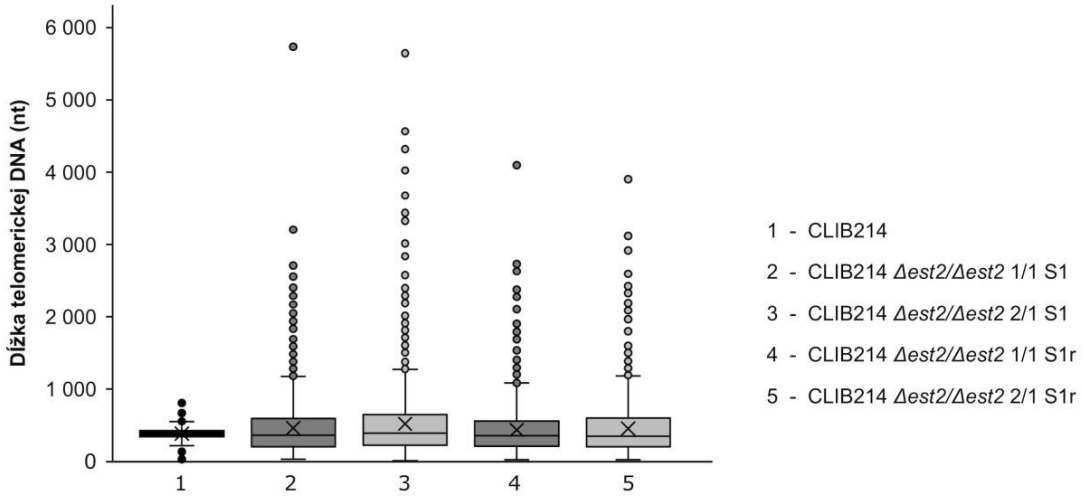
Heterogénna dĺžka telomér je typickou charakteristikou kvasinkových buniek typu II, ktoré prežili stratu telomerázovej aktivity, ako aj nádorových bunkových línií, ktoré udržiavajú konce svojich chromozómov alternatívnymi mechanizmami replikácie (Kockler et al. 2021). Výsledky, ktoré sme získali v našej práci, ilustrujú potenciál nanopórového sekvenovania DNA pre charakterizáciu telomér a zároveň predstavujú základ pre ďalšie skúmanie molekulárneho mechanizmu udržiavania telomér v bunkách mutantov kvasinky *C. parapsilosis*.

Tabuľka 1. Výsledky sekvenovania genómovej DNA kvasinky *C. parapsilosis*

Vzorka genómovej DNA	Celkový objem dát (Gbp)	Čítania		
		Počet	Dĺžka (nt)	
			Priemer	Medián
CLIB214	2.72	141 650	19 214.4	9 654
CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1	2.21	201 248	10 978.9	4 186
CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1	2.29	164 659	13 917.1	5 627
CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1r	2.40	137 416	17 473.6	7 921
CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1r	2.34	130 467	17 941.6	7 420

Tabuľka 2. Telomerické čítania

Vzorka genómovej DNA	Počet	Dĺžka (nt)					
		Priemer	SD	SEM	Medián	MIN	MAX
CLIB214	2 728	386.1	68.7	1.3	384	34	807
CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1	2 071	463.8	384.6	8.5	363	29	5 734
CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1	2 324	519.8	471.3	9.8	395	14	5 647
CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1r	2 049	436.2	332.3	7.3	355	25	4 098
CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1r	2 137	455.2	366.7	7.9	348	22	3 906



Obrázok 1. Distribúcia dĺžky telomerických repetícií v bunkách štandardného kmeňa *C. parapsilosis* (1 - CLIB214) a mutantov, ktoré prežili stratu oboch alel génu pre katalytickú podjednotku telomerázy (2,4 - CLIB214 *Δest2/Δest2* 1/1 S1; 3,5 - CLIB214 *Δest2/Δest2* 2/1 S1).

Poďakovanie

Náš výskum bol podporený z grantu Agentúry pre podporu výskumu a vývoja (APVV-18-0239).

Literatúra

AGUADO, Julio, Fabrizio D'ADDA DI FAGAGNA a Ernst WOLVETANG, 2020. Telomere transcription in ageing. Ageing Research Reviews [online]. 2020, roč. 62. ISSN 18729649. Dostupné na: doi:10.1016/j.arr.2020.101115

BUTLER, Geraldine, Matthew D. RASMUSSEN, Michael F. LIN, Manuel A.S. SANTOS, Sharadha SAKTHIKUMAR, Carol A. MUNRO, Esther RHEINBAY, Manfred GRABHERR, Anja FORCHE, Jennifer L. REEDY, Ino AGRAFIOTI, Martha B. ARNAUD, Steven BATES, Alistair J.P. BROWN, Sascha BRUNKE, Maria C. COSTANZO, David A. FITZPATRICK, Piet W.J. DE GROOT, David HARRIS, Lois L. HOYER, Bernhard HUBE, Frans M. KLIS, Chinnappa KODIRA, Nicola LENNARD, Mary E. LOGUE, Ronny MARTIN, Aaron M. NEIMAN, Elissavet NIKOLAOU, Michael A. QUAIL, Janet QUINN, Maria C. SANTOS, Florian F. SCHMITZBERGER, Gavin SHERLOCK,Prachi SHAH, Kevin A.T. SILVERSTEIN, Marek S. SKRZYPEK, David SOLL, Rodney STAGGS, Ian STANSFIELD, Michael P.H. STUMPF, Peter E. SUDBERY, Thyagarajan SRIKANTHA, Qiandong ZENG, Judith BERMAN, Matthew BERRIMAN, Joseph HEITMAN, Neil A.R. GOW, Michael C. LORENZ, Bruce W. BIRREN, Manolis KELLIS a Christina A. CUOMO, 2009. Evolution of pathogenicity and sexual reproduction in eight *Candida* genomes. Nature [online]. 2009, roč. 459, č. 7247, s. 657–662. ISSN 00280836. Dostupné na: doi:10.1038/nature08064

CESARE, Anthony J. a Roger R. REDDEL, 2010. Alternative lengthening of telomeres: Models, mechanisms and implications. Nature Reviews Genetics [online]. 2010, roč. 11, č. 5, s. 319–330. ISSN 14710056. Dostupné na: doi:10.1038/nrg2763

CLAUDE, Eloïse a Anabelle DECOTTIGNIES, 2020. Telomere maintenance mechanisms in cancer: telomerase, ALT or lack thereof. Current Opinion in Genetics and Development [online]. 2020, roč. 60, s. 1–8. ISSN 18790380. Dostupné na: doi:10.1016/j.gde.2020.01.002

GUNISOVA, Stanislava, Elhanan ELBOHER,Jozef NOSEK, Valentin GORKOVOY, Yogev BROWN, Jean Francois LUCIER, Nancy LATERREUR, Raymund J. WELLINGER, Yehuda TZFATI a Lubomir TOMASKA, 2009. Identification and comparative analysis of telomerase RNAs from *Candida* species reveal conservation of functional elements. RNA [online]. 2009, roč. 15, č. 4, s. 546–559. ISSN 14699001. Dostupné na: doi:10.1261/rna.1194009

KOCKLER, Zachary W., Josep M. COMERON a Anna MALKOVA, 2021. A unified alternative telomere-lengthening pathway in yeast survivor cells. Molecular Cell [online]. 2021, roč. 81, č. 8, s. 1816-1829.e5. ISSN 10974164. Dostupné na: doi:10.1016/j.molcel.2021.02.004

LON S. SCHNEIDER ET AL, 2015. Mutations in TERT, the Gene for Telomerase Reverse Transcriptase, in Aplastic Anemia. New England Journal of Medicine. 2015, roč. 2006, s. 687–696.

Oxford Nanopore Technologies. https://nanoporetech.com/ (2022-04-13)

ROAKE, Caitlin M a Steven E ARTANDI, 2020. Regulation of human telomerase in homeostasis and disease. Nature Reviews Molecular Cell Biology [online]. 2020. ISSN 1471-0080. Dostupné na: doi:10.1038/s41580-020-0234-z

SARETZKI, Gabriele, 2018. Telomeres , Telomerase and Ageing. ISBN 9789811328350.

WELLINGER, Raymund J. a Virginia A. ZAKIAN, 2012. Everything you ever wanted to know about Saccharomyces cerevisiae telomeres: Beginning to end. Genetics [online]. 2012, roč. 191, č. 4, s. 1073–1105. ISSN 00166731. Dostupné na: doi:10.1534/genetics.111.137851

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 87–93
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Martina Velísková, Milan Zvarík

Interakcia amfifilných dendrónov s lipidovými membránami

Martina Velísková[1]* Milan Zvarík[1†] Iveta Waczulíková[1‡§]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Dendróny sú rozvetvené syntetické polyméry vhodné na prípravu nanorozmerných molekulárnych štruktúr - dendrimérov, ktoré môžu byť využité na dopravenie liečiv do buniek. Vďaka chemickej štruktúre, povrchovému náboju a počtu rozvetvených vrstiev (generácii) sú schopné interagovať s biologickými systémami. Na spôsob ich vzájomnej interakcie má, okrem generácie, vplyv aj ich koncentrácia a vlastnosti prostredia (napr. v polárnom prostredí ich amfifilný charakter vedie k samoorganizácii do micelárnych štruktúr). Akákoľvek zlúčenina s potenciálom na použitie v medicíne musí byť kompatibilná so všetkými interagujúcimi systémami (kompartmentami) v organizme. V našej práci sme sa preto zamerali na skúmanie interakcie dendrónov prvej a druhej generácie s lipozómami a exozómami, ktoré predstavujú modelové štruktúry biologických membrán. Využitím vylučovacej chromatografie podľa veľkosti sme sledovali možnú agregáciu, alebo prípadnú destabilizáciu štruktúr v prítomnosti dendrónov. V prípade vyšších koncentrácií a vyššej generácie dendrónov sme pozorovali zvýšenú agregáciu lipozómov ako aj exozómov, čo možno vysvetliť elektrostatickou povahou interakcie kladne nabitého dendrónu a záporne nabitých membránových štruktúr. Poznatky môžu byť využité na pochopenie špecifických vzťahov a vzájomného vplyvu dendrónov na skúmané biologické systémy a následnú optimalizáciu na použitie *in vivo*.

Kľúčové slová: dendróny, lipozómy, exozómy, HPLC

1 Úvod do problematiky

Dendriméry sú rozvetvené polymérne globulárne štruktúry zložené zo syntetických molekúl - dendrónov. Sú všeobecne považované za štvrtú triedu polymérov [Šutý et al., 2021; Tomalia et al., 2005]. Ich veľkosť závisí od počtu opakovaných cyklov, nazývaných generácie (G). Dendróny a dendriméry vzbudili veľký záujem pre ich potenciálne efektívny spôsob dopravovania liečiv do buniek. Molekuly liečiva môžu byť zachytené vo vnútorných dutinách polymérov alebo chemicky konjugované na ich povrchu [Tomar, 2020; Šutý et al., 2021].

Podobným spôsobom vedia zapuzdriť, resp. naviazať liečivo aj lipozómy. Lipozómy sú sférické nanočastice vytvorené pomocou fosfolipidovej dvojvrstvy. Sú zložené z amfifilných molekúl, ktoré sa na základe svojich vlastností samé usporiadajú do sférických častíc, a tým pádom dokážu obaliť a zapuzdriť vo vode rozpustené molekuly liečiva. Lipozómy majú potenciál v dopravovaní liečiv z mnohých dôvodov, vrátane ich podobnosti s bunkovou membránou (štrukturálne a zložením). Veľkou výhodou je ich biokompatibilita a biodegradovateľnosť [Torchilin, 2020; Antimisiaris et al., 2008]. Lipozomálne nanočastice ľahko difundujú cez bunkovú membránu a vo vnútri buniek dokážu enkapsulované liečivo uvoľniť. Existujú rôzne metódy používané na prípravu lipozómov, ako napr. sonikácia, odparovanie, vstrekovanie rozpúšťadla, reverzná fáza a extrúzia [Sun et al., 2006; Mansur, 2010; Tomar, 2020].

Ďalším perspektívnym prostriedkom na dopravovanie liečiv do buniek sú exozómy. Sú to extracelulárne vezikuly, ktoré sa v organizme prirodzene vyskytujú a ktorých veľkosť sa pohybuje v rozmedzí 30-150 nm. Vznikajú dvojitou invagináciou plazmatickej membrány [Kalluri et al., 2020]. Membrána exozómov teda pozostáva z lipidovej vrstvy, avšak zloženie sa od bunkovej membrány líši v relatívnom zastúpení jednotlivých lipidov. Exozómy sú obohatené o sfingomyelín, gangliozidy a nenasýtené lipidy a oproti membráne, z ktorej pochádzajú, je proporcia fosfatidylcholínu a diacylglycerolu nižšia. Štúdie uvádzajú aj zvýšený podiel cholesterolu v exozómoch oproti bunkovým membránam. V porovnaní s bunkovými membránami majú takisto zvýšený podiel fosfatidylserínu [Zaborowski et al., 2015, Yáñez-Mó, 2015, Skotland et al., 2017]. Rozdiel medzi lipozómami a exozómami spočíva v proteínoch (hlavne tetraspanínoch), ktoré sú prítomné v membráne exozómov [Antimisiaris et al., 2018].

Nabité nanočastice na báze polymérov, ako napr. dendriméry a štúdium ich interakcií s modelovými biomembránami poskytujú dôležité informácie o účinku cudzích molekúl na štruktúry lipozómov [Lombardo, 2018]. Napriek výraznému nárastu ich biologických aplikácii dokumentovaných v poslednom desaťročí stále

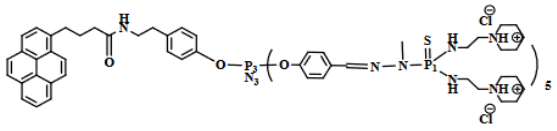
* veliskova2@uniba.sk
† milan.zvarik@fmph.uniba.sk
‡ iveta.waczulikova@fmph.uniba.sk
§ Školiteľ

zostávajú nevyriešené niektoré problémy, ktoré sú spojené najmä s možným disrupčným a degradačným účinkom pri interakcii s biologickými membránami, čo môže byť spojené s nežiaducimi cytotoxickými účinkami.

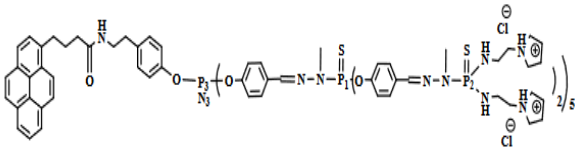
2 Materiál a metódy

Chemikálie a dendróny

Použili sme 10 mM fosfátový tlmivý roztok, pH 7,4, upravený pomocou 1M HCl alebo 1M NaOH pri teplote 25 °C. 1,2-dimyristoyl-sn-glycero-3-fosfocholín (DMPC), 1,2-dimyristoyl-sn-glycero-3-fosfo-rac-(1-glycerolu) sodná soľ (DMPG) a cholesterolové (Chol) lipidy zakúpené od Sigma Aldrich (Darmstadt, Nemecko). V tejto práci boli pripravené a študované amfifilné fosforové dendróny prvej (D1) a druhej (D2) generácie podľa práce Qiu et al (2021). Chemická štruktúra a molová hmotnosť dendrónu prvej generácie bola $C_{138}H_{224}Cl_{10}N_{34}O_7P_8S_5$, Mw = 3234,13 g/mol a chemická štruktúra druhej generácie bola $C_{268}H_{424}Cl_{20}N_{74}O_{17}P_{18}S_{15}$ s molovou hmotnosťou Mw = 6702,27 g/mol. Pri izolácii exozómov sme používali fosfátový tlmivý roztok, pH 7,4, zakúpený od Sigma Aldrich (Darmstadt, Nemecko).



Obr. 1: Štruktúra dendrónu prvej generácie D1 (prevzaté z Qiu et al., 2021)



Obr. 2: Štruktúra dendrónu druhej generácie D2 (prevzaté z Qiu et al., 2021)

Príprava lipozómov

Ako model bunkových membrán sme použili lipozómy. Na zloženie lipozómov sme použili zmes DMPG, DMPC a cholesterolu (DMPG-DMPC-Chol) v príslušných pomeroch. DMPG predstavoval množstvo 10 mol% z DMPC a Chol sa pridal v množstve 30 mol% zmesi DMPC a DMPG. Suchý lipidový film sa hydratoval 10 mM Na-fosfátovým tlmivým roztokom, pH 7,4, čím sme pripravili lipidový roztok s koncentráciou 10 mg/ml. Lipozómy sme extrudovali cez polykarbonátovú membránu s použitím miniextrudéra s vyhrievacím blokom (Avanti Polar Lipids Inc., Alabaster, AL, USA) s veľkosťou pórov 400 nm, aby sme získali unilamelárne lipozómy.

Izolácia exozómov

Exozómy sme izolovali z moču odobraného spontánnou mikciou. Na izoláciu sme použili metódu ultrafiltrácie v kombinácii s vylučovacou chromatografiou podľa veľkosti. Izolácia exozómov z moču zahŕňala trojkrokovú centrifugáciu pri postupne sa zvyšujúcich otáčkach (200 g, 2 000 g, 16 000 g) zabezpečujúcu odstránenie buniek, baktérií a proteínov. Oddelili sme supernatant od sedimentu, a následne sme do sedimentu pridali 1,3 M DL-ditiotreitolu (DTT) na odstránenie proteínu uromodulínu, ktorý je bežne fyziologicky prítomný v moči. Po nadväzujúcej 10 minútovej inkubácii sme do suspenzie pridali 10 mM roztok TRIS s 250 mM sacharózou, pH 7,6 a takúto suspenziu sme ďalej centrifugovali pri 16 680 g. Supernatant sme po tejto centrifugácii spojili so supernatantom, ktorý sme oddelili po centrifugácii 16 000 g a zmiešané supernatanty sa prefiltrovali cez filter s veľkosťou pórov 0,22 µm. Ďalší použitý filter bol 300 kDa VivaSpin a po zahustení na požadovaný objem retanátu (cca 100 µl) a odstránení mokelúl menších ako 300 kDa sme retanát nastrekli do HPLC systému. V HPLC systéme sme použili kolónu SRT SEC-300 s rozmermi 7,8 x 300 mm a veľkosťou častíc 5 µm, ktorá umožní odseparovať častice prítomné v retanáte na základe veľkosti. Exozómy ako najväčšie častice boli z kolóny vylučované ako prvé, a to pri prietoku 0,4 ml/min od 12 – 20 minúty. Odobrané frakcie sme následne zahustili cez 30 kDa filter VivaSpin.

Príprava dendrónov

Pripravený bol zásobný roztok dendrónov rozpustených vo vode Milli-Q s koncentráciou 3 mmol/l. Z tohto zásobného roztoku sme pridávali dendróny do lipozómov tak, aby ich výsledná koncentrácia bola 1 µmol/l, 5 µmol/l, 10 µmol/l, 15 µmol/l, 20 µmol/l a 50 µmol/l pri meraní koncentračnej závislosti a pri meraní časovej závislosti bola koncentrácia dendrónov 15 µmol/l v lipozómoch a koncentrácia dendrónov v exozómoch bola 2 µmol/l.

Chromatografické merania

Chromatografické merania sme uskutočnili pomocou systému vysokoúčinnej kvapalinovej chromatografie (HPLC) Prominence 20A (Shimadzu co., Japonsko), ktorý nám okrem separácie zložiek umožnil zmerať aj absorpčný signál pochádzajúci z lipozómov, exozómov a dendrónov. Na odseparovanie jednotlivých zložiek vzorky sme použili chromatografickú kolónu SRT SEC-300 (veľkosť častíc 5 µm, veľkosť pórov 300 Å, 7,8×300 mm) (Sepax Technologies, USA).

Ako mobilnú fázu sme použili 10 mM fosfátový tlmivý roztok, pH 7,4, pri prietoku 0,5 ml/min. Absorpčný detektor sme nastavili na dve vlnové dĺžky – 240 nm a 280 nm. Teplota v termostate bola udržiavaná na 37 °C, objem nastrekovanej vzorky bol 100 µl.

Na sledovanie interakcie lipozómov (c = 1 mg/ml) a exozómov s dendrónmi bola využitá HPLC podľa veľkosti s absorpčnou detekciou. Do vzoriek membránových štruktúr boli pridávané dendróny v koncentrácii 2 µmol/l pre obe generácie dendrónov (D1 a D2). Tieto vlastnosti sme merali bezprostredne po pridaní dendrónov do lipozómov, resp. exozómov a následne po inkubácii pri 37 °C v časových intervaloch 1 hod., 2 hod. a 4 hod.

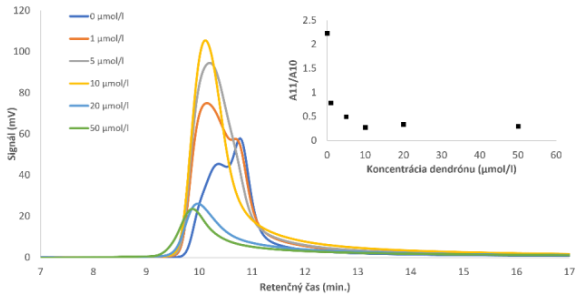
Analýza výsledkov

Na analýzu výsledkov sme použili program LCsolution, verzia 1.25, ktorý umožnil vzájomne porovnávať namerané chromatogramy. Namerané dáta sme exportovali do MS Excel, kde sme zhotovili chromatogramy. Následne sme pomocou programu R vyhotovili *contour plots* na lepšie vizuálne porovnanie výsledkov z meraní, do ktorých vstupujú dendróny prvej a druhej generácie.

3 Výsledky

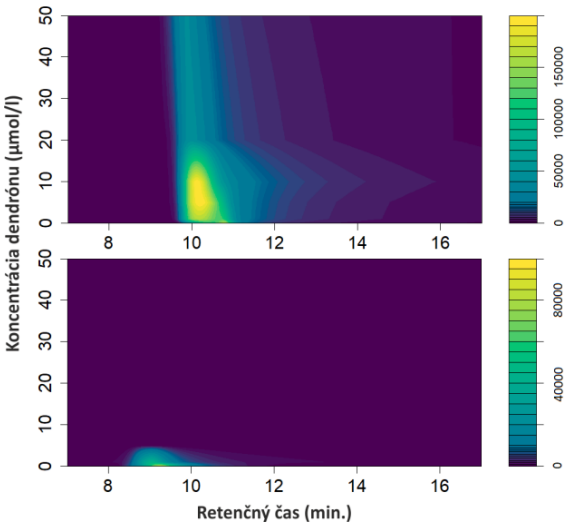
Interakciu dendrónov (D1 a D2) s membránovými štruktúrami sme vyhodnocovali z pohľadu ich zmeny veľkosti pomocou chromatografickej separácie a absorpčnej detekcie. Zmenu veľkosti membránových štruktúr sme sledovali v závislosti od pridanej koncentrácie dendrónov, ako aj dĺžky inkubácie sledovaných dendrónov s membránami.

Na obrázku 3 vidíme absorpčné chromatogramy dendrónu D1 s lipozómami z hľadiska vplyvu koncentrácie. Koncentrácia 0 µmol/l označuje samotný lipozóm bez pridaného dendrónu, ktorý má svoj hlavný vrchol v 11 minúte. Píky po pridaní dendrónu majú maximum intenzity v 10 minúte. Vidíme, že intenzita signálu sa zvyšuje do koncentrácie 10 µmol/l, potom začne signál klesať, pričom sa zároveň posúva doľava. To potvrdzuje aj vnorený graf, kde je vynesený pomer absorbancie daného píku v 11 a 10 minúte.



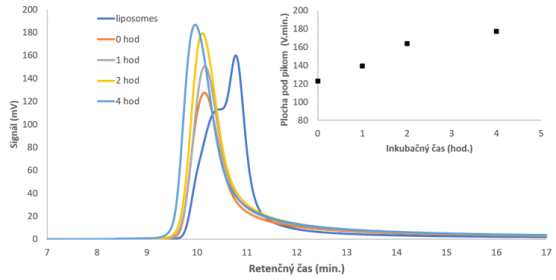
Obr. 3: Posun absorpčných chromatogramov lipozómov v závislosti od koncentrácie pridaného dendrónu. Vnorený graf ukazuje pomer absorbancie (A) pri retenčnom čase 11 a 10 minút v závislosti od koncentrácie dendrónov.

Na obrázku 4 sú pomocou obrysových grafov (*contour plots*) znázornené hodnoty absorbancie lipozómov pri rôznych koncentráciách dendrónu D1 a D2. Pri druhej generácii dendrónu (nižšie) je so zväčšujúcou sa koncentráciou absorbancia nižšia, resp. nedetegujeme žiadnu absorbanciu v porovnaní s dendrónom prvej generácie (vyššie) v rovnakom retenčnom čase. Pri generácii D2 je však signál posunutý doľava.



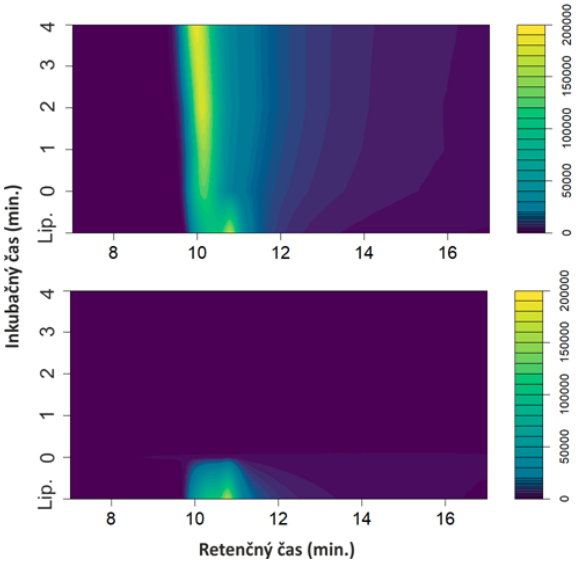
Obr. 4: Obrysové grafy absorbancie lipozómov pri rôznych koncentráciách dendrónu, hore – dendrón prvej generácie, dole – dendrón druhej generácie.

Na obrázku 5 uvádzame absorpčné chromatogramy dendrónu D1 s koncentráciou 15 µmol/l s lipozómami po inkubácii pri 37°C z hľadiska vplyvu času. S narastajúcou dobou inkubácie rastie aj signál absorbancie a plochy pod píkom, čo je znázornené aj na vnorenom grafe. Vrchol píku sa navyše posúva doľava, ku kratšiemu retenčnému času.



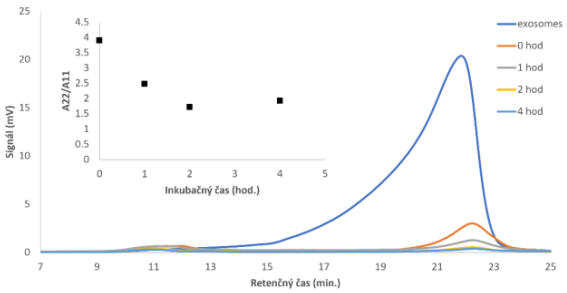
Obr. 5: Posun absorpčných chromatogramov lipozómov v závislosti od času inkubácie dendrónu s lipozómami pri 37°C. Vnorený graf ukazuje plochu pod píkom lipozómov s dendrónami v príslušnom časovom momente.

Na obrázku 6 je opäť pomocou obrysových grafov porovnaná prvá a druhá generácia dendrónu s rôznymi dĺžkami inkubácie s lipozómami. Pri dendróne D1 môžeme signál absorbancie pozorovať počas štyroch hodín inkubácie, zatiaľ čo pri dendróne D2 sme bezprostredne po pridaní dendrónu k lipozómom signál nedetegovali, a ani v nasledujúcich hodinách.



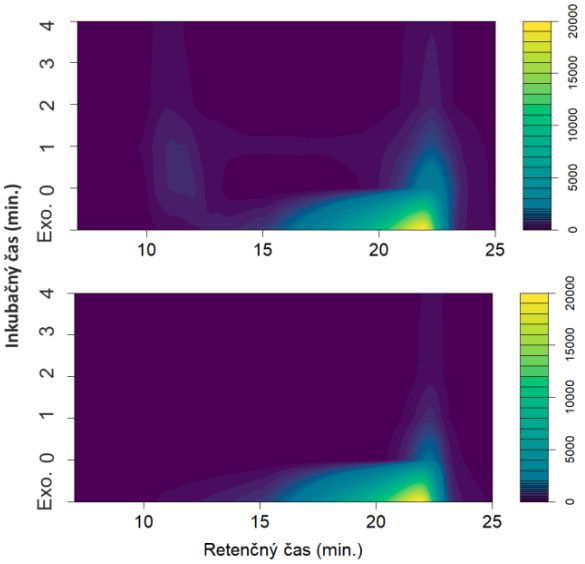
Obr. 6: Obrysové grafy absorbancie lipozómov pri rôznych inkubačných časoch dendrónu s lipozómami, hore – dendrón prvej generácie, dole – dendrón druhej generácie.

Na obrázku 7 uvádzame posun, resp. znižovanie intenzity absorbancie po pridaní dendrónu D1 s koncentráciou 2 µmol/l k exozómom. Signál pri 22 minúte s postupom času zaniká. Pomer absorbancie pri 22 a 11 minúte sa s inkubačným časom znižuje.



Obr. 7: Posun absorpčných chromatogramov exozómov v závislosti od času inkubácie dendrónu s exozómami pri 37°C. Vnorený graf ukazuje pomer absorbancie (A) pri retenčnom čase 11 a 22 minút v závislosti od dĺžky inkubácie pri 37°C.

Na obrázku 8 porovnávame obrysové grafy dendrónov D1 a D2 po inkubácii s exozómami pri 37°C v rôznych časových momentoch. Rozdiel medzi grafmi najlepšie vidno v 11 minúte, kde pri dendróne D1 pozorujeme slabý signál, ktorý sme pri dendróne D2 nezaznamenali. Ďalej aj pri 22 minúte pozorujeme pri dendróne D2 s postupom času slabší signál.



Obr. 8: Obrysové grafy absorbancie exozómov pri rôznych inkubačných časoch dendrónov s exozómami, hore – dendrón prvej generácie, dole – dendrón druhej generácie.

4 Diskusia

Štúdium dendrónov a ich interakcie s membránovými štruktúrami je dôležitou súčasťou výskumu, ktorý sa zameriava na efektívny spôsob dopravovania liečiv do buniek pomocou nanočastíc. Experimenty in vitro sú nevyhnutné pre overenie biologickej bezpečnosti nanočastíc a pozorovanie ich vplyvu na modeloch bunkovej membrány

umožňuje priblížiť sa k vyvinutiu bezpečného a účinného nosiča.

Na skúmanie vplyvu dendrónov prvej a druhej generácie (D1 a D2) sme použili ako modelové štruktúry lipozómy a exozómy izolované z moču. Sledovali sme zmenu absorpčného signálu v závislosti od zmeny koncentrácie dendrónov vo vzorke, ako aj z časového hľadiska meraním vzoriek bezprostredne po pridaní dendrónu, a následne po jednej, dvoch a štyroch hodinách inkubácie pri 37 °C. Pri generácii D1 sme po interakcii s lipozómami pozorovali zvyšovanie absorbancie s narastajúcou koncentráciou do 10 µmol/l, pri vyšších koncentráciách absorbancia klesala. Pri generácii D2 sme pozorovali podobný, ale silnejší efekt, keďže pri tejto generácii dendrónu dochádzalo k znižovaniu absorbancie už pri koncentrácii 1 µmol/l, a pri koncentrácii 5 µmol/l je absorpčný signál minimálny. Výrazne je však maximum signálu posunuté doľava smerom ku skoršiemu retenčnému času.

Interakcia dendrónov s lipozómami má zrejme elektrostatickú povahu, keďže neutrálne DPMC lipozómy s dendrónami neinteragovali, na druhej strane boli pozorované veľké agregáty pri interakcii s negatívne nabitými DMPG-DMPC-Chol lipozómami [Šutý et al., 2021; Purohit et al., 2001]. Podľa Janaszewska et al. (2019) pri skúmaní efektu dendrónov na bunkové membrány závisí cytotoxicita priamo úmerne od koncentrácie a generácie dendrónov. Interakcia medzi kladne nabitými nanočasticami a záporne nabitou membránou vedie k tvorbe nanopórov v membráne a jej poškodeniu [Janaszewska et al., 2019]. Navyše s narastajúcou koncentráciou dendrónu vo vzorke pozorujeme posun chromatogramov smerom doľava (keďže väčšie častice sú eluované skôr), takže predpokladáme možné zhlukovanie rozrušených membrán a vytváranie väčších štruktúr. Na základe práce Janaszewska et al. (2019) predpokladáme, že podobným spôsobom by bolo možné vysvetliť aj vplyv generácie na veľkosť lipozómov.

Pozorovanie vplyvu času na absorpčné vlastnosti a veľkosť dendrónov s lipozómami sme vykonávali pri koncentrácii dendrónov 15 µmol/l, pri exozómoch sme pozorovanie vykonávali pri koncentráciách 2 µmol/l a 10 µmol/l dendrónov D1 a D2. Efekt dendrónov na lipozómy je väčší s narastajúcim časom inkubácie, najmä z hľadiska veľkosti častíc - s postupom času dochádza k zvyšovaniu absorbancie a k jej posunu doľava. Posun doľava signalizuje zväčšenie molekuly, keďže väčšie častice sú eluované z kolóny skôr. Najviditeľnejšie to je na absorpčnom chromatograme dendrónu D1 v spojení s lipozómami. Pri dendróne D2 je efekt podobný ako pri koncentračnej závislosti – signál prakticky zaniká už bezprostredne po pridaní dendrónu.

Meranie signálu od exozómov s dendrónami D1 pri koncentrácii 2 µmol/l poukazuje na disrupciu exozómov, keďže signál sa v 22 minúte s postupom času zmenšuje. Tento predpoklad budeme overovať aj pomocou transmisnej elektrónovej mikroskopie. Podľa obrysových grafov by tiež bolo možné okrem disrupcie exozómov uvažovať aj ich agregáciu, prípadne spájanie sa s dendrónami a vytváranie väčších komplexov na základe pozorovaného signálu v 11 minúte. Doposiaľ sme nenašli štúdie zaoberajúce sa mechanizmom interakcie exozómov s dendrónami, keďže ide o zatiaľ nepreskúmanú oblasť potenciálneho spôsobu dopravovania liečiv do buniek.

5 Záver

Dendróny majú potenciál pri doručovaní liečiv do buniek, preto je dôležité skúmať ich vplyv na modelové štruktúry, ktorými lipozómy a exozómy izolované z telových tekutín bezpochyby sú. V našej práci sme sa venovali skúmaniu najmä absorpčných vlastností lipozómov a exozómov po pridaní dendrónov prvej a druhej generácie. Zmenu vlastností sme pozorovali v závislosti od zmeny koncentrácie pridaného dendrónu, ako aj od vplyvu času inkubácie pri 37°C. Podľa dostupnej literatúry je efekt dendrónov na lipozómy priamo úmerný ich generácii a koncentrácii. Podľa našich meraní a predchádzajúcich výsledkov však zrejme existuje koncentračná hranica, kedy by dendrón nepôsobil na modelové membrány toxicky, ale naopak by sa naväzoval na lipozómy a umožňoval by prepravu liečiv. Okrem koncentrácie by bolo nutné zvážiť čas inkubácie dendrónov s lipozómami, keďže aj čas inkubácie má vplyv na vlastnosti takéhoto komplexu. Pri interakcii s exozómami dochádzalo k postupnej strate signálu, čo poukazuje na disrupciu štruktúr. Naše pozorovania ohľadom správania exozómov s dendrónami sú však v rovine nových hypotéz, ktoré sú generované našimi zisteniami, keďže sme nenašli žiadne iné štúdie zaoberajúce sa touto tematikou.

Poďakovanie

Tento výskum bol financovaný z programu NAWA International Academic Partnership Programme EUROPARTNER, PPI/APM/2018/1/00007/U/001, Posilňovanie a šírenie medzinárodných partnerských aktivít Fakulty biológie a ochrany životného prostredia pre interdisciplinárny výskum a inovácie Univerzity v Lodži; Slovenskou agentúrou pre výskum a vývoj (APVV), projekt č. SK-BY-RD-19-0019 a SK-PL-21-0073, Kultúrno-vzdelávacou grantovou agentúrou Ministerstva školstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky (KEGA) 041UK-4/2020s.

Literatúra

[Antimisiaris et al., 2018] Antimisiaris SG, Mourtas S, Marazioti A. Exosomes and Exosome-Inspired Vesicles for Targeted Drug Delivery. Pharmaceutics. 2018; 10(4):218. https://doi.org/10.3390/pharmaceutics10040218

[Antimisiaris et al., 2008] Antimisiaris, S.G.; Kallinteri, P.; Fatouris, D.G. Chapter 13. Liposomes & Drug Delivery. In Pharmaceutical Manufacturing: Production and Processes; Cox Gad, S., Ed.; John Wiley & Sons, Inc.: New York, NY, USA, 2008; pp. 443–533.

[Purohit et al., 2001] Gaurang Purohit, Thiagarajan Sakthivel, Alexander T. Florence, Interaction of cationic partial dendrimers with charged and neutral liposomes, International Journal of Pharmaceutics, Volume 214, Issues 1–2, 2001, Pages 71-76, ISSN 0378-5173, https://doi.org/10.1016/S0378-5173(00)00635-9.

[Chen et al., 2006] Chien-Sheng Chen, Jie Yao, Richard A. Durst. Liposome encapsulation of fluorescent nanoparticles: Quantum dots and silica nanoparticles. Journal of Nanoparticle Research (2006) 8:1033–1038, DOI 10.1007/s11051-006-9142-1

[Janaszewska et al., 2019] Janaszewska A, Lazniewska J, Trzepiński P, Marcinkowska M, Klajnert-Maculewicz B. Cytotoxicity of Dendrimers. Biomolecules. 2019;9(8):330. Published 2019 Aug 1. doi:10.3390/biom9080330

[Kalluri et al., 2020] Kalluri R, LeBleu VS. The biology, function, and biomedical applications of exosomes. Science. 2020;367(6478):eaau6977. doi:10.1126/science.aau6977

[Lombardo et al., 2018] Lombardo D, Calandra P, Magaz `u S, Wanderlingh U, Barreca D, Kiselev MA, Soft nanoparticles charge expression within lipid membranes: the case of amino terminated dendrimers in bilayers vesicles, Colloids and Surfaces B: Biointerfaces (2018), https://doi.org/10.1016/j.colsurfb.2018.06.031

[Mansur, 2010] Mansur HS. Quantum dots and nanocomposites. Wiley Interdiscipl Rev Nanomed Nanobiotechnol. 2010; (2)2: 113–129p.

[Yáñez-Mó et al., 2015] María Yáñez-Mó, Pia R.-M. Siljander, Zoraida Andreu, Apolonija Bedina Zavec, Francesc E. Borràs, Edit I. Buzas, Krisztina Buzas, Enriqueta Casal, Francesco Cappello, Joana Carvalho, Eva Colás, Anabela Cordeiro-da Silva, Stefano Fais, Juan M. Falcon-Perez, Irene M. Ghobrial, Bernd Giebel, Mario Gimona, Michael Graner, Ihsan Gursel, Mayda Gursel, Niels H. H. Heegaard, An Hendrix, Peter Kierulf, Katsutoshi Kokubun, Maja Kosanovic, Veronika Kralj-Iglic, Eva-Maria Krämer-Albers, Saara Laitinen, Cecilia Lässer, Thomas Lener, Erzsébet Ligeti, Aija Linē, Georg Lipps, Alicia Llorente, Jan Lötvall, Mateja Manček-Keber, Antonio Marcilla, Maria Mittelbrunn, Irina Nazarenko, Esther N.M. Nolte-'t Hoen, Tuula A. Nyman, Lorraine O'Driscoll, Mireia Olivan, Carla Oliveira, Éva Pállinger, Hernando A. del Portillo, Jaume Reventós, Marina Rigau, Eva Rohde, Marei Sammar, Francisco Sánchez-Madrid, N. Santarém, Katharina Schallmoser, Marie Stampe Ostenfeld, Willem Stoorvogel, Roman Stukelj, Susanne G. Van der Grein, M. Helena Vasconcelos, Marca H. M. Wauben & Olivier De Wever (2015) Biological properties of extracellular vesicles and their physiological functions, Journal of Extracellular Vesicles, 4:1, 27066, DOI: 10.3402/jev.v4.27066

[Qiu et al., 2021] Qiu J., Chen L., Zhan M., Laurent R., Bignon J., Mignani S., Shi X., Caminade A.M., Majoral J.P. Facile synthesis of amphiphilic fluorescent phosphorus dendrons-based micelles as antiproliferative agents: First investigations. Bioconjug. Chem. 2021;32:339–349. doi: 10.1021/acs.bioconjchem.0c00716.

[Sun et al., 2006] Sun YP, Zhou B, Lin Y, Wang W, Fernando KA, Pathak P, Meziani MJ, Harruff BA, Wang X, Wang H, Luo PG, Yang H, Kose ME, Chen B, Veca LM, Xie SY. Quantum-sized carbon dots for bright and colorful photoluminescence. J Am Chem Soc. 2006; 128: 7756–7757p.

[Šutý et al., 2021] Suty S, Oravczova V, Garaiova Z, Subjakova V, Ionov M, Shcharbin D, Simonikova Z, Bartek P, Zvarik M, Shi X, Mignani S, Majoral J-P, Bryszewska M, Hianik T, Waczulikova I. Blood Compatibility of Amphiphilic Phosphorous Dendrons—Prospective Drug Nanocarriers. Biomedicines. 2021; 9(11):1672. https://doi.org/10.3390/biomedicines9111672

[Tomalia et al., 2005] Tomalia, D.A. Birth of a new macromolecular architecture: Dendrimers as quantized building blocks for nanoscale synthetic polymer chemistry. Prog. Polym. Sci. 2005, 30, 294–324.

[Tomar et al., 2020] Tomar, Nobel. Dendrimers as Nanocarriers in Cancer Chemotherapy. International Journal of Chemical and Molecular Engineering. 2020; 5(2): 14-32p.

[Skotland et al., 2017] Tore Skotland, Kirsten Sandvig, Alicia Llorente , Lipids in exosomes: Current knowledge and the way forward. Progress in Lipid Research, 2017., doi: 10.1016/j.plipres.2017.03.001

[Torchilin et al., 2020] Torchilin, Vladimir. Handbook of Materials for Nanomedicine. Jenny Stanford Publishing, Vol 7, 2020. ISBN 978-981-4800-92-1

[Zaborowski et al., 2015]Zaborowski M.P., Balaj L., Breakfield X. O., Lai Ch. P. Extracellular

Vesicles: Composition, Biological Relevace, and Methods of Study. BioScience. 2015. 1-15. doi:10.1093/biosci/biv084

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 94
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Isabel Králová, Zuzana Garaiová, Tibor Hianik

Kazeínové nanočastice v cielenej terapii onkologických ochorení

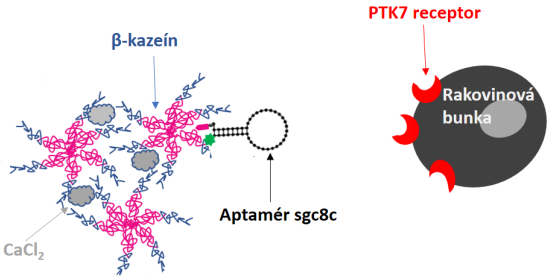
Isabel Králová[1*] Zuzana Garaiová[1†‡] Tibor Hianik[1§]

[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Kazeín je ľahko dostupná, netoxická a vysoko stabilná mliečna bielkovina. Kazeín má dobre definované hydrofóbne a hydrofilné oblasti, ktoré sa môžu vo vodných roztokoch agregovať a tvoriť stabilné micely [Madan et al., 2020]. Štruktúrne a fyzikálno-chemické vlastnosti kazeínu umožňujú jeho potenciálne použitie v systémoch na podávanie hydrofóbnych bioaktívnych látok a liečiv [Penalva et al., 2015]. Cielený transport liečiv, t.j. ich dopravenie do miesta želaného terapeutického účinku je možné vykonať modifikáciou micel s aptamérmi. Aptaméry sú krátke oligonukleotidy, ktoré na rozdiel od väčšiny ostatných funkčných nukleových kyselín viažu špecifické molekulárne ciele vďaka svojej usporiadanej trojrozmernej štruktúre [Pleiko et al., 2019]. Aptamér sgc8c je jednovláknová DNA obsahujúca 41 nukleotidov, ktorá sa špecificky viaže na proteín tyrozínkinázu 7 (PTK7), ktorý je vysoko exprimovaný v mnohých leukemických bunkách [Xiao et al., 2008].

V práci sme sa zamerali na prípravu β-kazeínových micel s aptamérmi sgc8c modifikovanými cholesteryl-TEG linkerom a fluorescenčnou značkou ATTO542. Micely sme vytvorili z β-kazeínu (2 mg/ml) v prostredí Na-fosfátového tlmivého roztoku (10 mM, pH 7) bez a v prítomnosti $CaCl_2$ (10 mM) za stáleho miešania počas 1.5 h pri teplote 25 °C a následnou filtráciou cez filter s veľkosťou pórov 0.2 μm. Prefiltrované micely sme modifikovali aptamérmi (2 μM) za stáleho mešania 2 h pri laboratórnej teplote. Micely sme charakterizovali pomocou metód dynamického rozptylu svetla a laserovej Dopplerovej velocimetrie z hľadiska veľkosti, polydisperzného indexu a zeta potenciálu. Zamerali sme sa aj na meranie fluorescenčného signálu a analýzy intenzity fluorescencie aptaméru.

Hydrodynamický priemer β-kazeínových micel bol ≈ 30 nm (bez $CaCl_2$), respektíve 110 nm (10 mM $CaCl_2$). Okrem nárastu veľkosti ovplyvnili ióny $CaCl_2$ aj hodnotu zeta potenciálu. Zeta potenciál čistých β-kazeínových micel bol -22 mV (bez $CaCl_2$), respektíve -15 mV (10 mM $CaCl_2$). Modifikácia micel aptamérom sgc8c signifikantne neovplyvnila veľkosť β-kazeínových micel. Intenzita fluorescencie aptaméra poklesla pri modifikácii micel aptamérom v prítomnosti aj v neprítomnosti $CaCl_2$.



Obr. 1: Schématická ilustrácia modifikácie β-kazeínových micel fluorescenčne značeným (ATTO542) aptamérom sgc8c s cholesteryl-TEG-linerom ako potenciálny transportný systém liečiv do rakovinových buniek s PTK7 receptormi.

Získané výsledky budú použité na optimalizáciu experimentálenho protokolu ako podklad k ďalšiemu štúdiu interakcie pripravených konjugátov s rakovinovými bunkami (Obr. 1).

Kľúčové slová: β-kazeín, aptamér sgc8c

Literatúra

[Madan et al., 2020] Madan, J., Ansari, I., Dua, K., and Awasthi, R. (2020). Formulation and in vitro evaluation of casein nanoparticles as carrier for celecoxib. *Advanced Pharmaceutical Bulletin*, 10:408–417.

[Penalva et al., 2015] Penalva, R., Esparza, I., Agüeros, M., Gonzalez-Navarro, C. J., Gonzalez-Ferrero, C., and Irache, J. M. (2015). Casein nanoparticles as carriers for the oral delivery of folic acid. *Food Hydrocolloids*.

[Pleiko et al., 2019] Pleiko, K., Kunrade, L., Parfejevs, V., Miculis, K., Vjaters, E., and Riekstina, U. (2019). Differential binding cell-selex method to identify cell-specific aptamers using high-throughput sequencing. *Scientific Reports*, 9.

[Xiao et al., 2008] Xiao, Z., Shangguan, D., Cao, Z., Fang, X., and Tan, W. (2008). Cell-specific internalization study of an aptamer from whole cell selection. *Chemistry (Weinheim an der Bergstrasse, Germany)*.

*kralova95@uniba.sk
†zuzana.garaiova@fmph.uniba.sk
‡Školiteľ
§tibor.hianik@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 95
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Robin Mentheour, Marie-Pierre Rols, Nofel Merbahi

Treatment of GUV by a combination of cold plasma activated water and pulsed electric fields as a model of antibacterial effect

Robin Mentheour[1]*, Marie-pierre Rols[2], Nofel Merbahi[3], Zdenko Machala[1†]

[1] Division of Environmental Physics, Department of Astronomy, Earth Physics and Meteorology, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2]CNRS UMR 5213, Laboratoire des Plasmas et Conversion d'Énergie, Université Toulouse III-Paul Sabatier, LAPLACE, 118 Route de Narbonne-Bât, 3R3-31062 Toulouse, France
[3]CNRS UMR 5089, Institut de Pharmacologie et de Biologie Structurale, IPBS, 205 Route de Narbonne, 31077 Toulouse, France

Keywords: atmospheric air cold plasma, pulsed electric field, giant unilamellar vesicle, antibacterial effect.

Pulsed electric field (PEF) and Plasma-activated water (PAW) demonstrated a strong antibacterial effect and common biophysical mechanism in the literature [1]. However, their coupled effect is rarely studied. The antibacterial effect of PEF treatment is usually attributed to electroporation: a strong electric field in a pole of the cell (0.4-1V) attracted the intra-cellular ions through the cell membrane and opens a hydrophilic pore. If the electric field is applied at a critical value or higher the pores diameter extends. Once the electric field drops below the critical value the small pore closes. This is the reversible electroporation during which a permeabilization of the cell membrane to ions and molecules is observed. If the pore is too big it cannot close, the membrane is damaged, and the cell dies: this is the irreversible electroporation. Reactive oxygen and nitrogen species (RONS) are observed after PEF treatment and are considered as a key parameter in the electroporation processes.[1]

Transient spark is an atmospheric air plasma discharge generated by a strong electric field between two metallic electrodes, which can be combined with electrospray of water. Antibacterial effect of the plasma and PAW is usually attributed to the RONS chemistry. [2]

PAW made by transient spark in a closed air reactor is rich in NO_2- and poor in H_2O_2, while when operated in open air, the PAW is richer in H_2O_2. NO_2- and H_2O_2 in PAW react to form peroxynitrites (ONOO-/ONOOH) which degrade into ●OH and ●NO_2 radicals. Radical are known to damage the lipids of cell membranes. Lipid peroxidation is known to fragilize the membrane in PEF treatment, too. PEF treatment combined with PAW can facilitate the RONS penetration through the cell membrane into the cell. [2]

Giant unilamellar vesicles (GUV) are simple membrane model systems composed of lipid bilayer membrane only. PEF treatment decreased the size and the density of GUV due to lipid degradation. The same effect is expected on living bacteria or human cells. Observed GUV (Fig. 1) degradation consecutive to PAW, PEF and PAW+PEF treatments indicated a potential membrane damage by lipid degradation of bacteria. We observe a strong degradation of the GUV for PAW+H_2O_2+PEF by optical microscopy. [3]

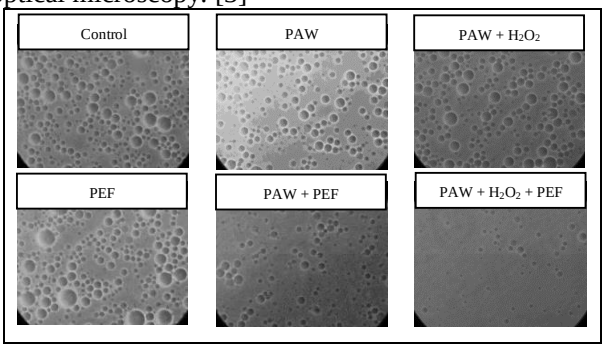


Figure 1: Optical microscope X40 of Treated GUV.

Coupled treatment showed a stronger degradation of GUV bringing to light the lipid degradation by a synergy between PEF and PAW in presence of NO_2^- and H_2O_2. This experiment showed that damages to lipids by the PAW chemistry are a key factor in the antibacterial PAW+PEF treatment.

[1] Q. Zhang, J. Zhuang, T. von Woedtke, JF. Kolb, J. Zhang, J. Fang, et KD. Weltmann, Applied Physics Letters, 105,10 (2014).
[2] Z. Machala, T. Barbora, K. Hensel, E. Spetlikova, L. Sikurova, et P. Lukes, Plasma Processes and Polymers 10 (7), 649–659 (2013).
[3] J. Chauvin, L. Gibot, E. Griseti, M. Golzio, MP. Rols, N. Merbahi, et P. Vicendo, Scientific Reports, 9,1-11 (2019)

* robin.mentheour@gmail.com
† machala@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 96
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Peter Kaňák

Satelitné merania slnečného žiarenia

Peter Kaňák [1*]
Školiteľ: Ľuboslav Okon [2]
[1] Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Odbor dištančných meraní, SHMÚ, Jeséniova 17, 833 15 Bratislava

Slnečné žiarenie je faktorom s výrazným vplyvom na počasie a klímu na danom území. Intenzita dopadajúceho slnečného žiarenia na zemský povrch sa meria na meteorologických staniciach pyranometrami. Tieto merania sú veľmi presné, ale ich nevýhodou je, že charakterizujú len žiarenie dopadajúce na danú lokalitu. Pomocou satelitných meraní vieme určiť hodnoty dopadajúceho slnečného žiarenia na celej zemeguli. Tieto údaje sú esenciálne pri prechode na obnoviteľné zdroje energie, keďže na základe týchto dát je možné efektívnejšie a pragmatickejšie pristúpiť ku výrobe energie zo zdrojov s nižším ekologickým dopadom.

Cieľom našej práce je poukázať na variáciu intenzity slnečného žiarenia dopadajúceho na územie Slovenska v jednotlivých mesiacoch a rokoch pomocou dát získaných zo série geostacionárnych družíc MSG (Meteosat Second Generation), vo forme produktu SSI – Surface Solar Irradiance, získaného z archívu organizácie EUMETSAT za obdobie rokov 2012 až 2021.

Snímkovanie Zeme je zabezpečené geostacionárnou meteorologickou družicou, ktorá obieha po geostacionárnej orbite vo výške 35 786 km nad priesečníkom rovníka a nultého poludníka. Vyhotovenie jednej snímky celého zemského disku trvá približne 12 minút a rozlíšenie takejto snímky je 3x3 km. Satelit obiehajúci Zem po tejto orbite v smere rotácie našej planéty sa pozorovateľovi na zemskom povrchu javí ako nehybný bod, čo má za následok, že takýto satelit kontinuálne snímkuje rovnaké územie (v našom prípade Európu a Afriku).

Princíp merania je založený na rotujúcom skenujúcom zariadení SEVIRI, ktoré skenuje zemský disk po jednotlivých 9 km širokých pásoch z východu na západ a postupne sa posúva z juhu na sever. Snímky sú zaznamenané na 12 spektrálnych kanáloch, v rozpätí od 0,4 – 13,4 μm. Produkt SSI je vypočítaný na základe kanálu VIS0.6, na ktorom je dobre identifikovateľná oblačnosť a aerosól v atmosfére, ktoré sú najväčším zdrojom utlmovania slnečného žiarenia prechádzajúceho atmosférou. Vyhotovená snímka sa následne v centrále organizácie EUMETSAT spracováva a na základe viacerých parametrov ako napríklad albedo rôznych typov povrchov, priepustnosť atmosféry, zenitový uhol Slnka či zenitový uhol družice, je vypočítaný produkt SSI, ktorý udáva dopadajúce slnečné žiarenie na zemský povrch vo wattoch na meter štvorcový, a to nepretržite v pravidelnom časovom kroku 15 minút.

Najvýznamnejšie závery v rámci tejto práce sú:

- Priemerný výkon dopadajúceho slnečného žiarenia na zemský povrch (za 24 hodín) dosahuje minimum v decembri a pohybuje sa okolo 50 W/m^2.
- Maximum je dosahované v júni na juhozápadnom Slovensku a má hodnoty nad 300 W/m^2.
- Väčšie rozdiely v priemernej intenzite dopadajúceho slnečného žiarenia na jednotlivé regióny Slovenska sú v letných mesiacoch, kedy rozdiel medzi lokalitami s najväčším slnečným príkonom a s najmenším, môže dosahovať až 150 W/m^2, čo je zapríčinené konvektívnou oblačnosťou vyskytujúcou sa v týchto mesiacoch nad horskými masívmi.
- Rozdiely medzi údajmi SSI a údajmi o globálnom žiarení z pyranometrov sú vo všeobecnosti menšie ako 10%. Satelitné merania tak môžu poslúžiť pri odhalení chybne nastavených pozemných meracích zariadení.
- Satelitné a pyranometrické údaje dosahujú vyššiu koreláciu na rovinatých územiach (Bratislava, Hurbanovo) v porovnaní s lokalitami s hornatým reliéfom (Orava, Podtatranská kotlina).
- Mesačné anomálie dopadajúceho slnečného žiarenia od 10-ročného priemeru 2012 až 2021 sa pohybujú v rozmedzí ±30 W/m^2 počas zimných mesiacov a v intervale ±50 W/m^2 po zvyšok roka.

Literatúra

[Huang Guanghui, et al.] *Estimating surface solar irradiance from satellites: Past, present, and future perspectives,* Remote Sensing of Environment 233 (2019)

[Tkáč Ján, Hvizdoš Marek] *Meranie intenzity slnečného žiarenia,* ELEKTROENERGETIKA, Vol.4, No.4, 2011, Technical University of Košice, ISSN 1337-6756

[Schmetz Johannes, et al.] *An introduction to Meteosat Second Generation (MSG),* American Meteorological Society, July 2002

* kanak3@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 97
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Karolína Ládiová, Šimon Šutý

Vplyv fosforových amfifilných dendrónov na reologické vlastnosti krvi

Karolína Ládiová[1]* Šimon Šutý[1†] Iveta Waczulíková[1‡§]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Nanočastice predstavujú v posledných desaťročiach intenzívne skúmanú oblasť pre ich mimoriadne vlastnosti vhodné pre potenciálne použitie v rôznych odvetviach, okrem iného aj v medicíne. Jednu skupinu nanočastíc tvoria tzv. dendróny, ktoré predstavujú vysoko rozvetvené polymérne nanočastice s dobre definovanou štruktúrou. Vďaka unikátnym fyzikálnochemickým vlastnostiam – dobrej rozpustnosti a vyššej reaktivite určenej terminálnymi skupinami – predstavujú možné potenciálne nosiče liečiv, ktoré sa môžu zabudovať na povrchové skupiny alebo do vnútornej štruktúry dendrónu. Vzhľadom na vysokú diverzitu a organizáciu zložiek ľudského tela je potrebné preskúmať ich správanie a interakcie s biologickými systémami v prvom kroku s krvou v podmienkach *in vitro*.

Kľúčové slová: dendróny, krv, reológia

1 Metodika

V našej práci sme sa zaoberali skúmaním vplyvu amfifilných fosforových dendrónov (AFD) prvej a druhej generácie pri výsledných koncentráciách 2 µmol/l a 10 µmol/l na vzorky plnej ľudskej krvi od 12 mladých zdravých dobrovoľníkov s rovnomerným zastúpením oboch pohlaví. Pomocou modulárneho kompaktného reometra MCR 102 (Anton Paar, Rakúsko) sme sledovali zmeny reologických, t.j. tokových vlastností plnej ľudskej krvi pred a po pridaní AFD pri 37°C a v rozsahu šmykových rýchlostí od 0,1 s^{-1} do 1000 s^{-1}, čím sme modelovali rozsah rýchlosti toku krvi v ľudskom tele.

2 Výsledky

Zo získaných dát sme zistili, že s narastajúcou koncentráciou a s vyššou generáciou dendrónu mierne, ale významne rastie aj viskozita krvi, čo by v *in vivo* podmienkach mohlo negatívne ovplyvniť zásobovanie tkanív krvou a živinami, kvôli sťaženej reperfúzii, ktorá by bola spôsobená vyššou viskozitou krvi. Tento efekt sme pozorovali na plnej ľudskej krvi pri oboch dendrónoch.

Z nameraných tokových kriviek sme taktiež zistili zvyšovanie šmykového napätia vo vzorkách krvi so stúpajúcou koncentráciou a generáciou dendrónu.

Naše výsledky potvrdili aj nezávislý vplyv pohlavia, a s ním spojené vyššie hodnoty hematokritu a hemoglobínu [Kar et al., 2015], na viskozitu plnej ľudskej krvi.

3 Zhrnutie

Naše výsledky z merania reologických vlastností krvi po pridaní AFD sú konzistentné s predošlými výsledkami a vytvárajú širší obraz biokompatibility AFD s biologickými systémami na rôznych úrovniach ako sú samotné krvné bunky ale aj krv ako tekuté spojivové tkanivo. Naše výsledky by sme chceli publikovať aj v niektorom z karentovaných vedeckých časopisov.

Poďakovanie

Práca je umožnená vďaka projektom APVV: SK-BY-RD-19-0019, APVV SK-PL-21-0073, KEGA: 041UK-4/2020, NAWA EUROPARTNER PPI/APM/2018/1/00007/U/001 a Grantu UK „*Vplyv dendritických nanočastíc na zrážanlivosť a tokové vlastnosti ľudskej krvi*“ (UK/437/2021)

Literatúra

[Kar et al. , 2015] Kar, S.; Dash M. and Maiti, T. K., Chakraborty, S. (2015). Effect of hematocrit on blood dynamics on a compact disc platform. In *Analyst*, 140, s. 1432-1437

* ladiova4@uniba.sk
† simon.suty@fmph.uniba.sk
‡ Iveta.waczulikova@fmph.uniba.sk
§ Školiteľ

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 98–99
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Tadeáš Šimunek

Systém absolútnej kalibrácie pre meranie svetelného znečistenia oblohy

Tadeáš Šimunek[1]*
Školiteľ: František Kundracik[1†]
[1] Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Pre súčasného človeka je svetlo neodmysliteľnou súčasťou života. Môžeme však vnímať skutočnosť, že náš svet je zahltený množstvom svietidiel osvetľujúcich noc. Umelé svetlo tak prispieva k zvyšovaniu jasu nočnej oblohy a my už veľmi zriedka vidíme Mliečnu cestu. Ide o jeden z prejavov svetelného znečistenia.

Meranie jasu nočnej oblohy sa uskutočňuje rôznymi spôsobmi. Bežne dostupným a komfortným zariadením na tento účel je DSLR fotoaparát. V našej práci sme kalibrovali fotoaparát Canon EOS 6D Mark II (Obr. 1) s fish-eye objektívom. Kalibrácia je nevyhnutná a vychádza z konštrukčných daností fotoaparátu. Jas nočnej oblohy kvantifikujeme v jednotkách cd/m^2. Zdroj s konštantným jasom vo všetkých smeroch môžeme využiť na jasovú kalibráciu fotoaparátu.

Obr. 1: Fotoaparát Canon EOS 6D Mark II.

Medzi takéto zdroje patrí napríklad výstupný port integračnej sféry. V rámci našej práce sme vyrobili integračnú sféru. Použili sme dekoračnú dutú guľu z polystyrénu. Natreli sme ju vysokoodrazným práškom s 98%-ným podielom $BaSO_4$. Do nej sme umiestnili halogénovú žiarovku, ktorej napätie bolo regulované mikropočítačom ARDUINO tak, aby dodávaný svetelný výkon bol konštantný. Tým sme zaručili homogénny jas na výstupnom porte integračnej sféry (Obr. 2). Komponenty k integračnej sfére ako rôzne držiaky, kryt pre ARDUINO a iné sme si vytlačili na 3D tlačiarni.

Luxmetrom sme odmerali osvetlenie na výstupnom porte integračnej sféry E=118lx +/- 5%. Jas L vnútorného povrchu sféry súvisí s osvetlením ako $L=E/\pi$. Potom jas má hodnotu L= 37.6 +/- 5% cd/m^2. Po odfotení fotoaparátom s fish-eye objektívom dostávame fotografiu celého polpriestoru s rovnakým jasom na všetkých miestach.

Obr.2: Jednoduchá integračná sféra

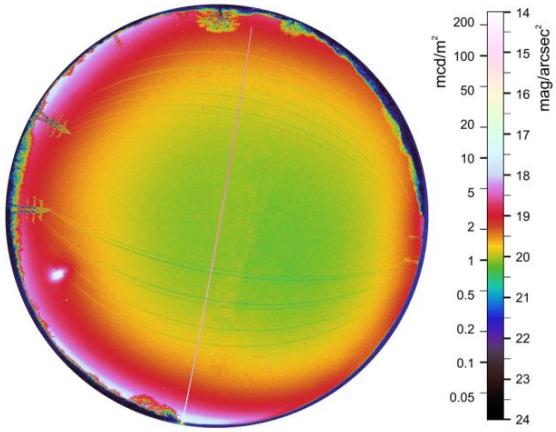
Fish-eye objektív treba nakalibrovať, kvôli napr. vinetácii, geometrickej distribúcii a citlivosti filtra. Pri vyhodnocovaní dát, sme pracovali s so zelený G filtrom, ktorého citlivosť je podobná citlivosti ľudského oka. Overili sme lineárnu závislosť signálu od expozičnej doby aj od ISO. Naším cieľom bolo určiť závislosť jasu odfoteného fotoaparátom od úrovne signálu v G rozhraní, od ISO, expozičnej doby E. Získali sme nasledovnú rovnicu:

$$L(cd/m^2)=(G/722.6)*(1600/ISO)*(1/250/E)*37.6$$

Fotografiu nočnej oblohy uložíme v RAW formáte. Program, ktorý sme vytvorili načíta fotografiu a následne podľa zistenej rovnice vypočíta jas daného pixelu. Ďalším softvérom, vieme previesť fotografiu v RAW formáte do nepravých farieb, kde môžeme vidieť absolútne hodnoty jasu vo farebnej škále (Obr.3).

V tejto práci sme nakalibrovali fotoaparát Canon EOS 6D Mark II a tak používatelia tohto fotoaparátu môžu ľahko a s presnosťou asi 10% určiť jas nočnej oblohy v danej lokalite.

* simunek9@uniba.sk
† frantisek.kundracik@fmph.uniba.sk



Obr.3 Zobrazenie hodnôt jasu nočnej oblohy v nepravých farbách

Literatúra

[Technical Guide Integrating Sphere Theory and Applications] Online: https://mmrc.caltech.edu/Cary%20UV-Vis%20Int.Sphere/Literature/labsphere%20Theory%20and%20App.pdfdeterminant.

[Andreas Hänel et al.,2018], Measuring night sky brightness: methods and challenges, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Volume 205, 2018, 278-290

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 100–106
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Daša Červeňová

Dizajn série vzdelávacích aktivít k téme naklonená rovina z pohľadu neurokonštruktivizmu

Daša Červeňová [1]*
Školiteľ: doc. RNDr. Peter Demkanin, PhD. ‡§
[1] KDMFI, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Jedným zo základných procesov vyučovania vo všeobecnosti je schopnosť žiakov učiť sa. V rámci vyučovania učitelia zámerne vytvárajú určité podnety, ktoré majú potenciál rezonovať v súbore vedomostí jednotlivých žiakov. Procesom poznávania vo všeobecnosti sa venujú kognitívne vedy, ktoré sa na Slovensku najčastejšie opierajú o konštruktivizmus. V príspevku sa venujeme najmä smeru, ktorý rozširuje záujem teórie učenia sa o poznanie procesov odohrávajúcich sa v mozgu a o vývin mozgu. Tento smer sa nazýva neurokonštruktivizmus (neuroconstructivism). Na základe súčasných výsledkov neurovied bola formulovaná teória Piatich pilierov mysle (prof. Tokuhama-Espinosa, 2019), ktorú predstavujeme v príspevku. Príklady jednotlivých pilierov prezentujeme v kontexte fyzikálnej úlohy s naklonenou rovinou. V závere uvádzame tri možné spôsoby implementácie tejto teórie do vyučovania fyziky, pričom posledná z týchto možností zasahuje aj mimo kurikula fyziky do prírodovedného vzdelávania, vzdelávania STEM, prípadne aj do celej oblasti tvorby kurikula.
Kľúčové slová: naklonená rovina, piliere mysle, konštruktivizmus, neurokonštruktivizmus, teória vyučovania fyziky.

1 Tri hlavné prúdy nazerania na procesy učenia sa

Procesom poznávania vo všeobecnosti sa venujú kognitívne vedy, ktoré sa v súčasnosti na Slovensku najčastejšie opierajú o konštruktivizmus, avšak v školskej praxi sa uplatňujú aj ďalšie prístupy. Ako uvádza Petty [Petty, 2013], v druhej polovici 20. storočia sa vyprofilovali tri hlavné prúdy nazerania na procesy učenia sa. Prvým je prístup kognitívneho konštruktivizmu založený na myšlienke, že učiaci sa konštruuje svoje vnímanie sveta, nové poznanie je konštruované z predchádzajúceho. Pravdepodobne najznámejšou súčasťou tohto prístupu je Bloomova taxonómia, pojmy povrchné a hĺbkové učenie sa, pojem miskoncepcie. [Petty, 2013]

Druhým prístupom, ktorý uvádza Petty, je prístup behavioristický, založený na myšlienke odmien, motivácie a posilnenia požadovaného správania sa učiaceho. Dôležitou myšlienkou tohto prístupu je, že učenie sa nastáva postupne a je posilňované opakovaným úspechom. Podľa tohto prístupu si pamätáme najmä to, čo zažívame často a tiež to, čo sme zažili nedávno. [Petty, 2013]

Tretím prístupom je prístup humanistický, založený na myšlienke, že učiteľ má plniť emocionálne potreby učiacich sa. Dôležitou myšlienkou tohto prístupu je, že vyučujúci majú v učiacich sa posilňovať ich vlastné sebariadenie, že učiaci sa majú brať zodpovednosť za vlastné učenie sa. Petty samostatne uvádza aj učenie sa, ktoré nie je vyvolané vyučovaním, a toto nazýva sociálne učenie sa. [Petty, 2013]

2 Od konštruktivizmu k neurokonštruktivizmu

Začiatkom 20. storočia počnúc prácami Dewyho, Montessoriovej, a Piageta boli položené základy konštruktivizmu. Konštruktivizmus znamená, že elementárne poznatky sú vyučované pred zložitejšími/komplexnejšími a to prostredníctvom hierarchie zručností, ktoré sú žiakom sprístupňované postupným odhaľovaním obsahu predmetu od elementárnych poznatkov ku komplexnejším. Oboznámením sa s týmto učebným konceptom dochádza k zlepšeniu presunu na novú etapu učenia vyššieho rádu. Konštruktivizmus vo všeobecnosti tiež ponúka vysvetlenie príčiny nedosiahnutia výchovno-vzdelávacích cieľov. Žiak nebude schopný si ľahko osvojiť nový poznatok, ktorý je založený na akejkoľvek z predpokladaných zručností uvedených v hierarchii, pokiaľ táto zručnosť nie je žiakom vhodne nadobudnutá. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.103-104] Kritici klasického kognitívneho konštruktivizmu upozorňujú, že v období jeho vzniku nebolo zrejmé, ktoré poznatky možno chápať ako elementárnejšie, a ktoré ako komplexnejšie. Taktiež upozorňujú, že tento

* cervenovadaska@gmail.com
‡ peter.demkanin@uniba.sk
§ Školiteľ

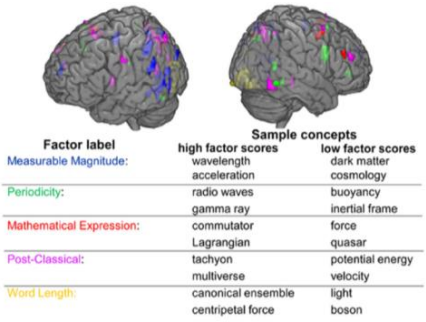
konštruktivizmus bol v súlade s cieľmi vzdelávania v tej dobe, avšak ciele vzdelávania sa prispôsobili životu v súčasnej spoločnosti. [Demkanin, Kováč, 2019], [Sawyer, 2014]

Učenie si vyžaduje upevňovanie vedomostí a zručností. Len pár vecí je možné naučiť sa v rámci jednej sekvencie (aj to iba v extrémnych, napr. život-ohrozujúcich situáciách), inak učenie sa si vyžaduje opakovanie. To, koľko opakovania je potrebného, závisí od predchádzajúcej skúsenosti s novým predmetom učenia učiaceho sa a to nepriamoúmerne. Čím viac predchádzajúcich skúsenosti má učiaci sa, tým menej je potrebné opakovanie. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.106]

Rýchlosť vybavovania si vedomostí v pamäti závisí od stavu myelínového obalu, ktorý obklopuje synapsie, ktoré urýchľujú komunikáciu, medzi neurónmi. Čím viac úloh daný poznatok zohráva v živote žiaka, tým existuje viac prepojení na tento poznatok a teda, vďaka niekoľkonásobnému opakovaniu si, si žiak tým rýchlejšie túto informáciu vybaví. Toto je v psychológií základom vývinu a rozvoja schém v mysli človeka. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.106-108]

2.1 Neurokonštruktivizmus

Relatívne nová oblasť vedy, neurokonštruktivizmus, spája hierarchický model učenia a konštruktivizmus. Neurokonštruktivizmus zdôrazňuje vzájomný vzťah medzi vývojom mozgu a kognitívnym vývojom. Neurokonštruktivizmus skúma tvorbu reprezentácií vo vyvíjajúcom sa mozgu na základe vývoja neuronálnych štruktúr, ktoré podporujú mentálne reprezentácie, ktoré sú závislé od skúseností. Výsledky z neurovied naznačujú, že neurónové spojenia sú silne ovplyvnené ich susedmi a že „neuróny sa zhlukujú do malých sietí“ v závislosti od toho, čo sa deje v ich blízkosti. Neurónové spojenia sa nevyskytujú náhodne, bez plánu alebo od akéhokoľvek neurónu k akémukoľvek druhému, ale skôr vo všeobecne predvídateľných oblastiach mozgu a s istým zámerom. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.112-113]



Obr. 1: Základné neuroscemantické reprezentácie dimenzií 20 fyzikálnych konceptov a im zodpovedajúcim umiestneniam v mozgu. [Manson, Schumacher, Just, 2021, s. 8]

V oblasti kognitívnej neurovedy vedia pomocou MRI identifikovať neurónové reprezentácie známych konceptov, a rozložiť ich do zmysluplných neurónových zložiek. Túto metódu využili Manson, Schumacher a Just na určenie neurónových reprezentácií v mozgu týkajúcich sa abstraktných konceptov v kontexte Energie a hmoty. [Manson, Schumacher, Just, 2021, s. 1]

Na základe analýzy jednotlivých pojmov, ktoré sú uvedené na obrázku 1, z hľadiska teórie piatich pilierov mysle by bolo možné odhadnúť neurónové reprezentácie jednotlivých pilierov, a ich umiestneniu v mozgu. Následne by bolo možné dizajnovať série vzdelávacích aktivít tak, aby učiteľ čo najefektívnejšie stimuloval potrebné neurónové dráhy, čím by zefektívnil učenie sa žiaka.

Autorka teórie piatich pilierov myslenia analyzovala štúdie neurovied zaoberajúce sa procesmi učenia sa v oblasti jazyka a matematiky. Na základe analýzy vyše tisíc štúdií vyslovila záver, že symbolické reprezentácie jazyka a matematiky zdieľajú veľmi podobné, a aj rovnaké neurónové dráhy. Tento záver vedie k vysloveniu predpokladu, že to isté by mohlo platiť aj pre iný zo systému pilierov.

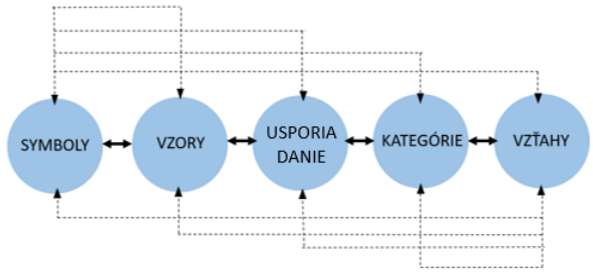
3 Teória piatich pilierov mysle

Neurovedy, psychológia mysle a sociálne aspekty vedy o vzdelávaní, všetky spolu ponúkajú zaujímavý pohľad na teórie učenia a dizajnu kurikula. Systematickým výskumom v rámci holistického, bio-psycho-sociálneho prístupu bolo identifikovaných päť pilierov mysle – symboly (symbols), vzory (patterns), usporiadanie (order), kategórie (categories) a vzťahy (relationships). Tím okolo autorky T. Tokuhama-Espinosa preštudoval okolo tisíc výsledkov štúdií neurovied zaoberajúcich sa procesmi v mozgu pri učení sa matematiky a jazyka. Všetky tieto štúdie boli schopní rozdeliť do vyššie uvedených piatich pilierov. Niektoré koncepty sa dali zaradiť len do jedného z pilierov, zatiaľ čo iné spadali aj pod viaceré súčasne. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.7]

Následne tento tím skúmal ďalších vyše dvetisíc štúdií neurovied týkajúcich sa procesov učenia. Výsledkom bol záver, že všetko, čo sa ľudia učia, je buď symbol a/alebo, vzor, a/alebo usporiadanie, a/alebo kategória, a/alebo vzťah. Autorka toto rozdelenie pomenovala ako piliere, pretože každý z nich dokáže existovať sám o sebe, avšak spolu tvoria vyššiu štruktúru, v tomto prípade učenie sa. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.8]

Obr. 2: Piliere a „podpiliere“. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.9]

Piliere sú vzájomne závislé, ale nemusia byť nevyhnutne regulované nejakou hierarchiou. Napríklad kategórie závisia od vzorov, vzory sa naopak opierajú o symboly; usporiadanosť závisí od vzťahov a pod. Žiadny z pilierov však nemôže postupovať a napredovať jeden po druhom. Piliere nie vždy existujú spolu, avšak keď áno, navzájom sa dopĺňajú. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.20]



Obr. 3: Vzájomná interakcia pilierov. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s.21]

Významným poznatkom neurovied je fakt, že učenie sa neprebieha v izolovaných miestach v mozgu, ani na základe jedného typu skúsenosti, ale skôr prostredníctvom série prepojení získaných z rôznych okamihov, ktoré prepájajú oblasti a nervové siete (networks), čím vytvárajú potenciál pre učenie. Zaujímavý záver vyvodený z tejto novej informácie je, že učiteľ je schopný zlepšiť výsledky učenia sa žiakov, tým, že využíva lepšie porozumenie nervovým sieťam, a taktiež využitím metód, ktoré ich vhodným spôsobom stimulujú. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 1-2] Predpokladáme, že vedomosti o spôsoboch uvažovania štruktúrované do piatich pilierov môžu prispieť k chápaniu procesov prebiehajúcich počas učenia a vyučovania a následne môžu prispieť k úpravám metód vyučovania i metód učenia sa.

V krátkosti si priblížime jednotlivé piliere a následne naznačíme možné spôsoby ich aplikovania v kontexte jednej fyzikálnej úlohy zo stredoškolskej mechaniky.

3.1 Symboly

Symboly sú znaky, ktoré nahrádzajú používané reprezentácie a označujú významy, funkcie, procesy, pocity alebo objekty, vrátane slov. Pod pilier symboly sa radia:

1. formy - konfigurácie, ktoré reprezentujú vonkajší vzhľad objektu a môžu byť použité na vytvorenie tvarov;
2. tvary - základné tvary môžu byť navzájom kombinované, čím vytvoria zložitejšie formy, význam závisí nie od jednotlivých použitých tvarov, ale od ich spoločnej reprezentácie;
3. reprezentácie - môžu byť obrázok, či model, vyzdvihujúce podobnosť s inou vecou. Reprezentáciami môžu byť tiež zobrazenia alebo vzory používané na sprostredkovanie zmyslovému vnímaniu.

[Tokuhama-Espinosa, 2019, s.28-39]

3.2 Vzory

Vzory sú modely, opakujúce sa návrhy, alebo organizačné postupy, ktoré sa používajú na smerovanie ľudí pri dokončovaní úlohy, ako sú pracovné postupy, školské rozvrhy, vzorce dobrého (zlého) správania a iné rutiny. Pod pilier vzory sa radia:

1. konfigurácie - vzory, pod ktorými chápeme usporiadania prvkov do špecifických klastrov;
2. série - série sú ďalším typom vzorov, ktoré vytvárajú očakávania, keď nastane prerušenie zvyčajnej série, vzniká nesúlad a systém pozornosti mozgu je upozornený;
4. pravidlá – gramatické pravidlá, matematické vzorce vyjadrujú kvantitatívne pravidlá a predstavujú vzorce postupov;
5. pravidelnosť – naznačuje konzistentné opakovanie, akým sú vzorce udalostí, v ktorých sa určité akcie zvyčajne vyskytujú po iných akciách opakovaným a predpísaným spôsobom, okrem iného sa tu radia mentálne schémy.

[Tokuhama-Espinosa, 2019, s.46-55]

3.3 Usporiadanie

Usporiadanie predstavuje organizáciu alebo usporiadanie vecí alebo ľudí vo vzájomnom vzťahu na základe špecifického usporiadania, metódy, smeru alebo štruktúry. Pod pilier usporiadanie sa radia:

1. postupnosť - konkrétne vyjadrenie poradia v objektoch, udalostiach alebo pohyboch za určitým účelom, je to súvislá alebo pospájaná séria;
2. cyklus - je podobný sekvencii, s tým rozdielom, že sa cyklicky opakuje;
3. účel – predstavuje zámer konania ľudí;
4. štruktúry - sú usporiadania navrhnuté podľa jasného plánu (poradia), ktoré často poskytujú organizačný koncept;

5. organizácia – predstavuje usporiadanie krokov k jasnému záveru a môže ponúknuť hierarchiu;
6. myslenie v rámci systémov.

[Tokuhama-Espinosa, 2019, s.60-66]

3.4 Kategórie

Kategórie sú rozdelenia a klasifikácie vecí, ktoré zdieľajú určité kvality. Kategórie sa vytvárajú na základe kvalít a ekvivalencií predmetov, ľudí, miest, časov, žánrov, formátu, štýlu, typov, konceptov alebo schém, ktoré sú určené vlastnosťami alebo vzhľadom, ktoré vyjadrujú podobnosť vecí. Pod tento pilier sa radia:

1. vlastnosti - individuálne mentálne schémy sú osobné spôsoby, ktorými myseľ každého človeka kategorizuje zážitky, čo znamená, že nie každý bude zoskupovať rovnaké predmety rovnakým spôsobom;
2. ekvivalencie - ak sú dve veci ekvivalentné, sú paralelné, zhodujú sa, vykazujú vysoký stupeň podobnosti alebo sa môžu používať synonymne;
3. klasifikácie – je zoskupenie založené na spoločných vlastnostiach, ktoré sa vo vede často používajú na triedenie tvorov v živočíšnej ríši, rastlinných druhov a mikroorganizmov do taxonómií.

[Tokuhama-Espinosa, 2019, s.72-78]

3.5 Vzťahy

Vzťah je spôsob, akým sú dva alebo viac predmetov, ľudí alebo konceptov prepojené, ako spolu súvisia, alebo je to tiež stav, ktorým sú dve alebo viac vecí prepojené. Vzťahy môžu zahŕňať aj závislosti, podobnosti a afinity medzi pojmami alebo ľuďmi, ktoré môžu byť často vzájomne závislé. Pod tento pilier sa radia:

1. pomer – je podiel alebo časť vysvetlená vo vzťahu k celku;
2. korešpondencia identifikuje podobnosti, ekvivalencie a súvislosti medzi pojmami;
3. veľkosť – je rozmer alebo rozsah niečoho;
4. miera - sa používa na určenie veľkosti, stupňa, množstva alebo kvantity niečoho pomocou nástroja so stupnicou;
5. aproximácia – je stav vyjadrujúci ako blízko je určitá premenná od niečoho iného;
6. odhady - sú dobré tipy a hrubé výpočty založené na skúsenostiach;
7. množstvo – je číslo používané na identifikáciu veľkosti objektu a vždy sa určuje vzhľadom na mierku;
8. kontext – je formovaný sociálnymi a emocionálnymi konštruktmi a ovplyvňuje všetky ľudské interakcie.

[Tokuhama-Espinosa, 2019, s.86-96]

4 Identifikovanie pilierov mysle v kontext naklonenej roviny

Fyzikálna úloha s Atwoodovým pádostrojom predstavuje štandardnú úlohu pre žiakov pripravujúcich sa na maturitu z fyziky. Je možné nájsť ju aj v učebniciach pre 5. ročník osemročných gymnázií. [Koubek, Lapitková, Demkanin, 2009, s.74-75] Nasledujúca úloha predstavuje rozšírenie úloh súvisiacich s Atwoodovým pádostrojom (Atwood machine).

Zadanie: „Kladka s veľmi malou hmotnosťou je pripevnená na vrchole naklonenej roviny, ktorá zviera s vodorovným smerom uhol 30°. Cez kladku prechádza vlákno, na ktorého koncoch sú pripevnené dve telesá, každé s hmotnosťou 0,5 kg.

1. Určte veľkosť zrýchlenia sústavy a veľkosť ťažnej sily vo vlákne, ak trenie a ďalšie odpory proti pohybu zanedbávame.
2. Aké budú výsledky úlohy v prípade, ak proti pohybu telesa po naklonenej rovine bude pôsobiť celková odporová sila s veľkosťou 0,5N?“

[Tomanová, 1995, s. 48]

Zo zadania sme vybrali nasledujúce pojmy, ktoré považujeme za relevantné v súvislosti s riešením tejto úlohy: pojem „naklonená rovina“, „zviera uhol“, „zrýchlenie sústavy“, „odporová sila“, „kladka“, „s veľmi malou hmotnosťou“ a „ťažná sila vlákna“.

Všetky uvedené pojmy sa dajú zaradiť aspoň do jedného z piatich pilierov mysle. Pojem kladka môžeme chápať ako usporiadanie. Lano sa cez kladku posúva rotačným pohybom kladky. Rotačný pohyb je určitým vyjadrením cyklu, cyklicky sa opakujúci princíp. Pod pilierom usporiadanie okrem iného chápeme tiež cykly.

Kladku tiež môžeme chápať ako vzor, pretože kladka vyjadruje určitý druh pravidelnosti. Pri riešení úloh s kladkami sa vyskytuje pravidelnosť vo forme mentálnych schém, teda toho, ako žiak pri takejto úlohe rozmýšľa a postupuje.

Kladka sa vo všeobecnosti spája so zmenou smeru pôsobiacej sily, jej využitie je známe ako jednoduchý stroj. Existuje mnoho rôznych úloh, v ktorých vystupuje kladka, a ktoré vyžadujú dopočítať rôzne veličiny. Žiak teda pri riešení danej úlohy môže postupovať rôznymi spôsobmi, väčšinou tým spôsobom, ktorý mu je blízky, čo v reči neurokonštruktivizmu znamená, že žiak volí pravidelne taký postup, ktorý sa mu pri danom príklade spája s najväčším počtom predchádzajúcich skúseností. Takto môže učiteľ rôzne riešenia úloh kategorizovať na základe rôznorodosti prepojení, ktoré si žiak v rámci predchádzajúcich skúseností vytvoril. Riešenie úlohy preto z pohľadu učiteľa môže spadať

pod pilier kategórie. Následne na základe kategórie riešenia úlohy žiakom vie učiteľ analyzovať prevládajúce predchádzajúce skúsenosti či pozorovať opakujúce sa vzory riešenia. Piliere tak ponúkajú organizujúci princíp nielen pre učenie sa žiaka, ale aj pre prácu učiteľa.

Pojem „veľmi malá hmotnosť“ môžeme zaradiť do pilieru vzťahy. Tento pojem vyjadruje mieru, respektíve veľkosť fyzikálnej veličiny hmotnosť. Od žiaka sa očakáva správny odhad toho, aká hmotnosť je veľmi malá. Podobne môžeme pod pilier vzťahy radiť pojem „teleso s hmotnosťou“, respektíve hmotnosť, ktorá je charakteristikou daného telesa.

Pojem naklonená rovina predstavuje komplexnejší problém v súvislosti so zaradením pod piliere mysle. Naklonenú rovinu môžeme brať ako symbol, pretože symbolizuje reálne situácie, napríklad lyžiarsky svah, rampu na naloženie nákladu, alebo obyčajný kopec. Zároveň však naklonenú rovinu môžeme vnímať ako reálny objekt, ktorý vo fyzikálnych úlohách symbolizujeme pravouhlým trojuholníkom. Pravouhlý trojuholník je charakteristický veľkosťou svojho najväčšieho vnútorného uhla, a teda deväťdesiat stupňovým uhlom. Pravý uhol preto predstavuje pilier kategórie. Pod uhlom, ktorý zoviera naklonená rovina s vodorovným smerom chápeme sklon naklonenej roviny. Tento uhol je jednou z charakteristík naklonenej roviny, hovoríme o pilieri kategórie.

V dynamických úlohách s naklonenou rovinou sa od žiaka zvyčajne očakáva vypočítať zrýchlenie sústavy. Zrýchlenie sústavy ako číselný údaj, respektíve výsledok fyzikálnej úlohy môžeme zaradiť pod pilier vzťahy, pretože je to veľkosť fyzikálnej veličiny – zrýchlenia. Zároveň pojem „zrýchlenie sústavy“ môžeme chápať ako vlastnosť danej sústavy, a teda ju môžeme zaradiť pod pilier kategórie.

Odporová sila a ťažná sila lana sú odlišné druhy interakcií. Jedným z charakteristických postupov pri riešení úloh s naklonenou rovinou je rozklad síl na zložky. Tento úkon predstavuje určitý postup, teda rozklad síl na zložky z tohto hľadiska môžeme radiť pod pilier vzory. Dané zložky síl sa zvyknú následne triediť na tie, ktoré pôsobia v smere pohybu telesa, tie, ktoré pôsobia proti smeru pohybu telesa a tie, ktoré sa vzájomne vykompenzujú. Takéto triedenie môžeme považovať za kategorizovanie síl, a teda rozklad síl na zložky môžeme radiť pod pilier kategórie.

To, pod aký pilier spadá daný pojem je subjektívno-objektívna záležitosť. Pre každý pilier je charakteristické niečo iné a vo východiskách presne definované, avšak piliere zohľadňujú individualitu učiaceho sa a kontext, v rámci ktorého sa učiaci s daným pojmom stretáva. Zaradenie jednotlivých pojmov k pilierom u jednotlivca súvisí s neuroplasticitou mozgu. Pre učiteľa je však prínosné byť schopný identifikovať možné piliere, do ktorých si žiak tento pojem môže zaradiť.

5 Možnosti využitia teórie piatich pilierov mysle vo vyučovaní

V predchádzajúcej časti sme ukázali, ako možno aplikovať jednotlivé piliere pri riešení fyzikálnej úlohy. Aplikovaním jednotlivých pilierov pri riešení úlohy tiež tieto piliere rozvíjame, rozvíjame schopnosť žiaka používať ich v jednotlivých kontextoch. Príklad rozvíjania pilierov v kontextoch spojených s lomom svetla je analyzovaný v článku [Demkanin, Novotná, Sukeľová, 2022]. Môžeme si položiť otázku, či v kontexte spojenom s lomom svetla a v kontexte spojenom s naklonenou rovinou rozvíjame rovnaké spôsoby uvažovania, myslenia. Neurokonštruktivizmus hovorí, že to možné je.

Piliere majú potenciál zefektívniť učenie tým, že zmenšia úsilie, ktoré je potrebné vynaložiť, a zároveň zatraktívnia učenie pridaním nového rozmeru ku všetkým témam. Aplikovaním piatich pilierov do existujúcich štúdií je možné zmapovať ľudské učenie v širšom rozsahu, ktorý predstavujú tradičné školské predmety, ako aj zvážiť ich prieniky, čím sa zníži potreba ďalšieho času na vyučovanie v týchto oblastiach. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 101]

Prekrývanie sietí je zaujímavou oblasťou výskumu súvisiaceho s „ekonomikou organizácie neurónových sietí“. Stanislav Dehaene zistil, že mnohé z neurónových mechanizmov potrebných na čítanie sú podobné neurónovým mechanizmom potrebným na matematické zručnosti. Autorka tvrdí, že tieto prekrývajúce sa oblasti poskytujú skvelý prehľad o tom, ako by sme mali skutočne učiť, teda zdôrazňovaním podobností medzi jazykom a matematikou, a nie ich oddeľovaním a zdôrazňovaním rozdielov, ako sa to dnes bežne vyskytuje v školskej praxi. Takýto prístup by viedol k efektívnejšiemu využívaniu vyučovacieho času, a súčasne by stimuloval viaceré tematické siete v mozgu. Skutočnosť, že symbolické reprezentácie sa v mozgu prekrývajú, vedie k vysloveniu predpokladu, že to isté by mohlo platiť aj pre iný zo systému pilierov. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 101-102]

Autorka uvádza tri možné aplikácie tejto teórie do súčasnej podoby kurikula (Tabuľka 1). Zároveň uvádza, že napriek množstvu štúdií, ktoré konceptuálne podporujú teóriu piatich pilierov mysle, doposiaľ nebolo možné tieto aplikácie

otestovať, nakoľko je táto teória pomerne nová. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 120]

V prvej možnosti piliere predstavujú zmenu metodiky a zmýšľania. Učitelia len pridávajú zmienku o pilieroch počas toho, ako učia. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 126]

Vo variante B by učitelia aplikovali kurikulum hierarchie pilierov súbežne s bežným kurikulom podľa predmetu, to znamená, že by piliere boli neurokonštruktivisticky spracované a zaradené do bežného kurikula. Na tomto mieste dodávame, že podobný prístup je v súčasnosti aplikovaný do série učebníc MYP by Concept vydavateľstva Hodder Education, napríklad [Morris, 2015].

Tri spôsoby aplikácie teórie piatich pilierov mysle v školách		
Možnosť A: Predmetovo – orientované kurikulum	*Možnosť B: Kurikulum orientované na „zvládacie učebné stratégie“*	*Možnosť C: Pilierovo orientované kurikulum*
Nízka úroveň zmien: Piliere ako metodológia	Stredná úroveň zmien: Piliere ako „zvládacie učebné stratégie“	Vysoká úroveň zmien: Piliere ako kurikulum

Tabuľka 1: Možnosti aplikácie piatich pilierov. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 120]

Posledný variant využíva piliere namiesto súčasnej štruktúry kurikula, to znamená, že kurikulum je mapované podľa piliera a nie podľa predmetu. V tomto návrhu by všetky doménové oblasti tradičných predmetov (matematika, jazyk, prírodné vedy, umenie, informatika, telesná výchova, dejepis, spoločenské vedy atď.) boli neurokonštruktivisticky definované individuálne v hierarchickej forme podľa pilierov. Po definovaní všetkých doménových oblastí by sa prekryli jedna cez druhú.

Nižšie varianty tohto prístupu s reálnejšími možnosťami zavedenia do praxe súvisia so súčasnými snahami vzájomne prepájať vzdelávanie v rámci prírodovedných predmetov (vzdelávacia oblasť Človek a príroda), prípadne v oblasti STEM vzdelávania. Plná verzia tohto prístupu sa pravdepodobne bude podobať súčasnému prístupu MYP IB.

5.1 Využitie teórie Piatich pilierov mysle v školskej praxi

V tejto podkapitole uvádzame metódy bežne používané vo vyučovaní, ktoré sa z pohľadu súčasných vied o učení považujú za efektívne. Zároveň opisujeme poznatky z neurovied, ktoré objasňujú účinnosť jednotlivých metód.

Neurónové siete privedú vnímaný stimul do mozgu s prvou zástavkou v pamäťových centrách, kde sú nové informácie porovnávané s tým, čo už vieme. Každý nový poznatok teda prechádza cez filter predchádzajúcich skúseností. Zavedenie každého nového obsahu by malo byť vždy vykonané v známom referenčnom rámci. Pokiaľ nie sú dostupné priame prepojenia na minulé poznatky, kľúčové je použitie analógií, pričom platí: učenie je tým viac uľahčené, čím viac sa zhoduje s analógiou. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 17]. Zaujímavou teóriou snažiacou sa podrobne popísať prácu mysle s poznatkami je teória Knowledge-in-Pieces A. di Sessu [diSessa, 2019], Rozvoj neurokonštruk-tivizmu upevnil význam metódy vyučovania skefolding, ktorý sa vyznačuje reagovaním učiteľa (tútora) na aktuálne reakcie učiaceho sa, postupným utlmovaním podpory v rozvoji pojmu alebo spôsobilosti (v danom kontexte) a postupným prenosom zodpovednosti súvisiacej s daným pojmom alebo spôsobilosťou v danom kontexte na učiaceho sa. [Demkanin, 2022], [Demkanin, Novotná, 2021] Zaujímavá a perspektívna metóda rozvoja externalizácie procesov myslenia, metóda tiché video, je dostupná napríklad v článku [Velmovská, Gorčáková 2022].

Byť schopný spojiť vedomosti z predchádzajúcich skúseností je základným aspektom učenia sa nových vecí a dôležitým prvkom pri rozvíjaní myslenia. Analógie sú jedny z najlepších spôsobov ako sa naučiť niečo nové, pokiaľ nemáme žiadny poznatok, či predchádzajúce skúsenosti na to, aby sme novej informácií porozumeli. Myslenie v kontexte pilierov predstavuje analogické myslenie. [Tokuhama-Espinosa, 2019, s. 18]

Poďakovanie

Touto cestou by som sa chcela poďakovať doc. RNDr. Petrovi Demkaninovi, PhD. za odborné rady, ochotu, pomoc a usmernenia, ktoré mi poskytol pri tvorbe tohto príspevku na ŠVK.

Práca súvisí s riešením projektu KEGA 013UK-4-2021 Metodické materiály zamerané na systematický rozvoj kritického myslenia.

Literatúra

[Demkanin, 2022] Demkanin, P. (2022) Some issues we learned during distance education in scaffolding within pre/service physics teachers' training. AIP Conference Proceedings 2458, 030005 (2022); DOI:10.1063/5.0078273

[Demkanin, Novotná, Sukeľová, 2022] Demkanin, P., Novotná S., Sukeľová, T. (2022) Strategies and challenges of physics curriculum – refraction of light as an example of brain-friendly curriculum design. INTED2022. DOI: 10.21125/inted.2022.0386

[Demkanin, Novotná, 2021] Demkanin, P., Novotná S. (2021) Selected aspects of tutoring and scaffolding pre-service physics teachers. INTED2021, DOI: 10.21125/inted.2021.1814

[Demkanin, Kováč, 2019] Demkanin, P., Kováč, M. (2019) Effective individual work of pupils within physics education in the light of the learning sciences. AIP Conference Proceedings 2152, 020002 (2019); DOI: 10.1063/1.5124742

[diSessa, 2019] diSessa, A. (2019) A Friendly Introduction to "Knowledge in Pieces": Modeling Types of Knowledge and Their Roles in Learning. In: G. Kaiser et al. (eds.), Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education, ICME-13 Monographs, https://doi.org/10.1007/978-3-319-72170-5_5

[Manson, Schumacher, Just] Manson, R. A., Schumacher, R. A., Just, M. A. (2021) The neuroscience of advanced scientific concepts. npj Sci. Learn. 6, 29. DOI: 10.1038/s41539-021-00107-6

[Morris, 2015] Morris, P. (2015) Physics. Hodder Education ISBN 9781471839337

[Petty, 2013] Petty, G. (2013) *Moderní vyučovaní.* Praha: Portál, 2013. 358 s. ISBN: 978-8-026-2-0367-4.

[Sawyer 2014] Sawyer, (2014) The Cambridge handbook of the learning sciences. Cambridge University Press. ISBN 978-1-107-03325-2

[Tokuhama - Espinosa, 2019] Tokuhama - Espinosa, T. (2019). Five Pillars of the Mind. New York: W. W. Norton & Company Ltd., 2019. 212 s. ISBN: 978-0-393-71321-3.

[Tomanová a kol., 1995] Tomanová, E. a kol. (1995) Zbierka úloh z fyziky pre gymnáziá, I. časť. Bratislava: SPN, 1995. 254 s. ISBN: 80-08-00590-4.

[Velmovská, Gorčáková, 2022] Velmovská, K., Gorčáková, S. (2022) Oral Examinations of the Student During Distance Physics Education. AIP Conference Proceedings 2458, 030036 (2022); DOI: 10.1063/5.0078421

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 107–114
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Katarína Jirku

Aktivity z fyziky pre tanečné konzervatóriá

Katarína Jirku[1]*
[1] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Príspevok sa zaoberá spôsobom vyučovania fyziky na odborných školách, zameraných na tanec. Na tanečných konzervatóriách je fyzika povinný predmet počas prvých štyroch rokov z celkovo ôsmych rokov štúdia. Cieľom bolo vytvoriť pracovné listy s aktivitami na prepojenie fyziky a tanca. Prvú časť príspevku tvorí analýza štátneho vzdelávacieho programu, na základe ktorej boli zvolené témy pracovných listov. Hlavnú časť tvorí implementácia vytvorených aktivít do vyučovania. V rámci výskumu vývojom budeme pracovné listy postupne skvalitňovať.
Kľúčové slová: tanečné konzervatórium, aktivity z fyziky, pojem sila.

1 Úvod

V tomto článku nadviažeme na výsledky bakalárskej práce autorky s názvom „Výučba vybraných častí fyziky na tanečných konzervatóriách“ (Jirku, 2021). Hlavnou časťou bakalárskej práce bola tvorba pracovných listov z tém: pojem sila, účinky síl a skladanie síl, ťažisko a stabilita, pohyb a rotačný pohyb. K uvedeným témam boli vytvorené aj metodické listy pre učiteľa a učiteľské listy.

Našou ideou bolo využiť koncept kontextuálneho vyučovania pri výučbe fyziky v tanečnom prostredí. Chceme žiakom vysvetliť fyzikálne zákony a pojmy prostredníctvom tanečných pozícií a pohybov. Zatraktívniť pre nich samotné vyučovanie fyziky a v neposlednom rade, aby vedeli správne pomenovať fyzikálne javy. Zároveň chceme, aby vedeli fyziku vo svojej profesii využívať. Aby pri výkone ich povolania bola pre nich prínosom.

Pracovné listy obsahujú rôzne aktivity, úlohy, pokusy, ale aj doplňujúce otázky, zábavné úlohy a otázky na zamyslenie.

Vybrané zadania z pracovných listov zadáme priamo žiakom tanečného konzervatória. Na základe ich reakcií budeme posudzovať kvalitu pracovných listov a následne ich vylepšovať.

2 Tanečné konzervatórium

Tanečné konzervatórium je stredná odborná škola so zameraním na tanec. Existujú štvorročné konzervatóriá, aj osemročné (Sieť škôl a školských zariadení, stredísk praktického vyučovania a pracovísk praktického vyučovania Slovenskej republiky, 2020, s. 24). Fyzika je povinný predmet iba pre prvé štyri ročníky osemročného konzervatória (ŠPÚ, ISCED5b, 2008, s. 62). Osemročné konzervatóriá sú v súčasnosti na Slovensku tri.

Obr. 1: Záber z tréningu klasického tanca.

Na takejto odbornej škole sa stretneme najmä s odbornými predmetmi, ako sú klasický tanec, ľudový tanec, moderný tanec, ale aj tanečná gymnastika, charakterový tanec, koncertno-scénická prax, maskovanie, tanec s partnerom a ďalšie. Keďže tanečná terminológia sa uvádza vo francúzštine, povinným predmetom je francúzsky jazyk. Vo vzdelávacej oblasti človek a príroda sa žiaci stretnú s predmetmi fyzika, chémia, biológia, ktoré sú po štyroch rokoch nahradené predmetom anatómia a fyziológia. Úlohou vzdelávacej oblasti človek a príroda je naučiť žiakov používať vlastný pohybový aparát tak, aby jeho zaťažovanie pravidelným tréningom a umeleckým výkonom nespôsobilo zdravotné problémy, pričom vychádza z individuálnych anatomických a fyziologických dispozícií (ŠPÚ, ISCED5b, 2008, s. 68).

Hlavnými cieľmi vzdelávania na tanečnom konzervatóriu sú rozvinuté absolventove schopnosti, znalosti a hodnotové postoje tak, aby bol absolvent pripravený na profesionálnu tanečnú

* jirku5@uniba.sk

a pedagogicko-umeleckú prácu a aby získal nevyhnutný vzdelanostný základ pre pokračovacie vzdelávanie a pre svoj osobný a sociálny rozvoj (ŠPÚ, ISCED5b, 2008, s. 58).

Žiak ukončuje svoje štúdium maturitnou skúškou a absolventskou skúškou, po ktorej dostane titul DiS.art. – diplomovaný umelec. Obe tieto skúšky sa vykonávajú v ôsmom ročníku a žiak tým ukončí prvý stupeň terciálneho vzdelania. Po ukončení štúdia majú absolventi možnosť uplatniť sa v popredných tanečných súboroch u nás aj v zahraničí. Tiež môžu pokračovať vo svojom štúdiu na VŠMU, ale aj na iných vysokých školách humanitného zamerania.

3 Štátny vzdelávací program

Štátny vzdelávací program (ŠVP) je oficiálny dokument schválený Ministerstvom školstva, vedy, výskumu a športu. Podľa neho si každá škola stanovuje školský vzdelávací program, ktorý musí spĺňať výkonnostný štandard určený ŠVP. Učiteľ sám určuje, ktorým témam sa bude venovať dlhšie a ktorým kratšie. Môže do vzdelávacieho plánu pridať aj nové témy, za predpokladu, že je výkonnostný štandard splnený. Okrem toho existuje aj rámcový učebný plán, ktorý určuje týždennú dotáciu hodín daného predmetu pre jednotlivé ročníky.

Osemročné tanečné konzervatóriá sa riadia štandardným ŠVP pre základné školy, pričom týždennú dotáciu hodín majú mierne okresanú. Nás bude zaujímať predovšetkým ôsmy ročník ZŠ (tretí ročník osemročného konzervatória), v ktorom sa žiaci venujú témam sila, pohyb, práca a energia. Na druhom stupni základnej školy a na osemročných gymnáziách je pre tento ročník určená dotácia dve hodiny za týždeň. Na osemročnom konzervatóriu je to iba jedna hodina za týždeň. Napriek tomu by žiaci konzervatória mali prejsť všetkými témami určenými ŠVP.

Na osemročných konzervatóriách sa na prírodovedné predmety nekladie veľký dôraz. Majú ich iba prvé štyri ročníky. Samotní učitelia nevidia dôležitosť týchto predmetov v tanečnom odbore. Tak isto riaditelia sú často absolventmi VŠMÚ, a generálnej skúške večerného predstavenia radšej obetujú hodinu fyziky ako hodinu klasického tanca. Učiteľ fyziky teda nielenže má hodín fyziky málo, ešte mu aj často odpadnú. Po rozhovoroch so zopár žiakmi môžem povedať, že žiaci tento predmet berú iba ako „predmet do počtu“ a tešia sa na piaty ročník, kedy sa ho zbavia. Našli sa aj takí, ktorých predmet fyzika zaujal, ale nevidia v ňom význam pre ich odbor.

Pravdou je, že tanečníci fyziku do veľkej miery využívajú pri svojej práci. Učitelia tanca pri vysvetľovaní tanečnej techniky často používajú fyzikálne javy, princípy a zákony, iba pri tom nepoužívajú fyzikálnu terminológiu.

Štátny vzdelávací program pre tanečné predmety nie je voľne dostupný. Získavajú ho absolventi VŠMÚ priebežne počas štúdia. Pozostáva zo zoznamu jednotlivých prvkov, krokov, pozícií a ďalších pojmov, ktoré žiaci musia v danom ročníku technicky zvládnuť. V treťom ročníku je spektrum krokov, ktoré ovládajú dostatočne pestré, aby sa na nich dali demonštrovať zákonitosti fyziky.

4 Aktivity z fyziky

V rámci bakalárskej práce sme spracovali niekoľko pracovných listov na témy pojem sila, účinky síl a skladanie síl, ťažisko a stabilita, pohyb, rotačný pohyb. Ku každému pracovnému listu sme vytvorili aj metodický list pre učiteľa a učiteľské listy, v ktorých uvádza správne odpovede a metodické poznámky. K téme pohyb sme vytvorili niekoľko videí, ktoré sú zamerané na analýzu základných tanečných sekvencií. Inšpirácia k štruktúre materiálov vychádzala z metodiky k učebnici fyziky pre 6. ročník (Velmovská a kol., 2016).

Obr. 2: Inscenácia z baletu Korzár.

Pri ich tvorbe sme sa zamerali na koncept kontextuálneho vyučovania. Učiteľ využíva kontextuálne učenie a učenie sa tak, aby študenti mohli prepojiť nové informácie s predošlými vedomosťami a skúsenosťami (Hasruddin, 2017, s. 2). Iný autor uvádza, že témy sú zamerané na javy známe z bežného života. Často sa začínajú príbehom založeným na určitej známej ľudskej činnosti, na ktorú potom nadväzuje zjednodušené modelovanie javu s využitím prostriedkov školskej fyziky (Koubek, 2008, s. 10). Keďže pracovné listy sú určené pre žiakov s veľmi špecifickým zameraním, môžeme slovo situácie z bežného života nahradiť slovom situácie známe žiakom z tanečnej sály. Ide o úlohy zasadené do skutočného

prostredia, reálnych situácií, s ktorými sa žiaci stretávajú každodenne. Naším zámerom bolo prehovoriť na žiakov spôsobom, ktorému lepšie rozumejú a tiež ukázať žiakom využiteľnosť fyziky v ich odbore.

Aby sme zefektívnili samotné vyučovanie, využívame v pracovných listoch metódu činnostného učenia. Činnostné učenie sa konkrétne snaží o motiváciu žiaka predovšetkým názornosťou, vlastnou činnosťou, prežívaním a používaním vhodných učebných materiálov a pomôcok (Čapek, 2015, s. 61). V súčasnosti je všeobecne prijatý názor, že dieťa sa učí lepšie, ak má v učení aktívnu a nie pasívnu úlohu (Demkanin, 2018, s. 36). Jednotlivé zadania preto budú formulované tak, aby podnecovali samostatnú činnosť žiaka.

Pracovné listy nenahradzujú učebnice fyziky, ani plnohodnotné vyučovanie fyziky. Ich funkciou nie je vysvetľovať nové pojmy, ale vkladať už známe pojmy do konkrétnych situácií spojených s tancom. Slúžia ako nástroj na upevnenie učiva a zatraktívnenie učiva pre žiakov.

5 Prieskum

Pre overenie využiteľnosti a využiteľnosti pracovných listov bol realizovaný prieskum na hodinách fyziky priamo na tanečnom konzervatóriu.

5.1 Úloha prieskumu

Úlohou prieskumu bolo posúdiť kvalitu vytvorených pracovných listov a zistiť nedostatky, s cieľom ich odstránenia. Na základe reakcií a aktivity žiakov počas vypĺňania pracovných listov sme posudzovali správnosť formulácií jednotlivých otázok.

5.2 Výskumné otázky

Pracovné listy boli vytvárané so zámerom zatraktívniť hodiny fyziky na tanečných konzervatóriách a zefektívniť vyučovanie fyziky na týchto školách. Predpokladáme, že fyzikálne úlohy v kontexte tanca budú pre žiakov atraktívnejšie ako klasické fyzikálne úlohy.

5.3 Metódy prieskumu

Pre náš prieskum sme zvolili metódu výskumu vývojom, z anglického „design-based research“. Výskum vývojom je interdisciplinárny prístup, v ktorom sa výskumníci spolu s učiteľmi z praxe snažia vytvárať presnejšie teórie učenia sa, a to pomocou navrhovania, vytvárania, štúdia a iteratívneho vylepšovania teoreticky opodstatnených intervencií pre učenie sa v reálnej triede (ŠPÚ, 2011, s. 28). Vývoj a výskum sa odohráva v opakujúcich sa cykloch.

Obr. 3: Schéma výskumu vývojom.

5.4 Charakteristika súboru

Prieskum bol realizovaný na konzervatóriu s osemročným štúdiom. Pracovné listy slúžia na prepojenie známych pojmov do kontextu tanca, preto boli do prieskumu zapojení žiaci tretieho ročníka, ktorí práve ukončili tému skladanie síl. V treťom ročníku je šesť žiakov, z toho boli počas konania prieskumu prítomní štyria v prvý deň, a traja v druhý deň. Tri žiačky sa zúčastnili oboch hodín.

5.5 Spracovanie a interpretácia výsledkov prieskumu

V nasledujúcej časti sú uvedené zadania aktivít, ktoré boli zadané žiakom počas prieskumu. Prvé dve aktivity (meranie gravitačného zrýchlenia, „čo pôsobí na čo“) boli otestované počas jednej hodiny, prítomné boli štyri žiačky. Ostatné aktivity (posuvné účinky sily, skladanie síl, rozklad síl na zložky) boli otestované v tej istej triede na nadväzujúcej hodine o týždeň neskôr, prítomné boli tri žiačky.

Ku každej aktivite je uvedené krátke zhrnutie z hodiny, postrehy autorky aj učiteľky a návrhy pre možné vylepšenia.

5.5.1 Meranie gravitačného zrýchlenia

Úloha: Zisti, aký súvis má gravitačná sila s hmotnosťou telesa.

Pomôcky: silomery, váha, rôzne predmety o rôznych hmotnostiach

Postup:

1. *Priprav si predmety, s ktorými budeš merať. Ich názvy si zapíš do tabuľky (napr. špička, dres, hrebeň, vlásenka, gymnastické pomôcky, pomôcky na posilňovanie a ďalšie).*

2. *Vybrané predmety odváž na váhe a nameranú hmotnosť zapíš do tabuľky.*
3. *Zaves predmet na háčik silomera a zdvihni ho do vzduchu. Odčítaj zo silomera hodnotu, ktorú ukazuje. Hodnoty zapíš do tabuľky.*
4. *V poslednom stĺpci vypočítaj podiel sily a hmotnosti. Tento podiel si označíme písmenom g.*

	Predmet	Hmotnosť (kg)	Sila (N)	$\frac{F}{m}$
1.				
2.				
3.				
4.				
5.				

Tab. 2:Meranie gravitačného zrýchlenia.

Vypočítaj priemernú hodnotu gravitačného zrýchlenia g.

Žiačky nemali so sebou žiadne predmety uvedené v zadaní (tanečné sály sú o poschodie nižšie). Zohnali ich však rýchlo. Nakoľko boli žiačky v počte štyri, namiesto skupinovej práce sme merali všetci spoločne. Najprv žiačky odvážili jednotlivé predmety. Istý čas sme venovali premene jednotiek z gramov na kilogramy. Následne sme predmety po jednom zavesili na silomery. Jedna zo žiačok odčítavala hodnoty a ostatné ich zapisovali. Na delenie sme im povolili prácu s kalkulačkou. Hodnoty vyšli v rozpätí <9,18; 9,71>. Doteraz sa žiačky stretli iba so zaokrúhlenou hodnotou 10 ms^{-2}, ktorá im bola povedaná. Nameraná hodnota pre nich bola prekvapením. Jednak preto, lebo to nie je presne 10, jednak preto, ako ľahko sme vedeli gravitačné zrýchlenie odmerať.

Pri počítaní priemernej hodnoty sme sa najprv zamerali na matematiku. Vysvitlo, že na hodinách matematiky ešte priemernú hodnotu nepočítali. Pokúšali sme sa naviesť žiakov na počítanie priemeru pomocou niečoho známeho a to počítanie známky na vysvedčení. Avšak sme zistili, že ani to pre nich nie je známe, nakoľko priemer známok im počíta priamo Edupage. Jedna zo žiačok si po chvíli spomenula, ako zvykla počítať priemer známok na základnej škole. Na základe toho sme si na tabuľu uviedli všeobecný vzorec, podľa ktorého žiačky samostatne dopočítali priemerné gravitačné zrýchlenie z našich meraní. Výsledná hodnota bola 9,576 ms^{-2}. Táto výpočtová časť bola pre žiačky už menej zaujímavá.

Pozastavili sme sa aj pri tom, prečo nám vyšli rôzne hodnoty a zároveň také podobné. Žiačky nevedeli samé prísť na to, kde mohla nastať chyba merania, tak sme im uviedli chyby merania my: kvalita silomera, rozsah silomera (najmenší dielik), uhol pod ktorým odčítavame hodnoty silomera, nestabilný držiak (spôsoboval jemné kmitanie).

Išlo o rozsiahlejšie zadanie, ktoré trvalo takmer celú vyučovaciu hodinu. Žiačky boli najaktívnejšie, keď merali gravitačnú silu predmetov podľa ich výberu. Výpočtová časť bola pre nich menej atraktívna, avšak prejavili záujem a prekvapenie pri finálnych výsledkoch. Usúdili sme, že zadanie je naformulované vhodne, netreba v ňom nič meniť. Výpočet priemernej hodnoty tiež ponecháme, ale do poznámky pre učiteľa pridáme komentár, aby rátal aj s možnosťou, že žiaci nepoznajú výpočet priemernej hodnoty.

5.5.2 Čo pôsobí na čo

Zadanie: *V nasledujúcich obrázkoch vyznač silu, ktorou pôsobí špička na objekt. Urči objekt, na ktorý špička pôsobí touto silou:*

Obr. 4a: Špička položená na zemi.

Obr. 4b: Špička položená na ruke.

Obr. 4c: Špička položená na klávesoch.

Obr. 4d: Špičky zavesené na žrdi.

Aktivita celkovo zabrala päť minút. Objekt, na ktorý špička pôsobí žiaci určili bez zaváhania. Väčšina správne určila aj to, že sila bude pôsobiť smerom dole. Dlho sme však viedli diskusia o tom, kde presne silu zakresliť. Na obrázkoch 3a, 3b sú uvedené príklady žiackych riešení.

Obr. 5a: Žiacke riešenie úlohy.

Obr. 5b: Žiacke riešenie úlohy.

Žiačka na obr. 5a nakreslila iba smer pôsobiacej sily a zakreslila ho vždy vedľa obrázka. Na základe tohto riešenia navrhujeme do zadania vložiť informáciu o polohe sily. Žiačka na obrázku 5b najprv nakreslila šípky smerujúce na špičku. Po diskusii s učiteľkou svoje riešenie opravila a silu nakreslila smerujúcu z ťažiska.

Chyby žiačok boli spôsobené tým, že sa ešte na hodinách fyziky nezaoberali pojmom pôsobisko síl. Z diskusie vyplynulo, že zatiaľ nevnímajú pôsobenie sily ako interakciu dvoch telies.

5.5.3 Posuvné účinky síl

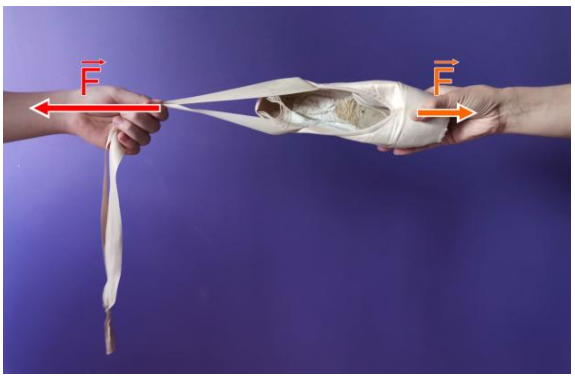
Zadanie: *Pozorne si prezri obrázky, na ktorých je zaznačená výsledná sila pôsobiaca na špičku. Odpovedz na otázky:*

1. *Ktorým smerom sa pohybuje špička na obrázku A?*
2. *Ktorým smerom sa pohybuje špička na obrázku B?*
3. *Aké účinky sily môžeme pozorovať na obrázkoch?*
4. *Čo by sa dialo, ak by sme ťahali špičku dvaja:*
    a. *do tej istej strany*
    b. *rovnakou silou do opačných strán (od seba)?*
    c. *každý inou silou do opačných strán (od seba)?*

Obr. 6A: Pôsobenie silou na špičku.

Obr. 6B: Pôsobenie silou na špičku.

5. *Vyznačte do obrázku výslednú silu pôsobiacu na špičku:*



Obr. 7: Skladanie síl.

Žiaci správne určili smer pohybu, avšak mali zmätok v terminológii v otázke 3. Jedna zo žiačok navrhla „gravitačný účinok“, čo ale nezodpovedá obrázku 6A. Istú časť hodiny sme venovali účinkom síl, ktoré sme si názorne predviedli (posuvný, otáčavý, deformačný). Otázka 3 nadväzovala na iné úlohy, ktorým sme sa zatiaľ s touto triedou nevenovali. Nesprávne odpovede teda vznikli na základe iného poradia nadobúdania jednotlivých pojmov.

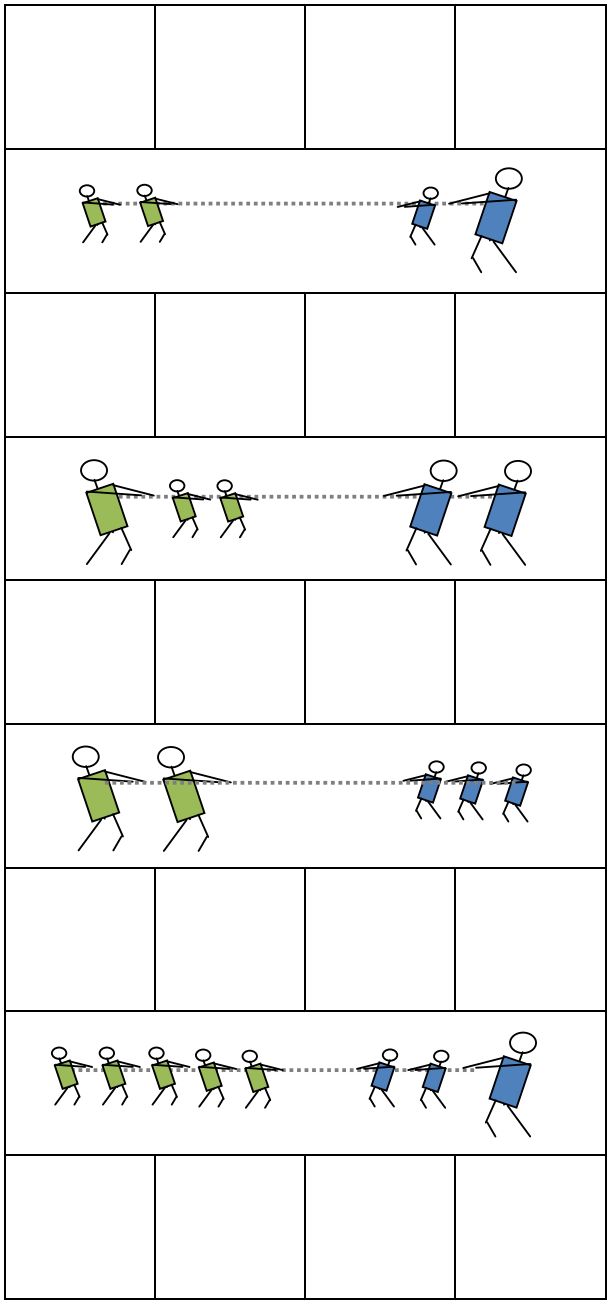
V otázke 4 žiaci z vlastnej iniciatívy začali zadané situácie skúšať prakticky. Inšpirovali sa obrázkami 6A a 7. Na otázky odpovedali samostatne a v porovnaní s ostatnými otázkami aj oveľa rýchlejšie.

V otázke 5 žiaci správne určili smer výslednice, ale nepreukázali znalosť grafického riešenia.

5.5.4 Skladanie síl

Zadanie: *Teraz si nadobudnuté poznatky o sile vyjadríme aj číselne. Situáciu v otázke 5 v predchádzajúcej úlohe si môžeme predstaviť aj ako známe preťahovanie sa lanom. V tabuľke vidíme rôzne situácie počas hry. Do hry sú zapojený menší aj väčší panáčikovia. Menší panáčik ťahá silou 30 N a väčší panáčik ťahá silou až 60 N. Vyplň nasledujúcu tabuľku. Pomôcť si môžeš aj nákresmi a náčrtmi.*

Sila zelených	Sila modrých	Výsledná sila	Kto vyhrá? (zelený, modrý, alebo nikto)



Tab. 2: Aktivita – preťahovanie sa lanom.

Žiaci sa na predošlej hodine fyziky preťahovali lanom, situáciu z obrázkov si teda vedeli dobre predstaviť. Zaujímavá bola pre nich úvodná aktivita, v rámci ktorej skúšali odmerať, akou silou dokážu ťahať. Zistili sme, že silomer s rozsahom 100 N nestačí pre každého žiaka. Preto by bolo vhodné zmeniť aj v zadaní veľkosti síl, akými ťahajú panáčikovia.

Problém nastal pri počítaní výslednej sily, ktorú žiačky automaticky počítali ako súčet zelených a modrých. Neuvedomili si, že keď sily pôsobia opačnými smermi, tak sa odčítavajú. Po zdôraznení slov zelení ťahajú SPOLU a zelení pôsobia silou

PROTI modrým sa postup žiačkam vyjasnil. Doplňovanie tabuľky ďalej prebiehalo spoločne.

5.5.5 Rozklad síl na zložky

Zadanie: *Primabalerínu s hmotnosťou 50 kg zdvihne jej tanečný partner do vzduchu. Akou silou musí partner pôsobiť na primabalerínu, aby ju udržal vo vzduchu. Ako by sa situácia zmenila, keby mu pomohol spolužiak, alebo hneď viacerí spolužiaci. Situáciu opíš slovne aj číselne v tabuľke nižšie (za gravitačnú konštantu môžeme použiť zaokrúhlenú hodnotu 10 N/kg). Sprav náčrt situácie do vyhradenej plochy a dokresli do nej sily.*

Primabalerína		Tanečný/í partner/i		
Hmotnosť	Sila, ktorou pôsobí	Sila, ktorou pôsobí jeden zdvíhajúci	Sila, ktorou pôsobia dvaja zdvíhajúci	Sila, ktorou pôsobia štyria zdvíhajúci
50 kg				

Tab. 3: Aktivita – Rozklad síl na zložky.

Prvou úlohou žiaka je správne určiť veľkosť gravitačnej sily baleríny. Časť s náčrtom by sme zo zadania vynechali, pretože žiakov priveľmi rozptyľovala. Namiesto počítania gravitačnej sily sa viacej venovali kresleniu a následne si svoje obrázky porovnávali. To nemá byť cieľom náčrtu. Náčrt stačí mať nakreslený učiteľom na tabuli, alebo premietnutý (pokiaľ má učiteľ takú možnosť).

Obr. 8: Rozklad síl na zložky - znázornenie situácie zo zadania.

Opäť treba klásť dôraz na smer síl. Ďalej sme zistili, že delenie čísla 500 prirodzeným číslom pre žiačky konzervatória nie je triviálne. V pôvodnom zadaní sa nachádzalo rozdelenie gravitačnej sily primabaleríny aj medzi troch tanečníkov. Túto časť sme vynechali, nakoľko po takom delení je výsledkom periodické číslo.

5.6 Diskusia k výsledkom

Podobným spôsobom sme overili aj aktivitu z pracovného listu „Ťažisko a stabilita“, ktorá využíva analýzu tanečného prvku *penché* z videa.

Počas vypracovávania pracovných listov žiakmi sme mohli pozorovať hneď niekoľko vecí. Na otázky v zadaniach reagovali pohotovo a bez doplňujúcich otázok. Z toho usudzujeme, že otázky v pracovných listoch sú naformulované správne. Neistota pri vypĺňaní bola výrazná najmä v otázkach, keď sa od žiakov vyžadovalo pomenovanie javov, alebo veličín. Z toho usudzujeme, že sa žiaci neorientujú v odbornej terminológii. Chyby v žiackych odpovediach boli spôsobené tým, že sa s danou oblasťou (daným pojmom/postupom) ešte nestretli.

V zadaniach navrhujeme iba drobné zmeny. V otázkach vyžadujúcich ako odpoveď odborný pojem uviesť, že je vyžadovaná odborná terminológia. Nakoľko používanie odbornej terminológie považujeme za dôležité, tieto otázky ponecháme a do poznámky pre učiteľa uvedieme, aby od žiakov odbornú terminológiu vyžadoval.

Ďalšou navrhovanou zmenou je podrobnejší popis zadania, ak má zadanie viac častí. Taktiež navrhujeme pridať pred zadanie *Skladanie síl* úvodnú aktivitu, počas ktorej žiaci odmerajú, akou silou dokážu ťahať. Na základe výsledkov tejto aktivity navrhujeme zmeniť veľkosti síl, ktorými sa preťahujú panáčikovia v zadaní *Skladanie síl*. V tomto zadaní zároveň pridáme do poznámky pre učiteľa, aby kládol dôraz na to, kedy sa sily sčítajú a kedy odčítajú.

Poslednou navrhovanou zmenou je vynechať zo zadania Rozklad síl na zložky delenie číslom 3, nakoľko vyjde periodické číslo, s ktorým žiaci nie sú veľmi stotožnení.

Záver

V tomto článku sme sa zaoberali zaradením fyzikálnych aktivít v kontexte tanca do vyučovania na tanečnom konzervatóriu. Po návšteve školy sa náš pohľad na vyučovanie fyziky na tanečnej škole potvrdil. Učiteľka sa riadi štátnym vzdelávacím programom pre druhý stupeň základných škôl, ale upravuje ho podľa potrieb tanečného publika. Vyhýba sa výpočtom, ak je to možné a snaží sa čo možno najviac javov vysvetliť názorne na

konkrétnych ukážkach a situáciách, ktoré sú žiakom známe.

Po zaradení aktivít žiaci prejavili záujem o fyziku, boli na hodine aktívni, diskutovali aj medzi sebou a nebáli sa opýtať keď niečo nebolo jasné. Na základe vyplnených pracovných listov sme určili, ktoré zadania by bolo vhodné upraviť a ktoré ponechať. V budúcnosti by sme chceli žiakom predostrieť aj ostatné pracovné listy a následne v spolupráci so školou vytvoriť nové fyzikálne aktivity v kontexte tanca.

Poďakovanie

Ďakujem doc. PaedDr. Kláre Velmovskej PhD. za pomoc, ochotu, poskytnutú literatúru a cenné rady pri tvorbe príspevku na ŠVK. Tiež ďakujem riaditeľke Tanečného konzervatória Dušana Nebylu v Trnave, Mgr. Valérii Žilovej, za možnosť realizovania prieskumu na škole a pani učiteľke fyziky na tejto škole Mgr. Miriame Vislockej za venovaný čas, cenné rady a množstvo nových inšpirácií. Tento text vznikol s podporou projektu KEGA č. 013UK-4-2021 Metodické materiály zamerané na systematický rozvoj kritického myslenia.

Literatúra

[Čapek, 2015] ČAPEK, R. 2015. Moderní didaktika: Lexikon výukových a hodnotících metod. Praha: Grada Publishing, a.s., 2015. 604s.. ISBN 978-80-247-3450-7.

[Demkanin, 2018] DEMKANIN, P. 2018. Didaktika fyziky pre študentov magisterského štúdia a učiteľov v praxi. Univerzita Komenského v Bratislave, 2018. 156s.. ISBN 978-80-223-4374-9.

[Hasruddin et al., 2017] HASRUDDIN, HARAHAP, F. and MAHMUD 2017. The Development of Lesson Plan of Inquiry Contextual Learning to Improve the Higher Order Thinking Skill Students at Microbiology. In Open Access Library Journal, 4: e3943. 10 s. [cit. 2021-04-18]. Dostupné na <https://www.scirp.org/pdf/OALibJ_2017111315390659.pdf>

[Jirku, 2021] JIRKU, K. 2021. Výučba vybraných častí fyziky na tanečných konzervatóriách. Bratislava: FMFI UK, 2021, 67s.

[Koubek, 2008] KOUBEK, V. 2008. Fyzika a všeobecné vzdelanie. In Fyzikálne listy, XIII, 2008, 1. p. 1. ISSN 1337-7795.

[MŠVVaŠ, 2020] Ministerstvo školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky. 2020. Sieť škôl a školských zariadení, stredísk praktického vyučovania a pracovísk praktického vyučovania Slovenskej republiky. [online], Bratislava: 2020. [cit. 2021-03-13]. Dostupné na <https://www.cvtisr.sk/buxus/docs//JH/siet_ss.pdf>

[ŠPÚ, 2008] Štátny pedagogický ústav. 2008. Štátny vzdelávací program tanečného konzervatória v SR. Príloha: ISCED5b. [online], Bratislava: 2008. [cit. 2021-03-13]. Dostupné na: <https://siov.sk/wp-content/uploads/2019/02/Statny-vzdelavaci-program-Konzervatoria.pdf>

[ŠPÚ, 2011] Štátny pedagogický ústav. 2011. Ďalšie vzdelávanie učiteľov základných a stredných škôl v predmete informatika: Základy pedagogického výskumu. Bratislava: 2011. 40s. ISBN 978-80-8118-082-8.

[Velmovská a kol., 2016] VELMOVSKÁ, K., VANYOVÁ, M., HODOSYOVÁ, M. Metodika k učebnici fyziky pre 6. ročník základnej školy a 1. ročník gymnázia s osemročným štúdiom. Bratislava : EXPOL PEDAGOGIKA s.r.o., 2016. 191 s. ISBN 978-80-8091-405-9.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 115–123
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Tomáš Rudinský

Fyzikálne vzdelávanie autistického žiaka

Tomáš Rudinský[1*]
Školiteľ: Viera Haverlíková
[1] KDMFI, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Tento článok predstavuje prípadovú štúdiu úpravy učebného plánu fyziky pre žiaka s poruchou autistického spektra. Príspevok je rozdelený na dve časti – teoretickú a experimentálnu. V prvej časti sú priblížené teoretické východiská opierajúce sa o dostupnú literatúru zaoberajúcu sa problematikou vzdelávania žiakov s poruchou autistického spektra a o platnú legislatívu. V praktickej časti je charakterizovaná žiakova osoba, a návrhy konkrétnych podporných opatrení pre konkrétneho žiaka naplánované na obdobie jedného školského roka počas hodín fyziky. Jednotlivé podporné opatrenia vychádzali zo žiakovej charakteristiky. Mali za cieľ uľahčiť mu štúdium fyziky pri rešpektovaní jeho špecifík.

Kľúčové slová: učebný plán, gymnázium, autizmus

1 Teoretické východiská

V teoretickej časti sú uvedené definície základných pojmov, prehľad platnej legislatívy týkajúcej sa vzdelávania žiakov so špeciálnymi potrebami , prehľad typov porúch autistického spektra (PAS) a základné delenie osôb s PAS. V krátkosti sú spomenuté možné príčiny spôsobujúce autizmus, spôsoby diagnostiky a najčastejšie problémy osôb s PAS.

1.1 Pojem autizmus

Autizmus môžeme zadefinovať ako pervazívnu - všetko prenikajúcu - vývinovú poruchu ovplyvňujúcu spôsob vnímania sveta a jednania s inými ľuďmi. Samotný pojem pervazívny odkazuje na to, že vývoj dieťaťa je od útleho veku narušený do hĺbky [Štrahůlková, [2014].

Vo *Výkladovom slovníku odborných výrazov používaných v psychológii* nájdeme pojem autizmus zadefinovaný ako „chorobnú zameranosť myšlienok na vlastnú osobu, na vlastné problémy a potreby; odtrhnutosť od reálnej skutočnosti a pohrúženie sa do vlastného sveta fantázií“ [Strmeň, Raiskup, 1998, s. 30].

Stupeň a rozsah tejto poruchy je rôzny, preto sa hovorí o autistickom spektre. Hlavnými oblasťami spôsobujúcimi problémy osobám s autizmom sú oblasť sociálnych interakcií, oblasť komunikácie (verbálnej i neverbálnej) a obmedzené i opakujúce sa správanie a záujmy jedinca [Tíňová, 2018].

1.2 Typy porúch autistického spektra

Medzinárodná klasifikácia chorôb ICD-11 rozlišuje nasledovné pervazívne vývojové poruchy kategorizované do diagnóz: detský autizmus, atypický autizmus, Rettov syndróm, iná detská dezintegračná porucha, hyperaktívna porucha spojená s duševnou zaostalosťou a stereotypnými pohybmi, Aspergerov syndróm, iná pervazívna vývinová poruchu a pervazívna vývinová porucha, bližšie neurčená [NCZI, 2022].

Školské vzdelávanie žiakov s PAS je významne ovplyvnené intelektovými schopnosťami a rečovými spôsobilosťami jedinca. Pri PAS sa môžeme stretnúť s deťmi s rôznou rečovou vybavenosťou od detí nehovoriacich cez deti s dobrou slovnou zásobou, až po také, ktoré sú výrazne jazykovo nadané. Avšak v komplexnom rečovom vývoji vždy nájdeme abnormality [Thorová, 2016].

Podobne ako s jazykovým vybavením je to aj s intelektovými schopnosťami, ktoré sa líšia oblasťou záujmu a stupňom záujmu o sociálny kontakt. Preto je takmer nemožné nájsť dvoch jedincov, ktorých by charakterizovali rovnaké prejavy PAS [Veselá, 2018].

Experimentálna časť je venovaná návrhu úprav učebných aktivít pre žiaka s Aspergerovým syndrómom, preto je v teoretickej časti práce zvýšená pozornosť venovaná práve tejto forme PAS.

1.3 Aspergerov syndróm

Pojem Aspergerov syndróm zaviedla v roku 1981 britská psychologička Lorna Wing. Toto pomenovanie vychádzalo z Aspergerovej intuície, že niektoré vysoko inteligentné deti by mohli byť tiež autistické. Tento termín v súčasnosti označuje zvláštne spoločenské správanie niektorých vysoko inteligentných osôb - tzv."aspergerov" [Andreas, 2008].

Spomedzi osôb s PAS sú osoby s Aspergerovým syndrómom tie, ktoré majú najmenej narušenú reč. Ich pasívna slovná zásoba býva bohatá, častokrát v testoch verbálneho myslenia dosahujú priemerné alebo nadpriemerné výsledky [Thorová, 2016]. Rutinné správanie a rutinné rituály sú u nich na

* rudinsky7@uniba.sk

vyššej úrovni, súčasne sa vyskytuje neobratnosť jemnej i hrubej motoriky. Pre túto skupinu ľudí sú typické zvláštne a menej obvyklé záujmy, špecifické zručnosti sú častokrát realizované až s fanatickým zaujatím [Kaňovský, 2020].

1.4 Možné príčiny autizmu

Dnes už je známe, že poruchy autistického spektra patria medzi neurovývojové choroby.

Z etiologického hľadiska (zamerané na pôvod, príčiny) je porucha autistického spektra považovaná za primárne geneticky determinovanú poruchu. Možnou príčinou funkčne-morfologickej vývojovej poruchy mozgu, predovšetkým na úrovni vytvárania asociálnych neuronálnych okruhov, je narušenie štrukturálnych vývojových génov centrálnej nervovej sústavy. Nedostatočné funkčné prepojovanie mozgových centier pri spracovaní senzorických, sociálnych a emočných podnetov je následne príčinou oslabenia intergratívnej funkcie mozgu umožňujúcej vzájomnú komunikáciu s výsledným prevažujúcim selektívnym nekontextuálnym vnímaním a poruchou schopnosti symbolizácie. Vplyvy okolia sú sekundárne, pričom ich význam je prevažne v oblasti pridružených ochorení [Žampachová et al., 2015].

Hlavná etiologická príčina nám však stále ostáva neodhalená. Častým znakom detí s PAS je atypický vývoj mozgu – jeho rast sa zrýchľuje, obvod hlavy je väčší a hmotnosť mozgu je väčšia [Kaňovský, 2020].

1.5 Diagnostika

Vo väčšine prípadov podozrenie na PAS pochádza od rodín, z ktorých títo jedinci pochádzajú [Žampachová et. al., 2015].

V dnešnom čase sa uplatňujú dva modely pre včasnú detekciu PAS. Prvým z nich je systematický celoplošný screening. V tomto prípade sa špecifický nástroj pre diagnostiku PAS použije celoplošne v určitom veku dieťaťa počas pravidelnej prehliadky u detského lekára. Druhým modelom je tzv. dvojfázový screening, ktorý sa použije iba u tej skupiny detí, u ktorých sa počas bežnej prehliadky vyskytli určité abnormality [Kaňovský, 2020].

Okrem spomínaných metód je neoddeliteľnou súčasťou diagnostiky aj stanovenie intelektového profilu dieťaťa v rámci klinického psychologického vyšetrenia. Tiež sa odporúča neurologické vyšetrenie dieťaťa, vyšetrenie dedičných metabolických porúch, genetické vyšetrenie, ORL vyšetrenie a foniatrické vyšetrenie [Žampachová et. al., 2015].

1.6 Najčastejšie problémy žiakov s poruchou autistického spektra

Ako uvádza Tiňová (2018), žiaci s PAS vnútorne zápasia s tým, že okolie nevníma ich problémy alebo aj ak ich vníma, dostatočne im nerozumie. Vymenúva aj ďalšie problémy, s ktorými sa jedinci s PAS musia vysporiadať. Ide predovšetkým o problémy v oblasti „čítania“ ľudí a rôznych spoločenských situácii, v oblasti sociálnych vzťahov, do ktorých jedinec prirodzene nevrastá, problémy v komunikačnej oblasti, problém pri vyjadrovaní svojich potrieb, problém v oblasti zvládanie akejkoľvek, aj najmenšej zmeny a problémy s prežívaním i zvládaním stresu a úzkosti [Tiňová, 2018].

1.7 Legislatíva

V Slovenskej republike definuje zákon 245/2008 Z.z. o výchove a vzdelávaní (Školský zákon) princípy výchovy a vzdelávania v SR. Tie sú založené na princípoch „rovnoprávnosti prístupu k výchove a vzdelávaniu so zohľadnením výchovno-vzdelávacích potrieb jednotlivca a jeho spoluzodpovednosti za svoje vzdelávanie, inkluzívneho vzdelávania“ a „zákazu všetkých foriem diskriminácie a obzvlášť segregácie“ [Zákon 245/2008 Z.z *§ 3,* odst c,d,e]. „O prijatí dieťaťa so špeciálnymi výchovno-vzdelávacími potrebami do školy rozhoduje riaditeľ školy na základe písomnej žiadosti zákonného zástupcu.“ [Zákon 245/2008, Z.z § 61, odst 1].

Tento zákon taktiež definuje aj špeciálnu výchovno-vzdelávaciu potrebu ako požiadavku „na úpravu podmienok, obsahu, foriem, metód a prístupov vo výchove a vzdelávaní pre dieťa alebo žiaka, ktoré vyplývajú z jeho zdravotného znevýhodnenia alebo nadania alebo jeho vývinu v sociálne znevýhodnenom prostredí, uplatnenie ktorých je nevyhnutné na rozvoj schopností alebo osobnosti dieťaťa alebo žiaka a dosiahnutie primeraného stupňa vzdelania a primeraného začlenenia do spoločnosti“ [Zákon 245/2008, Z.z § 2, odst i]. Školský zákon rozumie pod pojmom dieťa so zdravotným postihnutím alebo žiak so zdravotným postihnutím „dieťa alebo žiaka s mentálnym postihnutím, sluchovým postihnutím, zrakovým postihnutím, telesným postihnutím, s narušenou komunikačnou schopnosťou, s autizmom alebo ďalšími pervazívnymi vývinovými poruchami alebo s viacnásobným postihnutím“ [Zákon 245/2008, Z.z § 2, odst l].

Vďaka zmenám v oblasti výchovy a vzdelávania v súčasnosti už mnoho žiakov s PAS vedie plnohodnotný život. Ministerstvo školstva, vedy a výskumu SR v súčasnosti pripravuje Stratégiu inkluzívneho prístupu vo výchove a vzdelávaní, ktorej cieľom je inkluzívne vzdelávanie každého žiaka bez ohľadu na jeho zdravotné znevýhodnenie. Inkluzívne vzdelávanie je realizované na základe rovnosti odmietajúc akúkoľvek formu diskriminácie vychádzajúc z humanistických prístupov so zreteľom na právo na kvalitné vzdelanie rešpektujúc osobitosti

jednotlivca vrátane jeho špecifík vyplývajúcich z jeho príslušnosti ku skupine [MŠVVaŠ SR, 2021].

1.8 Typológia osôb s poruchou autistického spektra

Klasifikácia osôb s PAS môže byť rôzna v závislosti od zvoleného kritéria delenia. Zuzana Žampachová s kolektívom (2015) objasňujú dve delenie osôb s PAS podľa stupňa závažnosti a podľa miery funkčnosti postihnutia [Žampachová et al., 2015].

Podľa stupňa závažnosti rozdeľujú osoby s PAS na:

- Osoby s nízkym stupňom závažnosti
- Osoby so stredným stupňom závažnosti
- Osoby s ťažkou mierou autistických príznakov

V klasifikácii osôb s PAS na základe funkčnosti postihnutia (čiže adaptability) rozdeľujú tieto osoby na:

- Osoby s vysoko funkčnou formou PAS
- Osoby s nízko funkčnou formou PAS

Pre potreby práce so žiakom s PAS v škole môže byť užitočné aj delenie podľa sociálneho hľadiska [Čadilová, [S.A.]] na tri kategórie žiakov:

- **Žiak pasívny** často nerozumie inštrukciám; nerozumie, prečo by mal na hodine pracovať; je pasívny, úzkostlivý, nemá potrebu odovzdávať ostatným svoje vedomosti. Pre pedagóga je potrebné, aby dokázal takéhoto žiaka správne motivovať k práci a dával danému žiakovi individuálne inštrukcie:
- **Žiak aktívny-zvláštny** chce byť stredobodom pozornosti; má potrebu odovzdávať informácie skôr, ako je k tomu vyzvaný; často má nutkavú potrebu rýchlo odovzdať informácie ďalej. Je vhodné, aby pedagóg takéhoto žiaka zamestnával úlohami nad rámec jeho povinností a umožnil mu prezentáciu svojich vedomostí a zručností pred triedou a nechal ho vyniknúť.
- Posledným typom je **žiak aktívny-ťažko zvládnuteľný**. Takýto žiak svojim správaním narušuje vyučovací proces, je ťažké ho motivovať, je sebe stredný, t.j. opakovane na seba strháva pozornosť. Častý neúspech vedie k jeho negativizmu a neustálemu napomínaniu zo strany detí a dospelých. Tento žiak je ťažko akceptovateľný ako zo strany pedagógov, tak i zo strany spolužiakov. Pedagóg pri práci s takýmto žiakom potrebuje nájsť pre tohto žiaka vhodnú motiváciu, vďaka ktorej by došlo k zmene žiakovho správania. Ďalej by pedagóg mal vytvárať úlohy v množstve prihliadajúcom na aktuálny stav žiaka, ktorý sa môže meniť každý deň. Toto je dôležité mať na pamäti z toho dôvodu, aby mal žiak možnosť byť úspešný a zažiť pozitívnu odozvu.

1.9 TEACCH program a štruktúrované učenie

Pokiaľ učiteľ má v triede žiaka trpiaceho PAS, môže využiť celosvetovo uznávanú a používanú metodiku TEACCH programu (Treatment and Education of Autistican related Communication Handicapped Children). Tento program vznikol v 70-tych rokoch 20. storočia ako reakcia na mienku, že deti trpiace PAS sú nevzdelávateľné a stal sa modelom pre programy domáceho i školského vzdelávania detí s PAS po celom svete [Bošková, 2018]. Program vyvinul profesor Eric Schopler spolu so svojimi kolegami z University of North Carolina v Chapel Hill [Edelson, [S.A.]].

Metóda program TEACCH poskytuje jednotlivcovi štruktúru a organizáciu, pričom sa opiera o päť základných princípov - fyzická štruktúra, plánovanie, pracovný systém, rutina a vizuálna štruktúra [Edelson, [S.A.]].

Metodika štruktúrovaného učenia v sebe zahŕňa rešpektovanie vývojovej úrovne, stanovenie priorít a nastavenie primeranej interakcie medzi rodičom, žiakom a učiteľom s cieľom dosiahnutia maximálnej miery vývojového potenciálu v každej oblasti vývoja a samostatnosti jedinca s PAS [Čadilová, [S.A.]].

Medzi hlavné princípy štruktúrovaného učenia patria individualizácia, štrukturalizácia, vizualizácia a motivácia [Čadilová, [S.A.]]. Pri návrhu podporných opatrení sme v našej práci uplatnili zo štruktúrovaného učenia individualizáciu a motiváciu.

Individualizácia nespočíva len v individuálnej voľbe metód a postupov, ale aj v individuálne volených úlohách, individuálne upravenom prostredí a individuálnej forme komunikácie, motivácie a vizualizácie [Čadilová, [S.A.]].

Štrukturalizácia sa najlepšie prejavuje pomocou jednoznačne viditeľného usporiadania priestoru, času a úloh, čím umožníme osobe s PAS lepšie sa orientovať v čase a priestore a pružnejšie reagovať na zmeny [Čadilová, [S.A.]].

2 Návrh, aplikácia a hodnotenie vybraných podporných opatrení

Cieľom experimentálnej časti bolo navrhnúť konkrétne opatrenia pre žiaka s PAS, v spolupráci s jeho vyučujúcou ich realizovať v praxi na vyučovacích hodinách fyziky a stručne vyhodnotiť ich dopad. V záujme ochrany súkromia žiaka v práci nie je uvedené ani jeho skutočné meno, ani názov školy. Aby bolo možné odlíšiť, kedy sa uvádzané tvrdenia týkajú všeobecne žiakov s PAS a kedy sa týkajú konkrétneho žiaka, pre ktorého boli opatrenia

navrhnuté, bude konkrétny žiak v práci označený menom Adam.

2.1 Metodika výskumu

Tvorbe konkrétnych opatrení predchádzala hĺbková charakteristika žiakovej osoby. Jednotlivé opatrenia boli navrhované podľa *Katalogu podpůrnych opatření*, ktorý nám poskytlo *Národní autistické středisko* v Prahe. Okrem iného sme pri tvorbe opatrení mali na zreteli špecifiká vzdelávania žiakov s PAS a konkrétne prvky štruktúrovaného učenia vychádzajúce z metodiky TEACCH programu, pričom sme kládli dôraz na individualizáciu a motiváciu.

Po hĺbkovej charakteristike žiakovej osoby a preštudovaní potrebnej literatúry sme navrhli sériu konkrétnych špeciálne pre Adama navrhnutých opatrení, ktoré sme prekonzultovali s jeho vyučujúcou fyziky. Vyučujúca návrhy aplikovala v praxi. Dopad a vyhodnocovanie konkrétnych opatrení sme zrealizovali metódou kvalitatívneho pedagogického výskumu na základe pozorovaní výstupov žiaka a rozhovorov s vyučujúcou fyziky a so žiakom.

2.2 Stručná charakteristika žiaka

Každý prípad PAS je jedinečný a ani tento nie je výnimkou. Práve pre originalitu každého prípadu je potrebné žiaka najskôr dobre poznať a nezanedbať jeho dôslednú diagnostiku (psychologickú i pedagogickú).

Konkrétny žiak, Adam, pre ktorého boli v rámci bakalárskej práce navrhnuté opatrenia, má problém so správnym sebahodnotením, čo sa prejavuje prílišnou snahou o dokonalosť, nie je odolný voči stresu. Jeho prejavom úzkosti je uzatváranie sa do seba. Má problém s prispôsobovaním sa, pokiaľ na zmenu nie je vopred upozornený a nemalý problém mu spôsobuje sociálna adaptácia. Začlenenie do kolektívu v triede mu trvalo dlhšiu dobu.

Z hľadiska typológie žiakov s PAS môžeme Adama charakterizovať ako osobu s nízkym stupňom závažnosti, s pomerne vysoko funkčnou formou PAS a ako žiaka aktívneho-zvláštneho. Medzi charakteristické znaky takého žiaka patrí, že chce byť stredobodom pozornosti, informácie poskytuje skôr, ako je vyzvaný, často má nutkavú potrebu informáciu ihneď povedať. Formálne prejavy takéhoto žiaka zo sociálneho hľadiska sú zdvorilé, dokáže sa lepšie prispôsobiť zmene a často vyžaduje striktné dodržiavanie pravidiel od seba i svojho okolia, čo môže viesť ku konfliktným situáciám [Čadilová, [S.A.]].

Adam je v školskom roku 2021/2022 žiakom druhého ročníka gymnázia a má 16 rokov. Minulý školský rok prešiel zo základnej na strednú školu. Podľa jeho slov prechod zo základnej školy na strednú bol preňho stresujúci najmä kvôli tomu, že musel opustiť školu a kolektív, ktorý poznal a nastúpiť na novú školu medzi nových spolužiakov. Po takmer dvoch rokov na strednej škole hodnotí tento čas pozitívne a tvrdí, že je spokojný.

Medzi jeho obľúbené predmety patrí fyzika a chémia, menej matematika. Má záujem o prírodné vedy a ich štúdium. Najväčší problém má s telesnou výchovou, kde sa najvýraznejšie prejavuje jeho „odlišnosť“ a to aj z pohľadu jeho spolužiakov. Nikto s ním nechce byť vo dvojici.

Adam je veľmi súťaživý, pozorný, aktívny, zodpovedný (minimálne vo vzťahu k fyzike) a pomerne dobre komunikujúci. Samozrejme za predpokladu, že daný predmet alebo učivo ho zaujme. Súťaživosť sa prejavuje najmä v tom, že vždy musí byť prvý a všetko urobiť dokonale. Nad rámec povinnej výučby sa už ako žiak základnej školy zapojil do geografickej olympiády, kde v krajskom kole skončil ako víťaz. V predchádzajúcom školskom roku sa zapojil do fyzikálnej olympiády, kde rieši úlohy pre druhý aj tretí ročník. Niektorí učitelia tvrdia, že v ich predmetoch predbehol svojich spolužiakov aj o 2 roky.

Podľa slov Adamových učiteľov, v triede počas hodiny nesmie byť hluk ani napätie, inak začne mať problém a uzavrie sa do seba (problém so zmyslovým vnímaním). Sám Adam tvrdí, že nemá rád hluk. Učitelia si preto obzvlášť dávajú pozor na atmosféru v triede a snažia sa udržať hladinu hluku na čo najnižšej úrovni. Adam má tiež strach z vlastného zlyhania a akýkoľvek neúspech (dokonca aj taký, ktorý neúspechom nie je - ako napríklad dvojka z odpovede alebo písomky) ho rozruší a vtedy je nutné ho upokojiť.

Svojou aktivitou nechcene strháva pozornosť na seba, čo vedie k prehliadaniu, či nedoceneniu ostatných spolužiakov. Neustále sa hlási, prvý odovzdáva vyriešené úlohy, často vykrikuje riešenie alebo odpoveď. Pokiaľ ho učivo nezaujme, uzavrie sa do seba. Vyučujúci iných predmetov ako fyziky, chémie alebo matematiky majú veľké problémy Adama zaujať, aby ich hodiny len nepresedel uzatvorený sám do seba.

Počas rozhovoru s Adamom sme si všimli, že veľké problémy mu robí aj udržiavanie očného kontaktu počas rozhovoru. Neustále je otočený niekam inam a toho, kto s ním vedie rozhovor sleduje iba veľmi ukradomky. Keď sa jeho pohľad stretne s pohľadom osoby, s ktorou sa rozpráva, ihneď uhne pohľadom.

2.3 Opatrenia na podporu fyzikálneho vzdelávania

Konkrétne podporné opatrenia sme navrhovali na základe poznania Adamovej podrobnej

charakteristiky Z dôvodu žiakovho veľkého záujmu o fyziku sa navrhnuté podporné opatrenia týkali predovšetkým obohacovania učiva. Okrem navrhnutých opatrení sme mali neustále na zreteli aj všeobecné zásady komunikácie s jedincami trpiacimi akoukoľvek PAS.

Pre potreby vyučovania fyziky boli navrhnuté a počas školského roka postupne zrealizované nasledovné opatrenia:

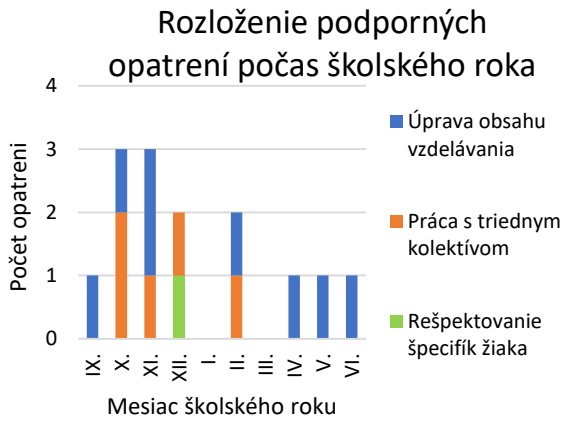
a) **úprava obsahu vzdelávania pozostávajúca z troch samostatných opatrení**

- obohacovania preberaného učiva,
- vrstovnícke vyučovanie
- diferenciácia zadávaných úloh.

b) **opatrenia zamerané na spoluprácu žiaka s PAS s jeho triednym kolektívom**,

c) **opatrenie na redukciu obsahu vzdelávania so zreteľom na rešpektovanie špecifík žiaka**.

Na realizáciu počas celého školského roka sme navrhli celkovo 14 opatrení. Ich plánované rozloženie je schematicky znázornené na obr. 1.



Obr. 1 – plánované rozloženie podporných opatrení počas školského roka

V mesiaci september bolo naplánované jedno opatrenie, ktoré bolo zrealizované aj vyhodnotené. V mesiaci október boli plánované tri opatrenia. Všetky boli zrealizované, ale jedno z nich (opatrenie obohacovanie učiva) sme nedokázali vyhodnotiť z dôvodu práceneschopnosti Adamovej vyučujúcej. V novembri boli naplánované a zrealizované tri opatrenia, ale dve z nich (na seba nadväzujúce opatrenia práca s triednym kolektívom a úprava obsahu vzdelávania) neboli vyhodnotené z dôvodu neprítomnosti Adamovej vyučujúcej. Na mesiac december boli plánované dve opatrenia. Jedno bolo zrealizované a vyhodnotené, druhé sa kvôli prechodu na dištančné vzdelávanie nezrealizovalo (opatrenie rešpektovanie špecifík žiaka so zreteľom na obsah vzdelávania). V januári nebolo plánované žiadne opatrenie, podobne aj v marci. Vo februári boli plánované dve opatrenia, ktoré sa podarilo zrealizovať aj vyhodnotiť. V mesiacoch apríl, máj a jún boli už len odporúčané opatrenia, ktoré neuvádzame vo svojej práci. Tieto sa týkali úpravy obsahu vzdelávania (diferenciácia zadaných úloh).

2.4 Úprava obsahu vzdelávania

V oblasti úpravy obsahu vzdelávania sme navrhli viacero čiastkových opatrení, ktoré boli postupne v priebehu školského roka aplikované na hodinách fyziky. Išlo o opatrenia, v ktorých dochádzalo k obohacovaniu učiva rozšírením obsahu vzdelávania pri rešpektovaní špecifík dotknutého žiaka, obohateniu učiva spojenému s vrstovníckym vyučovaním a obohateniu učiva zadávaním väčšieho množstva úloh, ktoré boli náročnejšie v porovnaní s úlohami, ktoré riešili ostatní žiaci. Všetky časti boli plánované so zreteľom na princípy štruktúrovaného učenia.

2.4.1 Obohacovanie učiva – rozšírenie obsahu vzdelávania

Podľa Katalogu podpůrných opatření [Žampachová et al., 2015] reaguje obohatenie učiva o rozširujúcu tému na prejavy žiaka, ktorý disponuje špecifickými zručnosťami v určitých vzdelávacích oblastiach, má výrazný záujem o niektoré oblasti. Napomáha rozvoju žiaka v súlade s jeho schopnosťami, rozvíja vedomosti z rôznych oblastí, podporuje záujmy žiaka a jeho motiváciu k učeniu a napomáha jeho budúcej pracovnej orientácii.

Toto opatrenie možno zaviesť aj vtedy, ak pedagóg zbadá určitý špecifický záujem, ktorý je možné ďalej rozvíjať v súlade so ŠkVP a môže byť motiváciou do ďalších výkonov a činností spojených so vzdelávaním. Vždy je potrebné sledovať individuálne možnosti a schopnosti žiaka. S aplikáciou tohto opatrenia sú spojené aj isté riziká, predovšetkým preceňovanie schopností žiaka či jednostranný rozvoj žiaka. Opatrenie je vhodné pre žiakov ZŠ i SŠ [Žampachová et al., 2015].

Cieľom navrhnutých opatrení „*Rozšírenie obsahu vzdelávania*“ na hodinách fyziky bolo zamestnať Adama primeranou aktivitou tak, aby bol jeho záujem stimulovaný a ostatní žiaci mali dostatok priestoru na hodine, necítili sa frustrovane z toho, že ich spolužiak už má všetky úlohy vypracované. Zároveň tým, že ostatní žiaci riešili iné príklady, nevadilo, ak Adam vykríkol riešenie svojej úlohy. Obohatením učiva o novú časť sme dosiahli, že Adam nemal pocit straty času a zároveň si mohol prehĺbiť vedomosti z danej témy.

Toto opatrenie sme aplikovali počas hodiny, na ktorej sa preberali zákony ideálneho plynu. Pre Adama sme vytvorili informačný list, v ktorom bolo učivo o tepelných dejoch s ideálnym plynom rozšírené o adiabatický dej.

Adam dostal v závere vyučovacej hodine venovanej dejom s v ideálnom plyne informačný list s rozširujúcim učivom o adiabatickom deji, ktoré

mal ďalej využil na nasledujúcej hodine, počas riešenia úloh z témy zákony ideálneho plynu.

Dopad tohto opatrenia nevieme spoľahlivo objektívne vyhodnotiť. Adam prijal informačný list s nadšením, ale počas nasledujúcich hodín nebola jeho vyučujúca fyziky z dôvodu práceneschopnosti prítomná a neskôr sa k tomuto listu už nevrátila, pretože dobiehala zameškané učivo. Zo subjektívnych vyjadrení žiaka môžeme skonštatovať, že sa mu takéto rozšírenie učiva páčilo.

2.4.2 Obohacovanie učiva – vrstovnícke vyučovanie

Podľa Katalogu podpůrných opatření [Žampachová et al., 2015] reaguje obohacovanie učiva vrstovníckym vyučovaním na špecifické prejavy žiaka, u ktorého sa prejavuje výrazný záujem o niektoré oblasti. Tým, že pedagóg zdieľa spolu so žiakom jeho záujem v danej oblasti, napomáha rozvoju žiaka, posilňuje jeho motiváciu a napomáha mu k rozvoju jeho komunikačných zručností. Zároveň tým, že žiakovi umožní prezentovať svoje vedomosti z určitej oblasti záujmu pred spolužiakmi na vyučovacej hodine, upevňuje jeho postavenie v triednom kolektíve. Vrstovnícke vyučovanie je vhodné ako pre žiakov základnej, tak i strednej školy. Za najväčšie riziko spojené s týmto opatrením môžeme považovať preceňovanie schopností žiaka (jazykových, kognitívnych, schopnosť vysvetľovať a prezentovať nadobudnuté vedomosti) či jednostranný rozvoj žiaka [Žampachová et al., 2015].

Pre aplikáciu tohto opatrenia sme sa rozhodli z dôvodu Adamovho nadšenia pre fyziku a jeho záujmu prezentovať vlastné vedomostí ako i jeho prirodzenú zvedavosť a snahu o diskusiu o rôznych prírodných javoch.

Toto opatrenie sme počas školského roka aplikovali dvakrát, každý polrok raz. Prvýkrát sme na aplikáciu tohto opatrenia zvolili tému plazma v tematickom celku *časticová stavba látok* a druhýkrát tému účinnosť na vyučovacej hodine *elektrický výkon spotrebiča*. Adam dostal za úlohu si doma pripraviť krátky výstup na 5 až 10 minút pred celou triedou. Po prebraní témy časticová stavba látok, na ktorej boli preberané aj jednotlivé skupenstvá látok, dostal na záver hodiny priestor na odprezentovanie svojich vedomostí o plazme, ktorá sa niekedy uvádza ako samostatné skupenstvo. Podobne tomu bolo aj pri téme účinnosť.

Výhodou takejto aktivity bolo, že Adam prezentoval svoje poznatky z fyziky svojim spolužiakom pre nich bližším jazykom, ako keď ich odovzdáva ich vyučujúca. Pred samotnou prezentáciou ho vyučujúca Adama poprosila, aby sa počas prezentácie vyvaroval odborným termínom, ktoré jeho spolužiaci nepoznajú, hoci pre neho sú známe, keďže si z vlastnej iniciatívy vyhľadáva informácie v odborných publikáciách. Túto požiadavku Adam rešpektoval. Obe témy boli zvolené tak, aby v prípade precenenia Adamových schopností nedošlo k ujme vo vzdelávaní jeho spolužiakov. Adama takáto aktivita bavila najmä z toho dôvodu, že mohol pred celou triedou prezentovať svoje vedomosti a odovzdať ich svojim spolužiakom.

2.4.3 Obohacovanie učiva – diferenciácia úloh

Táto intervencia spočívala v tom, že Adam obdŕžal sériu úloh z preberaného učiva typologicky podobných úlohám, ktoré riešili jeho spolužiaci, ale navyše musel hľadať riešenia a odpovedať na rôzne rozširujúce otázky nachádzajúce sa v zadaní, ktoré chýbali v zadaní jeho spolužiakov.

Toto opatrenie bolo zavedené na hodinách fyziky celkovo trikrát z toho dôvodu, že Adam vedomostne predbiehal svojich spolužiakov. Opatrenie bolo navrhnuté na opakovanú realizáciu na viacerých hodinách, predovšetkým na hodinách zameraných na opakovanie učiva alebo riešenie úloh. Pred zavedením opatrenia nemali ostatní žiaci v triede prakticky žiadnu šancu presadiť sa, nakoľko vo veľmi krátkom čase po zadaní úlohy Adam úlohu vyriešil a častokrát vykríkol odpoveď, čím znemožnil ostatným spolužiakom, aby odpoveď sformulovali sami v čase pre nich primeranom a potrebnom alebo sa Adam aspoň hlásil, že má príklad vyriešený, čo zas spôsobovalo u jeho spolužiakov frustráciu z toho, že nie sú takí rýchli ako on a upadali do pasivity. Ak Adamov spolužiak urobí pri tabuli chybu, Adam väčšinou bez vyzvania na túto chybu upozorní. Odstrániť tieto negatívne javy bolo skutočnou výzvou.

Pomocou dataprojektora umiestneného v triede boli pre všetkých žiakov na plátno premietnuté zadania všetkých úloh, na riešení ktorých žiaci následne pracovali. Celá trieda pracovala štandardným spôsobom, to znamená, že jeden žiak riešil úlohu na tabuľu, ostatní do zošita. Adam však pracoval popredu a samostatne. Po vyriešení všetkých úloh sa venoval rozširujúcemu zadaniu. Správnosť výsledku tejto „bonusovej“ úlohy skontrolovala jeho učiteľka fyziky. Prípadné chyby alebo nedostatky v jeho riešení s ním konzultovala buď na konci vyučovacej hodiny alebo počas samostatnej práce jeho spolužiakov.

Prvýkrát bolo toto opatrenie zavedené počas hodiny zameranej na riešenie úloh z tematického celku „*sila a pohyb*“. Druhýkrát bolo aplikované na hodine venovanej riešeniu úloh o tepelných dejoch v ideálnom plyne. Tretíkrát bolo toto opatrenie využité na hodine fyziky, ktorá bola zameraná na riešenie úloh na sériové a paralelné zapojenie rezistorov. Adam v jednotlivých rozširujúcich zadaniach samostatne odpovedal na otázky, riešil náročnejšie slovné úlohy z daných oblastí fyziky, čím sme využili jeho pokročilejšie vedomosti z oblasti fyziky a rozvinutejší matematický aparát.

Po vyriešení úlohy si Adam svoje riešenie najskôr skontroloval precízne krok po kroku samostatne, čím sme získali pre jeho spolužiakov ďalší čas. Keď jeho spolužiaci vyriešili príslušný príklad na tabuľu, správnosť svojho riešenia si Adam vždy overil podľa riešenia na tabuli. Keď Adam vypočítal všetky príklady, plynule prešiel k riešeniu preňho pripravenej náročnejšej úlohy, zatiaľ čo jeho spolužiaci mohli pokojne počítať. Počas týchto aktivít mohli byť ostatní žiaci lepšie zapojení do vyučovacej hodiny a vyučujúca tak získala lepší prehľad o osvojení si učiva ostatnými žiakmi v triede. Triedny kolektív nebol Adamom vyrušovaný ani demotivovaný tým, že je pre nich veľmi náročne vyriešiť danú úlohu v čase, za ktorý to dokáže ich spolužiak. Tak bola v triede vytvorená atmosféra zdravej súťaživosti a konkurencie medzi jednotlivými žiakmi, čím všetci žiaci dostali možnosť zažiť pri riešení pocit úspechu z nájdenia vlastného riešenia alebo realizácie samostatného výpočtu. Okrem toho sme takto menej aktívnych žiakov priviedli k tomu, aby na hodinách vyvíjali väčšiu aktivitu a samostatne pracovali, keďže riešenie nezapočuli od svojho spolužiaka. Zároveň sa takto podarilo získať lepší a reálnejší prehľad o schopnosti žiakov prakticky aplikovať nadobudnuté fyzikálne vedomosti z danej témy a o možných problémových miestach.

„Bonusové“ príklady Adama zaujali, najviac času mu zabrala časť, kde mal zodpovedať rôzne otázky, ktorých odpovede bolo potrebné dostatočne fyzikálne podložiť.

2.5 Práca s triednym kolektívom

Motívom pre toto opatrenie bolo, že rozhovory s Adamovou triednou učiteľkou i ostatnými vyučujúcimi učiacimi v tejto triede naznačili, že triedny kolektív je niekedy presýtený dlhodobou zvýšenou pozornosťou pedagógov smerovanou na nášho žiaka. Podľa *Katalogu podpůrných opatření* [Žampachová et al., 2015] toto opatrenie spočíva v práci triedneho učiteľa so žiakmi, kedy im počas rozhovorov poskytuje potrebné informácie o žiakovi (vždy so súhlasom rodičov; žiakova diagnóza nemusí zaznieť), vysvetľuje špecifiká v správaní daného žiaka a na základe týchto rozhovorov by sa mal triedny pedagóg dohodnúť v triede na spôsobe správania a poskytovania pomoci žiakovi s PAS. Po tomto rozhovore by mal pedagóg priebežne sledovať správanie žiakov. Rozhovory by sa mali opakovať podľa potreby. Pri aplikovaní tohto opatrenia je dôležité klásť dôraz na vytvorenie pozitívnej atmosféry v triede či pracovnej skupine [Žampachová et al., 2015].

Spolu s Adamovou učiteľkou fyziky sme toto opatrenie upravili tak, aby jeho aplikácia na hodinách fyziky čo najlepšie vyhovovala potrebám fyzikálneho vzdelávania. Nešlo teda o rozhovory so žiakmi, ale o vytvorenie učebných situácií, keď Adam nepracoval samostatne, ale ako člen skupiny. Adam je plnohodnotným členom triedneho kolektívu, nenachádza sa síce na jeho okraji, ale ani v jeho strede. Týmto opatrením sme reagovali na občasnú presýtenosť Adamových spolužiakov dlhodobo zvýšenou pozornosťou pedagógov smerovanou na Adama.

Celkovo sme naplánovali aplikáciu opatrenia štyrikrát v troch formách. Cieľom bolo viac rozvinúť Adamovu schopnosť pracovať v skupine, rešpektovať názor spolužiaka, aj keď nemusel byť správny, lepšie rozvinúť jeho schopnosť spolupráce i komunikácie a nakoniec, aby Adam svojou prácou a nadaním pomohol svojim spolužiakom, ktorí pracovali s ním v jednej skupine. Zloženie skupín sme počas jednotlivých aplikácií menili, čím sme zabezpečili, že aj slabší žiaci v triede mohli s Adamovou pomocou sami nájsť riešenie a svoje poznatky alebo názory podložené argumentami odprezentovať pred triedou.

Prvýkrát bolo opatrenie aplikované na vyučovacej hodine zameranej na zákony popisujúce vybrané tepelné deje v ideálnom plyne. Triedu sme rozdelili na tri skupiny, pričom každá mala za úlohu spracovať príslušnú časť a následne ju vysvetliť svojim spolužiakom. Učebné materiály pripravila pre žiakov vyučujúca. Po prečítaní a spracovaní materiálov v skupine si následne každá skupina zvolila jedného zástupcu, ktorý mal s pomocou ostatných členov vysvetliť zvyšným spolužiakom pridelený zákon ideálneho plynu. Spolužiaci zo zvyšných skupín počúvali, robili si poznámky a kreslili do zošita príslušné grafy. Na konci vyučovacej hodiny vyučujúca zhrnula celé učivo, vysvetlila prípadné nejasnosti a zodpovedala otázky zo strany žiakov. Žiaci v Adamovej skupine dostali materiál, kde bol popísaný izobarický dej. Každý v skupine si prečítal príslušný text a následne sa spoločne snažili vybrať z textu to podstatné, čo chceli odprezentovať a vysvetliť zvyšku triedy. Na prezentáciu bol vyučujúcou úmyselne zvolený iný člen skupiny, nakoľko pre Adama boli plánované vystúpenia pred triedou v rámci podporného opatrenia *obohacovanie učiva - vrstovnícke vyučovanie*. Adam rešpektoval rozhodnutie vyučujúcej, aby skupinu reprezentoval iný člen, ale počas prezentácie sa opäť prejavila jeho prílišná horlivosť vo fyzike, keď hneď a bez vyzvanie dopĺňal to, čo prezentujúci spolužiak zabudol alebo nepovedal úplne správne.

Druhýkrát (na nasledujúcej hodine) boli žiaci rozdelení po 4 žiakov v každej skupinke. Žiaci v jednotlivých skupinkách sa spoločne snažili na základe nadobudnutých vedomostí a získaného matematického aparatúru samy vysvetliť výsadné postavenie teploty -273,15 °C aj s využitím vedomostí z predchádzajúcej vyučovacej hodiny fyziky. Po krátkej diskusii v skupinkách, mali

obhajovať v krátkosti svoje názory pred triedou, pričom ich museli fyzikálne podoprieť a snažiť sa tento teplotný fenomén vysvetliť po fyzikálnej stránke. Druhú aplikáciu, nevieme objektívne vyhodnotiť, pretože aktivita sa z dôvodu práceneschopnosti vyučujúcej fyziky realizovala pod vedením zastupujúcej vyučujúcej, ktorá nemala fyziku ako aprobačný predmet. Žiaci aktivitu nezvládli. Otázkou je, či sa tak stalo preto, že nemali dostatočný matematický aparát a nenapadla im možnosť extrapolácie grafov alebo preto, že zastupujúca vyučujúca ich nevedela správne usmerniť.

Tretíkrát bola aplikácia opatrenia „práca s triednym kolektívom“ navrhnutá na riešenie úloh v rámci témy rovnica spojitosti .

Žiaci rozdelení do štyroch skupín dostali zadania rovnakej štvorice slovných úloh. Každá skupina však dostala za úlohu vyriešiť v stanovenom časovom limite iný príklad z danej štvorice a následne ho aj odprezentovať. Konkrétne príklady pre žiakov pripravila ich vyučujúca. Návrh zohľadňoval potrebu zamestnať každého žiaka v triede. Každý žiak v skupine sa mal aktívne podieľať na riešení zadaného príkladu. Najskôr si riešenie mali spoločne vysvetliť v skupine s podmienkou, že každý člen skupinky musí riešeniu porozumieť a vedieť správne interpretovať výsledok. Po vyriešení úlohy mali žiaci privolať vyučujúcu, ktorá by skontrolovala správnosť riešenia a po uplynutí daného časového limitu by vybrala jedného žiaka zo skupinky, aby príklad vyriešil na tabuľu, pričom by svoje riešenie musel nielen napísať, ale aj vysvetliť a postup riešenia správne odôvodniť. Vďaka takejto štruktúre mali všetci žiaci na konci hodiny k dispozícií zadania a riešenia úplnej sady príkladov.

Ani s takouto skupinovou prácou Adam nemal problémy a sám prevzal iniciatívu vysvetliť riešenie príkladu ostatným členom v skupine. Riešenie na tabuli prezentoval iný člen a Adam počas toho len ticho sedel a do spolužiakovho výstupu nijako nezasahoval. Myslíme si, že počas tejto aktivity sa mali možnosť zapojiť aj tichší a slabší spolužiaci, pretože počas skupinovej práce mali dostatok priestoru na pochopenie a vypracovanie riešenia aj s pomocou ostatných členov skupinky. Opatrenie sme vyučujúcej navrhli opakovane aplikovať aj na vyučovacej hodine zameranej na riešenie úloh z témy Bernoulliho rovnica.

Negatívom tohto opatrenia bolo, že trieda pracovala pomalšie ako v prípade frontálnej výučby, kedy vyučujúca vedie výklad učiva s vysvetlením. To je ale prirodzený jav pri aktívnom štúdiu učebného textu, resp. riešenia úloh a skupinovej príprave prezentácie čiastkového problému. Na druhej strane ale netreba zabúdať, že žiaci takto získavajú nové zručnosti pri práci s textom, práci v skupine, aj pre prezentovaní. Ďalším negatívom bolo, že vyučujúca mala viacej práce s prípravou na hodinu, pretože musela pre žiakov pripraviť vhodné študijné materiály, resp. zadania úloh.

Negatívom tretej formy (tretej a štvrtej aplikácie) opatrenia bolo, že v triede bola trochu vyššia hladina hluku ako počas bežnej vyučovacej hodiny, ale zas nie natoľko, aby to Adamovi spôsobovalo komplikácie. Zvýšená hladina hluku v triede bola spôsobený tým, že žiaci spoločne v skupinkách pracovali na vyriešení zadanej úlohy a počas riešenia mohli spoločne diskutovať a navzájom si riešenie vysvetľovať. Vyučujúca na základe skúseností s Adamom a jeho zvýšenou citlivosťou na hluk vedela odhadnúť, aká hladina hluku je pre Adama ešte prijateľná, aby sa nezačal uzatvárať do seba.

2.6 Rešpektovanie špecifík žiaka so zreteľom na obsah vzdelávania

Podľa Katalogu podpůrných opatření [Žampachová et al., 2015] reagujeme týmto opatrením na žiakov deficit v oblasti motorických funkcií, predovšetkým jemnej motoriky. Opatrenie spočíva v redukcii nárokov na vzdelávanie žiaka, pričom sa premieta do obsahu i rozsahu učiva podľa individuálnych možností a schopnosti dieťaťa. Podľa zdravotného stavu žiaka môže byť opatrenie realizované na určitú obmedzenú dobu alebo môže byť aplikované len v určitej oblasti konkrétneho učiva (napr. v matematike sa môže redukovať učivo v oblasti geometrie kvôli problémom s jemnou motorikou žiaka potrebnou na rysovanie). Realizácia tohto opatrenia napomáha úspešnému zvládnutiu učiva [Žampachová et al., 2015].

Pri aplikovaní tohto opatrenia je potrebné klásť dôraz na pochopenie problému zo strany pedagóga, pre ktorého môže byť problematické vyrovnať sa s redukciou učiva u žiaka, pretože sa mu to môže javiť ako nespravodlivé voči ostatným žiakom [Žampachová et al., 2015]. Rovnako je dôležité ostatým žiakom v triede vysvetliť, prečo je ich spolužiak oslobodený od realizovania niektorých aktivít, ktoré oni musia realizovať.

Pri realizácii tohto opatrenia hrozí riziko, že redukcia učiva nepostihne správny obsah učiva alebo správny rozsah učiva. Rovnako je však rizikom k redukcii učiva nepristúpiť, čo môže viesť k opakovanému zlyhávaniu žiaka, ktorý si tým buduje negatívny postoj k škole. [Žampachová et al., 2015].

Opatrenie sme plánovali aplikovať na najnižšom stupni, kedy u žiaka dochádza k minimálnej úprave učiva. Na aplikáciu tohto opatrenia sme vybrali vyučovaciu hodinu so zameraním na „elektrický prúd a elektrické napätie“. V úvode hodiny sme mali pre žiakov naplánovanú aktivitu, počas ktorej mali správne zapojiť žiarovku k batérii tak, aby sa rozsvietila a následne správne zakresliť pripojenie vodičov ku žiarovke. Potrebné pomôcky mali byť pre

žiakov nachystané v triede. Po príchode do triedy by si žiaci sadli na svoje miesta, kde by mali pripravené: zdroj jednosmerného el. prúdu (tužkovú batériu), malú žiarovku (1,5 V) a vodiče. Keďže Adam má problémy s jemnou motorikou, navrhli sme redukciu nárokov na vzdelávanie tak, aby túto aktivitu nerealizoval sám, ale mohol pracovať spolu s jeho vyučujúcou, ktorá by manuálne realizovala aktivitu presne podľa Adamových pokynov. Na záver by Adam mohol vidieť presnú polohu vodičov na žiarovke. Následne mal aj on, rovnako ako jeho spolužiaci, nakresliť do zošita pripojenie vodičov ku žiarovke tak, aby žiarovka svietila.

Dopad tohto opatrenia nevieme vyhodnotiť, pretože škola prešla na dištančnú formu výuky. V domácom prostredí nebolo možné pristúpiť na aplikáciu tohto opatrenia, nakoľko žiaci učiaci sa z domu nedisponovali potrebnými pomôckami.

Poďakovanie

Ďakujem mojej vedúcej bakalárskej práce, ktorá je prameňom tohto článku, doc. PaedDr. Viere Haverlíkovej, PhD. za jej vedenie, rady, pomoc a množstvo času, ktorý mi venovala. Ďalej sa chcem poďakovať pracovníkom *Národního autistického střediska* v Prahe za poskytnutie množstva odbornej literatúry.

Literatúra

[Andreas, 2008] Andreas, 2008. *Aspergerov Syndróm - syndróm čudákov, zmiešaný z talentu a handicapu*. [online]. [2008]. [S.L.]. [S.N.]. [2008]. 11 s. [Cit. 19. júl 2021]. Dostupné na: <https://andreas.sk/files/AS_DIAG.pdf>

[Bošková, 2018] BOŠKOVÁ, S. 2018. *Specifika výchovy a vzdělávání žáků s poruchou - bakalářska práce.* [online]. České Budejovice: Zdravotne sociálni fakulta Jihočeské univerzity v Českých Budejovicích. 2018. 88 s. [Cit. 20. júl 2021]. Dostupné na: <https://theses.cz/id/a8l9oe/25342842>

[Čadilová, [S.A.]] ČADILOVÁ, V. [S.A.]. *Metodika práce se žákem s PAS.* [online]. [prezentácia]. [S.L.]. [S.N.]. [S.A.]. [Cit. 20. júl 2021]. Dostupné na : < https://lnk.sk/hck3>

[Edelson, [S.A.]] EDELSON, S. [S.A.]. *Structured Teaching-The TEACCH Method*. [S.L.], Spojené štáty americké. [S.N.]. [S.A.]. 1 s. [Cit. 13.. október 2021]. Dostupné na: <https://www.midwayisd.org/cms/lib/TX01000662/Centricity/Domain/16/Structured%20Teaching%20Principles.pdf>

[MŠVVaŠ SR, 2021] MŠVVaŠ SR, 2021: *Stratégia inkluzívneho prístupu vo výchove a vzdelávaní*. [online]. Dostupné na: <https://www.minedu.sk/data/att/21468.pdf>

[NCZI, 2022] *ICD-11*. [online]. [S.L.] : Národné centrum zdravotných informácií. 2022. [Cit. 24. január 2022]. Dostupné na: <http://www.nczisk.sk/standardy-v-zdravotnictve/pages/medzinarodna-klasifikacia-chorob-mkch-10.aspx>

[Kaňovský, 2020] KAŇOVSKÝ P., BÁRTKOVÁ A. et al. 2020. *Speciálmi neurologie (svazek II)*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci, 2020. 2 zväzky 866 s. ISBN 978-80-244-5611-9

[Strmeň L., Raiskup J.Ch., 1998, s. 30]. STRMEŇ L., RAISKUP J. CH. 1998. *Výkladový slovník odborných výrazov používaných v psychológii*. Bratislava, Slovenská republika: Vydavateľstvo IRIS, 1998. s.320 ISBN 80-88778-69-7

[Štrahůlková, 2014] ŠRAHŮLKOVÁ, K. 2014. *Žáci s poruchami autistického spektra v běžné škole.* [online]. [S.L.]. [S.N.]. 2014, [Cit. 16. september 2021]. Dostupné na: <https://adoc.pub/aci-s-poruchami-autistickeho-spektra-v-bne-kole.html>

[Thorová, 2016]. THOROVÁ, K. 2016. *Poruchy autistického spektra.* Tretie prepracované a rozšírené vydanie. Praha : Portál, 2016. 448 s. ISBN 978-80-262-0768-9

[Tíňová, 2018] TIŇOVÁ, M. 2018. *Študenti s poruchou autistického spektra na vysokej škole – príručka pre učiteľov.* Bratislava: Univerzita Komenského v Bratislave, 2018. 18 s.

[Veselá, 2018] VESELÁ, T. 2018. *Vzdělávání žáků s poruchou autistického spektra se zřetelem na vyučovací formy a metody v Základní škole v Brně, Štolcova*. Diplomová práca. [online]. Brno : Pedagogická fakulta Masarykovej univerzity. 2018, 81 s. [Cit. 17.. august 2021]. Dostupné na: <https://lnk.sk/ivy2>

[Zákon 245/2008, 2022] *Zákon 245/2008, Z. o výchove a vzdelávaní (Školský zákon)* Novelizované znenie s účinnosťou od 01.04.2022.

[Žampachová Z. et. al, 2015] ŽAMPACHOVÁ Z., et al. 2015. *Katalog podpůrných opatření dílčí část pro žáky s potřebou podpory ve vzdělávání z důvodu poruchy autistického spektra nebo vybraných psychických onemocnění.* [online]. Olomouc : Univerzita Palackého v Olomouci. 2015, [Cit. 26.. august 2021]. Dostupné na: <http://inkluze.upol.cz/ebooks/katalog-pas/katalog-pas.pdf> ISBN 978-80-244-4689-9

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 124–132
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Lívia Sobinovská

Didaktické hry vo vyučovaní fyziky

Lívia Sobinovská[1]*
Školiteľ: PaedDr. Tünde Kiss, PhD.[1‡]
[1] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Budúcim učiteľom fyziky je sprostredkované množstvo vyučovacích metód, ktoré rozvíjajú kritické myslenie a aktivizujú žiakov. Jednou z týchto metód je didaktická hra. Pojem hra je žiakom veľmi blízky. Stretávajú sa s ním už od svojho raného detstva. Zavedenie didaktickej hry do vyučovania fyziky môže byť príjemným osviežením bežných vyučovacích hodín, nielen pre žiakov, ale aj pre učiteľa. Štúdiom literatúry sme zistili, aké didaktické hry sú dostupné pre vyučovací predmet fyzika a na základe jednej z nich sme navrhli didaktickú hru pre žiakov 7. ročníka základnej školy. Otázky a úlohy našej didaktickej hry sú z tematického celku termodynamika, a sú určené predovšetkým na opakovanie a fixáciu už nadobudnutých poznatkov.
Kľúčové slová: aktívne učenie sa, didaktické hry, vyučovanie fyziky

1 Aktívne učenie sa

Fyzika je súčasťou bežného života každého žiaka. Stretávajú sa s ňou každodenne. Či už v domácnosti, alebo v podobe prírodných javov ako je búrka, dážď alebo obyčajná dúha. Neznalosť v oblasti fyziky môže niekedy ohroziť aj zdravie, či dokonca život jednotlivcov. Preto je potrebné u žiakov vyvolať záujem o poznatky z fyziky, a tým aspoň čiastočne zabrániť týmto situáciám.

„Vyučovacie hodiny fyziky je potrebné obohacovať aktivizujúcimi a motivujúcimi postupmi, ktorých úlohou je zvýšiť záujem žiakov o edukačný proces, podporiť ich chuť učiť sa a v nemalej miere prispieť k pochopeniu preberaného učiva i jeho praktickej aplikácií s dôrazom na rozvoj kľúčových kompetencií.“ [Štefančínová, 2015, s. 3]

Aktívne učenie sa definujú autori podobným spôsobom.

Aktívne učenie sa sa vzťahuje na vzdelávacie techniky, ktoré umožňujú žiakom podieľať sa na učení a vyučovacích činnostiach, prevziať zodpovednosť za ich vlastné učenie sa a nadviazať spojenie medzi myšlienkami analyzovaním, syntetizovaním a hodnotením [Gogus, 2012, s. 77].

Je to čokoľvek, čo zapája žiakov do robenia a premýšľania nad tým, čo robia [Bonwell, Eiston, 1991, podľa Gogus, 2012, s. 77].

Aktívne učenie sa je viac zamerané na kognitívny rozvoj než na nadobudnutie faktov a prenos informácií. Úlohou žiakov nie je byť len pasívnym poslucháčom a zapisovateľom poznámok [Gogus, 2012, s. 77].

Podľa Tomengovej [2012, s. 13] „v aktívnom učení sa žiakov sa kladie menší dôraz na sprostredkovanie informácií a väčší dôraz sa kladie na rozvoj zručností žiakov. Od žiakov sa požadujú vyššie myšlienkové operácie, ako napr. analýza, syntéza hodnotenia. Žiaci čítajú, realizujú praktické cvičenia, píšu, diskutujú. Najdôležitejšie na aktívnom učení sa je však to, že žiaci nielen aktívne robia, ale súčasne aj rozmýšľajú nad tým, čo robia.“ [Student Participation: Learning About Active Learning, podľa Tomengová, 2012, s. 13].

Podľa viacerých autorov [Bell, Kozlowski, 2008, Bonwell, Eison, 1991, Johnson et al., 1991, Mayer, 2004, podľa Gogus, 2012, s. 79] aktívne učenie sa:

- podporuje samostatné učenie sa,
- podporuje vzájomnú interakciu medzi žiakmi a žiakmi a učiteľmi,
- umožňuje žiakom premýšľať a spracovávať informácie,
- vytvára pozitívnejší postoj k predmetu,
- umožňuje žiakom prepojiť obsah so skutočným životom,
- rozvíja komunikačné schopnosti žiakov pomocou skupinovej práce,
- podporuje alternatívne formy vyučovania a hodnotenia.

1.1 Metódy aktívneho učenia sa

Kotrba a Lacina [2007, s. 81] uvádzajú viacero kritérií delenia metódy aktívneho učenia. Môžeme ich deliť podľa:

- **náročnosti prípravy** (času, materiálového vybavenia, pomôcok potrebných pre realizáciu);
- **časovej náročnosti samotného priebehu vo výučbe**;
- **zaradenia do kategórií** (hry, situačné, diskusné, inscenačné metódy, problémové úlohy, úlohy typu projekt, ...);

* sobinovska4@uniba.sk
‡ tunde.kiss@fmph.uniba.sk

- **účelu a cieľa použitia vo výučbe** (diagnostika, opakovanie, motivácia, nová forma výkladu, odreagovanie).

2 Didaktické hry

V tomto článku sa budeme venovať metóde hry, konkrétne didaktickým hrám.

Pojem didaktická hra definujú jednotliví autori rôznymi spôsobmi.

Labjaková [2013, s. 12] definuje didaktickú hru ako vyučovaciu metódu, „ktorej významná prednosť spočíva v tom, že prináša žiakom potešenie z jej priebehu, a tak ako každá vyučovacia metóda vedie k dosiahnutiu stanovených edukačných cieľov na základe realizácie naplánovanej činnosti učiteľa a žiakov."

Průcha, Walterová a Mareš [1995, s. 43] tvrdia, že „didaktická hra je analógia spontánnej činnosti detí, ktorá sleduje (pre žiakov nie vždy zjavným spôsobom) didaktické ciele. Môže sa odohrávať v učebni, telocvični, na ihrisku, v prírode. Má svoje pravidlá, vyžaduje priebežné riadenie, záverečné vyhodnotenie. Je určená jednotlivcom i skupinám žiakov, pričom rola pedagogického vedúceho máva široké rozpätie od hlavného organizátora až po pozorovateľa. Jej prednosťou je stimulačný náboj, alebo prebudenie záujmu, zvyšuje angažovanosť žiakov na vykonávaných činnostiach, podnecuje ich tvorivosť, spontánnosť, spoluprácu a súťaživosť, núti ich využívať rôzne poznatky a zručnosti, zapájať životné skúsenosti. Niektoré didaktické hry sa približujú modelovým situáciám z reálneho života."

Didaktické hry sú založené na riešení problémových úloh a situácií. Vhodné sú predovšetkým pre účely motivácie, opakovania a precvičovania učiva. Nemali by však nahradzovať samotný výklad učiteľa [Kotrba, Lacina, 2007, s. 97].

Cieľom didaktických hier je zábavnou formou rozvíjať poznávacie procesy, intelektové schopnosti dieťaťa a rozširovať jeho poznatky. Didaktická hra má vyhranenú štruktúru, ktorá ju odlišuje od iných hier a činností. Tvorí ju hrová úloha, hrová činnosť a pravidlá hry [Labjaková, 2013, s. 12-13].

Maňák [1997, podľa Kotrba, Lacina, 2007, s. 97] uvádza, že každá didaktická hra by mala mať:

1. **didaktický cieľ** (predpokladaný efekt, čo chceme pomocou hry dosiahnuť);
2. **pravidlá** (na základe čoho sa bude hrať, podmienky hry);
3. **obsah** (motivačný rámec, príťažlivá činnosť).

Kotrba a Lacina [2007, s. 97] rozdeľujú didaktické hry podľa:

1. **dĺžky trvania** (krátkodobé – trvajúce aj len niekoľko minút, dlhodobé);
2. **miesta, kde by sa mali odohrávať** (trieda, prípadne iná miestnosť – školská jedáleň, les, lúka, ...);
3. **svojho účelu** (s dôrazom na opakovanie vedomosti, pohybovo zamerané hry, stresové situácie, rozvoj sociálnych a iných zručnosti).

Hlavné funkcie didaktických hier sumarizovali Horváthová a Haverlíková [2012, s. 4]:

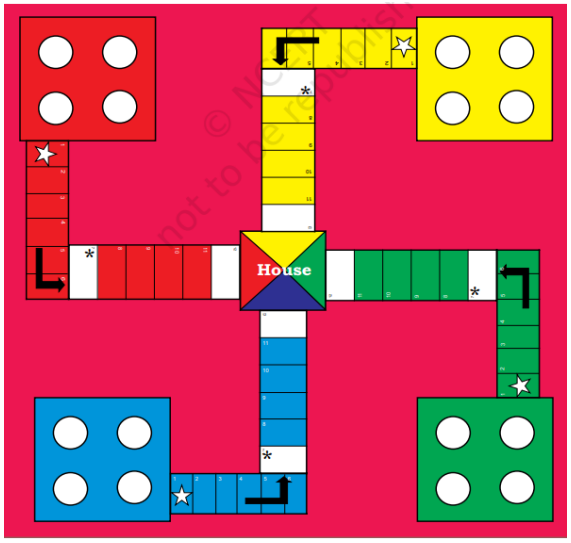
- „motivácia a aktivizácia;
- fixácia poznatkov, zručnosti,
- relaxácia,
- socializácia žiakov – žiak vníma svoje prednosti i nedostatky v porovnaní so skupinou, rešpektuje pravidlá hry, vytvára sa sebadisciplinovanosť, sebaovládanie, sebakontrola, podporuje sa sebadôvera a samostatnosť;
- komunikácia – vyjadrenie určitej myšlienky, výmena vzájomných informácií, aktívne počúvanie tomu, čo hovoria iní;
- rozvoj tvorivosti;
- kognitivizácia – vznik a rozvoj poznatkov a zručností;
- integrácia poznatkov do systému;
- spätná väzba umožňujúca diagnostiku."

3 Dostupné didaktické hry pre predmet fyzika

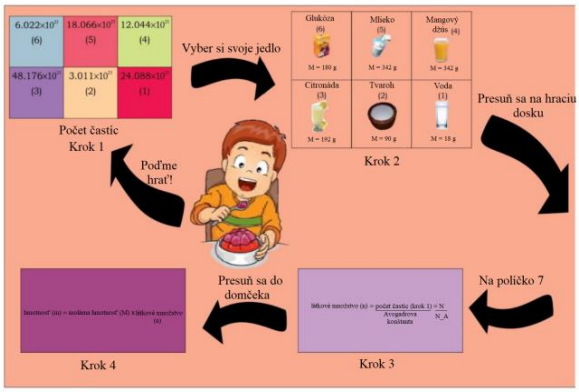
Štúdiom slovenskej a zahraničnej literatúry sme zistili, aké didaktické hry sú dostupné pre predmet fyzika. Z nich sme vybrali desať, ktorých princíp uvádzame nižšie. Hry je možné prispôsobiť pre žiakov základných, ale aj stredných škôl. Časová náročnosť týchto hier sa pohybuje od 5 do 40 minút.

1. **Mólové človeče nehnevaj sa** – cieľom tejto hry je, aby žiaci porozumeli konceptom mól, mólová hmotnosť a atómová hmotnosť. Úlohou žiakov je vypočítať hmotnosť nejakej látky – glukózy, mlieka, mangového džúsu, citronády, tvarohu alebo vody. Hra obsahuje dve dosky – jednu, po ktorej žiaci posúvajú svoje figúrky (obr. 1) a druhú, kde sú pokyny (obr. 2). Každý tím si vyberie svoje miesto na hracej doske, po ktorej sa budú posúvať. Aby skupina mohla začať hrať, musí im padnúť na kocke číslo 1 alebo 6. Následne jeden hráč z tímu hodí hracou kockou. Podľa padnutého čísla sa tím posunie po hracej doske. Padnuté číslo zároveň určuje počet častíc, ktorý je danému číslu priradený na druhej doske. Rovnako postupujú aj ostatné tímy. Ďalšie kolo iný hráč tímu hodí kockou. Podľa padnutého čísla sa tím znovu posunie po hracej doske, pričom padnuté číslo tentokrát určuje potravinu, ktorá sa priradí k danému tímu. Ak tím stúpi na políčko 7, musí vypočítať látkové množstvo danej potraviny pomocou vzťahu, ktorý sa nachádza v kroku

3 na hracej doske s pokynmi (obr. 2). Políčko 7 nesmú prekročiť, čo znamená, že budú hádzať kockou toľko kôl, kým im nepadne také číslo, vďaka ktorému stúpia na políčko 7. Ak tím stúpi na políčko 12 (políčko 12 nesmú preskočiť rovnako ako políčko 7), musí vypočítať hmotnosť danej potraviny podľa vzťahu v kroku 4 na hracej doske s pokynmi (obr. 2). Aby sa tím dostal do domčeka, na hracej kocke im musí padnúť číslo 1. Vyhráva ten tím, ktorý sa ako prvý dostane do svojho domčeka [NCERT, 2020].



Obr. 1: Hracia doska, po ktorej sa žiaci posúvajú.



Obr. 2: Hracia doska s pokynmi.

2. **Rozpadové reťazce** – v rozpadových reťazcoch sú odstránené niektoré značky, hmotnostné a atómové čísla chemických prvkov. Triedu môžeme rozdeliť na dvojice, pričom každej dvojici pridelíme jeden neúplný diagram. Cieľom hry je vyplniť prázdne miesta príslušnými značkami chemických prvkov a hmotnostnými a atómovými číslami [Elbanowska-Ciemuchowska, Giembicka, 2011].
3. **Tepelné javy (riskuj) –** cieľom hry je získať čo najväčší počet bodov. Tímy sa postupne striedajú vo výbere otázok. Tím, ktorý je na rade, si vyberie jednu zo štyroch oblastí: vnútorná stavba látok, vnútorná energia, zmena skupenstva a tepelné motory. Z danej kategórie si zvolia otázku za 10, 20, 30, 40 alebo 50 bodov (podľa obťažnosti). Vyučujúci prečíta otázku, na ktorú musí tím odpovedať do stanoveného limitu. Za správnu odpoveď si tím pripíše príslušný počet bodov. Pokiaľ tím odpovie zle, odpočíta si od doterajšieho skóre 10 bodov a odpovedať môže ďalší tím. Či už túto možnosť druhý tím využije alebo nie, volí si následne ešte svoju otázku. Hra končí, ak sú vyčerpané všetky otázky (políčka zodpovedaných otázok je dobré pre prehľadnosť škrtať). Víťazí tím s najväčším počtom bodov [Pecháčková, 2020, s. 26-29].
4. **Fyzikálny trojuholník (trimino)** - úlohou žiakov je poskladať geometrický útvar, konkrétne rovnostranný trojuholník. Každá strana trojuholníka obsahuje jeden výrok. Prislúchajúci výrok sa nachádza na druhom trojuholníku. Úlohou žiakov je nájsť prislúchajúce dvojice a spojiť strany trojuholníkov. Takto žiaci postupne vytvárajú geometrický obrazec. Priraďovanie dvojíc je jednoznačné, teda nemôže nastať situácia, kedy by sa dali priradiť k jednému pojmu dva rôzne výroky. Z jednej sady možno vytvoriť len jeden obrazec. Tieto hry sa môžu hrať v skupinách alebo samostatne. Cieľom hry je čo najrýchlejšie a správne poskladať obrazec, ktorého tvar je vopred daný [Krišková, Raganová, 2011, s. 154-155].
5. **Dynamické domino** – na dominách sú napísané fyzikálne pojmy a vzťahy. Úlohou žiakov je priradiť k sebe výroky, ktoré navzájom súvisia. Takto spojené „kocky“ dominá vytvoria pás. Táto hra sa dá transformovať na hru s väčším alebo menším počtom dvojíc pridaním alebo odobratím „kociek“ [Krišková, Raganová, 2011, s. 155].
6. **Kreslené pohyby** – hra obsahuje 21 kartičiek. Na siedmich kartičkách sú rovnice, ktoré vyjadrujú rôzne druhy pohybov (rovnomerný pohyb, rovnomerne zrýchlený pohyb, ...) s rôznymi počiatočnými podmienkami. Na ďalších siedmich kartičkách sú grafy závislostí dráhy od času pre pohyby vyjadrené rovnicami na prvých siedmich kartičkách. Na zvyšných kartičkách sú zobrazené závislostí rýchlosti od času pre jednotlivé pohyby. Túto sadu kartičiek obdržia žiaci, pričom ich úlohou je správne priradiť trojicu: rovnica pohybu, jej grafická závislosť dráhy od času a grafická závislosť

rýchlosti od času [Krišková, Raganová, 2011, s. 155-156].

7. **Prijímací pohovor** - žiak je v pozícii uchádzača o pracovné miesto elektrikára a snaží sa presvedčiť budúceho zamestnávateľa o svojich vedomostiach z tejto oblasti. Ak žiak úspešne prejde prvým kolom prijímacieho pohovoru, môže nasledovať druhé kolo – praktická skúška, kde žiak predvedie zapojenie jednoduchého elektrického obvodu podľa schémy [Nováková, 2015, s. 31-32].
8. **Hádaj, na čo myslím** - jeden žiak si na základe preberaného učiva určí, čo bude predstavovať (fyzikálny dej, veličinu, vedca), to napíše na papier a odovzdá učiteľovi. Ostatní žiaci sa pomocou zatvorených otázok snažia zistiť, čo predstavuje. Po piatej (alebo napr. po desiatej) otázke môžu žiaci hádať. Žiak, ktorý uhádol, na čo alebo na koho vybraný žiak myslel, získava bod a môže pokračovať v ďalšom kole s výberom novej predstavy. Túto hru môže učiteľ obmeniť tým, že vopred pripraví karty s pojmami, ktoré je potrebné zopakovať a upevniť. Hráč si vylosuje jednu kartu. Tento variant je pre žiakov náročnejší, pretože v tomto prípade sa preverujú znalosti aj vybraného žiaka, ktorý nemá možnosť si zvoliť tému, ktorú ovláda [Nováková, 2015, s. 32-33].
9. **A kto si ty?** - žiaci dostanú meno osobnosti na lístočku a v rámci domácej prípravy si zistia o koho ide a čím je táto osoba dôležitá, aký bol jej prínos v danej oblasti. Úlohou žiaka je čo najpresnejšie napodobniť túto osobu, predstaviť sa (neprezradiť meno), popísať dobu alebo prostredie, v ktorej osobnosť žila. Žiak môže postavu dramaticky stvárniť, môže napodobniť jej prácu, predstaviť vynález alebo objavy alebo môže použiť obrázky. Snaží sa predstaviť menej známe informácie alebo vynálezy, aby hádanie nebolo príliš jednoduché. Po predstavení, ostatní žiaci sa pokúsia uhádnuť, o koho ide. Pokiaľ nikto neuhádne, má žiak pripravenú nápoveď, napr. všeobecne známy výrok osobnosti alebo niečo, podľa čoho žiaci danú osobnosť poznajú. Žiak, ktorý úspešne predstavoval osobnosť, získa jednotku za domácu prípravu. Žiak, ktorý uhádol, o akú osobnosť sa jedná, získa bod za aktivitu [Nováková, 2015, s. 34-35].
10. **Indície** – cieľom hry je získať čo najviac indícií a z nich uhádnuť významnú osobnosť. Žiaci buď jednotlivo alebo vo dvojiciach či skupinkách postupne dostávajú karty s úlohami, ktoré riešia. Za každú správne vyriešenú úlohu získavajú jednu indíciu (číslo úlohy sa zhoduje s číslom indície). Vyhráva žiak (prípadne tím), ktorý ako prvý uhádne hľadanú osobnosť [Pecháčková, 2020, s. 32-35].

4 Hra „Fyzikálne aktivity“

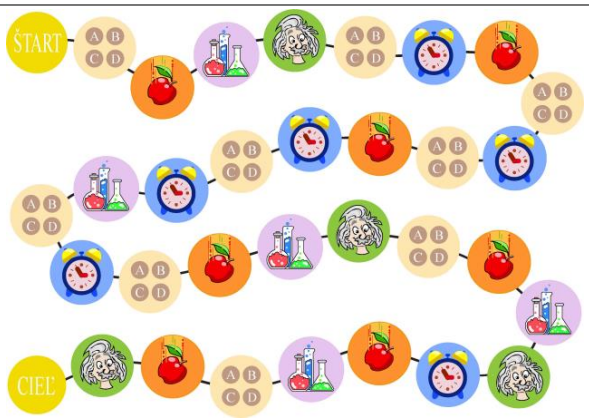
Pri tvorbe návrhu hry Fyzikálne aktivity sme sa inšpirovali hrou, ktorú vytvoril Daniel Dziob [Dziob, 2020]. Pomocou tejto hry skúmal možnosť využitia hry ako metódy hodnotenia úspechu žiakov na stredných školách v porovnaní s bežnými testami na hodinách fyziky. Jeho hru sme pretvorili na vlastnú verziu. Túto verziu sme vyskúšali so 17 žiakmi kvarty zo Školy pre mimoriadne nadané deti a gymnázia. Na základe výsledkov sme nami vytvorenú pôvodnú verziu upravili. V článku uvádzame upravenú verziu didaktickej hry s názvom Fyzikálne aktivity. Taktiež opisujeme zmeny a dôvody jednotlivých zmien.

Hra Fyzikálne aktivity je určená pre žiakov 7. ročníka základných škôl. Je navrhnutá na tému termodynamika. Je vhodná predovšetkým ako forma opakovania na konci vyššie uvedenej témy. Hru je však možné prispôsobiť akejkoľvek téme z fyziky a pre akýkoľvek ročník.

Počet hráčov je ľubovoľný – žiakov je potrebné rozdeliť do štvor- alebo päťčlenných skupín (záleží od počtu žiakov). Viac ako 5 žiakov v jednej skupine neodporúčame, aby každý žiak mal rovnakú možnosť zapojiť sa do hry. V prípade, ak je v triede veľa žiakov (viac ako 25) odporúčame hrať hru na dvoch hracích doskách. V tomto prípade však učiteľ musí kontrolovať priebeh dvoch hier, čo môže byť náročné. Ďalšou alternatívou je elektronická verzia – premietnuť hrací plán na magnetickej tabuli, kde figúrkami budú magnety. Žiaci ostanú sedieť na svojich miestach odkiaľ budú hru hrať. Prípadne si môže učiteľ vytlačiť hraciu dosku vo väčšom formáte a položiť ju na podlahu v triede.

Učiteľ plní v tejto hre funkciu rozhodcu. Posudzuje správnosť odpovedí a dodržiavanie pravidiel hry pri riešení úloh. Podrobnejšie rolu učiteľa opisujeme pri jednotlivých kategóriách.

Hracia doska (obr. 3) pozostáva z cesty, po ktorej žiaci presúvajú svoje figúrky. Cesta je tvorená náhodným usporiadaním políčok piatich kategórií: fyzikálne pojmy a javy, známe osobnosti, otázky s krátkymi odpoveďami, otázky s výberom odpovede a jednoduché pokusy. Jednotlivé kategórie požadujú zakaždým od žiakov vykonať iný druh aktivít a umožňujú im získať rôzny počet bodov.



Obr. 3: Hracia doska.

Súčasťou hry sú aj hracie kartičky pre jednotlivé kategórie. V každej kategórií si žiaci ťahajú určitý počet kartičiek, na ktorých sú napísané javy, pojmy alebo osobnosti, ktoré majú opísať, pokusy, ktoré majú vykonať alebo otázky, na ktoré majú odpovedať. Použité kartičky je potrebné dať na spodok kôpky danej kategórie.

Na hru je potrebných minimálne 60 minút (záleží od počtu žiakov). Ak učiteľ chce venovať hre 45 minút, počet políčok na hracej doske je potrebné upraviť. Prípadne si môže učiteľ odfotiť na konci jednej vyučovacej hodiny stav na hracej doske, a na ďalšej vyučovacej hodine pokračovať v hre. Odporúčame túto hru hrať so žiakmi vtedy, keď nasledujú po sebe dve vyučovacie hodiny fyziky.

Na začiatku stoja figúrky všetkých skupín na políčku štart. Pomocou hracej kocky sa rozhodne, ktorá skupina pôjde ako prvá – tá, ktorej padne na kocke najvyššie číslo. Následne sa pokračuje v smere hodinových ručičiek. Zároveň padnuté číslo na kocke rozhodne, o koľko políčok sa figúrky posunú na začiatku hry po hracom poli. Ďalej sa žiaci posúvajú po hracom poli podľa počtu bodov, ktoré získajú skupiny riešením jednotlivých úloh.

V prípade, že skupina, ktorá stúpi na niektoré políčko, nezíska žiadne body, ostáva stáť na danom políčku a v ďalšom kole znovu ťahá kartičku z tejto kategórie.

Hra sa končí buď ak jedna zo skupín prejde políčkom cieľ, alebo ak z *n* skupín prejde políčkom cieľ *(n-1)* skupín (záleží od počtu žiakov, resp. časového priebehu hry).

Navrhnutú hru sme vyskúšali so 17 žiakmi kvarty. Hra trvala približne 80 minút. Preto sme našu hru ukončili vtedy, keď do cieľa prišla jedna zo skupín.

4.1 Hracie políčka

Hraciu dosku tvoria hracie políčka štart, cieľ, fyzikálne pojmy a javy, známe osobnosti, otázky s krátkymi odpoveďami, otázky s výberom odpovede a jednoduché pokusy.

1. **Štart**
2. **Cieľ**
3. **Fyzikálne pojmy a javy** - jeden zástupca skupiny, ktorá stúpila na políčko *fyzikálne pojmy a javy*, dostane päť kariet s názvami rôznych fyzikálnych pojmov a javov. Úlohou zástupcu je opísať daný fyzikálny pojem alebo jav bez použitia základu slova. Ostatní spoluhráči hádajú dané slovo. Majú na to jednu minútu. Po skončení časového limitu sa skupina posúva dopredu o toľko políčok, koľko fyzikálnych pojmov alebo javov stihli uhádnuť. Učiteľ kontroluje opis javov alebo pojmov. Navádza žiakov, aby využívali opisy spojené s fyzikou. Teda, aby neopisovali len dané slovo, ale aj jeho fyzikálny význam. Dáva pozor na to, aby bol opis správny, teda aby sa nestalo, že daný pojem alebo jav žiak opíše nesprávne, ale ostatní z jeho skupiny ho uhádnu.
   Túto kategóriu nechávame v pôvodnej verzii. Žiakom kvarty táto kategória nerobila problém. Niektoré skupiny stihli počas jednej minúty opísať všetkých päť kartičiek, niektoré skupiny stihli maximálne dve. Väčšinou to bolo spôsobené tým, že nevedeli, čo dané slovo znamená.
4. **Známe osobnosti** - toto políčko má podobný princíp ako políčko *fyzikálne pojmy a javy*. Táto kategória sa však týka známych osobností z oblasti fyziky, s ktorými sa žiaci stretnú v rámci učiva. Zástupca skupiny obdrží jednu kartičku, na ktorej je napísané meno známej osobnosti. Jeho úlohou je opísať danú osobnosť bez toho, aby povedal jej meno. Časový limit je jedna minúta. Ak skupina uhádne danú osobnosť, posúva sa o jedno políčko dopredu.
   Pre túto kategóriu sme vytvorili len 10 hracích kartičiek, pretože na základe učebníc od kolektívu Lapitková et al. sa žiaci počas 6. a 7. ročníka stretnú len s 10 osobnosťami. Teda je tu možnosť, že všetky hracie kartičky sa minú. Preto je potrebné použité kartičky dávať na spodok kôpky a brať kartičky ďalej. V tomto prípade je však potrebné upozorniť žiakov, aby opisovali osobností už inými slovami, ako predtým.
   Žiakom kvarty nerobil problém opis osobností, avšak stávalo sa často, že danú osobnosť vôbec nepoznali. Preto sme im dali možnosť vymeniť si kartičku za inú, aby sme ušetrili čas. Aby bola hra spravodlivá,

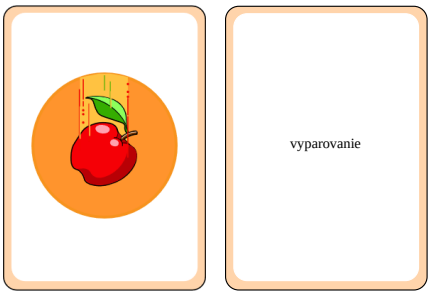
navrhujeme riešenie tejto situácie rovnakým spôsobom, ako pri ostatných políčkach – ak žiaci nebudú danú osobnosť poznať a vedieť opísať, ostávajú na tomto políčku a až v ďalšom kole si budú ťahať novú kartičku. Väčšinou žiaci opisovali vynález danej osobnosti alebo fyzikálnu veličinu či jednotku, ktorá je spojená s osobnosťou. Úlohou učiteľa je kontrolovať opis danej osobnosti. Pri vyskúšaní našej hry sa stalo, že zástupca skupiny opísal nesprávnu jednotku fyzikálnej veličiny, o ktorej si myslel, že je spojená s danou osobnosťou. Napriek tomu danú osobnosť ostatní členovia skupiny uhádli. Takýto opis by učiteľ nemal uznať. Počas hry sa hracie kartičky neopakovali, teda v tomto prípade bolo 10 kartičiek postačujúcich.

5. **Otázky s krátkymi odpoveďami -** otázky s krátkymi odpoveďami vyžadujú iba odpoveď pravda/nepravda alebo inú jednoslovnú odpoveď. Otázky kladie učiteľ a čas jedného kola je jedna minúta. Za tento čas skupina, ktorá stúpi na políčko *otázky s krátkymi odpoveďami*, odpovedá na toľko otázok za sebou, koľko v danom časovom limite stihne. Po skončení kola sa skupina posunie dopredu o taký počet políčok, ktorý je v súlade s počtom správne zodpovedaných otázok.
   V pôvodnej verzii ak žiaci z danej skupiny neodpovedali správne, dostala možnosť reagovať na otázky ďalšia skupina. Túto možnosť sme v upravenej verzii vynechali, pretože vnášala do hry zmätok. Počet bodov v pôvodnej verzií bol v súlade s počtom správne zodpovedaných otázok delené dvomi a zaokrúhlene nahor. Keďže v priemere žiaci stihli odpovedať na 4 otázky, bodové hodnotenie sme zmenili.
6. **Otázky s výberom odpovede –** skupina obdrží dve otázky. Žiaci musia vybrať správnu odpoveď a poskytnúť ucelenú argumentáciu, ktorá odôvodňuje ich výber. Majú na to dve minúty. Žiaci sa posunú po hracom poli podľa počtu bodov, ktoré získali. Za správne zodpovedanú otázku spolu s korektnou argumentáciou získavajú dva body. V prípade, že len správne odpovedia, ale svoju voľbu nevedia odôvodniť, získajú jeden bod. Učiteľ posudzuje správnosť odpovede a korektnosť argumentácie. Prípadne kladie doplňujúce otázky, ak žiaci neuviedli ucelenú argumentáciu.
   Pôvodne sme žiakom dávali len jednu otázku. Keďže žiaci stihli na danú otázku odpovedať a vyargumentovať správnu odpoveď v priemere za pol minúty, zvýšili sme počet otázok. Avšak mohlo to byť spôsobené aj tým, že títo žiaci boli zvyknutí argumentovať. Preto prenechávame stanovenie časového limitu na rozhodnutie učiteľa. V prípade, že žiaci nebudú mať problém s výberom odpovede a s argumentáciou, minúta by mala byť postačujúca na dve otázky. V prípade, že žiaci budú potrebovať viac času na rozmyslenie, odporúčame nechať žiakom maximálne dve minúty.
7. **Jednoduché pokusy –** ak žiaci stúpia na políčko *jednoduché pokusy*, ich úlohou je vykonať zadaný pokus, ktorým budú demonštrovať daný fyzikálny jav. Učiteľ vopred pripraví pomôcky, ktoré budú potrebné k vykonaniu jednotlivých pokusov. Úlohou žiakov je vybrať z nich pomôcky, ktoré budú potrebovať k vykonaniu ich pokusu. Na prípravu majú čas, pokiaľ neskončí dané hracie kolo. Následne predvedú svoj pokus ostatným. Ďalšie skupiny im môžu klásť otázky ohľadom predvádzaného pokusu a prípadne požiadať o ďalšie vysvetlenia. Po správnom vykonaní pokusu a zodpovedaní otázok ostatným skupinám sa môžu posunúť o dve políčka dopredu. Úlohou učiteľa je posúdiť, či daný pokus, ktorý je napísaný na kartičke, predviedli žiaci správne a demonštrovali alebo ukázali to, čo mali.
   V pôvodnej verzií ostatní žiaci čakali, pokiaľ si daná skupina pripraví pomôcky a premyslí, ako predvedie pokus. Čas na prípravu mali 2 minúty. Počas týchto dvoch minút ostatní žiaci vyrušovali. Preto sme sa rozhodli, že daná skupina, ktorá stúpi na políčko jednoduché pokusy, bude mať čas na prípravu pokiaľ neskončí jedno kolo. Ak príde daná skupina znovu na rad, predvedú svoj pokus a posunú sa po hracom políčku. Zároveň táto skupina pokračuje ďalej v hre, teda rieši úlohy, podľa toho, na ktoré políčko stúpila.
   Žiaci kvarty mali najväčší problém práve s kategóriou *jednoduché pokusy*. Stávalo sa, že nevedeli, čo vlastne majú predviesť. V mnohých prípadoch to bolo spôsobené tým, že nevedeli napríklad čo znamená, že plyn je pružný alebo rozpínavý. Žiaci kvarty sa venovali tejto téme v prvom polroku školského roka 2021/2022. Hru sme realizovali až na konci druhého polroka školského roku 2021/2022. Preto odporúčame učiteľom, aby túto hru využívali ako opakovanie na konci témy termodynamika.

4.2 Návrh otázok a úloh pre žiakov 7. ročníka základnej školy

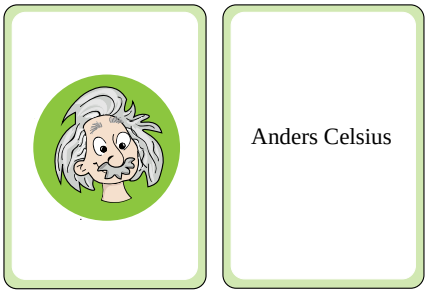
Pojmy, javy, osobnosti, otázky a úlohy sme čerpali z učebnice pre 6. ročník [Lapitková et al., 2010a] a 7. ročník [Lapitková, 2010b] základnej školy, z pracovného zošita Hravá fyzika pre 7. ročník [Schreiberová, Vajdečka, Skonc, 2012], z pracovnej časti učebnice fyziky pre 6. [Janovič et al., 2004] a 8. [Kolářová et al., 2004] ročník základných škôl, z pracovného zošita Fyzika 6 [Maťašovská, 2021] a Fyzika 7 [Kelecsényi, Moťovská, 2021].

1. **Fyzikálne pojmy a javy –** na hracie kartičky pre kategóriu *fyzikálne pojmy a javy* (obr. 4) navrhujeme napríklad pojmy ako vyparovanie, var, kondenzácia, topenie, anomália vody a pod. Celkovo sme vytvorili 30 hracích kartičiek pre túto kategóriu.



Obr. 4: Zadná a predná strana kartičky kategórie *fyzikálne pojmy a javy*.

2. **Známe osobnosti –** na hracie kartičky pre kategóriu *známe osobnosti* (obr. 5) navrhujeme napríklad mená ako Anders Celsius, Daniel Gabriel Fahrenheit, Christiaan Huygens, Benjamin Thomson Rumford, Archimedes a ďalšie. Celkovo sme vytvorili 10 hracích kartičiek pre kategóriu *známe osobnosti*. So všetkými menami známych osobností z hracích kartičiek sa žiaci stretávajú v učebniciach pre 6. a 7. ročník základnej školy. Preto je počet týchto kartičiek obmedzený na 10.



Obr. 5: Zadná a predná strana kartičky kategórie *známe osobnosti*.

3. **Otázky s krátkymi odpoveďami –** na hracie kartičky pre kategóriu *otázky s krátkymi odpoveďami* (obr. 6) navrhujeme napríklad tieto otázky:
   i. Atmosférický tlak sa vplyvom počasia a s nadmorskou výškou mení. pravda/nepravda
   ii. Pri nižšom tlaku je teplota varu vyššia. pravda/nepravda
   iii. Premenu kvapalného skupenstva na pevné nazývame .....
   iv. Plyny sú nestlačiteľné. pravda/nepravda
   v. Hustota telies klesajúcich v kvapaline na dno je ..... ako hustota kvapaliny v nádobe.

   Celkovo sme navrhli 40 otázok s krátkymi odpoveďami pre kategóriu *otázky s krátkymi odpoveďami*. V prípade i., ii., a iv. je potrebné vybrať iba jednu z možností. V prípade iii. a v. je potrebné dodať jedno slovo.

Obr. 6: Zadná a predná strana kartičky kategórie *otázky s krátkymi odpoveďami*.

4. **Otázky s výberom odpovede** – na hracie kartičky pre kategóriu *otázky s výberom odpovede* (obr. 7) navrhujeme napríklad tieto otázky:
   i. Máme dve nádoby. Vieme, že v jednej z nich je čerstvá voda a v druhej je už prevarená voda s rovnakým objemom a rovnakou teplotou. Obe nádoby sme začali zohrievať. Po určitom čase sa v jednej z nádob začali objavovať prvé bublinky. Vieme povedať, o ktorú nádobu s vodou išlo?
      a) Áno, bola to nádoba s už prevarenou vodou.
      b) Áno, bola to nádoba s čerstvou vodou.
      c) Nie, na základe týchto informácií nevieme povedať, o ktorú nádobu išlo.

      Svoju voľbu odôvodni.
   ii. V blízkosti miest Mount Everest (8 848 m n. m.), Mauna Kea (4 205 m n. m.) a Zlatých Pieskov (0 m n. m.) boli namerané takého teploty varu vody: 99,9 °C, 77,1 °C a 85 °C. Ktorá teplota varu vody prislúcha miestu Mount Everest?

a) 99,9 °C
b) 77,1 °C
c) 85 °C

Svoju voľbu odôvodni [Schreiberová, Vajdečka, Skonc, 2012, s. 15].

iii. Dve telesá rovnakého objemu dáme do nádoby. Rozhodni, ktoré teleso bude plávať hlbšie.
a) Teleso s väčšou hmotnosťou.
b) Teleso s menšou hmotnosťou.
c) Teleso s menšou hmotnosťou pláva rovnako hlboko ako teleso s väčšou hmotnosťou.

Svoju voľbu odôvodni.

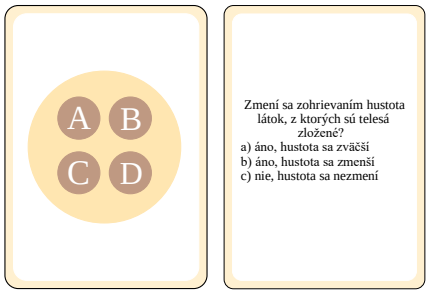
iv. Predmet tvaru kvádra postupne vkladáme do troch rozličných kvapalín označených písmenkami A, B, C. Predmet v kvapaline A pláva, v B sa potopí a v C sa vznáša. Keď všetky tri kvapaliny spolu zlejeme, tak
a) kvapaliny sa zmiešajú.
b) nezmiešajú sa, ale vytvoria tri vrstvy, pričom kvapalina A bude naspodku, potom bude kvapalina C a navrchu bude kvapalina B.
c) nezmiešajú sa, ale vytvoria tri vrstvy, pričom kvapalina B bude naspodku, potom bude kvapalina C a navrchu bude kvapalina A.

Svoju voľbu odôvodni.

v. Zmení sa zohrievaním hustota látok, z ktorých sú telesá zložené?
a) Áno, hustota sa zväčší.
b) Áno, hustota sa zmenší.
c) Nie, hustota sa nezmení.

Svoju voľbu odôvodni.

Celkovo sme navrhli 35 otázok pre kategóriu *otázky s výberom odpovede*.



Obr. 7: Zadná a predná strana kartičky kategórie *otázky s výberom odpovede*.

5. **Jednoduché pokusy** – na hracie kartičky pre kategóriu *jednoduché pokusy* (obr. 8) navrhujeme napríklad nasledujúce pokusy:
i. Ukáž, že plyny sú tekuté.
ii. Demonštruj šírenie tepla prúdením.
iii. Dokáž pokusom pôsobenie tlakovej sily v atmosfére.
iv. Demonštruj kondenzáciu.
v. Ukáž, že kvapaliny sú nestlačiteľné.

Celkovo sme navrhli 30 pokusov pre kategóriu *jednoduché pokusy*.

Obr. 8: Zadná a predná strana kartičky kategórie *jednoduché pokusy*.

Poďakovanie

Príspevok je súčasťou riešenia grantu KEGA č. 059UK-4/2022 s názvom Príprava učiteľov fyziky na využívanie neformálneho a informálneho vzdelávania.

Literatúra

[Dziob, 2020] Dziob, D. (2020). *Board game in physics classes – a proposal for a new method of student assesment*. [online]. Res Sci Educ 50, 2020. s. 845-862. [cit. 2022-02-28]. Dostupné na: https://doi.org/10.1007/s11165-018-9714-y 2018.

[Elbanowska-Ciemuchowska, Giembicka, 2011] Elbanowska-Ciemuchowska, S., Giembicka, A. (2011). How to Stimulate Students´ Interest in Nuclear Physics?. In : *US-China Education Review B 5*, 2011. s. 678-687. David publishing. ISSN 1548-6613.

[Gogus, 2012] Gogus, A. (2012). Active Learning. In: *Seel N. M. (eds) Encyclopedia of the Sciences of Learning*. [online]. Boston : Springer, 2012. s. 77-79. [cit. 2022-02-11]. Dostupné na: https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1428-6_489. ISBN 978-1-4419-1428-6.

[Haverlíková, 2011] Haverlíková, V. 2011. Vzdelávacie hry v školskom vyučovaní fyziky. [online]. In: *Aktuálne problémy fyzikálneho vzdelávania v európskom priestore*. Nitra : Pobočka JSMF v Nitre, 2011. s. 1-7. [cit. 2022-04-10]. Dostupné na: https://www.academia.edu/4914140/Vzdel%C3%A1vacie_hry_v_%C5%A1kolskom_vyu%C4%8Dovan%C3%AD_fyziky. ISBN 978-80-8094-988-4.

[Horváthová, Haverlíková, 2012] Horváthová, J., Haverlíková, V. (2012). Výskum používania hier vo vyučovaní fyziky. [online]. In: *Scientia in educatione 3(1)*. Praha : Univerzita Karlova v Prahe, 2012. s. 3-17. [cit. 2022-01-23]. Dostupné na: https://doi.org/10.14712/18047106.26. ISSN 1804-7106.

[Janovič et al., 2004] Janovič, J. et al. (2004). *Fyzika pre 6. ročník základných škôl pracovná časť B*. 6. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo – Mladé letá, s. r. o., 2004. 63 s. ISBN 80-10-00481-2.

[Kelecsényi, Moťovská, 2021] Kelecsényi, P., Moťovská, M. (2021). *FYZIKA, pracovný zošit pre 7. ročník základných škôl a 2. ročník gymnázií s osemročným štúdiom*. 7. vyd. Nitra : MAPA Slovakia Plus, s. r. o., 2021. 44 s. ISBN 978-80-8067-293-5.

[Kolářová et al., 2004] Kolářová, R. et al. (2004). *Fyzika pre 8. ročník základných škôl pracovná časť B*. 3. vyd. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo – Mladé letá, s. r. o., 2004. 111 s. ISBN 80-10-00479-0.

[Kotrba a Lacina, 2007] Kotrba, T., Lacina, L. (2007). *Praktické využití aktivizačních metód ve výuce.* Brno : Společnost pro odbornou literaturu, 2007. 188 s. ISBN 978-80-87029-12-1.

[Krišková, Raganová, 2011] Krišková, K., Raganová, J. (2011). Využitie didaktických hier pri fixácií fyzikálnych pojmov v stredoškolskej fyzike. [online]. In: *Zborník z konferencie Tvorivý učiteľ fyziky IV, Národný festival fyziky 2011*. Košice : Slovenská fyzikálna spoločnosť, 2011. s. 152-157. Dostupné na: http://sfs.sav.sk/smolenice/pdf_11/21_Kriskova.pdf. ISBN 978-80-970625-3-8.

[Labjaková, 2013] Labjaková, I. (2013). *Didaktická hra vo vyučovaní matematiky v primárnom vzdelávaní.* [online]. Bratislava : Metodicko-pedagogické centrum, 2013. 65 s. [cit. 2022-01-25]. Dostupné na: https://mpc-edu.sk/sites/default/files/publikacie/i._labjakov__didaktick__hra_vo_vyu_ovan__matematiky_b_prim_rnom_vzdel_van_.pdf.

[Lapitková et al., 2010a] Lapitková et al. (2010a). *Fyzika pre 6. ročník základných škôl*. 1. vyd. Bratislava : EXPOL PEDAGOGIKA, s. r. o., 2010. 112 s. ISBN 978-80-8091-173-7.

[Lapitková, 2010b] Lapitková, V. (2010b). *Fyzika pre 7. ročník základnej školy a 2. ročník gymnázia s osemročným štúdiom*. 1. vyd. Bratislava : Didaktis, s. r. o., 2010. 112 s. ISBN 978-80-89160-79-2.

[Maťašovská, 2021] Maťašovská, M. (2021). *FYZIKA, pracovný zošit pre 6. ročník základných škôl a 1. ročník gymnázií s osemročným štúdiom.* 7. vyd. Nitra : MAPA Slovakia Plus, s. r. o., 2021. 40 s. ISBN 978-80-8067-292-8.

[NCERT, 2020] NCERT (National council of educational research and training), (2020). *Handbook on understanding science through activities, games, toys and art forms Secondary Stage*. 1. vyd. New Delhi: Publication Division by the Secretary, National Council of Educational Research and Training, 2020. 243 s. ISBN 978-93-5292-208-6.

[Nováková, 2015] Nováková, A. (2015). *Didaktické hry a jejich zařazení do výuky fyziky na ZŠ*. Diplomová práca. [online]. České Budějovice : Jihočeská univerzita v Českých Budějovicích, 2015. [cit. 2022-04-10]. Dostupné na: https://lnk.sk/ckxm.

[Pecháčková, 2020] Pecháčková, T. (2020). *Procvičováni fyziky v 8. ročníku základní školy formou didaktické hry*. [online]. Brno : Masaryková univerzita, 2020. [cit. 2022-04-10]. Dostupné na: https://is.muni.cz/th/mlq2h/Zaverecna_prace_Pechackova_DAP.pdf.

[Průcha, Walterová, Mareš, 2003] Průcha, J., Walterová, E., Mareš, J. (2003). *Pedagogický slovník.* 4. vyd. Praha : Portál, 2003. 322 s. ISBN 80-7178-772-8.

[Schreiberová, Vajdečka, Skonc, 2012] Schreiberová, J., Vajdečka, P., Skonc, E. (2012). *Hravá fyzika 7*. 1. vyd. Košice: TAKTIK vydavateľstvo, s. r. o., 2012. 64 s. ISBN 978-80-89530-28-1

[Štefančínová, 2015] Štefančínová, I. (2015). *Aktivizujúce a motivujúce stratégie vo vyučovaní fyziky*. [online]. Bratislava : Metodicko-pedagogické centrum, 2015. 65 s. [cit. 2022-02-11]. Dostupné na: https://archiv.mpc-edu.sk/sites/default/files/publikacie/i_stefancinova_aktivizujuce_a_motivujuce_strategie_vo_vyucovani_fyziky.pdf.

[Tomengová, 2012] Tomengová, A. (2012). *Aktívne učenie sa žiakov – stratégie a metódy*. [online]. Bratislava : Metodicko-pedagogické centrum, 2012. 64 s. [cit. 2022-01-23]. Dostupné na: https://mpc-edu.sk/sites/default/files/publikacie/aktivne_ucenie_tomengova_web.pdf. ISBN 978-80-8052-421-0.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 133–137
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Ladislav Janiga

Potenciál využitia Game-Based Learning vo vyučovaní fyziky

Ladislav Janiga[1]*
Školiteľ: Viera Haverlíková[1†]
[1] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Game-Based Learning je oblasť vzdelávania zameraná na vzdelávacie hry, ktorá v posledných rokoch zaznamenala veľký rozvoj. V príspevku zadefinujeme pojem hra, vzdelávací prístup Game-Based Learning a pojem gamification a popíšeme možné prínosy a limity prístupu Game-Based Learning a možnosti jeho uplatnenia vo vyučovaní fyziky na základe literárnej rešerše. Uvedieme aj príklady aplikácie prístupu Game-Based Learning zo Slovenska a zo zahraničia.

Kľúčové slová: Game-Based Learning, hra, gamification, vyučovanie fyziky

1 Úvod

Hra je prirodzenou súčasťou ľudského života takmer od narodenia. Skrz hru sa nielen zabávame, ale taktiež budujeme vzťahy, učíme sa a získavame nové zručnosti a skúsenosti. Pre dieťa je hra hlavným nástrojom rozvoja a učenia sa.

Hra ako vzdelávacia metóda sa objavuje najmä v informálnom a neformálnom vzdelávaní. Vo formálnom vzdelávaní sa hra objavuje hlavne v nižšom veku – predškolské a primárne vzdelávanie. Vo vyššom veku sa hra ako súčasť vzdelávacieho procesu objavuje čoraz menej [Horváthová and Haverlíková, 2012].

Výskum v oblasti vzdelávacích hier zaznamenal v posledných rokoch významný rozvoj a bol definovaný nový vzdelávací prístup Game-Based Learning (GBL). Cieľom tohto príspevku je na základe dostupnej literatúry zadefinovať pojem hra, vzdelávací prístup Game-Based Learning a pojem gamification, popísať možné prínosy tohto prístupu a možnosti jeho uplatnenia vo vyučovaní fyziky na Slovensku.

2 Definícia Game-Based Learning

Vzdelávací prístup Game-Based Learning odkazuje na vzdelávanie založené na hrách. Aby sme mohli lepšie porozumieť, čo to znamená, potrebujeme si najprv vyjasniť, ako možno chápať slovo hra.

2.1 Hra

Hra je koncept, ktorý sa ťažko definuje. Existuje množstvo rôznych definícií hry [Huizinga, 2000], [Crawford, 1984], [Salen and Zimmerman, 2004], [Fullerton et al., 2008], [Schell, 2014]. Podľa Seaborn and Fels (2015), väčšina definícií hry popisuje podobné prvky hier – pravidlá, štruktúra, dobrovoľnosť, neistý výsledok, konflikt, predstava, riešenie. Hry vychádzajú z rôznorodých kombinácií týchto kritérií v rôznych proporciách. Náročnosť definovania pojmu hra spočíva v silnom prepojení hry s mnohými aspektami života. Tak ako každý neprežíva zážitky rovnakým spôsobom, tak aj na hry každý nazerá rôznymi spôsobmi [Kalmpourtzis, 2018].

Z množstva definícií vyberáme definíciu Kappa (2012): Hra je systém, v ktorom sú hráči vtiahnutí do riešenia abstraktnej výzvy a ktorý je definovaný pravidlami, interakciou a spätnou väzbou. Výstupom je merateľný výsledok a častokrát emocionálna reakcia [Kapp, 2012].

Kapp ďalej túto definíciu rozmieňa na drobné. Systém hry je prepojením jednotlivých prvkov hry (pravidlá, hrací plán, skóre, akcie, apod.) do zmysluplného celku. Priestor alebo situácia, v ktorej sa hra odohráva, je typicky abstrakciou reality – má realistické prvky, ale nie je realitou. Hráči počas hry interagujú so samotnou hrou alebo ostatnými hráčmi, pričom musia napĺňať ciele hry, ktoré nie sú jednoduché, sú výzvou. Dôležitou súčasťou každej hry sú pravidlá, ktoré definujú hru a spätná väzba, ktorá je okamžitá, priama a jasná. Záver hry nie je jasný od začiatku. Avšak na konci je výsledok jasne daný. Hra evokuje široké pole emócii, či už na konci, ale samozrejme aj počas celého priebehu hry.

2.2 Game-Based Learning

Vychádzajúc z definície uvedenej vyššie, každá hra má vzdelávací aspekt. Hraním hry sú hráči náchylní učiť sa. Sú postavení pred problém, ktorý musia vyriešiť a skrz interakciu s hrou získavajú nové informácie, rozvíjajú schopnosti alebo formujú iný

* ladislav.janiga@fmph.uniba.sk
† viera.haverlikova@fmph.uniba.sk

pohľad na témy spojené s ich životom a okolím [Kalmpourtzis, 2018].

GBL je vzdelávací prístup, ktorý využíva vzdelávací aspekt hier vo vzdelávaní. Zameriava sa na žiaka a vkladá do hier vzdelávací kontext [Gee, 2003], využíva hry na podporu učenia a učenia sa [Wilson et al., 2013], poskytuje žiakom pohlcujúce zážitky, ukazuje im dôležitosť reálnych situácií pre hĺbkové učenie a poskytuje možnosti, ako rozšíriť ich pohľad na prírodné vedy [Cardinot and Fairfield, 2019]. Tým, že sa zameriava na kognitívne, emočné a sociálne faktory žiaka a na príslušné vyučovacie prostredie, GBL je katalyzátorom procesu učenia sa [Greipl et al., 2020].

Výskum ukazuje, že GBL má široké možnosti využitia v rámci výučby rôznych odborov, ako napr. finančné právo [Garbizu, 2021], medicína [Olaso-González et al., 2021], matematika [Taralunga et al., 2021], fyzika [Jones et al., 2014], a zároveň na rôznych stupňoch vzdelávania – nižšie sekundárne [Biznárová, 2003], vyššie sekundárne [Dziob, 2020] a taktiež terciárne [Garbizu, 2021]. Potenciál GBL nie je limitovaný pre určitú vekovú skupinu [Greipl et al., 2020].

GBL využíva digitálne aj nedigitálne hry, avšak, je potrebné podotknúť, že väčšina výskumu sa zamerala práve na digitálne hry [Naik, 2014].

2.3 Gamification

Gamification je pojem, ktorý je často zamieňaný s GBL. Gamification odkazuje na využívanie herných prvkov (herná mechanika, estetika a herné myslenie) s cieľom zaujať, motivovať k aktivite, podporiť učenie a riešiť problémy [Kapp, 2012]. Teda gamification integruje herné prvky do existujúcich vzdelávacích aktivít, zatiaľ čo GBL vytvára vzdelávacie aktivity, ktoré sú hrami. Dôležitým rozdielom medzi GBL a gamification je tiež to, že výsledný produkt „gamifikácie“ nie je plne rozvinutá hra [Deterding et al., 2011].

Vo všeobecnosti má gamification široké využitie, okrem vzdelávania napr. aj v podnikaní, marketingu, v podnikovom manažmente a v ekologických iniciatívach [Dicheva et al. 2015].

3 Prínosy a limity Game-Based Learning

Výskum GBL doposiaľ popísal mnoho benefitov tohto vzdelávacieho prístupu. Nejde len o kognitívne benefity, ale taktiež aj o emočné a sociálne benefity.

3.1 Prínosy

GBL predstavuje výzvu, ktorá motivuje žiakov testovať svoje znalosti a zručnosti [Garris et al., 2002]. Riešenie problémových situácií v hre rozvíja zručnosti žiakov spojené s riešením problémov všeobecne [Vogrinc and Zuljan, 2010].

Skrz hru žiaci dostávajú súvislú a individuálnu spätnú väzbu, ktorá informuje žiakov o ich progrese [Azizan et al., 2018], pomáha budovať zručnosť sebahodnotenia a rovesníckeho hodnotenia, a tým podporuje žiakov, aby boli sami zodpovední za svoje vzdelávanie [Akl et al., 2013], [Dziob, 2020], [Cardinot and Fairfield, 2019], [Dicheva et al., 2015], [Sadler et al., 2013].

Prostredie, v ktorom sa hra odohráva a výzvy, ktoré žiakom predkladá, pomáhajú hlbšiemu zaangažovaniu žiakov do vzdelávacieho procesu a zvyšujú motiváciu k plneniu cieľov [Li and Tsai, 2013], [Cardinot and Fairfield, 2019], [Jones et al., 2014], [Stege et al., 2011], [Egenfeldt-Nielsen, 2007], [Winn, 2008], [Banfield and Wilkerson, 2014], [Seaborn and Fels, 2015].

Hra poskytuje nástroje na rozvoj prírodovednej gramotnosti [Barab and Dede, 2007].

Zo svojej podstaty, GBL má potenciál zlepšovať postoj k prírodovedným predmetom [Li and Tsai, 2013], [Smith and Munro, 2009] a všeobecne k vzdelávaniu.

Využitie prístupu GBL pri overovaní vedomostí, zručností a spôsobilostí znižuje stres a úzkosť z testovania [Dziob, 2020].

Hra vyžaduje interakciu žiakov medzi sebou, čím podporuje ich rozvoj v sociálnej oblasti – rozvíja komunikačné zručnosti, schopnosť diskutovať a argumentovať, podporuje toleranciu voči iným názorom a rozvíja vzťahy v triede [Berland and Lee, 2011], [Dziob, 2020].

Kooperatívna hra rozvíja zručnosti tímovej práce, ako napr. komunikácia a rozdelenie rolí. Taktiež podporuje rovesnícke učenie [Azizan et al., 2018], [Bourgonjon et al., 2008], [Dziob, 2020].

Kompetitívna hra posilňuje pozitívny aspekt súťaživosti [Burguillo, 2010], [Conklin, 2006].

Ako vidíme, GBL má mnohé prínosy, ktoré sa môžu líšiť aj podľa predmetu, v ktorom GBL využijeme, konkrétnej témy a samozrejme charakteru použitej hry.

3.2 Limity

Okrem prínosov je potrebné myslieť aj na určité nevýhody, ktoré vzdelávací prístup GBL má. Príprava a realizácia hry je častokrát časovo náročná [Cardinot and Fairfield, 2019]. V istých prípadoch, môže byť hra menej efektívnym nástrojom vzdelávania. Hoci môže viesť k zvýšeniu motivácie študentov, dizajn hry neumožní tak efektívny prenos informácií, ako iný vzdelávací nástroj [Stege et al., 2011]. Preto je dôležité, aby bola hra dobre navrhnutá, s jasnou štruktúrou a poskytla pôsobivé výstupy [Allery, 2004]. V prípade digitálnych hier je výraznou limitáciou

pre učiteľa možný nedostatok zručností a softvérového vybavenia pre tvorbu hry.

4 Uplatnenie vo vyučovaní fyziky

Ako sme uviedli aj vyššie, možnosti uplatnenia GBL sú široké, vyučovanie fyziky nevynímajúc. Potvrdzujú to aj viaceré výskumy zamerané na rozvoj prírodovednej gramotnosti a budovanie postojov k prírodovednému vzdelávaniu, ktoré využili prístup GBL a spomenuli sme ich v predchádzajúcej kapitole.

Potenciál využitia GBL vo vyučovaní fyziky potvrdzuje aj vytvorenie skupiny zameranej na vzdelávacie hry vo fyzike „Games with the Purpose of Physics Education“, v rámci medzinárodnej organizácie International Research Group in Physics Education (GIREP). Cieľom skupiny je okrem iného vyvinúť nástroje pedagogického výskumu špecificky zamerané na skúmanie využívania vzdelávacích hier ako stratégie vo vyučovaní fyziky, navrhnúť usmernenia pre využívanie vzdelávacích hier vo vyučovaní fyziky v súlade s učebnými osnovami a preskúmať vplyv vzdelávacích hier na študentov, na ich predstavy o povahe vedy a o jej úlohe v spoločnosti a vytvoriť odbornú komunitu zaujímajúcu sa o vzdelávacie hry a ich využitie vo fyzikálnom vzdelávaní [GIREP, 2020].

4.1 Príklady

Možnosti uplatnenia GBL vo vyučovaní fyziky najlepšie demonštrujú príklady dobrej praxe.

V Írsku bola vytvorená stolová hra, určená pre sekundárne vzdelávanie (vek 12-17 rokov), so zameraním na astronómiu. Ide o hru pre 4-6 hráčov, v ktorej sa hráči posúvajú svojimi figúrkami po hracom pláne. Miesto, na ktorom stoja, určuje typ úlohy, ktorú musia splniť (otázka, výzva, Kto som?). Trvanie hry je približne 45 minút [Cardinot and Fairfield, 2019].

Princíp podobný hre z Írska, využíva aj stolová hra z Poľska. V tomto prípade nejde o súťaž jednotlivcov, ale skupín 4-5 ľudí. Počas hry skupiny plnia úlohy typu: fyzikálne šarády, otázky s krátkou odpoveďou, otázky s možnosťami, jednoduché experimenty a 2-krát počas hry musia všetci hráči vyriešiť algebraickú a experimentálnu úlohu. Hra je určená pre stredné školy a autorom bola využitá ako nástroj sumatívneho hodnotenia pre témy kmity a vlny, resp. optika [Dziob, 2020].

Ďalšia hra, pochádzajúca z USA, bola vytvorená pre vyššie sekundárne vzdelávanie, konkrétne pre maturitný seminár z fyziky. Ideálny počet hráčov je 5-6, ale hru je možné hrať s niekoľkými skupinami súčasne. Všetci hráči sedia okolo jedného stola, uprostred je položených 6 kartičiek s fyzikálnymi pojmami. Každému hráčovi je tajne pridelený jeden z pojmov. Hráč sa snaží pridelený pojem znázorniť kresbou. Súčasne sa snaží na základe kresieb uhádnuť, aké pojmy boli pridelené ostatným hráčom. Pri tejto hre nestačí poznať pojmy v zmysle definícii alebo rovníc, hráči musia premýšľať hlbšie a dôkladnejšie uchopiť pojmy [Olmstead, 2019].

E and Eve's Electrical Endeavors je holandská online hra, zameraná na rozvoj zručností a získavanie vedomostí o elektrickom inžinierstve. Hra bola testovaná ako vyučovací nástroj na strednej škole [Stege et al., 2011].

Junkyard Physics je britská digitálna hra so zameraním na sily. Záverom testovania medzi laickou verejnosťou je, že táto hra má potenciál byť efektívnym vzdelávacím nástrojom, ale je potrebné urobiť určité zásahy, zjednodušiť hernú mechaniku a pokračovať vo vývoji [Jones et al., 2014].

Na Slovensku sa téme GBL vo vyučovaní fyziky venuje V. Haverlíková. Vytvorila 2 vzdelávacie hry: *Súboj na labilnej tácke* a *Potápač*.

Hra *Potápač* je určená pre 7. ročník ZŠ so zameraním na tému mechanické vlastnosti kvapalín. Hra pozostáva z 13 stanovíšť rozmiestnených v priestore. Na každom stanovišti je zadaná otázka a sú ponúknuté alternatívne odpovede. V závislosti od zvolenej odpovede sa žiak posúva na ďalšie stanovište – ak je odpoveď správna, postupuje priamou cestou k cieľu, ak odpoveď nie je správna, žiak postupuje k stanovišťu, kde pomocou experimentu zisťuje, v čom bola odpoveď nesprávna [Biznárová, 2003].

Hra *Súboj na labilnej tácke* je kompetitívna hra, zameraná na témy ťažisko, rovnováha síl a moment sily. V hre žiaci súperia v dvojiciach, pričom víťaz súboja postupuje do ďalšieho kola. Súboj pozostáva zo striedavého ukladania telies na tácku, umiestnenú na oblom hrote, pričom sa tácka nemôže prevrhnúť. Hra je určená pre študentov gymnázia [Haverlíková, 2010].

5 Záver

Game-Based Learning je vzdelávací prístup, ktorý v posledných rokoch zaznamenal významný rozvoj. V príspevku sme zadefinovali pojem hra, vzdelávací prístup Game-Based Learning a pojem gamification. Z dostupnej literatúry je zrejmé, že prístup GBL má mnoho prínosov pre vzdelávanie, vrátane fyzikálneho vzdelávania. Príklady vzdelávacích hier vo fyzike, ktoré sme v príspevku uviedli ukazujú, že GBL má potenciál byť efektívnym vzdelávacím prístupom aj vo fyzike, a to vo všetkých stupňoch vzdelávania. Limitujúcim faktorom môže byť časová náročnosť prípravy a realizácie a chýbajúce skúsenosti učiteľov s prípravou a realizáciou hier.

Na Slovensku nie je prístup GBL využívaný často. V ďalšom výskume sa chceme zamerať na vývoj a testovanie vzdelávacích hier určených pre

vyučovanie fyziky. Tieto hry chceme následne ponúknuť učiteľom spolu s metodickými materiálmi.

Poďakovanie

Táto práca bola podporená projektom KEGA 059UK-4/2022 "Príprava učiteľov fyziky na využívanie neformálneho a informálneho vzdelávania".

Literatúra

[Akl et al., 2013] Akl, E. A., Kairouz, V. F., Sackett, K. M., Erdley, W. S., Mustafa, R. A., Fiander, M., Gabriel, C. and Schunemann, H. (2013) Educational games for health professionals. *Corhane Database of Systematic Reviews*. 3:1-46. Zdroj: Dziob, D. (2020) Board Game in Physics Classes – a Proposal for a New Method of Student Assessment.

[Allery, 2004] Allery, L. (2004) Educational games and structured experiences. *Medical Teacher*. 26:504-505. Zdroj: Dziob, D. (2020) Board Game in Physics Classes – a Proposal for a New Method of Student Assessment.

[Azizan et al., 2018] Azizan, M. T., Mellon, N., Ramli, R. M. and Yusup, S. (2018) Improving teamwork skillsand enhancing deep learning via development of board game using cooperative learning method. *Education for Chemical Engineers*. 22:1-13.

[Banfield and Wilkerson, 2014] Banfield, J. and Wilkerson, B. (2014) Increasing student intrinsic motivation and self-efficacy through gamification pedagogy. *Contemporary Issues in Education Research.* 7:291. Zdroj: Dziob, D. (2020) Board Game in Physics Classes – a Proposal for a New Method of Student Assessment.

[Barab and Dede, 2007] Barab, S. and Dede, C. (2007) Games and immersive participatory simulations for science education: an emerging type of curricula. *Journal of Science Education and Technology*. 16:1-3. Zdroj: Cardinot, A. and Fairfield, J. A. (2019) Game-Based Learning to Engage Students with Physics and Astronomy Using a Board Game.

[Berland and Lee, 2011] Berland, M. and Lee, V. R. (2011) Collaborative strategic board games as a site for distributed computational thinking. *International Journal of Game-Based Learning*. 1:65-81. Zdroj: Cardinot, A. and Fairfield, J. A. (2019) Game-Based Learning to Engage Students with Physics and Astronomy Using a Board Game.

[Biznárová, 2003] Biznárová, V. (2003) Fyzikálna hra pre základné školy „Potápač". *Zborník z konferencie Šoltésove dni 2003*. p. 59-63.

[Bourgonjon et al., 2008] Bourgonjon, J., Rutten, K., Vanhooren, S. and Soetaert, R. (2008) Games als & in educatie. *Jongeren & Gaming. Over de effecten van games, nieuwe sociale netwerken en educatieve kansen.* Zdroj: Stege, L., van Lankveld, G. and Spronck, P. (2011) Teaching High School Physics with a Serious Game.

[Burguillo, 2010] Burguillo, J. C. (2010) Using game theory and competition-based learning to stimulate student motivation and performance. *Computers & Education*. 55:566-575. Zdroj: Dziob, D. (2020) Board Game in Physics Classes – a Proposal for a New Method of Student Assessment.

[Cardinot and Fairfield, 2019] Cardinot, A. and Fairfield, J. A. (2019) Game-Based Learning to Engage Students with Physics and Astronomy Using a Board Game. *International Journal of Game-Based Learning*, 9:42-57.

[Conklin, 2006] Conklin, A. (2006) Cyber defense competitions and information security education: An active learning solution for a capstone course. *HICSS'06 Proceedings*. p. 220. Zdroj: Dziob, D. (2020) Board Game in Physics Classes – a Proposal for a New Method of Student Assessment.

[Crawford, 1984] Crawford, C. (1984) The Art of Computer Game Design. p. 120. Zdroj: Seaborn, K. and Fels, D. I. (2015) Gamification in theory and action: A survey.

[Deterding et al., 2011] Deterding, S., Dixon, D., Khaled, R. and Nacke, L. (2011) From game design elements to gamefulness: defining „gamification". *Proceedings of the 15th International Academic MindTrek Conference: Envisioning Future Media Environments*. p. 9-15. Zdroj: Seaborn, K. and Fels, D. I. (2015) Gamification in theory and action: A survey.

[Dicheva et al. 2015] Dicheva, D., Dichev, C., Agre, G. and Angelova, G. (2015) Gamification in Education: A Systematic Mapping Study. *Educational Technology & Society*. 18:75-88.

[Dziob, 2020] Dziob, D. (2020) Board Game in Physics Classes – a Proposal for a New Method of Student Assessment. *Research in Science Education*. 50:845-862.

[Egenfeldt-Nielsen, 2007] Egenfeldt-Nielsen, S. (2007) Third generation educational use of computer games. *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia*, 16:263-281.

[Fullerton et al., 2008] Fullerton, T., Swain, C. and Hoffman, S. (2008) Game Design Workshop: A Play-Centric Approach to Creating Innovative Games. p. 43.

[Garbizu, 2021] Garbizu, I. S. (2021) Serious Games: A tool we can use as real world simulator. „Cities Skylines" in the learning of

the law on expenditures. *ICERI2021 Proceedings*. p. 2045-2048.

[Garris et al., 2002] Garris, R., Ahlers, R. and Driskell, J. E. (2002) Games, motivation, and learning: A research and practice model. *Simulation & gaming*. 33:441-467. Zdroj: Cardinot, A. and Fairfield, J. A. (2019) Game-Based Learning to Engage Students with Physics and Astronomy Using a Board Game.

[Gee, 2003] Gee, J. P. (2003) What video games have to teach us about learning and literacy. *Computers in Entertainment.* 1:20.

[GIREP, 2020] GIREP (2020) Games with the Purpose of Physics Education (GaPE). *International Research Group in Physics Education.* [cit. 10-04-2022] https://www.girep.org/ thematic-groups/games-with-the-purpose-gwap-of-physics-education-and-physics-education-research-per/.

[Greipl et al., 2020] Greipl, S., Moeller, K. and Ninaus, M. (2020) Potential and limits of game-based learning. *International Journal of Technology Enhanced Learning*. 12:363-389.

[Haverlíková, 2010] Haverlíková, V. (2010) Stimulácia poznávania fyzikálnou hrou „Súboj na labilnej tácke". *Zborník príspevkov: Tvorivý učiteľ fyziky III.* p. 141-147.

[Horváthová and Haverlíková, 2012] Horváthová, J. and Haverlíková, V. (2012) Výskum používania hier vo vyučovaní fyziky. *Scientia in educatione*, 3:3-17.

[Huizinga, 2000] Huizinga, J. (2000) Homo Ludens: A Study of the Play-Element in Culture. p. 232. Zdroj: Seaborn, K. and Fels, D. I. (2015) Gamification in theory and action: A survey.

[Jones et al., 2014] Jones, J., Caton, H. and Greenhill, D. (2014) Using game-based learning to engage people with Physics: how successful could „Junkyard Physics" be? *The Higher Education Academy.*

[Kalmpourtzis, 2018] Kalmpourtzis, G. (2018) Educational Game Design Fundamentals: A Journey to Creating Intrinsically Learning Experiences. p. 343.

[Kapp, 2012] Kapp, K. M. (2012) The Gamification of Learning and Instruction: Game-Based Methods and Strategies for Training and Education. p. 302.

[Li and Tsai, 2013] Li, M. C. and Tsai, C. C. (2013) Game-based learning in science education: A review of relevant research. *Journal of Science Education and Technology.* 22:877-898. Zdroj: Cardinot, A. and Fairfield, J. A. (2019) Game-Based Learning to Engage Students with Physics and Astronomy Using a Board Game.

[Naik, 2014] Naik, N. (2014) A comparative evaluation of game-based learning: Digital or non-digital games? *European Conference on Game-Based Learning.* 2:437-445.

[Olaso-González et al., 2021] Olaso-González, G., Romá-Mateo, C. and Piqueras, M. (2021) Virtual escape room-based activities for the teaching of nutrition and dietetics. *ICERI2021 Proceedings.* p. 579-586.

[Olmstead, 2019] Olmstead, M. (2019) Using Games to Understand Physics Concepts. *The Physics Teacher*. 57:304-307.

[Sadler et al., 2013] Sadler, T. D., Romine, W. L., Stuart, P. E. and Merle-Johnson, D. (2013) Game-based curricula in biology classes: Differential effects among varying academic levels. *Journal of Research in Science Teaching.* 50:479-499. Zdroj: Dziob, D. (2020) Board Game in Physics Classes – a Proposal for a New Method of Student Assessment.

[Salen and Zimmerman, 2004] Salen, K. and Zimmerman, E. (2004) Rules of Play. p. 688. Zdroj: Seaborn, K. and Fels, D. I. (2015) Gamification in theory and action: A survey.

[Seaborn and Fels, 2015] Seaborn, K. and Fels, D. I. (2015) Gamification in theory and action: A survey. *International Journal of Human-Computer Studies*. 74:14-31.

[Schell, 2014] Schell, J. (2014) The Art of Game Design: A Book of Lenses. p. 37.

[Smith and Munro, 2009] Smith, D. R. and Munro, E. (2009) Educational card games. *Physics Education*. 44:479.

[Stege et al., 2011] Stege, L., van Lankveld, G. and Spronck, P. (2011) Teaching High School Physics with a Serious Game. *International Journal of Computer Science in Sport*, 10.

[Taralunga et al., 2021] Taralunga, O., Heidtmann, P. and Krokos, M. (2021). Serious games for Higher Education mathematics: Quest for Wisdom - The Horn of Odin. *ICERI 2021 Proceedings*. p. 4706-4716.

[Vogrinc and Zuljan, 2010] Vogrinc, J. and Zuljan, M. V. (2010) Facilitating effective student learning through teacher research and innovation. p. 276. Zdroj: Cardinot, A. and Fairfield, J. A. (2019) Game-Based Learning to Engage Students with Physics and Astronomy Using a Board Game.

[Wilson et al., 2013] Wilson, A., Hainey, T. and Connolly, T. M. (2013) Using Scratch with primary school children: an evaluation of games constructed to gauge understanding of programming concepts. *International Journal of Game-Based Learning.* 3:93-109.

[Winn, 2008] Winn, B. M. (2008) The design, play, and experience framework. *Handbook of Research on Effective Electronic Gaming in Education.* p. 1010-1024.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 138
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Karin Zacharová

Metóda komentovaného riešenia fyzikálnej úlohy v bakalárskom kurze fyziky

Karin Zacharová[1]* Peter Demkanin[1‡]
[1] KDMFI, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

V rámci fyzikálneho vzdelávania má každý žiak možnosť sa stretnúť s fyzikálnymi úlohami, ktoré len čakajú na vyriešenie. Našou snahou však je, aby ich podstatou nebolo len vyjadrenie hodnoty výsledku, schopnosť ich zaokrúhľovania a návyk žiakov na mechanické počítanie, ale aby sa nad tými úlohami aj hlbšie zamysleli a pochopili ich podstatu. Vedieť odôvodniť, prečo sa aplikoval práve tento fyzikálny vzťah alebo prečo vyšiel práve takýto výsledok. V neposlednom rade byť schopný okomentovať reálnosť výsledkov, prípadne diskutovať o dôvodoch ich nepresnosti. Vďaka fyzikálnym úlohám je možnosť rozšíriť obzor žiakov v rozličných oblastiach fyziky. Je dôležité si uvedomiť, že fyzika je a aj bude stále všade okolo nás, len si ju treba viac všímať. Niekedy je len potrebné žiakov "prinútiť" a namotivovať, aby na komplexný proces riešenia úloh prišli sami.

Táto práca je založená na empirickom výskume na vzorke študentov bakalárskeho kurzu. Cieľom bolo metódou komentovaných riešení fyzikálnych úloh rozvinúť prírodovednú gramotnosť a zároveň aj komunikačné spôsobilosti študentov. Išlo o metódu, s ktorou väčšina študentov ešte skúsenosti nemala. Práve preto sme im striktne neurčili formu, ktorou majú úlohu vyriešiť. Dostali len pokyny k dosiahnutiu maximálneho bodového ohodnotenia. Pracovali sme s 54 respondentmi z dvoch fakúlt. Išlo o študentov, ktorých väčšina nemala absolvovanú maturitnú skúšku z fyziky. Kurz Základy fyziky 1, na ktorej sa výskum uskutočňoval v priebehu posledných dvoch rokov, má za úlohu študentov dostať na úroveň dobrého maturanta, k čomu môže efektívne prispieť aj práve metóda komentovaných riešení.

Značnú časť mojej práce predstavuje praktická časť, v ktorej sme pripravili 12 zadaní fyzikálnych úloh. Pri ich tvorbe sme použili štandardné výpočtové úlohy z učebníc pre maturantov (D. Homer, 2014), (K. A. Tsokos, 2014), ktoré sme doplnili kvalitatívnymi otázkami a výzvami na diskusiu. Otázky slúžili na zbudenie záujmu študentov o ich vyriešenie a pre lepšiu orientáciu v problematike zadania. Každý zo študentov dostal jedno zadanie a mal za úlohu vyriešiť výpočtový príklad s opisom svojich myšlienkových postupov. Mali uviesť argumentácie k svojim postupom a na záver podložiť správnosť výsledku riešenia. Dospeli sme k veľmi odlišným riešeniam, medzi ktorými sa objavili lepšie aj horšie práce. Po analýze všetkých odovzdaných riešení sme formulovali kritéria, podľa ktorých sme študentské riešenia ohodnotili. Hodnotilo sa 10 bodmi, z ktorých polovicu mohli získať za správny výpočet a druhú polovicu za korektné komentáre. Vytvorili sme zoznam šiestich kritérií, podľa ktorých by sa mohli podobné typy úloh hodnotiť. Význam tejto metódy spočíval v tom, že študenti nemuseli zostať bez bodov keď im nevyšiel správny výsledok alebo zanedbali niektoré postupy. Body mohli získať aj za snahu rozvinúť diskusiu alebo za správne zaradenie problému do prislúchajúcej oblasti fyziky. Sústreďovali sme sa aj na rozvoj schopnosti žiaka pri tvorbe podobných prác či už samostatných alebo skupinových. Taktiež je tu možnosť aplikácie získaných spôsobilostí aj na iných prírodovedných predmetoch.

Vyučovanie fyziky by malo byť v prvom rade o samostatnom bádaní a objavovaní. Stavať žiakov do pozície výskumníkov aby hľadali odpovede na otázky, nad ktorými sa možno dovtedy nezamysleli. Považuje sa to za najnáročnejší spôsob výučby z pohľadu vytrvalosti žiakov a časovej dotácie ale zároveň je aj najefektívnejšia na dosiahnutie kvalitných zručností a vedomostí. Preto by sa malo častejšie hodnotiť a zároveň podporovať aj žiacke tvorivé myslenie.

Literatúra

Demkanin, P. 2018. *Didaktika fyziky*. Bratislava: Univerzita Komenského v Bratislave, ISBN 978-80-223-4374-9

Bowen-Jones, M., Homer, D. 2014. *Physics Course Companion*, Oxford University Press. ISBN 978-0-19-839213-2

Tsokos, K. A. 2014. *Physics for the IB Diploma*, Cambridge University Press. ISBN 978-1-107-62819-9

* karin.zacharova@gmail.com
‡ peter.demkanin@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 139
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Michaela Mrníková

Bádateľské schopnosti žiakov na základnej škole s absenciou fyzikálneho laboratória

Michaela Mrníková[1]* Peter Demkanin[1‡]
[1] KDMFI, FMFI UK, Mlynská Dolina, 842 48 Bratislava

Experimenty na hodinách by nemali plniť funkciu len istého spestrenia, ale mali by byť brané ako nevyhnutná súčasť vyučovania fyziky. Taktiež môžu byť ponímané ako forma rozvíjania schopností žiakov cieľavedomo a štruktúrovane získavať informácie bádaním alebo aj ako rozvoj žiackej predstavivosti a kreativity. Jednou z foriem experimentu, ktoré môže učiteľ fyziky využiť, je aj žiakom plánovaný experiment (ŽPE).

V niektorých vzdelávacích programoch je ŽPE povinná súčasť fyzikálneho vzdelávania. Napríklad v programe International Baccalaureate je takýto experiment súčasťou prírodovedných predmetov v každom ročníku vzdelávania vo veku 12-17 rokov (IBO, 2014a) a taktiež súčasťou maturitného hodnotenia (IBO, 2014b). Na slovenských školách sa vo všeobecnosti nestretneme s pevne zakotveným experimentom vo vyučovaní fyziky. Niekde sa učitelia realizácii experimentov úplne vyhýbajú.

Praktickú časť práce sme robili v troch triedach ôsmeho ročníka na základnej škole v Martine. Na škole učí všetky triedy fyziku len jeden učiteľ, ktorý pri výučbe nevyužíva reálne pokusy. Všetky experimenty sú buď myšlienkové alebo obrázkové (z fotografií v učebnici). Žiaci niekedy robia aj domáce pozorovania a pokusy. Napríklad si zostroja vlastný silomer alebo periskop a potom niečo týmto zariadením vyskúšajú odpozorovať, neformulujú však žiadne hypotézy a nerobia systematické merania.

Na škole sme pôsobili 6 vyučovacích hodín fyziky (s každou triedou sme mali 2 vyučovacie hodiny). Práve prvá hodina bola zameraná na prácu na ŽPE. Bol im rozdaný pracovný list, v ktorom boli smerujúce otázky napríklad na definovanie ich sledovaného problému, formulovanie hypotéz alebo stanovenie si premenných. Žiaci dostali uvedenú presnú štruktúru, ako pracovať a mohli sa tým pádom plnohodnotne zamerať len na uvažovanie a bádanie. Okrem pracovného listu vhodného pre akýkoľvek ŽPE dostali inštrukciu, že v ich experimente majú použiť odmerný valec, silomer, vodu a poprípade akékoľvek ďalšie pomôcky. Pracovali v skupinách, kde boli 3-4 žiaci.

V tomto ročníku práve začali preberať tému mechanika kvapalín a plynov, nepredpokladali sme teda, že budú využívať pojmy ako vztlaková sila. Chceli sme overiť hlavne ich kreativitu a schopnosť naplánovať plnohodnotný experiment. Taktiež sme sledovali, či skupiny využívajú zadané pomôcky adekvátne, napríklad či silomer používajú na meranie veľkosti sily. Treba zdôrazniť, že pri tomto ŽPE sme od žiakov vyžadovali iba plánovanie a žiaci nemali experiment realizovať, získavať dáta a overovať svoju hypotézu meraním. Išlo o to, aby sme zistili, ako vedia uvažovať nad fyzikálnymi súvislosťami, uvedomiť si merateľnosť navrhnutých veličín v podmienkach školy a nastaviť si vhodnú výskumnú otázku.

Tým, že sme mali k dispozícii 3 triedy, tak sme v každej z nich robili inú formu ŽPE. V prvej triede žiaci nevideli pomôcky a pracovali len so svojou vlastnou predstavou, ako by mohol experiment fungovať a čo by sa dalo odpozorovať. V druhej triede už žiaci videli pomôcky, no nemohli si svoj pokus overiť. V tretej triede mali žiaci k dispozícii pomôcky a mohli si vyskúšať, či sú ich veličiny ľahko merateľné a pozorovateľné v školských podmienkach. Týmto rozdelením sme chceli zistiť, či by bolo efektívne realizovať žiakom plánovaný experiment aj na školách, na ktorých nemajú fyzikálne pomôcky (hlavne čo sa týka práce v prvej skupine), ale učitelia fyziky by chceli v žiakoch podporovať fyzikálne myslenie, bádanie, zvedavosť a kreativitu.

Výsledky práce so žiakmi budú prezentované v prezentácií na Študentskej vedeckej konferencií 2022. Pokračovaním tejto práce bude komparácia bádateľských schopností žiakov na škole s absenciou fyzikálneho laboratória a na škole, kde je experiment zahrnutý pri vyučovaní fyziky.

Literatúra

Demkanin P. 2018 *Didaktika fyziky*, Bratislava: Univerzita Komenského v Bratislave, ISBN 978-80-223-4374-9

IBO. (2014a). *Middle Years Programme, Science guide*. International Baccalaureate Organization, Cardiff.

IBO. (2014b). *Diploma Programme, Physics guide.* International Baccalaureate Organization, Cardiff.

* michael.mrnikova@gmail.com
‡ peter.demkanin@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 140–149
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Kristián Kolčák

Dokážu (sa) stredoškoláci hodnotiť?

Kristián Kolčák[1]*
Školiteľ: Zuzana Kubincová[1]†
[1] KDMFI, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Vzájomné hodnotenie je proces, v ktorom žiak hodnotí prácu iného žiaka. Takéto hodnotenie vie nielen naučiť žiakov hodnotiť nejaký produkt, učí ich tiež podávať konštruktívnu spätnú väzbu, zamyslieť sa nad nápadmi iných spolužiakov alebo napríklad, naučiť sa novým prístupom práce. Vzájomné hodnotenie, kde žiaci hodnotia spolužiakov výkon práce v tíme (tímové hodnotenie) taktiež dokáže pomôcť učiteľovi spravodlivejšie hodnotiť jednotlivých žiakov v skupine. Navrhli sme tímové aktivity so zapojením týchto techník hodnotenia a skúmame, ako žiaci dokážu hodnotiť svojich spolužiakov v tíme, aké spoločné prvky majú jednotlivé hodnotenia, čo si žiaci pri práci v tíme na svojich spolužiakoch všímajú, ako vedia zhodnotiť ich aj svoje silné a slabé stránky, a pod. V práci, ktorá nadväzuje na vlaňajší príspevok prezentovaný na ŠVK, uvádzame finálne výsledky, ktoré budú podrobnejšie uvedené v diplomovej práci.
Kľúčové slová: vzájomné hodnotenie, sebahodnotenie, stredná škola, tímové projekty, programovanie.

1 Úvod

Vzájomné hodnotenie alebo rovesnícke hodnotenie [1] (angl. *peer evaluation* alebo *peer assessment*) je proces, v ktorom žiak alebo skupina žiakov hodnotí úlohu, test alebo projekt na základe vopred stanovených kritérií učiteľom. Medzi niektoré výhody aplikovania tejto metódy v procese vyučovania patria pomoc učiteľovi pri lepšej a presnejšej kontrole výsledných žiackych produktov, rýchlejšia spätná väzba alebo fakt, že čítanie a analyzovanie cudzej práce vedie k samotnému učeniu sa. Topping [2] charakterizuje vzájomné hodnotenie ako úlohu pre žiaka, ktorý má zvážiť a špecifikovať úroveň, hodnotu alebo kvalitu výsledného produktu iného spolužiaka a následne mu svoje hodnotenie odôvodniť a tým mu podať bezprostrednú spätnú väzbu. Výsledný produkt pritom nemusí byť len vyriešený test, slohová práca, prezentácia projektu, portfólio a iné vypracované zadania ale napríklad aj správanie ako také.

Sebahodnotenie je proces, pri ktorom žiaci posudzujú kvalitu svojej práce alebo výkonu s cieľom zlepšenia svojej práce do budúcnosti. Takáto aktivita sa zdá byť užitočná, pretože pozitívne vplýva na výkon žiakov a nabáda ich zamýšľať sa nad svojimi silnými a slabými stránkami [3]. V súčasnosti existujú rôzne modely procesu sebahodnotenia. Môžeme ho realizovať ako priebežné štruktúrované formatívne hodnotenie v podobe dotazníka ale aj ako sumatívne hodnotenie, kde sa od žiaka požaduje, aby zhodnotil vlastný výkon známkou alebo krátkym slovným hodnotením [4].

Motiváciou k tomu, aby sme zaradili vzájomné hodnotenie a sebahodnotenie do vyučovania informatiky na strednej škole bolo pre nás zistenie, že sa na slovenských stredných školách výskumy takýchto aktivít nerealizovali, alebo ich výsledky neboli publikované vo vedeckej sfére. V roku 2021 sme prezentovali čiastkové výsledky [5], preto táto práca na ňu nadväzuje a v tomto článku prezentujeme výsledky druhej fázy spolu s porovnaním dát prvej fázy a závermi z oboch fáz. Podrobnejšie metódy, techniky a dáta budú súčasťou diplomovej práce.

2 Výskum

Cieľom našej diplomovej práce bolo zapojiť techniky vzájomného hodnotenia a sebahodnotenia do prostredia stredných škôl v predmetoch, v ktorých sa žiaci venujú programovaniu. V týchto aktivitách sme sa snažili analyzovať nasledujúce oblasti:

- **Vzájomné hodnotenie - recenzovanie** - ako sú žiaci schopní čítať a odborne komentovať (na úrovni žiaka strednej školy) v tíme cudzí kód, ktorý im bol pridelený.
- **Vzájomné hodnotenie - tímové hodnotenie** - ako sú žiaci schopní uceleného hodnotenia svojich spolužiakov v tíme.
- **Sebahodnotenie** - do akej vedia žiaci ohodnotiť svoju vlastnú prácu na projekte.
- **Zhody** - ako sa zhodujú určité časti tímového hodnotenia so sebahodnotením.

* kolcak4@uniba.sk
† zuzana.kubincova@fmph.uniba.sk

Výskum sme realizovali v dvoch fázach a to v školských rokoch 2020/2021 a 2021/2022 na strednej priemyselnej škole elektrotechnickej v rámci predmetov programovania a výpočtovej techniky, ktoré mali časovú dotáciu v rozsahu 2 - 3 vyučovacích hodín za týždeň a to v blokoch (pri 3 vyučovacích hodinách to bol model 2+1).

Obe fázy sa delili na kolá (tímové projekty) a realizovali sme ich po prebratí určitého počtu tém z programovania.

2.1 Výskumná vzorka

Druhá fáza výskumu sa realizovala v školskom roku 2021/2022. Výskumu sa zúčastnilo dokopy 89 žiakov, čo je o 34 žiakov viac ako v prvej fáze. Z celkového počtu účastníkov výskumu bolo 60 žiakov prvého ročníka a 29 žiakov tretieho ročníka. Triedy sa delia do skupín, preto sme skupiny označili ako 1A2 (15 žiakov), 1B2 (15 žiakov), 1C1 (15 žiakov), 1C2 (15 žiakov), ktoré označujú žiakov prvého ročníka a 3D1 (14 žiakov) a 3D2 (15 žiakov), ktoré predstavujú žiakov tretieho ročníka.
Obdobne ako prvá fáza, aj druhá fáza výskumu bola rozdelená do dvoch kôl. Po dohode so žiakmi samotná fáza trvala od konca novembra 2021 do konca vyučovania v roku 2021, čo je približne polovica decembra. Po určitých úpravách s cieľom zlepšiť dáta sme snažili vytvoriť minimálne trojčlenné tímy. Rozdelenie žiakov do tímov sme nechali na demokratickej voľbe v skupine. Žiaci tretieho ročníka sa do tímov rozdeľovali sami a v prvom ročníku bol proces obdobný až na jednu skupinu, ktorá uprednostnila náhodné prerozdelenie. Vytvorilo sa tak dvadsať 3-členných tímov v triedach prvého ročníka a deväť tímov v treťom ročníku. Tímy boli vo väčšine prípadov v druhej fáze nezmenené. Prípadné zmeny neboli v počte členov tímu ale len vo výmene samotných žiakov v rámci triedy.

2.2 Metodika

Aktivity tímového hodnotenia a sebahodnotenia sme realizovali po prebratí určitého celku tém z programovania. Malo nasledujúce kroky:

- **Tvorba tímov** - žiakov sme rozdelili do tímov, pričom počet žiakov v jednom tíme bol 2-4 (podľa fázy). Spôsob, akým sa žiaci delili do tímov nebol v každej skupine rovnaký. V niektorých skupinách sme žiakov rozdelili náhodne pomocou programu, ktorý sme so žiakmi naprogramovali na hodine, niektoré skupiny sa do tímov rozdelili samé (voľná skladba tímov). Nakoľko sme žiakov charakterovo a študijne nepoznali, a rovnako sa nepoznali ani žiaci medzi sebou, zvolili sme takýto voľný a náhodný výber. Žiaci v tíme si volili aj názov svojho tímu.
- **Výber témy projektu** - tímy si mali možnosť vybrať projekt zo zoznamu ponúkaných tém, pričom bol stanovený maximálny počet tímov s rovnakou témou, alebo si žiaci mohli vymyslieť aj vlastný projekt, ktorý bol riadne odkonzultovaný s vyučujúcim.
- **Tvorba špecifikácie** - pred samotným programovaním mali žiaci za úlohu napísať špecifikáciu k projektu. Nakoľko ide o odbornú školu, cieľom bolo žiakom predstaviť túto bežnú súčasť procesu vývoja softvérových projektov. Špecifikácia poslúžila aj na posúdenie vo fáze recenzovania, či sa tím držal pôvodného návrhu. Tento krok nebol aplikovaný vo všetkých skupinách, resp. pri všetkých aktivitách.
- **Programovanie projektu** - po tvorbe špecifikácie tímy pracovali na projekte. Programovanie prebiehalo zväčša mimo vyučovacích hodín, bolo skôr realizované ako forma domácej úlohy. Tejto fáze bola venovaná aj jedna dvojhodinová vyučovacia hodina, ktorá slúžila na konzultácie.
- **Prvé odovzdanie projektu** - po naprogramovaní projektu odovzdávali tímy svoje práce. V prvom kole prvej fázy žiaci posielali projekt prostredníctvom mailu vyučujúcemu, ktorý ich náhodne prerozdelil a poslal iným tímom na recenzovanie. V ďalších kolách (a aj v celej druhej fáze) sa táto administratíva presunula do prostredia courses.matfyz. Stačilo, ak projekt odoslal len jeden žiak v tíme.
- **Recenzovanie** - po odovzdaní projektu sme žiakom poslali iný projekt, na ktorý mali napísať recenziu (vzájomné hodnotenie a kontrola projektu). Rovnako ako aj samotné programovanie projektu, aj recenzovanie projektu žiaci realizovali v tímoch. Tímy mali k dispozícii formulár, podľa ktorého mali pridelené projekty recenzovať. Obsah formulára sa menil v závislosti od kola fázy. Spoločné mali oblasti, ktoré sme označovali ako funkčnosť programu, efektivita programu a celkový dojem. V tejto úlohe mali žiaci napísať na jednotlivé oblasti svoje postrehy. V kolách, ktoré sa realizovali v prostredí courses.matfyz sme zvolili aj bodové hodnotenie na škále od 1 - 5, pričom 1 znamená najmenej bodov a 5 najviac bodov. V závere recenzie žiaci udeľovali známku za projekt, obdobne ako v škole. V tejto fáze žiaci nedostávali známky ani spätnú väzbu od učiteľa.
- **Úprava projektu na základe recenzie** - recenzie sa posielali naspäť pôvodným tímom. V tejto časti tímových projektov mali žiaci upraviť svoj program podľa recenzie, ktorú dostali od spolužiakov. Ak niektorý tím dostal recenziu, v ktorej recenzenti nenašli žiadnu

chybu a nenapísali ani žiadne návrhy na zmeny, resp. odporúčania, tím mohol odovzdať pôvodný projekt.
- **Druhé odovzdávanie projektu** - po úprave posielali tímy svoje projekty na finálne hodnotenie učiteľom.
- **Tímové hodnotenie** - po odovzdaní projektu na finálne hodnotenie dostali žiaci formulár, v ktorom hodnotili prácu celého tímu. Skladal sa z dvoch častí - z tímového hodnotenia a zo sebahodnotenienia. Tieto formuláre žiaci už vypĺňali samostatne a výsledky tímového hodnotenia sa tímu už neprezentovali, preto sme žiakov poprosili o maximálnu úprimnosť.
- **Sebahodnotenie** - v závere vypĺňali žiaci otázky zamerané na sebahodnotenie. V tejto časti sme sa žiakov pýtali, aké sú ich silné a slabé stránky.

2.2.1 Témy projektov

Témy projektov v prvom kole boli zamerané na prácu s grafikou v Pythone. Všetky témy boli koncipované do jednoduchých 2D hier. Jedno zo zadaní pre žiakov vyzeralo nasledovne:

- **Hra kameň - papier - nožnice:** Hru kameň, papier, nožnice pozná každý, preto jej princíp nebudem konkretizovať. V tomto projekte je dôležité, aby ste túto hru naprogramovali aj pomocou grafickej knižnice tkinter. Používateľ hry bude hrať proti počítaču. Vašou úlohou bude načítať zo Shellu používateľove meno. Následne začína hra (spustí sa grafické okno). Najprv si používateľ vyberie kameň, papier alebo nožnice (ako ich do grafiky nakreslíte je na vás – môžete sa snažiť tieto nástroje nakresliť cez kruhy, štvorce a polygóny). Po kliknutí na príslušnú možnosť sa vykreslí možnosť, ktorú si „vybral“ počítač. Následne sa v grafickej ploche vypíše, kto vyhral.

Medzi ďalšie témy prvého kola patrili hry ako *vyklikaj zelené štvorce*, *rýchlo všetko vyklikaj*, *milujeme* matematiku, animácia s názvom *interaktívna vianočná pohľadnica* alebo simulácia *testovač výťahu*.

Po prebratí štandardného typu *list* v Pythone sme žiakom zadali druhý projekt z programovania, ktorý bol zameraný práve na prácu so zoznamom. Išlo o projekty, ktoré istým spôsobom simulovali prácu s databázou (databázy boli zoznamy). Žiakom sme ponúkli témy ako *evidenčný systém zamestnancov malej firmy*, *systém riadenia COVID-19 pacientov* (upravená verzia z minulej fázy), *bankový systém*, *systém produktov malého obchodu*, *bazár áut* a rovnako ako v predchádzajúcich projektoch sme zvolili aj voľnú tému, ktorú museli žiaci s vyučujúcim prekonzultovať. Pre rozsiahlosť zadaní sme nešpecifikovali zadania projektov v druhom kole. Príklad zadania témy z druhého kola:

- **Evidenčný systém zamestnancov malej firmy** - Naprogramujte v Pythone jednoduchý evidenčný systém zamestnancov malej firmy. Budete pracovať s troma zoznamami. Sú nimi zoznam zamestnancov (meno a priezvisko ako jeden prvok zoznamu), zoznam mesačných výplat a zoznam pozícií. Všetky zoznamy sú „prepojené“ indexami. To znamená, že napr.: prvý prvok v zozname zamestnancov je „Janko Hraško“, a tento zamestnanec má výplatu v zozname výplat takisto ako prvý prvok. Rovnako tak je aj jeho pozícia zapísaná v zozname pozícií (pozícia môže byť napr.: rádový zamestnanec, team-leader, vedúci oddelenia, riaditeľ závodu alebo generálny riaditeľ (ten býva spravidla jeden) nech máte aspoň 4 pozície). Váš projekt by mal umožniť robiť na zoznamoch tieto operácie:
    - Pridať zamestnanca – pridá zamestnanca do systému – jeho meno a priezvisko, jeho nástupnú mzdu a jeho pozíciu.
    - Zvýšiť mzdy – zvýši mzdu každému zamestnancovi v systéme o 5%.
    - Profil zamestnanca – na základe mena a priezviska sa vypíše profil zamestnanca - meno a priezvisko zamestnanca, jeho plat a pozíciu na ktorej pracuje.
    - Údaje o firme – vypíšu sa celkové údaje o firme. Koľko má zamestnancov dokopy, koľko z nich je rádových zamestnancov, koľko z nich je team-leaderov, ... Vypíše sa aj informácia o tom, koľko dávame zamestnancom na platy spolu. Koľko z týchto peňazí ide rádovým zamestnancom, koľko team-leadrom, ...Komu dávame na výplatu menej a komu dávame najviac (ich meno a priezvisko).
    - Zmena pozície – povýšime v systéme nejakého zamestnanca na základe jeho mena. Okrem toho mu zvýšime plat o 10%.
    - Help – vypíše sa, aké funkcie ponúka aplikácia a čo dané funkcie robia (čiže všetky funkcie, ktoré sú uvedené vyššie).

2.3 Spracovanie dát

V našej práci sme použili zmiešaný prístup, metódy kvalitatívneho aj kvantitatívneho spracovania a následného vyhodnocovania získaných dát. Recenzie, tímové hodnotenie a sebahodnotenie vypĺňali žiaci pomocou dotazníkov s otvorenými otázkami a preto sme používali prvky obsahovej analýzy a otvoreného kódovania. Tímové hodnotenie a sebahodnotenie sme následne

vyhodnocovali jednoduchými kvantitatívnymi metódami. Konkrétne sme na zber dát použili:

- **Recenzie -** v prvej fáze prvého kola sme použili šablóny v textovom súbore do ktorého žiaci doplňovali svoje odpovede. V druhom kole prvej fázy a následne v celej druhej fáze sme použili formulárové otázky cez systém courses.matfyz.sk (systém na realizáciu kurzov s podporou tímových aktivít, ktorý sa používa na FMFI UK). Na vyplnené otázky sme použili obsahovú analýzu textu.
- **Formulár tímového hodnotenia -** v tímovom hodnotení sa nachádzala jedna otázka s výberom, dve otvorené riadené otázky a tri otvorené otázky. Odpovede od žiakov sme spracovali pomocou otvoreného kódovania a vyhodnocovali pomocou jednoduchých kvantitatívnych metód.
- **Formulár sebahodnotenia:** sebahodnotiaci formulár obsahoval tri povinné otvorené otázky. Podobne ako tímové hodnotenie, aj na sebahodnotenie sme použili otvorené kódovanie s následným aplikovaním kvalitatívnych metód.

Znenie otázok uvádzame v nasledujúcich samostatných podkapitolách.

2.3.1 Formulár tímového hodnotenia

Časť dotazníka venovanú tímovému hodnoteniu sme rozdelili na tri kategórie:

- **Rozdeľ 100%:** V tejto časti mali žiaci za úlohu rozdeliť 100% práce na projekte medzi seba a ostatných spolužiakov. Napríklad: „*V tíme sme boli ja, Evka a Igor. Igor spravil väčšiu časť projektu ale ja som mu pomohla pri riešení problémových častí. Evka sa podieľala len na recenzovaní. Preto moje rozdelenie je takéto:*
  - *Ja: 25%*
  - *Igor: 65%*
  - *Evka: 10%*

  Spolu je to 100%“

- **Otázky k tímovému hodnoteniu.** Otázky k tímovému hodnoteniu boli otvorené. Cieľom bolo zistiť, ako sú jednotliví žiaci schopní zhodnotiť svojich spolužiakov a či si na nich všímajú len vlastnosti a zručnosti v oblasti informatiky, alebo si počas práce na projekte všímali aj iné charakteristiky. Presné znenia otázok boli nasledovné:
  - Čo chcem vedieť tak ako môj spolužiak? (Pozn. nemusí sa to nutne týkať programovania ale musí to súvisieť s prácou na projekte).
  - Čo by mal spolužiak zmeniť/zlepšiť na svojej tímovej práci? (Pozn. Ak ste boli traja, napíš jednotlivo pre oboch).
  - Čo spravil spolužiak na projekte najlepšie? (Pozn. Môže to byť najlepší nápad ako niečo naprogramovať, dobrá myšlienka).
  - Kto bol "šéf" skupiny? (Pozn. Kto riadil skupinu? Kto bol taký manažér?).
- **Vzťahy v tíme.** Posledná otázka v dotazníku v časti tímového hodnotenia bola uzavretá a pýtali sme sa v nej, aké boli vzťahy v tíme. Na výber mali žiaci zo štyroch možností:
  - *Nie dobré* - v tomto tíme som sa necítil dobre.
  - *Pracovné* - nie sme síce najlepší kamaráti ale nemali sme problém spolupracovať.
  - *Priateľské* - nemali sme problém, nepohádali sme sa a vedeli sme spolu fungovať.

2.3.2 Sebahodnotiaci formulár

Okrem tímového hodnotenia nás zaujímalo ako sú žiaci schopní sebahodnotenia. Keďže sa žiaci so sebahodnotením vo vyučovaní vo všeobecnosti nestretávajú, zvolili sme len tri otázky:

- Čo mi pri práci na projekte išlo dobre a čo som spravil pre tím to najlepšie?
- Čo mi pri práci na projekte nešlo a mohol by som na sebe popracovať/zmeniť/zlepšiť?
- Čo som spolužiakov v tíme naučil/čo si myslím že sa odo mňa naučili?

3 Analýza dát

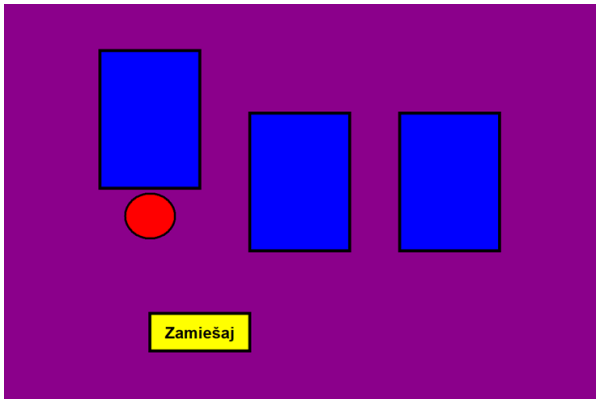
Vzhľadom na to, že sa fáza delila na kolá (jeden projekt v prvom polroku, druhy projekt v druhom polroku) v nasledujúcich kapitolách ich uvedieme samostatne.

3.1 Realizácia prvého kola a analýza získaných dát

Medzi najatraktívnejšie témy pre žiakov patrili hra kameň-papier-nožnice a rýchlo všetko vyklikaj. Najmenej si žiaci vyberali témy interaktívna pohľadnica a milujeme matiku. Dva tímy si vybrali vlastnú tému. V prvom prípade išlo o hru Ball Shuffle, v ktorej má hráč za úlohu zistiť, v pod ktorým pohárom sa nachádza guličkа, v druhom projekte žiaci programovali veľmi jednoduchú verziu pokru pre deti. V oboch prípadoch ide o tímy z prvého ročníka, konkrétne z 1C2. Hoci jeden tím zo skupiny 1C1 si vybral vlastnú tému, v ktorej chceli naprogramovať jednoduchú verziu hry Black Jack, po pár dňoch nás poprosili o zmenu témy, kde si nakoniec zvolili hru kameň-papier-nožnice.

So špecifikáciami k projektom sme boli spokojní, nakoľko sme žiakom aj príklad špecifikácie poslali a všetky boli vypracované podľa nej. Svedčí o tom aj priemer známok (1,03), ktorý žiaci dosiahli. V druhej fáze vytvorili žiaci ešte kvalitnejšie projekty

v porovnaní so žiakmi v prvej fáze. Príklad projektu na obrázku 1.



Obr. 1 - Ukážka projektu

Projekty sme pomocou systému courses.matfyz.sk náhodne prerozdelili iným tímom a to tak, že sme spojili skupiny 1A2 s 1B2, 1C1 s 1C2 a 3D1 s 3D2 za účelom väčšej anonymity, nakoľko recenzovanie bolo nastavené na možnosť double blind (recenzent nevie, koho projekt recenzuje, autor nevie, kto mu projekt recenzoval). Oproti minulej fáze sme opravili oblasť programový kód na efektivita programu a doplnili ešte dve otázky, resp. oblasti:

- **Súlad so špecifikáciou:** Je projekt naprogramovaný podľa špecifikácie? Obsahuje všetko, čo bolo napísané v špecifikácii? Obsahuje niečo navyše?
- **Doplniť / zmeniť:** Čo by ste autorom odkázali aby na projekte zmenili? Máte nápad ako program ešte vylepšiť?

Obsah a kvalita recenzií sa medzi tímami líšia. Vzhľadom na to, že takú formu práce žiaci robili prvýkrát, môžeme konštatovať, že väčšina recenzií bola na dostatočnej úrovni. V niektorých prípadoch sa žiaci vyjadrili ku všetkým pomocným bodom, ktoré v šablóne recenzovania mali, niektorí zas odpovedali jednoduchými slovami "áno", "nie" alebo "všetko je v poriadku". Zo skúseností z minulej fázy sme predpokladali, že aj v tejto sa budú žiaci snažiť istým spôsobom vyhnúť podmienke 100 znakov odpovede v jednej oblasti. Tento predpoklad sa nám po obsahovej analýze recenzií potvrdil. Aj v tomto prípade bolo najčastejšie obchádzanie ohraničenia znakov pomocou znaku bodky a to konkrétne v tímoch tretieho ročníka. Po konzultácii so žiakmi sme zistili, že recenzie, kde žiaci potrebný rozsah vyplnili bodkami, vznikali z dôvodu prepracovanosti projektu a preto nebolo treba ďalej prácu komentovať. V žiackych recenziách sme si všimli aj situácie, kde autori do projektu doplnili určité prvky navyše (napr. v projekte *Testovač výťahu* doplnili prepínanie scény na deň/noc), a hoci recenzenti ocenili, že doplnok vyzerá dobre, dodali, že nevidia žiadnu užitočnú vlastnosť. Podobne ako v minulej fáze (šk. rok 2020/2021), aj v tejto fáze sa vyskytli situácie, kde recenzenti dokázali nájsť aj celkom závažné chyby v programoch lepšie ako my. Známky, ktoré žiaci zadávali projektom svojich spolužiakov sa na kritiku, ktorú v recenziách sledujeme znovu zdajú benevolentné. Celkový priemer známok zadaných žiakmi bol 1,40 (v prvom ročníku 1,43 a v treťom 1,29).

3.1.1 Analýza tímového hodnotenia

V analýze časti rozdeľ 100% sme z dôvodu trojčlennosti tímov a snahou zlepšiť výsledky, vytvorili novú metodiku, podľa ktorej sme porovnávali zhody medzi žiakmi v tíme:

- **Zhoda v princípe:** žiaci sa v rámci tímu "v princípe" zhodli. Toto znamená, že 100% žiaci rozdelili tak, že všetci traja v tíme jednoznačne vedeli povedať, kto v tíme toho spravil najviac, kto stredne veľa a kto najmenej. Príklad v tabuľke 1.

Tab. 1 - Príklad typu zhody zhoda v princípe

Typ zhody	Rozdeľ 100%				
Čiastočná zhoda	Test_team		Hodnotený		
			Žiak 1	Žiak 2	Žiak 3
	Hodnotí	Žiak 1	80	10	5
		Žiak 2	70	20	10
		Žiak 3	90	10	0

Z tabuľky vyplýva, že žiak 1 spravil na projekte najviac, žiak 2 stredne veľa a žiak 3 najmenej, pretože sa všetci v princípe zhodli.

- **Zhoda:** Žiaci sa v rozdelení percent zhodli s odchýlkou +/- 5%.
- **Čiastočná zhoda:** V tíme sa zhodli aspoň dvaja členovia tímu buď v princípe podobnému zhoda v princípe alebo zhoda s odchýlkou +/- 5%. Pozn.: Ak nastala situácia, že sme rozdelenie % v tíme vedeli zaradiť do kategórií čiastočná zhoda alebo zhoda v princípe, radíme do zhoda v princípe (je to „väčšia zhoda").
- **Úplná zhoda:** Žiaci sa v rozdelení percent zhodli. Nezaradili sme tu zhody typu 50/50.
- **Rovnaký podiel:** Žiaci si v tíme rozdelili percentá rovnakým dielom (50/50 alebo 33/33/33).
- **Nezhodli sa:** Žiaci sa v tíme pri rozdeľovaní percent nezhodli.

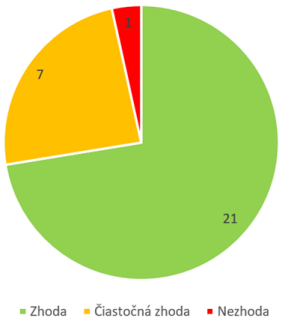
Aplikáciou našej metodiky sme zistili, že sa tímy, pri zadávaní percent vo väčšine prípadov zhodli. Do všeobecnej zhody radíme zhody typu zhoda v princípe, zhoda a čiastočná zhoda. V tejto otázke sa nezhodlo dokopy 7 tímov, z toho 4 tímy v prvom

ročníku a 3 tímy v treťom ročníku. Najpočetnejšia bola zhoda v princípe (14 tímov).

V otázke vzťahy v tíme sme rovnako metodiku v sledovaní zhody upravili. Vytvorili sme tri kategórie:

- **Zhoda:** ak sa všetci žiaci zhodli na jednej možnosti. Ak niektorý z členov tímu nevyplnil hodnotenie, neráta sa ako žiadny vzťah (ak sa zhodli zvyšní dvaja, zhodol sa aj tím).
- **Čiastočná zhoda:** ak hodnotenie vyplnili všetci a aspoň dvaja členovia tímu sa zhodli v možnosti.
- **Nezhoda:** ak sa žiaci nezhodli, resp. ak výsledky nenaznačujú jednu z dvoch vyššie uvedených zhôd.

Po analýze dát sme zistili, že prevládali priateľské vzťahy, pričom sumárne odpovede žiakov ukazujú, že 83% žiakov uviedlo, že v tíme boli priateľské vzťahy, 16% pracovné a len 1% žiakov (v prepočte jeden žiak) zadali vzťahy zlé, resp. nie dobré. Sledovaním zhôd podľa vyššie uvedenej metodiky sa ukázalo, že sa v drvivej väčšine prípadov žiaci v tímoch na vzťahoch zhodli (zhoda, čiastočná zhoda). Len v jednom zo všetkých tímov tohto kola sa žiaci nezhodli.



Obr. 2 – Zhody vo vzťahu v prvom kole

V otázke kto bol šéfom sme vytvorili metodiku, ktorou sme taktiež sledovali zhodu v tom, ako žiaci uvádzali vedúceho tímu. Tímy síce nemali za úlohu si striktne zvoliťvedúceho, ale pýtali sme sa ich na to, kto sa svojim správaním najviac k tejto funkcii priblížil. Vytvorili sme tri typy možností:

- **Zhoda:** Ak sa všetci traja (alebo štyria) zhodli v otázke šéfa skupiny a to buď na konkrétnom mene alebo všetci označili, že šéfa nemali.
- **Čiastočná zhoda:** Ak sa aspoň dvaja v odpovedi zhodli.
- **Nezhoda:** Ak sa odpovede žiakov navzájom líšili.

Najčastejším typom zhody bola čiastočná zhoda, ktorá mala zastúpenie 55%. Po nej nasleduje zhoda s 31% a v otázke šéfa skupiny sa nezhodlo 14% tímov. Podrobnejšou analýzou čiastočných zhôd a zhôd sme zistili, že pomer medzi tým, či sa žiaci zhodli na konkrétnom mene alebo na označili odpoveď "nikto" bol približne rovnaký (55% konkrétne meno, 44% nemali šéfa). Nakoľko bola táto otázka otvorená, v odpovediach sme si všimli, že žiaci šéfa tímu určovali nielen podľa toho kto organizoval prácu, ale aj podľa toho, kto spravil na projekte najviac, resp. označovali toho žiaka, ktorý má viac vedomostí z oblasti programovania.

Otvorené otázky k tímovému hodnoteniu potvrdzujú zistenia z minulej fázy. Žiaci si na svojich spolužiakoch najčastejšie všímajú vlastnosti a zručnosti z oblasti programovania. V otázke Čo chcem vedieť tak ako môj spolužiak? žiaci zadávali buď "programovanie vo všeobecnosti" alebo určovali konkrétne oblasti z neho. Medzi najčastejšie neprogramátorské vlastnosti, ktoré sa v odpovediach objavovali sú "pracovitosť" a "dizajn".

Otázka Čo spravil spolužiak na projekte to najlepšie? akoby kopírovala odpovede z prvej otázky. V niektorých prípadoch žiaci v predchádzajúcej otázke zadali "programovanie vo všeobecnosti" a v tejto otázke špecifikovali konkrétnu oblasť:

- Čo chcem vedieť tak ako spolužiak? - *"Chcel by som vedieť programovať tak ako Adam."*
- Čo spravil spolužiak na projekte to najlepšie? - *"Janko vyriešil problém s podmienkou, ktorú sme my dvaja s Miškom nevedeli vyriešiť ani po dvoch dňoch."*

V otázke Čo by mal spolužiak na svojej práci zmeniť? sa tak ako aj v minulej fáze vyskytuje najčastejšie odpoveď "neviem" alebo "nič". V niektorých prípadoch to žiaci aj odôvodňovali v zmysle, že boli v tíme všetci zladení, alebo že sú všetci na rovnakej vedomostnej úrovni a preto nenašli nič, čo by mali zmeniť - "S mojím tímom som bol spokojný, takže netuším čo by mohol niekto zlepšiť." (približne 45% odpovedí). V kontraste k týmto odpovediam sa vyskytli aj také, kde spolupráca nebola podľa predstáv niektorých žiakov. Odpovede ako "byť nápomocný", "lepšie spolupracovať" alebo "zlepšiť komunikáciu" sa tiež opakovala často - "Iba nespraviť väčšinu sám lebo sa nudil predtým ako sme si zavolali :D. Inak to bolo super." (približne 23% odpovedí).

3.1.2 Analýza sebahodnotenia

Výsledky po analýze sebahodnotiacich otázok naznačujú, že to, čo sme zistili v prvej fáze sa opakuje aj v tej druhej. V otázke Čo mi na projekte išlo dobre? odpovede v 65% prípadov určitým spôsobom súvisia s programovaním a to buď programovaním vo všeobecnosti alebo konkrétnou oblasťou z programovania. Nakoľko boli projekty spojené s grafickou knižnicou tkinter, niektorí žiaci považujú za svoju silnú stránku dizajnovanie projektu, resp. kreslenie útvarov do grafickej plochy.

Rozborom otázky Čo mi pri práci nešlo a mohol by som na sebe popracovať? sa taktiež javí, že hoci niektorí žiaci vedia programovať dobre, chcú sa naďalej zlepšovať. V súvislosti s grafickou stránkou programu by značná časť žiakov chcela mať lepšiu predstavivosť a kreativitu. V kontexte niektorých prípadov sa zdá, že si žiaci túto otázku pomerne často spájajú s otázkou z tímového hodnotenia Čo chcem vedieť tak ako môj spolužiak? a vo všeobecnosti si nevšímajú svoje vlastné slabé stránky, no určité svoje vlasnoti porovnávajú so spolužiakovými a následne, ak je táto vlastnosť horšia, rátajú ju ako slabú stránku.

Pri poslednej otázke, Čo som spolužiakov naučil?, sa ukazuje, že ju žiaci v 25% nepochopili. Namesto toho, aby určili zručnosti, ktoré pri programovaní projektov mohli naučiť svojich spolužiakov odpovedali na ňu štýlom "Naučil som sa od neho…". Najčastejšia odpoveď bola "neviem", "asi nič" a podobne ako v prvej fáze, žiaci odpovedali štýlom - "Toto sa musíte opýtať mojich spolužiakov". Druhou najčastejšou odpoveďou boli určité programovacie koncepty - "naučil som ich podmienky". Medzi nepogramátorske zručnosti, ktoré žiaci uvádzali patria "time management" a "pracovitosť" - "Asi som ich naučil nerobiť veci na poslednú chvíľu".

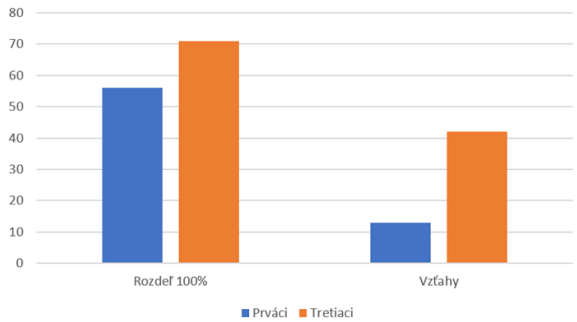
V rámci sledovania zhôd v odpovediach žiakov na tímové otázky a sebahodnotiace otázky sme zistili, že sa v každom tíme nájde v priemere aspoň jedna zhoda. Týchto zhôd by bolo viac (naznačovali to odpovede), ak by žiaci vo svojich odpovediach konkretizovali mená pri jednotlivých vlastnostiach nakoľko pracovali v troj až štvorčlenných tímoch. Napríklad v odpovedi "Chcem vedieť tak dobre používať def funkcie" pozorujeme, že žiak chce ovládať určitú zručnosť ako jeho spolužiak, no nevieme, ktorého tímového kolegu má na mysli. Najčastejšie zhody boli z oblasti programovania.

3.2 Realizácia druhého kola a analýza získaných dát

Recenzie v porovnaní s prvým kolom mali slabšiu úroveň. Žiaci častejšie používali tzv. biele znaky, bodky alebo iné nezmyselné texty, ktoré do recenzií nepatria (napr.: jeden tím žiakov tretieho ročníka namiesto recenzie skopíroval do každej textovej oblasti jeden recept na varenie). Platí, že tímy, ktoré recenzie v prvom kole vyplnili svedomito a kvalitne, napísali dobrú recenziu aj v druhom kole. Naopak tímy, ktoré napísali slabé recenzie v prvom kole, poslali rovnako slabú, alebo horšiu recenziu v druhom kole projektov. Niektoré z týchto recenzií boli odfláknuté, nakoľko pri porovnávaní recenzie a recenzovaného projektu sa nám zdalo, akoby recenzovali iný projekt (závažné nedostatky projektu neboli v recenzii uvedené). Priemer známok za recenziu od vyučujúceho bol 1,47 (tímy prvého ročníka 1,55, tímy tretieho ročníka 1,32). Priemer známok, ktoré zadávali žiaci v recenziách bol u žiakov prvého ročníka 1,25 a u žiakov tretieho ročníka 2,22 čo je väčší rozdiel ako bolo v prvom kole. Po opravení a zaslaní projektov na hodnotenie sa priemer v prvom ročníku dostal na 1,05 a v treťom ročníku na 2,0. V tomto prípade sledujeme súvis medzi hodnotením od žiakov a hodnotením vyučujúceho. Zhoda v skóre/známka v poslednej otázke celkového dojmu (fakt, či sedí, že ak žiak zadal skóre 5, musel zadať známku 1) sa v prvom ročníku namerala na úrovni 90% pre zhodu. U žiakov tretieho ročníka to bola 100% zhoda.

3.2.1 Analýza tímového hodnotenia a sebahodnotenia

V otázkach tímového hodnotenia a sebahodnotenia sa iba potvrdzujú výsledky, ktoré sme získali už z predchádzajúcich kôl tohto výskumu. V častiach rozdeľ 100% a vzťahy v tíme sme sa v tomto kole bližšie pozreli na tie tímy, ktorých členovia sa nemenili (spolu 23 tímov z 29). Na grafe (obr. 3) ilustrujeme zmeny v počtoch zhôd (v percentách), ktoré nastali v porovnaní s prvým kolom. Najviac zmien (až 70%) nastalo v kategórii rozdeľ 100% a to zo zhody na čiastočnú zhodu (pričom čiastočná zhoda je slabší výsledok ako zhoda). Vo vzťahoch v tíme pozorujeme viac zmien (viac ako 40%) v tímoch tretieho ročníka. Väčšinou sa zhody menili z typu zhoda na čiastočná zhoda a naopak.



Obr. 3 - Zmeny zhôd v porovnaní s prvým kolom

Najfrekventovanejšie vlastnosti, ktoré chcú žiaci mať také ako ich spolužiaci sú z oblasti programovania. Narozdiel od prvého kola, v tomto kole absentuje dizajn nakoľko projekty neboli koncipované tak, aby žiaci používali grafickú knižnicu tkinter. V otázke Čo by mal spolužiak na svojej práci zmeniť nepozorujeme žiadne výrazné posuny. Rovnako tak žiadne výrazné zmeny nepozorujeme ani v otázkach sebahodnotenia.

3.3 Porovnanie a zhodnotenie fáz

Po analýze jednotlivých fáz a kôl sme sa znovu pozreli na výsledky a porovnali fázy medzi sebou. Z nášho nezáväzného pozorovania prijímania

tímových projektov žiakmi sme zistili, že hoci žiaci oboch fáz vyjadrili pozitívny záujem k tejto aktivite, žiaci druhej fázy mali túto radosť väčšiu. Pripisujeme to aj faktu, že v prvej fáze sa žiaci učili prevažne dištančnou formou a vzhľadom na to, že vyše polovica učiteľov na škole používala za prostriedok vyučovania najmä zadávanie úloh, žiaci nemali veľa času na programovanie tímových projektov. V druhej fáze, ktorá už prebiehala prezenčne, sme sa navyše snažili žiakov motivovať k spolupráci v tíme ešte pred samotným realizovaním týchto aktivít.

Porovnávaním špecifikácii projektov sme nezistili žiadne veľké rozdiely. Vo všeobecnosti boli tieto dokumenty na dobrej úrovni v oboch fázach. Z konzultácii sme ale vnímali, že žiaci v druhej fáze považovali špecifikácie za zbytočné.

Projekty prvej a druhej fázy sa od seba líšili kvalitou, pričom projekty z druhej fázy boli kvalitnejšie a prepracovanejšie. Túto skutočnosť mohlo spôsobiť niekoľko faktorov ako napríklad naša lepšia pripravenosť na zber dát v druhej fáze, dištančné vyučovanie v prvej fáze ako aj počet členov v tíme (v druhej fáze sme okrem jedného prípadu nemali dvojčlenné tímy). Nakoľko sme si priebežne zapisovali poznámky z prvej fázy, chyby, ktoré robili žiaci v prvej fáze sme demonštrovali žiakom v druhej fáze. Z pohľadu porovnávania kvality recenzií, ako aj ich užitočnosti pre žiakov, sa za najlepšie dajú považovať recenzie z prvého kola prvej fázy výskumu. Dôvodom je fakt, že v prvom kole prvej fázy sme pri recenziách zvolili šablónu v textovom dokumente, kdežto v courses.matfyz.sk to vypĺňali žiaci recenzie do textových okien, kam bolo požadované zadať minimálne 100 znakov. Preto sa častejšie vyskytovali recenzie, kde žiaci v systéme vypĺňali chýbajúce znaky v poli bodkami alebo iným nezmyselným textom. Okrem toho, po konzultácii so žiakmi sme zistili, že tímy, ktoré odoslali nedostatočnú recenziu nepovažovali recenzovanie za dôležitú súčasť nášho typu tímových projektov.

Vzťahy v tímoch boli v oboch fázach prevažne priateľské. V niektorých prípadoch žiaci zadávali aj pracovné. Nie dobrý vzťah v skupine uviedlo len minimum žiakov. Porovnaním otvorených otázok tímového hodnotenia v rámci fáz sme zistili, že v oboch si žiaci všímajú na svojich spolužiakoch v otázke Čo chcem vedieť tak ako môj spolužiak? vlastnosti a zručnosti z programovania. Bolo tak najmä v prvej fáze, kdežto v druhej sa objavovali aj iné vlastnosti, ako napríklad "pracovitosť", "rýchle písanie" a v projektoch, kde žiaci používali grafickú knižnicu tkinter sa opakoval aj "dizajn".

V otázke, Čo by mal spolužiak na svoje tímovej práci zmeniť? sa javí, že vo všeobecnosti žiaci nemali dojem prítomnosti nedostatkov u svojich tímových kolegov. Pri porovnávaní fáz sme zistili, že v druhej fáze boli žiaci kritickejší ako v prvej.

Analýzou a porovnávaním sebahodnotiacich otázok sme zistili, že v druhej fáze mali žiaci so sebahodnotením menší problém ako v prvej fáze. Usudzujeme tak z faktu, že sa v prvej fáze odpovede typu "nič", "neviem" alebo iné neurčité odpovede opakovali častejšie ako v druhej fáze.

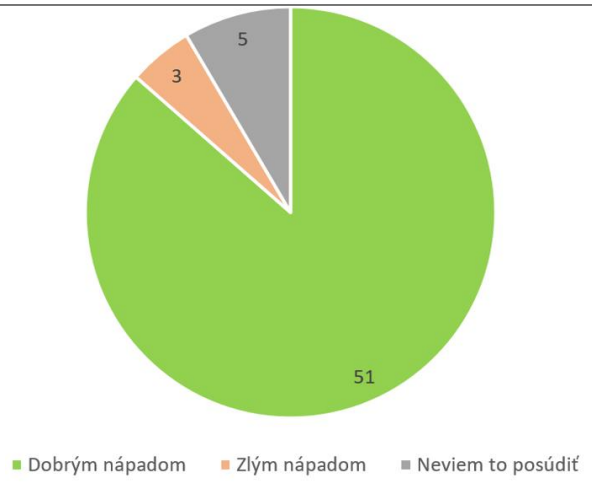
V nasledujúcej tabuľke (tab. 2) uvádzame najfrekventovanejšie vedomosti, zručnosti a vlastnosti, ktoré si v jednotlivých otázkach žiaci na svojich kolegoch všímajú.

Tab. 2 - Najfrekventovanejšie odpovede žiakov vo formulári tímového hodnotenie a sebahodnotenia

Tímové hodnotenie	
Čo chcem vedieť tak ako môj spolužiak?	Programovanie (vo všeobecnosti alebo určitá zručnosť), pracovitosť, dizajn, svedomitosť
Čo urobil spolužiak na projekte to najlepšie?	Dobrý nápad, programovanie (vo všeobecnosti alebo určitá zručnosť), recenzia/špecifikácia
Čo by mal spolužiak na svojej tímovej práci zmeniť?	Nič, neviem, komunikácia, spolupráca
Sebahodnotenie	
Čo som spravil pre tím to najlepšie?	Konkrétna oblasť programovania (alebo programovanie vo všeobecnosti), odladťovanie kódu
Čo mi nešlo a mohol by som na tom popracovať?	Konkrétna oblasť programovania (alebo programovanie vo všeobecnosti), nič, komunikácia
Čo som spolužiakov naučil?	Neurčitá odpoveď/nepochopenie otázky, nič, konkrétna oblasť z programovania

3.4 Tímové projekty a názory žiakov

Po nami navrhnutými aktivitami sme s cieľom mapovania pocitov žiakov k takejto metóde vyučovania žiakov poprosili aby vyplnili dotazník. Obsahoval 9 povinných otázok a 1 nepovinnú otázku, v ktorej sme dali žiakom možnosť vyjadriť sa k ľubovoľnej téme tímových projektov. Z celkového počtu zapojených žiakov (89) sa vyjadrilo 59. V prvej otázke sme sa pýtali žiakov ako vnímajú to, že projekty programovali v tímoch a nie samostatne. V 86% odpovediach sa žiaci priklonili k tomu, že to bol dobrý nápad. Za možnosť „neviem to posúdiť" hlasovalo 8% a len 5% žiakov hlasovalo za to, že takýto nápad bol zlý. Rozloženie odpovedí v absolútnych čísla sú na nasledujúcom grafe (obr. 4).



Obr. 4 - vnímanie tímových projektov žiakmi

Po realizácii projektov sme pozorovali, že sa nás žiaci pomerne často pýtali, kedy budeme realizovať ďalší tímový projekt. Preto sme v rámci záverečného dotazníka pridali otázku, či by bolo pre nich prijateľné, ak by sme realizovali viac alebo menej takýchto tímových projektov. Realizácia dvoch projektov (jeden v prvom šk. roku, druhý v druhom šk. roku) bolo pre 62% žiakov akurát. 27% žiakov uviedlo, že projektov by mohlo byť viac, no jednoduchšie a len 10% žiakov by stačilo, keby bol projekt len jeden, no náročnejší. Dotazník ďalej pokračoval otvorenou otázkou, v ktorej sme chceli vedieť, čo sa žiaci podľa nich naučili pri recenzovaní cudzieho projektu. Obsahovou analýzou odpovedí sme zistili, že 18% žiakov zadalo, že sa naučilo „objektivity“, rovnaký počet žiakov sa naučilo „podávať konštruktívnu kritiku“ a „našli inšpiráciu v kóde“ (napr. odpoveď žiaka v dotazníku: „Naučil som sa že kritika sa oceňuje v istej miere a že máme veľa talentovaných spolužiakov“). Približne 15% žiakov zadali, že sa „dokážu lepšie zorientovať v cudzom kóde“ a „naučili sa určitým spôsobom hodnotiť projekt iného žiaka“. V niektorých prípadoch (menej ako 10%) sa vyskytovali odpovede typu „písanie textu“ alebo „nič“.

Podobne sme sa pýtali žiakov na to, čo sa naučili pri tímovom hodnotení a sebahodnotení. V časti tímového hodnotenia 41% žiakov v tejto otázke odpovedali, že sa určitým spôsobom naučili „hodnotiť spolužiaka“. Druhou najčastejšou odpoveďou (29%) bola „všímavosť“ a hneď za ňou nasleduje „úprimnosť“. V sebahodnotiacej časti otázky žiaci vo 39% prípadov nedopovedali (otázka bola spojená). Žiaci, ktorý sa vyjadrili aj v tejto časti zadali najčastejšie, že sa naučili „sebakritiky“. Nakoľko sme počas realizácie vnímali nechuť žiakov pracovať na niektorých aktivitách nami nastaveného procesu tímových projektov, rozhodli sme sa do dotazníka vložiť otázku, v ktorej žiaci odpovedali ako sa im jednotlivé aktivity (tvorba špecifikácie, programovanie projektu, recenzovanie projektu, tímové hodnotenie a sebahodnotenie) na likertovej škále od 0 (najmenej) po 7 (najviac) páčili. Nakoľko sme počas realizácie vnímali nechuť žiakov pracovať na niektorých aktivitách nami nastaveného procesu tímových projektov, rozhodli sme sa do dotazníka vložiť otázku, v ktorej žiaci odpovedali ako sa im jednotlivé aktivity (tvorba špecifikácie, programovanie projektu, recenzovanie projektu, tímové hodnotenie a sebahodnotenie) na likertovej škále od 0 (najmenej) po 7 (najviac) páčili. Následne sme odpovediam žiakom pridávali skóre postupne od -4 po +4 podľa škály (0 sme priradili -4, 7 sme priradili +4) pričom skóre 0 sme nezaradili, nakoľko sme nemali neutrálnu odpoveď. Následne sme preškálované odpovede spočítali do sumárneho skóre. Podľa tejto metódy sme zistili, že najatraktívnejšou časťou zo všetkých aktivít bolo samotné programovanie projektu (skóre 162). Obľúbené medzi žiakmi bolo aj recenzovanie projektu (skóre 105), nasleduje tímové hodnotenie (skóre 75). Hoci žiadna oblasť nebola žiakmi vnímaná negatívne (záporné skóre), najviac sa im nepáčilo sebahodnotenie (skóre 47) a tvorba špecifikácie (skóre 48).

Dotazník pokračoval otvorenými otázkami, ktoré sa orientovali na to, čo sa žiakom najviac páčilo a nepáčilo vo všeobecnosti na tímových projektoch. Žiakom sa na týchto aktivitách najviac páčila „spolupráca“ (67%) – „Spolupráca s kamarátmi a taktiež už sme neprogramovali len samostatné úlohy, ale celý program kde museli veci navzájom fungovať.“. Nasleduje „programovanie“ (13%) a „kreativita tém“, ktoré sme žiakom ponúkli. V odpovediach na otázku, čo sa žiakom nepáčilo sa najčastejšie (38%) opakovalo slovo „nič“. Niektorí žiaci (23%) by zmenili „termín odovzdávania projektu – málo času“. V 10% sa žiaci nestotožňujú so „sebahodnotením“ a rovnaké percento žiakov si vie predstaviť, že by na projekte pracovali aj sami.

V dotazníku sme vytvorili ešte jednu otázku, kde sme použili likertovú škálu. Žiakov sme požiadali, aby na stupnici 0 (najmenej) až 7 (najviac) zhodnotili, nakoľko sa vďaka tímovým projektom naučili lepšie programovať, pochopiť cudzí program, nájsť chyby v cudzom programe, nájsť chyby vo vlastnom programe, komunikovať so spolužiakmi v tíme, robiť svoju časť práce v tíme, riadiť prácu ostatných v tíme, pomôcť spolužiakovi v tíme (keď nestíha svoju časť), podávať konštruktívnu kritiku, poctivo (tvrdo) pracovať na programe, motivovať aj iných členov tímu k poctivej (tvrdej) práci, uvedomiť si svoje silné a slabé stránky, odhaliť spolužiakove silné a slabé stránky. Odpovede žiakom sme rovnako ako v predchádzajúcej otázke, kde sme použili likertovú škálu bez neutrálnej odpovede, zmenili na skóre. Na základe odpovedí žiakov sa zdá, že najviac sa počas týchto aktivít sa žiaci naučili poctivo (tvrdo) pracovať na programe (skóre 125) (značí o tom aj

prepracovanosť projektov). Na druhom a treťom mieste sa nachádzajú podávať konštruktívnu kritiku a uvedomiť si svoji silné a slabé stránky. Podľa odpovedí žiakov sa najmenej naučili riadiť prácu ostatných v tíme. Skóre ostatných tvrdení uvádzame v tabuľke 3.

Tab. 3 - Skóre tvrdení, ktoré žiaci označili, že sa počas tímového projektu naučili

Poctivo (tvrdo) pracovať na programe	125
Podávať konštruktívnu kritiku	121
Uvedomiť si svoje silné a slabé stránky	119
Komunikovať so spolužiakmi v tíme	119
Robiť svoju časť tímové práce načas	117
Nájsť chyby vo vlastnom programe	99
Pochopiť cudzí program	96
Lepšie programovať	94
Pomôcť spolužiakovi v tíme	83
Nájsť chyby v cudzom programe	71
Odhaliť silné a slabé stránky spolužiaka	62
Motivovať iných členov tímu	50
Riadiť prácu ostatných v tíme	40

4 Záver

Vzájomné hodnotenie a sebahodnotenie zapojené v aktivitách tímových projektov sa javí ako nástroj, ktorý nie len učí žiakov k vyšším cieľom vzdelávania a výchovy (kognitívna a afektívna doména).

V našom výskume sme zistili, že aktivity tímových projektov nachádzajú u žiakov prijatie a to najmä z toho dôvodu, že sa na školách realizujú skôr tradičné pasívne metódy vyučovania. Samotné výsledky v rámci vzájomného hodnotenia a sebahodnotenia preukázali, že si žiaci na svojich kolegov v tíme všímajú prevažne vlastnosti a zručnosti spojené s prácou na projekte než vlastnosti, ktoré sú spojené s bežným životom. Sebahodnotenie je vo všeobecnosti pre ľudí náročné, čo sa potvrdilo aj vo výsledkoch žiakov nášho výskumu.

Zhodnosť odpovedí v rámci tímu bola na dobrej úrovni, t.z., že sa žiaci v zásadných otázkach tímového hodnotenia vo väčšine prípadov dokázali, nezávisle od seba, zhodnúť.

Realizovaním takýchto tímových aktivít nám ale neprinieslo len vyššie spomínané zistenia. Vo všetkých triedach nám pomohli pochopiť klímu v skupinách a vzťahy medzi jednotlivými žiakmi. Dokázali sme identifikovať žiakov s algoritmickým myslením, ktorí sa zrejme informatike a programovaniu venujú aj vo voľnom čase. Zásluhou tímového projektového vyučovania sme odhalili konflikty medzi žiakmi a dokázali diagnostikovať členov tímu, ktorí by mohli mať aj iné problémy (napr.: problémy v rodine, problémy s odmietaním skupiny, psychické problémy a iné).

V prvej fáze nášho výskumu sme medzi nevýhody zaradili časovú náročnosť. Prenesením administratívy tímových projektov do systému courses.matfyz.sk sme spomínanú časovú náročnosť čiastočne odstránili, no analýza a diagnostika žiackych odpovedí bude vždy zaberať veľa času.

Návrhom ďalšieho výskumu by mohla byť obdobná téma so zameraním sa na skupiny v určitom dlhšom čase (napr.: ako a či sa vyvíja sebahodnotenie žiaka počas zapojenia techník sebareflexie počas celého štúdia na strednej škole).

Poďakovanie

Chcel by som sa poďakovať mojej školiteľke, Zuzane Kubincovej, ktorá mi pomáha a vedie ma pri realizácii výskumu, ktorého výsledkom bude moja diplomová práca.

Literatúra

[1] SADLER, Philip M.; GOOD, Eddie. The impact of self-and peer-grading on student learning. Educational assessment, 2006, 11.1: 1-31. Dostupné na: https://www.researchgate.net/publication/248940862_The_Impact_of_Self_and_Peer-Grading_on_Student_Learning

[2] TOPPING, Keith J. Peer assessment. Theory into practice, 2009, 48.1: 20-27. Dostupné na: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00405840802577569

[3] ROLHEISER, Carol; ROSS, John A. Student self-evaluation: What research says and what practice shows. Plain talk about kids, 2001, 43: 57. Dostupné na: http://eloewen.pbworks.com/w/file/fetch/118309278/Student%20Self%20Evaluation%20What%20Research%20Says%20and%20What%20Practice%20Shows.pdf

[4] NULTY, Duncan D. Peer and self-assessment in the first year of university. Assessment & evaluation in higher education, 2011, 36.5: 493-507. Dostupné na: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02602930903540983

[5] KOLČÁK, K., KUBINCOVÁ, Z. Vzájomné hodnotenie a sebahodnotenie vo vyučovaní informatiky. Prijaté na Študentská vedecká konferencia, FMFI UK, Bratislava, 2021, 315-321. ISBN 978-80-8147-107-0. Dostupné na: http://compbio.fmph.uniba.sk/svk2021/svk2021-zbornik.pdf

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 150–159
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Veronika Fejková

Porovnanie jednoduchých robotických hračiek v kontexte riadenia

Veronika Fejková[1]*
Školiteľ: Karolína Miková[1†]
[1] KDMFI, ODI, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Edukačná robotika sa postupom času dostáva aj na primárny a predprimárny stupeň vzdelávania. A s tým prichádzajú nové výzvy na určovanie vhodnosti nástroja a primeranosti učiva pre vyučovanie základov algoritmického myslenia. V tomto príspevku sa zaoberáme dvoma jednoduchými robotickými hračkami a ich programovacími prostrediami: Make mTiny Coding Kit a Matatalab programovateľným robotom. Oba sú určené pre deti od štyroch rokov života a sú zamerané na vzdelávanie. V príspevku stručne predstavujeme výskumy, na ktoré nadväzujeme touto prácou, obe robotické hračky a stručne opisujeme nástroje na zber dát - t.j. aktivity, ktoré sme vytvorili, aby sme dané robotické hračky dokázali kvalitne porovnať. Pri analýze dát sme sa zamerali na možnosti programovania a GUI ovládacie prvky. Vo výsledkoch predstavíme možnosti, ktoré tieto robotické hračky ponúkajú z hľadiska interaktívnosti, programovacích konceptov, technického zabezpečenia, potenciálu v školskom prostredí a ich výhody a nevýhody.
Kľúčové slová: robotická hračka, programovacie koncepty, primárne vzdelávanie, primeranosť

1 Úvod

V ostatných rokoch môžeme pozorovať ako sa robotika dostáva do vzdelávania, dokonca aj na predprimárny a primárny stupeň, avšak častým problémom je správny výber robotických hračiek. Ak sa škola resp. učiteľ rozhodne využívať pri vzdelávaní robotické hračky, mal by vedieť posúdiť vhodnosť daných hračiek. Jedným z aplikovateľných cieľov našej práce je priniesť taký popis vybraných hračiek, aby sa učiteľ na základe neho dokázal rýchlo a správne rozhodnúť, či sú dané hračky preňho vhodné alebo nie.

V prvej časti práce predstavíme teoretické východiská z ktorých sme vychádzali pri našom výskume. Ide o práce na ktoré náš výskum nadväzuje, a analýzu inovovaného štátneho vzdelávacieho programu,, ktorého časti je možné vyučovať za pomoci edukačných hračiek.

V druhej časti práce prinesieme popis dvoch vybraných robotických hračiek – pre koho sú určené a ako sa ovládajú.

V tretej časti popíšeme náš výskum a najmä nástroj na zber dát – aktivity, ktoré sme pre dané robotické hračky vytvorili a následne s nimi aj zistili potrebné údaje.

Štvrtá časť je najrozsiahlejšia a v nej uvádzame výsledky nášho výskumu - odpovede na výskumné otázky, ktoré sa zameriavajú na tri oblasti: intuitívnosť, programátorské koncepty, potenciál na vytváranie aktivít a technické zabezpečenie.

2 Teoretické východiská

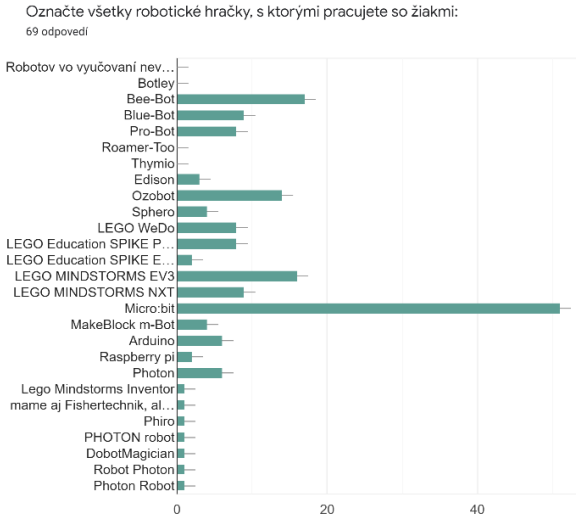
V tejto kapitole uvádzame len nevyhnutný teoretický základ, ktorý je pre pochopenie našej práce najpodstatnejší.

V prvom rade by sme chceli zadefinovať pre potreby našej práce, čo považujeme za robotickú hračku a čo za robotickú stavebnicu. Stotožňujeme sa s definíciou od Jaškovej [Jašková et al., 2012], ktorá **robotické/programovateľné** hračky považuje za akýsi predstupeň k robotickým stavebniciam. Práca s robotickými hračkami spočíva v riadení už hotového robota a keďže žiaci nepotrebujú žiadne špeciálne konštrukčné vedomosti a zručnosti, tak sa tieto robotické hračky najčastejšie využívajú na prvom stupni ZŠ a dokonca aj v materských školách [Stoffová a Zboran, 2018]. **Robotické stavebnice** oproti robotickým hračkám majú pridanú hodnotu v tom, že podporujú aj manuálnu zručnosť. Pri robotických stavebniciach žiaci nevyužívajú len programovanie, ale sú potrebné i konštrukčné znalosti a zručnosti, pretože je potrebné robota najprv zostaviť [Hyksová, 2021], [Štoffová a Zboran, 2018]. Podľa nášho názoru sú na primárne vzdelávanie vhodnejšie robotické hračky, nakoľko aj s nimi dokážeme so žiakmi budovať algoritmické myslenie. Pri výbere robotických hračiek sme sa snažili nájsť výskumy, ktoré by nám poskytli informácie o tom, ktoré robotické hračky sa na Slovensku najčastejšie využívajú. Nakoľko nie je známy výskum, ktorý by spracovával túto tému a

* fejkova4@uniba.sk
† karolina.mikova@uniba.sk

v dostupných materiáloch sme nenašli, ktoré robotické hračky sa na slovenských školách najčastejšie využívajú, rozhodli sme sa vytvoriť dotazník, ktorého cieľom bolo zozbierať reálne informácie o využívaní robotických hračiek na slovenských školách. Dotazník s názvom **Edukačná robotika na ZŠ**[1] sme rozposlali učiteľom po celom Slovensku. Podarilo sa nám zozbierať informácie o používaní robotických hračiek na vyučovaní od 91 respondentov z celého Slovenska. Z odpovedí na daný dotazník sme získali informácie, ktoré konkrétne robotické hračky a stavebnice sa na slovenských školách využívajú (viď graf1) a nejaké základné informácie o respondentoch.

Graf 1: Robotické hračky na slovenských školách



Z grafu (viď graf1) môžeme vidieť, že najviac využívané robotické hračky/stavebnice sú: Micro:bit, Bee-Bot, Lego MINDSTORMS EV3, Ozobot a Blue-Bot.

Po dôkladnom preštudovaní odpovedí na dotazník sme zistili, že na primárnom stupni vzdelávania sú najviac využívané robotické hračky (v tomto poradí): Bee-Bot, Blue-Bot, Ozobot a Pro_bot. K prvým miestam BlueBota a BeeBota možno prispeli vzdelávacie materiály A. Hrušeckej[2].

Chceli by sme upriamiť pozornosť najmä na robotické hračky Bee-Bot[3] a Blue-Bot[4], ktoré sú veľmi podobné s našimi vybranými hračkami. Podobne ako Bee-Bot a Blue-Bot, tak aj naše vybrané hračky sa pohybujú po štvorčekovej sieti, majú pevne danú dĺžku kroku a taktiež sú vhodné aj pre deti na predprimárnom stupni vzdelávania.

V rámci našej práce sme vychádzali najmä z 2 prác, ktoré sa zameriavajú na edukačnú robotiku. Prvou z nich bola práca Hrušeckej a Mikovej [Hrušecká a Miková, 2021], v ktorej sa snažili identifikovať vhodnú gradáciu informatických konštruktov. Tieto poznatky sme využili najmä pri tvorbe gradovanej série aktivít, ktoré sme vytvorili, aby sme naše vybrané hračky dokázali porovnať.

Druhou významnou prácou na ktorú sme nadviazali náš výskum je práca Stenovej [Stenová, 2021], ktorá sa zamerala na analýzu 6 edukačných hračiek vhodných pre primárny stupeň. Z tejto práce sme prevzali nástroje a pomocou nich popísali naše robotické vybrané hračky.

2.1 Inovovaný štátny vzdelávací program

V tejto časti práce predstavíme Inovovaný Štátny vzdelávací program pre primárne vzdelávanie – 1. stupeň základnej školy (ďalej ISCED 1) a to vo vzdelávacej oblasti Matematika a práca s informáciami, nakoľko predmet Informatika spadá do uvedenej oblasti [ŠPÚ, 2014].

Nakoľko sa zameriavame na edukačnú robotiku, zohľadňujeme vzdelávací štandard v tematickom okruhu Algoritmické riešenie problémov. Vzdelávací štandard predmetu je vytvorený pre 3. - 4. ročník, preto uvádzame požiadavky, ktoré majú žiaci spĺňať na konci 4. ročníka. V danom tematickom okruhu sa žiaci majú stretnúť s rôznymi spôsobmi riešenia problémov. Čo sa týka obsahového štandardu, žiaci sa majú oboznámiť s pojmami ako sú **príkaz, parameter príkazu a postupnosť príkazov**. V rámci obsahového štandardu je potrebné sa pozrieť na vlastnosti a vzťahy ako aj na procesy, ktoré majú žiaci na konci 4. ročníka ovládať. Medzi procesy patrí: **krokovanie, riadenie vykonávateľa v priamom režime, používať jazyk vykonávateľa, idea sekvencie príkazov a rozpoznávanie chyby**. Posledné, čo je potrebné zohľadniť, sú vlastnosti a vzťahy, ktoré majú žiaci na konci 4.ročníka ovládať. Žiaci si majú byť vedomí ako spolu súvisí **príkaz/poradie príkazov a výsledok** a v neposlednom rade **priamy príkaz** a **akcia vykonávateľa** [ŠPÚ, 2014].

Dokonca, už v primárnom vzdelávaní sa v oblasti výkonového štandardu vyskytuje pojem robot. Konkrétne v časti interaktívne zostavovanie riešenia

[1] https://docs.google.com/forms/d/14-G98-KCm2F0NcWHYPMvehadPjVhRfgFmz1NjHH9_Bs/edit?usp=drive_web

[2] https://www.dobreucebnice.sk/robotika-s-emou-pracovny-zosit

[3] https://www.robotworld.sk/bee-bot-vcielka

[4] https://www.extremepcshop.sk/cena/tt-blue-bot-bluetooth-beruska_x915934.htm

sa uvádza, že žiaci majú "*riešiť problém priamym riadením vykonávateľa (napr. robot, korytnačka)*" [ŠPÚ, 2014]. Ďalej by žiaci mali vedieť dokázať riešiť problém skladaním príkazov do postupnosti, vyhľadať chybu v postupnosti príkazov, interpretovať, simulovať a krokovať činnosť vykonávateľa [ŠPÚ, 2014].

3 Špecifikácia vybraných hračiek

V tejto časti práce by sme radi predstavili robotické hračky, s ktorými ideme realizovať výskum. Zamerali sme sa na porovnanie z hľadiska riadenia. Konkrétne ide o robotické hračky: **MakeBlock mTiny Coding Kit** a **Matatalab programovateľný robot**.

3.1 MakeBlock mTiny Coding Kit

MakeBlock mTiny Coding Kit skrátené mTiny je robotická hračka, určená pre deti od 4 rokoch života.

Obrázok 2: hore na obrázku sa nachádza robot mTiny, pohybuje sa po obrázkových kartách a riadi sa pomocou ovládača (dieťa ho má v ruke), ktorým načítava príkazy z kódovacích kariet

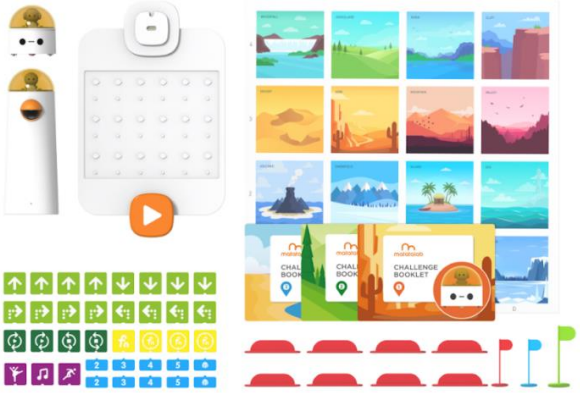
Pred začatím práce s robotickou hračkou je potrebné robota mTiny spárovať s ovládačom (viď obr.1), ktorým sa robot ovláda aj programuje. Spárovanie je jednoduché a možné za pomoci technológie Bluetooth.

Pri programovaní tohto robota sa využívajú hmatateľné kódovacie karty (viď obr.1 – dieťa ich načítava ovládačom), ktoré reprezentujú základné príkazy a deťom umožňujú naučiť sa ľahkým spôsobom programovať a precvičovať si logické a algoritmické myslenie. Tieto karty sú tvarovo prispôsobené tak, aby k sebe navzájom zapadali. Robot sa pohybuje po podložke - tematickej mape, ktorá sa vytvára prepojením obrázkových kariet (bloky mapy, viď obr.1), ktoré sa skladajú na princípe puzzle. Takýmto spôsobom deti dokážu vytvoriť mapu / podložku rôznej veľkosti a tvaru [Papadikas, 2020].

Cena základnej sady robota sa približne pohybuje okolo 164 eur[5]. Výhodou robota je možnosť dokúpenia ďalších komponentov a taktiež aj tematických máp napríklad Môj svet a Hľadanie pokladu.

3.2 Matatalab programovateľný robot

Kódovacia sada Matatalab programovateľný robot skrátené Matatalab je blokový, hmatateľný programovací nástroj pre deti vo veku od 4 do 9 rokov.



Obrázok 1: vľavo hore robot, veža a riadiaca doska, vľavo dole kódovacie karty, vpravo hore podložka s príručkami a vpravo dole prekážky s vlajkami

Táto robotická hračka umožňuje deťom riadiť pohyby robota prostredníctvom veže a riadiacej dosky (viď obr.2 - vľavo hore) s podporou technológie Bluetooth [Papadikas, 2020]. Pred začatím práce s robotom je najskôr potrebné spárovať riadiacu dosku s vežou. Po spárovaní sa pohyby robota riadia prostredníctvom plastových kartičiek, na ktorých sú príkazy (viď obr.2 - vľavo dole), ktoré sa ukladajú na riadiacu dosku. Po stlačení tlačidla štart na riadiacej doske veža načíta tieto príkazy, pošle ich robotovi a on tieto príkazy vykoná. Robot sa pohybuje po podložke (viď obr.2 - vpravo hore), ktorá je v tvare štvorčekovej siete veľkosti 4x4.

Uvedenú robotickú hračku je možné kúpiť aj na Slovensku, čo môže byť pre školu veľkou výhodou v prípade poškodenia stavebnice alebo prípadnej reklamácie. Bežná cena základnej sady sa cenovo pohybuje okolo 178 eur[6].

[5] https://www.conrad.sk/p/makeblock-stavebnica-robota-mint-mtiny-genius-178210-2195174

[6] https://www.conrad.sk/p/matatalab-matata-lab-sada-pre-programovanie-mint-coding-set-1763657

Ďalšou vymoženosťou robota je možnosť dokúpenia rozličných podložiek[7], po ktorých sa robot pohybuje. Podložky sú taktiež zamerané na určitú oblasť tak, aby mali charakter medzipredmetových vzťahov. V ponuke sú podložky s číslami, písmenami, zvieratami alebo aj s ovocím. Takýmto spôsobom si deti dokážu rozvíjať nie len algoritmické myslenie, ale aj iné zručnosti a vedomosti.

Tento edukačný nástroj žiaci programujú bez tabletu, mobilu alebo aplikácie avšak, táto robotická hračka ponúka aj softvérové prostredie s názvom MatataScratch. Dané prostredie je možné využívať online alebo stiahnuť do počítača alebo mobilného telefónu. Prostredie je vytvorené v detskom programovacom jazyku Scratch, takže sa v prostredí pracuje rovnako ako v danom programovacom jazyku.

4 Výskum

V rámci našej práce sa venujeme porovnaniu 2 robotických hračiek - Makeblock mTiny Coding Kit a Matatalab programovateľný robot určených pre žiakov na predprimárny a primárny stupeň vzdelávania. Cieľom našej práce je prispieť k existujúcim poznatkom na posúdenie vhodnosti robotických hračiek a priniesť taký popis vybraných hračiek, aby sa učiteľ na základe neho dokázal rýchlo a správne rozhodnúť, či sú dané hračky preňho vhodné alebo nie.

Na to, aby sme tieto robotické hračky dokázali porovnať z viacerých hľadísk a zistili ich potenciál v školskom prostredí, rozhodli sme sa vytvoriť gradovanú sadu aktivít a následne tieto aktivity overiť pri jednotlivcoch alebo menších skupinách detí. Získané dáta z overovania aktivít sme analyzovali a následne na základe výsledkov z analýzy tieto aktivity upravovali.

V našom kvalitatívnom výskume sme si položili nasledujúcu výskumnú otázku:

O1: Aký je rozdiel medzi vybranými robotickými hračkami vzhľadom na potenciál pre vzdelávanie?

Keďže táto otázka je veľmi všeobecná a dá sa na ňu pozerať z viacerých hľadísk, položili sme si niekoľko ďalších pomocných (doplňujúcich) otázok, ktoré nám pomôžu komplexnejšie zodpovedať danú otázku.

O1a: Ako veľmi sú intuitívne dané robotické hračky?

O1b: Aké programátorské koncepty dokážeme s danými robotickými hračkami žiakov naučiť?

O1c: Aký potenciál majú vybrané robotické hračky na vytváranie primeraných aktivít vzhľadom na vek žiakov, ak rozvíjame algoritmické myslenie?

O1d: Aké plusy a mínusy majú pre školu/ žiaka dané robotické hračky z hľadiska technického zabezpečenia?

Odpovede na tieto otázky sme získali pomocou vytvorených aktivít, ktoré sme overili so žiakmi. Overovania sme nahrávali a následne tieto videonahrávky prepisovali do textovej podoby. Pomocou softvéru Atlas.ti sme tieto videonahrávky analyzovali technikou otvoreného kódovania.

4.1 Nástroj na zber dát

Na začiatku nášho výskumu sme začali pracovať s robotickou hračkou - mTiny. Nakoľko sme doteraz nemali žiadne skúsenosti s robotickými hračkami a ani s deťmi v predprimárnom a primárnom vzdelávaní, tak sme sa na začiatku nášho výskumu rozhodli s jednotlivcom (chlapec, 8 rokov) vyskúšať, ako bude na robotickú hračku mTiny reagovať. Chceli sme zistiť, čo dieťa v danom veku približne ovláda a vytvoriť si približný obraz o ich vedomostiach a zručnostiach.

Pri vytváraní aktivít sme sa snažili riadiť škálou, ktorú vytvorili Hrušecká a Miková [Hrušecká a Miková, 2021], ktorá sa zameriava na vhodné gradovanie náročnosti informatických konštruktov. Táto škála má 4 úrovne, v ktorých sa zohľadňuje gradovanie týchto oblastí: **ovládanie robota, náročnosť podložky, stav robota** a **programovacie konštrukty** [Hrušecká a Miková, 2021]. Pod týmito oblasťami sa myslí:

- **Ovládanie robota** - priame vs. plánované riadenie
- **Náročnosť podložky** - zohľadňujú sa rozmery podložky a spôsob rozmiestnenia objektov na podložke
- **Stav robota** - začiatočná pozícia a natočenie robota
- **Programovacie konštrukty** - náročnosť jednotlivých programov

Pri vytváraní aktivít sme ako základ využili danú identifikovanú škálu. V pri obidvoch robotických hračkách sme začali s priamym riadením robota, kde si žiaci postupne vyskúšali kartičky s príkazmi dopredu, (dozadu), otočenie vpravo a otočenie vľavo. **Náročnosť podložky** sme gradovali tak, že

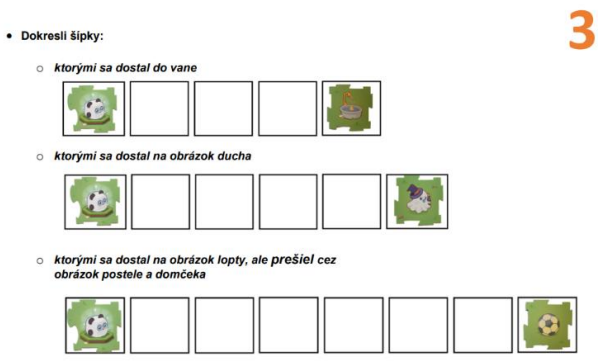
[7] https://matatalab.com/en/matata-map

sme začali s podložkou z 10 blokov, postupne sme podložku zväčšovali a pridávali viac kariet s obrázkami (podložka sa týka iba robota mTiny,

keďže robot Matatalab má v základnom balení podložku v celku, ktorú nie je možné skladať). Čo sa týka **stavu robota**, začínali sme buď v pravom alebo ľavom dolnom rohu, s tým že robot bol natočený smerom hore a postupne sme robota premiestňovali, až sme sa dostali k tomu, že najprv bolo potrebné robota otočiť a až následne sa s ním hýbať. **Náročnosť programu** sme gradovali tým, že sme zväčšovali postupnosť krokov, ktorú bolo treba s robotom prejsť a pridávali sme určité obmedzenia (prejdi po určitom políčku, zákaz prejdenia po určitom políčku, prejdi po políčkach v určitom poradí, atď.).

Aktivity sme vytvárali pre každú robotickú hračku zvlášť ale snažili sme sa o to, aby aktivity mali spoločné prvky, aby sme potom ľahšie vedeli identifikovať s ktorou hračkou sa napríklad nejaký programátorský koncept učí lepšie. Ku jednotlivým aktivitám sme pripravili pre žiakov prezentáciu s jednotlivými úlohami a inštrukciami a taktiež aj pracovné listy.

Pre robotickú hračku **mTiny** sme vytvorili sériu 5 aktivít: Zoznám sa s robotom, Emócie, Naplánuj cestu, Kde sa robot dostane? a Bludisko. Každá séria aktivít sa skladá z viacero gradovaných úloh.



Obrázok 3: Pracovný list mTiny

Na obrázku vyššie (viď obr.3) je snímka z pracovného listu k aktivite č.3 Naplánuj cestu. Úlohou žiakov je najprv naplánovať celú cestu robota k danému obrázku, vyskúšať ju s robotom a následne ju zakresliť do pracovného listu pomocou šípok.

V tabuľke (viď tab1) ponúkame popis tej istej aktivity Naplánuj cestu na základe hore uvedených 4 gradovaných oblastí.

Tabuľka 1 Naplánuj cestu

3.séria s názvom Naplánuj cestu
Úlohou žiakov je dopredu naplánovať celú cestu robota – vytvoriť postupnosť príkazov, ktoré je potrebné robotovi zadať a až následne mu ich dať vykonať.
Ovládanie robota: Žiaci dostávajú k dispozícii po 4 kusy z príkazových kartičiek dopredu, otočenie vpravo a otočenie vľavo. Prechádza sa na plánované ovládanie robota – najprv si vytvoria postupnosť príkazov (program) a následne to dajú vykonať robotovi. ***Náročnosť podložky:*** Vytváranie novej podložky zo 14 blokov mapy (viac blokov s obrázkami, ako iba s trávou). Podložku majú poskladať podľa zobrazeného obrázka v prezentácii. ***Stav robota:*** V prvej časti série je počiatočná pozícia robota vľavo dole a robot je otočený smerom hore. V druhej časti série sa pokračuje z pozície, kde robot zostal z predchádzajúcej úlohy. ***Programovacie konštrukty:*** - vytvorenie programu na určitý počet krokov (4 kroky, 5 krokov, 7 krokov) - vytvorenie programu a až následne vykonanie postupnosti príkazov robotom - zakreslenie trasy do pracovného listu podľa programu - riadenie robota z počiatočnej pozície na koncovú pozíciu bez obmedzení - riadenie robota z počiatočnej pozície na koncovú pozíciu s obmedzeniami: - robot nemôže prejsť cez niektorú konkrétnu obrázkovú kartu, - robot musí prejsť cez niektorú konkrétnu obrázkovú kartu, - robot musí prejsť cez karty tak, aby bolo počuť konkrétny zvuk - robot musí prejsť cez objekty v určitom poradí - riadenie robota z pozície, kde zostal po predchádzajúcej úlohe - plánovanie dlhších programov (4 kroky, 5 krokov, 7 krokov)

Pre krátkosť článku nemôžeme takýmto spôsobom uviesť všetky pripravené aktivity, avšak popis zvyšných aktivít je urobený rovnakým štýlom.

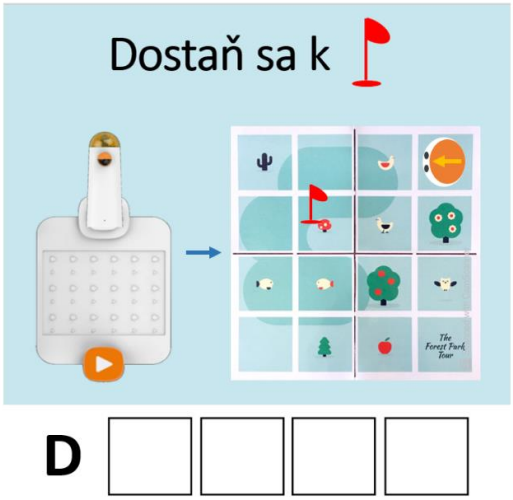
Pre robotickú hračku Matatalab sme vytvorili sériu 6 aktivít: Zoznám sa s robotickou hračkou, Dostaň sa k červenej vlajke, Prejdi po trase, Kde sa robot dostane?, Vyhni sa prekážke a Doplň chýbajúce kroky.

Keďže sme mali viacero nápadov, ako by mohli vyzerať aktivity pre robotickú hračku Matatalab, rozhodli sme sa vytvoriť viacero aktivít a vyskúšať, ktoré z nich budú lepšie. Vytvorili sme aktivity pre dve paralelné skupiny. V niektorých prípadoch bola pozmenená celá úloha, v niektorých iba zaznačenie v pracovnom liste alebo poradie jednotlivých aktivít.

Tabuľka 2: Dostaň sa k červenej vlajke Matatalab

Séria s názvom Dostaň sa k červenej vlajke *Úlohou žiakov je naplánovať cestu robota na konkrétne miesto na mape na určitý počet krokov a následne zakresliť príkazy do pracovného listu.*	
1.SKUPINA	***2.SKUPINA***
Ovládanie robota : Prechádza sa na plánované riadenie robota. Žiaci dostávajú k dispozícii z každej pohybovej kartičky po 4 kusy – majú k dispozícii 16 kusov príkazov. ***Náročnosť podložky*** : Podložka je tvare štvorčekovej siete vo veľkosti 4x4. Červená vlajka je postupne v úlohách A – G umiestňovaná na políčka tak, aby žiaci robili menšie pokroky každou úlohou. Najprv sa pohybujú len s kartičkou dopredu (akoby po jednej priamke), postupne sa pridáva kartička otáčania a žiaci sa pohybujú v tvare písmená L.	
Stav robota: V prvých 5 úlohách (A – E) je robot umiestnený v prvom dolnom riadku podložky a je natočený smerom hore. Vo zvyšných 2 úlohách (F,G) je umiestnený v ľavom stĺpci a natočený smerom doprava.	***Stav robota:*** V prvých 3 úlohách (A – C) je robot umiestnený v prvom hornom riadku podložky a je natočený smerom dole. Vo zvyšných sa postupne jeho pozícia mení nasledovne: v pravom riadku otočený doľava, v dolnom riadku otočený smerom hore, v dolnom riadku otočený smerom doprava a nakoniec v strede podložky otočený smerom dole.
Programovacie konštrukty: - zakreslenie trasy do pracovného listu podľa programu - riadenie robota z počiatočnej pozície na koncovú pozíciu bez obmedzení - vytvorenie programu na určitý počet krokov (2 kroky, 2 kroky, 3 kroky, 4 kroky, 5 krokov, 5 krokov, 5 krokov) - reverzné trasovanie už prejdenej cesty	

V tabuľke vyššie (viď tab2) uvádzame popis jednej takto paralelne testovanej aktivity ***Dostaň sa k červenej vlajke.*** Vidíme, že tieto skupiny sa pri tejto aktivite líšia iba v stave robota, čo znamená, že začiatočné a koncové pozície robota sú pri týchto skupinách rozličné. Pri tejto aktivite sme sledovali, ktorá gradácia úloh je vhodnejšia a ako vplýva na vzdelávací proces.



Obrázok 4: Ukážka prezentácie Matatalab

Na obrázku vyššie (viď obr.4) môžeme vidieť ukážku z prezentácie k sérii aktivít pre robotickú hračku Matatalab, kde žiaci mali uvedené pokyny k jednotlivým úlohám.

4.2 Výskumná vzorka

Našu výskumnú vzorku tvorili žiaci 1. až 3.ročníka základnej školy.

Overovanie mTiny: V čase vytvorenia a overovania materiálov pre robotickú hračky mTiny boli školské zariadenia zatvorené, tak sme sa rozhodli overiť aktivity pri jednotlivcoch v domácom prostredí (viď obr.5). Overovanie materiálov prebiehalo začiatkom mesiaca **máj 2021**. Našu **výskumnú vzorku** tvorila trojica dievčat - **prváčka** (7 rokov), **druháčka** (8 rokov) a **tretiačka** (8 rokov). Prváčka a tretiačka boli zo základnej školy v Davidove a druháčka zo základnej školy vo Vranove nad Topľou na východe Slovenska.

Obrázok 5: Overovanie mTiny

Overovanie Matatalab: Nakoľko pandemická situácia sa už vyvíjala lepšie a bolo možné ísť overovať aktivity do školského prostredia, tak sme túto možnosť využili. Overovanie prebiehalo na prelome **novembra a decembra 2021**. Každé overovanie sa uskutočnilo v popoludňajších hodinách, nakoľko sme nepracovali s celou triedou ale len s vybranými žiakmi (viď obr.6). **Našu výskumnú vzorku tvorilo 12 žiakov 1. až 3. ročníka základnej školy v Bratislave**. Z týchto žiakov sme vytvorili dvojice, takže sme pracovali so 6 dvojicami. Každú dvojicu tvorili žiaci jedného konkrétneho ročníka a skladala sa z chlapca a dievčaťa. Takýmto spôsobom sa nám podarilo vytvoriť 2 dvojice z 1.ročníka, 2 dvojice z 2.ročníka a taktiež aj z 3.ročníka. Čo je dôležité, žiaci boli vyberaní náhodne. S dvojicami sme pracovali jednotlivo a v každej dvojici mal žiak svoju robotickú hračku a pracoval samostatne.

Obrázok 6: Overovanie Matatalab

5 Výsledky výskumu

V tejto časti práce predstavujeme výsledky výskumu t.j. odpovede na naše výskumné otázky. Rozdelili sme ich do 4 kapitol, podľa výskumných podotázok.

5.1 Intuitívnosť robotických hračiek

Pre naše spoločné porozumenie považujeme za dôležité objasniť ako rozumieme pojmu intuitívnosť robotickej hračky. Z nášho pohľadu je pre žiaka robotická hračka intuitívna vtedy, ak ju dokáže ovládať bez pomoci a inštrukcií, vie ju na základe získaných predošlých skúsenosti z osobného života zapnúť a má objektívne očakávania, ako bude fungovať, prípadne, ako ju dokáže riadiť.

Pri študovaní prepisov z videonahrávok a poznámok z overovania sme objavili viacero dôležitých momentov a žiackych reakcií, ktoré nám z nášho pohľadu dokážu ozrejmiť, ako intuitívne sa im s danou hračkou pracovalo. Odpovede na túto výskumnú otázku sme získali v prvých úsekoch každého overovania, kedy sa žiaci ešte len zoznamovali s hračkou a my sme mohli sledovať, ako na ňu reagujú, ako s ňou pracujú a čo s danou hračkou skúšajú. Ďalšie zistenia na našu otázku sme nadobudli vtedy, keď sme si prešli tie časti overovania, kedy sme sa dostali k novým doteraz nevyužívaným programátorským konceptom a sledovali, ako žiaci reagovali na nový koncept, ktorý doteraz nepoznali. Ďalším informačným zdrojom bol stav, keď žiaci začali klásť väčšie množstvo otázok. Znamenalo to, že sa už niekde stratili alebo niečo im nebolo úplne jasné. Pri vytváraní škály sme zohľadňovali skutočnosť, že náročnosť aktivít je pre žiakov primeraná.

Na základe preštudovania prepisov videonahrávok sme vytvorili škálu na posúdenie intuitívnosti robotickej hračky s týmito stupňami:

1 - proces je pre žiakov intuitívny a žiaci bez problémov vedeli ako ďalej pracovať

2 - proces je pre žiakov intuitívny, ale nie až natoľko, aby na to prišli úplne samostatne - potrebujú na to postrčenie, menšiu radu

3 - proces je neintuitívny, ale po vysvetlení už vžitý a pochopený

4 - proces je až príliš neintuitívny a žiaci s tým mali problémy aj po vysvetlení

***** - nevieme posúdiť, pretože paralelné skupiny na danú vlastnosť reagovali rozlične

Tabuľka 3: Posúdenie intuitívnosti

	Zapnutie robota	Príkazy	Zadávanie príkazov	Spustenie vykonávania príkazov	Vzťah medzi vstupom a výstupom	Vytváranie postupnosti
MATATALAB						
1.ročník	*5*	*2*	*4*	*1*	*1*	*2*
2.ročník	*5*	*2*	*	*1*	*1*	*
3.ročník	*4*	*2*	*1*	*1*	*1*	*
mTiny						
1.ročník	*4*	*2*	*4*	*4*	*1*	*1*
2.ročník	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*
3.ročník	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*

Na základe ohodnotenia vybraných hračiek podľa vytvorených kategórii a škály vidíme, ako rozdielne jednotlivé ročníky reagovali na danú robotickú hračku. Z tabuľky (viď tab3) je zrejmé, že najviac intuitívne robotické hračky sa javili pre 3.ročník. Myslíme si, že sa to dalo očakávať, keďže skúsenosti detí prichádzajú aj s vyšším vekom. Preto sme sa rozhodli viac sa zamerať na porovnanie 1. a 2.ročníka.

Zistili sme, že aj v 1. aj 2.ročníku lepšie obstala robotická hračka mTiny. Pri 2.ročníku je táto skutočnosť zrejmá z údajov z tabuľky. Pri 1.ročníku sa údaje javia veľmi podobne, ale po porovnaní

vidíme, že mTiny obstál horšie len v kategórii Spustenie vykonávania príkazov a vo zvyšných kategóriách obstál buď rovnako alebo lepšie.

Z celkového hľadiska sme zistili, že robotická hračka mTiny bola pre žiakov v každom ročníku intuitívnejšia.

5.2 Programátorské koncepty

Pri hľadaní odpovedí na danú výskumnú otázku sme si prvotne museli zadefinovať ako rozumieme pojmu programátorský koncept, keďže tento pojem ešte nie je v literatúre úplne ustálený. Zhodujeme sa s definíciou, ktorú používajú Hrušecká a Miková [Hrušecká a Miková, 2021] podľa ktorých je **programátorský koncept** elementárny príkaz napríklad ako je otočenie alebo opakovanie. V odbornej literatúre sa stretávame aj s pojmami programovacie konštrukty a operácie. Nakoľko tieto pojmy v značnej miere súvisia s programátorskými konceptami, považujeme za dôležité ozrejmiť aj tie. Pod operáciami nad programátorskými konceptami rozumieme kognitívne činnosti žiakov ako je napríklad čítanie programu, zostavovanie programu alebo aj vykonanie programu [Hrušecká a Miková, 2021]. Pod pojmom **programovacie konštrukty** myslíme „*operácie buď nad jedným alebo aj nad viacerými programovacími konceptami*" [Hrušecká a Miková, 2021].

Pri analýze programátorských konceptov sme sa rozhodli použiť nástroj (tabuľku), ktorý umožňuje systematické posúdenie programátorských konceptov, ktorými disponujú naše dve robotické hračky. Tento nástroj vytvorila Stenová [Stenová, 2021], ktorá vo svojej práci analyzovala ovládanie 6 vybraných detských edukačných robotických hračiek. Túto tabuľku sme prispôsobili našim vybraným hračkám tak, že obsahuje len tie programátorské koncepty, ktoré nájdeme aspoň u jednej vybranej robotickej hračke.

Tabuľka 4: Programátorské koncepty

PROGRAMÁTORSKÉ KONCEPTY		MATATALAB	mTINY
CYKLUS	*nekonečný cyklus*	A	✓
	for cyklus	✓	✓
	while cyklus	S	
VETVENIE	*jednoduché*	S	
TYP PARAMETRA	*číselný*	✓	✓
	vstup zo senzoru	S	✓
VLASTNÉ PROCEDÚRY	*bez parametrov*	✓	✓
ČAS	*samotný príkaz s parametrom*	A	
POHYB	*absolútny*	S	✓
	relatívny	✓	✓
	nekonečný	A	✓
	nastaviteľná rýchlosť	A	
	konštantný krok	✓	✓

S - *doplnková sada zameraná na* ***Senzory***
A - *doplnková sada zameraná na* ***Animácie***

Ako môžeme vidieť z tabuľky (viď tab4), viac programátorských konceptov môžeme žiakov učiť s robotom mTiny. Avšak, robotická hračka Matatalab nám ponúka toho o čosi viac, ak máme k dispozícii aj doplnkové sady **A** = doplnková sada zameraná na Animácie a **S** = doplnková sada zameraná na Senzory. Pre skrátenie textu budeme v práci používať uvedené skratky. A ešte jednu naviac: **H** = doplnková sada zameraná na Hudbu.

5.3 Potenciál vybraných hračiek na vytváranie aktivít

Nakoľko chceme posúdiť potenciál vybraných robotických hračiek na vytváranie aktivít vzhľadom na vek žiakov musíme zohľadniť viacero skutočnosti.

Jednou z podstatných faktorov, ktoré ovplyvňujú tvorbu aktivít je interaktivita, t.j. aké rozličné senzory majú roboty zabudované. Interaktivita patrí medzi významnú vlastnosť robotov, ktorá odlišuje prácu s robotickými hračkami od bežného programovania. Týka sa to najmä zakomponovania senzorov do robotickej hračky, ktoré rôzne reagujú na podnety zo svojho okolia [Stenová, 2021] [Miková, et al., 2021]. Na to, aby sme vedeli popísať, ako dokážeme interaktivitu robota využiť pri tvorbe aktivít a programovaní robota, musíme mať najprv prehľad, aké rôzne senzory nám daný robot ponúka a čo s nimi dokážeme robiť. Pri posudzovaní sme sa rozhodli postupovať podľa určitých oblastí a jednotlivo sa pozrieť na vstupnú interaktivitu, výstupnú interaktivitu a vstupno - výstupnú interaktivitu, keďže správanie robota je v každej z týchto skupín rozličné. Túto analýzu sme robili na základe nástroja, ktorý vytvorila [Miková, et al., 2021].Tento nástroj sme rozšírili o reakcie našich robotov na podnety, ktoré analyzované roboty nemali ale naše robotické hračky ich majú.

Vstupná interaktivita

Pri vstupnej interaktivite sa zameriavame na spracovanie podnetu a informácie z okolia a ich následne využitie v programe ako vstup [Miková, et al., 2021].

Tabuľka 5: Vstupná interaktivita

VSTUPNÁ INTERAKTIVITA	MATATALAB	mTINY
mikrofón	S	
senzor vzdialenosti	S	
svetelný senzor	S	
senzor farby	S	
tlačidlá	S	✓
senzor sily		
teplomer		
kompas		
senzor náklonu	S	✓

S - *doplnková sada zameraná na* ***Senzory***

Ako môžeme z tabuľky (viď tab5) vidieť, čo sa týka vstupnej interaktivity, tak v základnej sade nám robotické hračky toho veľa neponúkajú. Ak by sme však mali k dispozícii aj doplnkovú sadu zameranú na senzory k robotickej hračke Matatalab, tak vidíme, že by sme mali k dispozícii omnoho viac možností na tvorbu aktivít a úloh pre žiakov. Z nášho subjektívneho pohľadu si myslíme, že pre žiakov by to mohlo byť aj zaujímavejšie.

Výstupná interaktivita

Pod výstupnou interaktivitou máme na mysli také reakcie robota, ktoré dokáže človek zaznamenať vnemami. Najčastejšie sa o prácu robota so svetlom a so zvukom [Stenová, 2021].

Tabuľka 6: Výstupná interaktivita

VÝSTUPNÁ INTERAKTIVITA			MATATALAB	mTINY
PRÁCA SO SVETLOM	TYP SVETLA	*predné*	✓	✓
		pridané	S	
	NASTAVENIE FARBY	*výberom*	S	
		rgb		
	NÁHODNÁ FARBA		S	
	NASTAVENIE JASU		S	
	SVETELNÉ EFEKTY		S	✓
	EMÓCIE	*náhodné*		
		vyžiadané		✓
PRÁCA SO ZVUKOM	EMÓCIE	*náhodné*		
		vyžiadané		✓
	TÓN	*stupnica*	H	✓
		MIDI		
		zvukový súbor		
	NASTAVENIE TEMPA		H	
	NASTAVENIE HLASITOSTI			✓
	NÁHODNÁ HUDBA		S	✓

S - *doplnková sada zameraná na* ***Senzory***
H - *doplnková sada zameraná na* ***Hudbu***

Ako môžeme z tabuľky (viď tab6) vidieť, robot mTiny nám opäť toho ponúka v základnej sade omnoho viac ako Matatalab. Čo sa týka výstupnej interaktivity v základnej sade pri robotovi Matatalab nájdeme len predné svetlo čo sú aj tak len oči robota. Avšak s doplnkovými sadami zameranými na Senzory a Hudbu sa nám opäť otvára omnoho väčšia paleta možných aktivít. Ak to zhodnotíme aj so vstupnou interaktivitou, tak sada zameraná na senzory predstavuje významný potenciál.

Vstupno - výstupná interaktivita

Vstupno - výstupnú interaktivitu môžeme definovať ako preddefinovanú funkciu, ktorú má už robot nastavenú, čo vlastne znamená, že robot na určitý podnet zareaguje predurčeným spôsobom [Miková, et al., 2021]. Týchto funkcií nebolo až tak veľa a nebolo ich možné zovšeobecniť pre oba roboty, nakoľko každý z robotov mal svoje vlastné preddefinované reakcie.

mTiny mal len 2 takéto reakcie:

- **senzor na rozpoznávanie obrázkov** - robot preddefinovaným spôsobom reaguje na rôzne obrázkové karty na podložke (napr. na obrázkovej karte s vaňou vydá zvuk žblnkania alebo na obrázkovej karte s posteľou vydá zvuk zívnutia). Robot taktiež nedokáže prejsť hranicu cesty a vyjsť z podložky.
- ***tlačidlá na ovládači:***
  horné tlačidlo - spustenie behu programu,
  dolné tlačidlo - zastavenie behu programu

Robotická hračka Matatalab neponúka sama o sebe žiadnu vstupno-výstupnú interakciu ak nepočítame pohyb, ktorému sa však venujeme samostatne pri programátorských konceptoch.

5.4 Technické zabezpečenie

Pri výbere vhodných robotických hračiek pre vyučovanie je potrebné zohľadniť aj ich technické zabezpečenie vzhľadom na dlhodobé využívanie [Mayerová, 2015]. Z nášho pohľadu vidíme viacero kritérií, ktoré ovplyvňujú výber robotickej hračky. Tieto kritéria sa možno z prvého pohľadu zdajú ako nepodstatné, ale myslíme si, že sú taktiež veľmi dôležité, pretože napríklad robotická hračka môže byť veľmi dobrá avšak je potrebné ju objednať zo zahraničia a pri reklamovaní to bude finančne náročné pre školu. Z tohto dôvodu sme sa rozhodli porovnať nami vybrané robotické hračky z hľadiska ceny, dostupnosti, výdrže batérie, možnosti dokúpenia doplnkových sád a možného servisu. Pre krátkosť textu uvádzame skrátenú verziu (viď tab7), kde porovnávame nami vybrané robotické hračky z uvedených hľadísk.

Tabuľka 7: Technické zabezpečenie

TECHNICKÉ ZABEZPEČENIE		MATATALAB	mTINY
CENA	oficiálna stránka spoločnosti	*169,99$ (151€)*	*149,99$ (133€)*
	predajca Conrad	*178 €*	*164 €*
DOSTUPNOSŤ		*dostupné aj v SR*	*dostupné aj v SR*
VÝDRŽ BATÉRIE	dĺžka nabíjania	***veža:*** *3,5 hodiny*	*2 hodiny*
		robot: *1,5 hodiny*	
	výdrž batérie	***veža:*** *5 hodín*	*2,5 hodiny*
		robot: *5 hodín*	
DOPLNKOVÉ SADY		***zamerané na:*** *Hudbu, Animácie, Senzory a Umenie*	***podložky:*** *Hľadanie pokladu a Môj svet*
		podložky: *Čísla, Písmená, Zvieratá, Ovocie*	
		kostýmy: *Matata priateľov*	

Ako mínusy pri obidvoch robotických hračkách vidíme skutočnosť, že v balení sa nenachádza adaptér potrebný k nabíjaniu robota. Ak má učiteľ viac týchto robotov a chce ich využívať na vyučovaní, tak príprava na vyučovanie zaberie množstvo času, nakoľko učiteľ má obmedzený počet svojich vlastných adaptérov. Alebo si musí dokúpiť replikátor portov, aby ich mohol nabíjať všetky naraz.

6 Záver

V tomto príspevku sme sa venovali porovnaniu dvoch vybraných robotických hračiek, konkrétne MakeBlock mTiny Coding Kit a Matatalab programovateľný robot. Tieto robotické hračky sme porovnali z hľadiska intuitívnosti, programovacích konceptov, potenciálu na vytváranie aktivít a technického zabezpečenia.

Pri otázke, ktorá sa zameriavala na intuitívnosť sme vytvorili kritéria, pomocou ktorých sme následne robotické hračky hodnotili. Na základe nami vytvoreného nástroja sme zistili, že obe vybrané robotické hračky boli najintuitívnejšie pre 3.ročník. Pre žiakov 1. a 2.ročník lepšie obstála robotická hračka mTiny. Z celkového hľadiska sme zistili, že robotická hračka mTiny bola pre žiakov v každom ročníku viac intuitívna.

Analýza programovacích konceptov našich robotických hračiek ukázala, že mTiny nám ponúka v základnej sade väčšiu škálu programovacích konceptov ako Matatalab, avšak, ak by sme mali k dispozícii aj doplnkové sady k robotickej hračke Matatalab zamerané na senzory a animácie, paleta programovacích konceptov by bola omnoho väčšia.

Potenciál robotických hračiek na vytváranie aktivít, primeraných vzhľadom na vek žiakov, sme posudzovali na základe interaktivity. Rozlišovali sme vstupnú, výstupnú a vstupno – výstupnú. Pri všetkých 3 oblastiach bolo možné s robotickou hračkou mTiny toho uskutočniť viac, najmä čo sa týka svetla a zvuku. Technické zabezpečenie robotických hračiek nehralo príliš veľkú úlohu, nakoľko cenovo tieto robotické hračky vychádzajú približne rovnako a obidve robotické hračky sú dostupné na Slovensku. Jediný rozdiel je v možnosti dokúpenia doplnkových sád a to buď podložiek alebo kódovacích kartičiek, kedy takéto možnosti má robot Matatalab.

Poďakovanie

Chcela by som sa poďakovať mojej školiteľke Karolíne Mikovej za jej pomoc, čas a nenahraditeľné rady pri tvorbe aktivít, realizácii výskumu a vzniku mojej diplomovej práce.

Literatúra

[Hrušecká a Miková, 2021] Hrušecká, A., Miková, K., 2021. Identifikácia gradácie informatických konštruktov pri vyučovaní edukačnej robotiky na 1. stupni ZŠ. In: *DidInfo 2021*. [online]. [cit. 2021-09-15]. Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, 2021. ISBN 978-80-557-1823-1, s. 118-122. Dostupné tiež na: http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/DIDINFO_2021_zbornik.pdf

[Hyksová, 2021] Hyksová, H., 2021. Programování robotů na základní škole. In: *DidInfo 2021*. [online]. [cit. 2021-10-07]. Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, 2021. ISBN 978-80-557-1823-1, s. 81-85. Dostupné tiež na: http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/DIDINFO_2021_zbornik.pdf

[Jašková et al., 2012] Jašková, Ľ., Kabátová, M., Lecký, P., Laššáková, V., 2012. Včely na hodine informatiky v základnej škole. In: *DidInfo 2012*. [online]. [cit. 2021-09-03]. Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, 2012. ISBN 978-80-557-0342-8 , s. 101-107. Dostupné tiež na: http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/didinfo_2012.pdf

[Mayerová, 2015] Mayerová, K., 2015. Miesto edukačnej robotiky v informatickej výchove [dizertačná práca]. Bratislava : Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave, 2015. s. 186.

[Miková et al., 2021] Miková, K., Budinská, L., Stenová, B., 2021. Analýza edukačných robotických hračiek dostupných na Slovensku. In: DidInfo 2021. [online]. [cit. 2022-01-05]. Banská Bystrica : Univerzita Mateja Bela v Banskej Bystrici, 2021. ISBN 978-80-557-1823-1, s. 123-128. Dostupné tiež na: http://www.didinfo.net/images/DidInfo/files/DIDINFO_2021_zbornik.pdf

[Papadakis, 2020] Papadakis, S., 2020. Robots and Robotics Kits for Early Childhood and First School Age. In: International Journal of Interactive Mobile Technologies (iJIM). 2020. s. 34–56. Dostupné tiež na: https://www.learntechlib.org/p/218338/

[Stenová, 2021] Stenová, B., 2021. Analýza ovládania detských edukačných robotických hračiek [bakalárska práca]. Bratislava : Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského v Bratislave, 2021. s. 46.

[Stoffová a Zboran, 2018] Stoffová, V., Zboran, M., 2018. Hravá forma stavby a programovania robotov na základnej škole. In: *Trendy ve vzdělávaní 2018*. [online]. [cit. 2021-09-03]. s. 130 - 139. Dostupné tiež na: https://tvv-journal.upol.cz/pdfs/tvv/2018/02/14.pdf

[ŠPÚ, 2014] Štátny pedagogický ústav, 2014. Inovovaný ŠVP pre 1.stupeň ZŠ. Informatika – primárne vzdelávanie. [online]. [cit. 2021-05-03]. Bratislava : Štátny pedagogický ústav, 2014. Dostupné tiež na: https://www.statpedu.sk/files/articles/dokumenty/inovovany-statny-vzdelavaci-program/informatika_pv_2014.pdf

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 160–164
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Adrián Marušák

Edukačné recenzovanie kódu na vzdelávacom portáli matfyz.sk

Adrián Marušák[1]*
Školiteľ: Zuzana Kubincová[1]&
[1] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Recenzovanie kódu je bežnou súčasťou práce programátora. Metodika recenzovania však v posledných desaťročiach prešla značným vývojom. Vysoko štruktúrované pravidlá pre recenzovanie sa menia na menej obsiahlu spätnú väzbu, ktorej úlohou nie je číre zabezpečenie správnosti kódu, ale taktiež edukačný rozvoj autora kódu. O to prirodzenejšie je zaradenie recenzovania kódu do vzdelávacieho procesu na vysokých školách. Hlavným prínosom tejto práce je implementácia už naprogramovaných funkcionalít do systému Courses, a taktiež ich dodatočný vývoj s ohľadom na potreby edukačného recenzovania kódu. Medzi dané funkcie patrí vytvorenie zadania pre študentov, vzájomné recenzovanie na základe otázok pripravených učiteľom a taktiež vzájomné komentovanie konkrétnych riadkov kódu.

Kľúčové slová: Code review, komentovanie kódu, matfyz.sk, vzájomné recenzovanie

1. Recenzovanie kódu

Recenzovanie kódu patrí k aktivitám, s ktorými sa programátor stretáva na pravidelnej báze. Ide o činnosť, pri ktorej sa recenzentom stáva niekto, kto nie je autorom kódu, ktorý recenzuje. Úlohou recenzenta je prezrieť si kód, objaviť možné chyby a následne zabezpečiť jasnú a zrozumiteľnú spätnú väzbu pre autora kódu. Ako poznamenáva Wiegers [Wiegers, 2002], pri väčších projektoch je tento prístup nepostrádateľný, keďže dokáže odhaliť 50-70% chýb v kóde. Recenzent sa taktiež môže vyjadriť k časovej a pamäťovej zložitosti napísaného kódu, či dokonca navrhnúť odlišné implementačné riešenie úlohy. Súčasťou recenzií teda môže byť nielen slovný opis nesprávneho riešenia alebo želaného stavu, ale aj samotné časti kódu, ktoré recenzent navrhuje autorovi použiť.

Za posledné desaťročia vidíme pri recenzovaní kódu značný vývoj. Už v roku 1976 bola sformulovaná metodika pre recenzovanie kódu [Fagan, 1976], pri ktorej však badáme pomerne veľký rozdiel v porovnaní s moderným spôsobom recenzovania. Postup vývoja programu a následného recenzovania definovaný touto metodikou bol vysoko štruktúrovaný, kdežto moderné recenzovanie kódu je skôr odľahčené, povrchové, nie hĺbkové či časovo zdĺhavé.

2. Recenzovanie kódu v spoločnosti Google

Ako spomína [Sadowski et al., 2018], recenzovanie kódu bolo neoddeliteľnou súčasťou vývoja softvéru už od počiatkov spoločnosti Google. Samotný spôsob recenzovania či používané nástroje sa v priebehu rokov menili a vyvíjali, pričom do procesu vývoja a recenzovania je v spoločnosti zapojených viac ako 25-tisíc programátorov, ktorí vykonajú viac ako 20-tisíc zmien v kóde počas bežného pracovného dňa.

Recenzovanie kódu bolo zavedené do spoločnosti Google jedným z jej prvých zamestnancov s cieľom "prinútiť vývojárov písať kód, ktorému budú ostatní vývojári schopní rozumieť", keďže kód samotný by mal byť napísaný spôsobom, ktorý učí iných [Sadowski et al., 2018]. Ďalšou úlohou recenzovania kódu bolo rozširovanie znalosti rôznych častí programu u programátorov. Už samotné recenzovanie zabezpečovalo, že viacero programátorov poznalo jednotlivé súbory, čo okrem iného znižovalo riziko, že by nikto z momentálne zamestnaných programátorov nepoznal danú časť kódu.

Čo sa môže javiť ako neočakávané je, že najdôležitejším dôvodom recenzovania nebolo nachádzanie chýb v kóde - hoci to je taktiež jeho súčasťou - ale zabezpečenie čitateľnosti kódu. Tu vidíme nemalý rozdiel v porovnaní s tradičnejšími prístupmi k recenzovaniu kódu, ktorých hlavnou funkciou bolo práve nachádzanie chýb v kóde. Nájdenie chýb je v spoločnosti samozrejme vítané, ale nie esenciálne pre recenzovanie kódu.

Postupom času však vyvstali tri ďalšie benefity recenzovania kódu pre spoločnosť Google, a síce: kontrola konzistentnosti štýlu a dizajnu, zabezpečenie potrebných testov a taktiež zvýšenie bezpečnosti, keďže kód každého z vývojárov musel byť pred odovzdaním skontrolovaný.

* adrianmarusakza@gmail.com
& zuzana.kubincova@fmph.uniba.sk

2.1. Proces recenzovania

Recenzovanie kódu v spoločnosti Google prebieha v nasledovných krokoch:

1. Tvorba: V tejto časti autor kódu tvorí samotný kód a v prípade, že je kód pripravený, odovzdáva ho do systému Critique, čo je interný nástroj spoločnosti Google na recenzovanie kódu.
2. Prehľad: Ešte pred zapojením ďalšieho programátora - recenzenta - si autor prezrie rozdiel medzi pôvodnou a ním upravenou verziou súboru, tzv. "diff", a taktiež výsledky automaticky spúšťaných analyzátorov kódu. Následne autor kódu vyberie recenzenta, ktorý je pomocou emailu požiadaný o recenziu. Autor môže požiadať o recenziu nie len jedného, ale aj viacero recenzentov.
3. Komentovanie: Recenzent si prezrie "diff", pričom môže komentovať časti kódu, ku ktorým považuje za vhodné sa vyjadriť. Má k dispozícií tzv. nevyriešené (v angličtine unresolved) komentáre, ktoré naznačujú nevyhnutnú zmenu kódu na strane autora, alebo vyriešené (v angličtine resolved), ktoré nemusia vyžadovať žiadnu zmenu v kóde.
4. Spätná väzba: Autor reaguje na komentáre, resp. na recenziu ktorú dostal. Spôsob, akým môže reagovať, je buď priama zmena kódu a nasledovné nahratie novšej verzie, alebo odpoveď na prijatý komentár recenzenta. Autor aj recenzent si môžu porovnávať akékoľvek dve verzie kódu (teda nielen produkčnú a autorom zmenenú, ale aj jednotlivé autorom odovzdané zmeny medzi sebou)
5. Schválenie: Po zvalidovaní všetkých zmien a vysvetlení možných nezrovnalostí vyjadruje recenzent súhlas komentárom "LGTM", ktorý je skratkou tvorenou z prvých písmen vety "Looks good to me" (t.j. za mňa to vyzerá dobre).

3. Recenzovanie kódu v školskom prostredí

Keďže je recenzovanie kódu bežnou súčasťou práce programátorov, prirodzene sa stáva aj súčasťou vyučovania, najmä však vyučovania na vysokých školách. [Kubincová and Homola, 2017]

Jedným zo znakov moderného recenzovania kódu vychádzajúceho z výskumu v spoločnosti Google je aj použitie konkrétneho nástroja či platformy na recenzovanie kódu. To potvrdzuje aj výskum, ktorý sa odohral aj na Slovensku v prostredí Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského.

Do tohto výskumu boli zapojené dve skupiny. Prvá skupina používala na recenzovanie kódu prostredie Gitlab, v ktorom si každý zo študentov vytvoril vlastný repozitár so svojím kódom. Odovzdávanie kódu bolo rozdelené do troch častí: úvodné odovzdanie kódu, recenzovanie iných dvoch náhodne pridelených projektov a následné odovzdanie vylepšeného kódu, ktoré bolo neskôr aj hodnotené učiteľom.

Keďže prostredie Gitlab je zväčša využívané komerčne, nezabezpečuje anonymitu medzi recenzentom a autorom kódu. Recenzenti tejto skupiny teda vedeli, koho kód recenzujú a autori tejto skupiny vedeli, kto recenzoval ich kód. Taktiež boli ich komentáre viditeľné okamžite, nielen pre autora, ale aj pri ďalších recenzentov, ktorí kód ešte nerecenzovali. To opäť vychádza z potrieb komerčného prostredia, no môže byť v rozpore s potrebami prostredia edukačného. Recenzenti tejto skupiny mali možnosť komentovať konkrétne riadky kódu či pridať všeobecný komentár ku projektu, keďže prostredie Gitlab tieto možnosti ponúka.

Druhá skupina použila na recenzovanie kódu vlastný systém courses, ktorý síce nedisponuje všetkými funkciami potrebnými na recenzovanie kódu, no ponúka prostredie na odovzdávanie kódu a taktiež možnosť tvorby formulárov určených na vzájomné hodnotenie pre študentov. Recenzent mal k dispozícií kód autora na stiahnutie a následne vo formulári odpovedal na otázky predpripravené učiteľom. Toto prostredie zabezpečovalo anonymitu medzi recenzentom a recenzujúcim, recenzent teda nevedel, koho kód hodnotí, ani autor kódu nevedel, od koho dostal recenziu.

Výsledky tohto výskumu sú zúžitkovateľné aj pre túto prácu. Z rozhovorov vykonaných s učiteľmi sa dozvedáme, že možnosť diskusie medzi recenzentom a autorom pomocou komentárov, ktorú ponúka prostredie Gitlab, je pre oboch užitočná. Nevýhodou tohto prostredia bolo už spomínané okamžité zobrazenie komentárov, ktoré môže vytvárať v recenzujúcich, ktorí recenzujú projekt neskôr ako prvý recenzujúci, pocit, že už nemajú, čo pridať. Na druhej strane recenzovanie projektu pomocou učiteľom vopred pripravených otázok, teda spôsob, ktorý bol použitý v druhej skupine, môže byť obzvlášť hodnotný pre študentov nižších ročníkov či študentov, ktorí recenzujú kód po prvýkrát. Keďže nemajú dostatok vlastných skúseností s recenzovaním kódu, tieto otázky ich môžu pomôcť naviesť ku kritériám, podľa ktorých môžu rozpoznať dobre či nesprávne implementovaný program. [Trytten, 2005]

4. Courses a vylepšená verzia

Z výskumov spomenutých vyššie a taktiež z konkrétnych požiadaviek tímu spravujúceho edukačné prostredie matfyz.sk vznikla teda potreba novej verzie systému courses. Toto prostredie by malo obsahovať funkcie, ktorými disponovala pôvodná verzia, konkrétne:

- vytváranie a správa kurzov, možnosť prihlásenia študenta do kurzu,
- možnosť vytvárania zadania, taktiež možnosť stiahnutia odovzdaných súborov,
- možnosť vytvárania formulárov pre vzájomné hodnotenie,
- možnosť anonymného hodnotenia
- a taktiež iné, ktorých implementácia však nie je súčasťou tejto práce

Toto prostredie by však malo byť rozšírené o nové funkcie, najmä o možnosť komentovania konkrétnych častí kódu či pridania všeobecného komentáru, pričom by bola zachovaná anonymita komentujúceho aj autora. Táto vyššie opísaná novšia verzia bola vyvíjaná v práci [Bilisics, 2019]

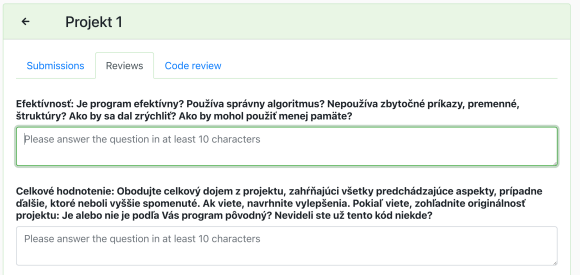
4.1. Implementácia

Keďže modul zabezpečujúci recenzovanie kódu na portáli matfyz.sk bol už predošle vyvíjaný, hlavným cieľom a prínosom tejto práce nie je navrhnutie modulu ako takého, ale zabezpečenie dokončenia vývoja modulu na základe už existujúcej verzie, resp. implementovanie nových či nedovyvíjaných funkcionalít.

Táto práca teda z veľkej časti zahŕňa aj samotné spoznávanie už existujúceho kódu a jeho následné testovanie, či snahu rozviť tento kód s prihliadnutím na už napísané časti. Napriek tomu je prínos tejto práce pre modul podstatný, keďže by bol bez dodatočného vývoja neschopný produkčného fungovania, a teda plnenia svojho cieľa.

4.2. Proces odovzdávania úlohy

Odovzdávací proces zo strany študenta má tri časti. Prvou je odovzdanie plne vypracovaného zadania (prvotne odovzdaný kód). Následne sa študentovi, ktorý načas odovzdal svoj kód, priraďuje kód iného študenta na okomentovanie. Tento študent sa teda dočasne stáva recenzentom. Úlohou recenzenta je odpovedať na otázky v sekcii Reviews, ktoré sú predpripravené učiteľom s ohľadom na hodnotený kód.



Obr. 1: Sekcia Reviews.

Študent má odovzdaný kód k dispozícii na stiahnutie. Nový modul courses však ponúka aj priame komentovanie kódu riadok po riadku. Recenzent má teda možnosť označiť konkrétnu časť kódu a pridať k nej svoj vlastný komentár. Jeho meno môže byť viditeľné alebo anonymné podľa nastavenia konkrétnej úlohy učiteľom.

Študent, ktorý neodovzdal prvotné vypracovanie sa vyraďuje z možnosti recenzovať kód niekoho iného, či dostať recenziu na svoj kód.

Po uzavretí časti recenzovania dostávajú študenti čas na zapracovanie pripomienok z recenzií do svojich prác, teda na vylepšenie odovzdaného zadania. Otvára sa im k dispozícii opäť možnosť odovzdávať vylepšené vypracovanie (druhotne odovzdaný kód). Po celý čas majú taktiež k dispozícii recenzie, ktoré im napísali ich recenzenti, a taktiež svoj prvotne odovzdaný kód s komentármi ku konkrétnym súborom, resp. ku konkrétnym riadkom.

Obr. 2: Diagram odovzdávania úlohy.

4.3. Base64 formát

Jedným z prvých problémov bolo navrhnutie konceptu ukladania týchto súborov. Jednou z možností je ukladať priamo zazipovaný súbor tak, ako ho študent odovzdá. Pre implementáciu tejto možnosti by bolo potrebné externé úložisko, napr. Amazon Simple Storage Service (Amazon S3). Ďalšou možnosťou, pre ktorú sa náš tím rozhodol, bolo ukladať tieto súbory priamo do databázy. Tento prístup však vyžadoval dodatočné úpravy odovzdaných súborov, keďže do databázy nie sme schopní ukladať priamo súbor v zip formáte.

Jednou z možností ako ukladať celé súbory do databázy je konverzia súboru do tzv. base64 formátu. Túto konverziu za nás vykonáva metóda readAsDataUrl ponúkaná objektom FileReader, ktorá je dostupná vo všetkých moderných prehliadačoch. Súbor, ktorý bol pôvodne vo formáte

zip, môžeme teraz uložiť do databázy ako string. Táto konverzia je z hľadiska zdrojov nevýhodná, keďže súbor zapísaný v base64 formáte je približne o 33% väčší. Je teda nutné dobre zvážiť, kedy je takáto konverzia vhodná.

Aby sme študentom či učiteľovi umožnili recenzovať kód, museli sme zabezpečiť aj spätnú konverziu z formátu base64 do súboru. Tu sme využili triedy a metódy vstavané do systému Node.js, a síce metódu *from* nad triedou *Buffer*, ktorá prijíma ako parameter string, resp. aj upresnenie, že sa jedná o base64 formát, a vracia pole 8-bitových čísel. Následne z tohto poľa vytvoríme tzv. blob. Blob je objekt podobný súboru, obsahujúci nemenné (immutable) dáta. Tieto dáta sa následne dajú prečítať ako text.

Blob teda reprezentuje pôvodný súbor, ktorý študent nahral ako súbor vo formáte zip. Pomocou funkcie JSZip implementovanej v predchádzajúcej verzi systému courses [Bilisics, 2019] môžeme teda tento súbor rozbaliť a jeho jednotlivé časti zobraziť na stránke pre recenzovanie kódu.

4.4. Viacero komentárov cez seba

Vylepšená verzia systému síce umožňovala komentovať jeden riadok kódu viackrát, no z grafickej stránky nebol riadok s jedným komentárom odlíšený od riadka s viacerými komentármi. Študent teda nevedel rozlíšiť, či je daná časť kódu okomentovaná jediný raz, alebo je v okomentovanej časti ďalší komentár. To je z hľadiska používateľskej skúsenosti neprípustné, keďže sa môže stať, že študent prehliadne dôležitý komentár ku svojmu kódu.

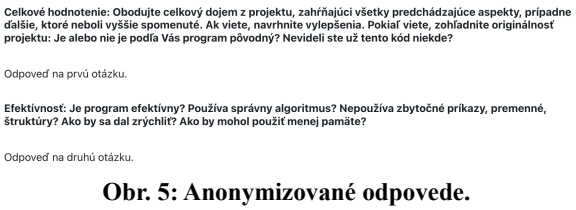
Pre každý z riadkov je možné zistiť počet komentárov daného riadku. Na základe tohto parametru bolo teda možné upraviť farbu riadku tak, aby študent už na prvý pohľad vedel rozpoznať, na ktorých riadkoch sa komentáre nachádzajú, kde začínajú a kde končia. Pre indikovanie možného kliknutia na komentár sa kurzor pri prechode ponad riadok s komentárom zmení na tzv. pointer.

Obr. 3: Viacero komentárov v pôvodnej verzii.

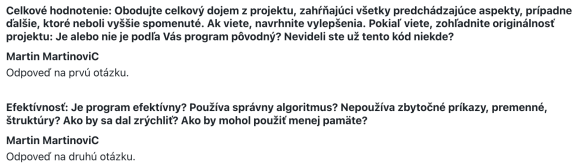
Obr. 4: Viacero komentárov v upravenej verzii.

4.5. Vzájomné recenzovanie

Vylepšená verzia systému taktiež zabezpečovala možnosť vytvárania formulárov s otázkami, ktoré boli viazané ku konkrétnemu vypracovaniu zadania. Táto funkcionalita však nebola správne implementovaná s databázou a teda nebola funkčná. Študentovi bolo pridelených viacero recenzií, než koľko mal reálne recenzovať. Súčasťou tejto práce bolo spoznávanie implementácie, nachádzanie problémových častí a následné implementovanie verzie, v ktorej táto sa tento modul stal funkčným. Taktiež bolo navrhnuté jednoduché prostredie, v ktorom učiteľ môže vidieť recenzie študentov na dané zadanie. Tie však vidí až po druhotnom odovzdaní kódu. Učiteľ taktiež vidí mená autorov daných recenzií, teda pre neho neostávajú anonymnými.

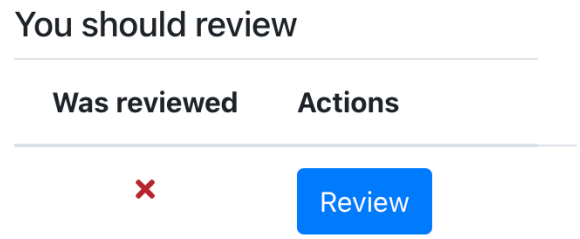


Obr. 5: Anonymizované odpovede.

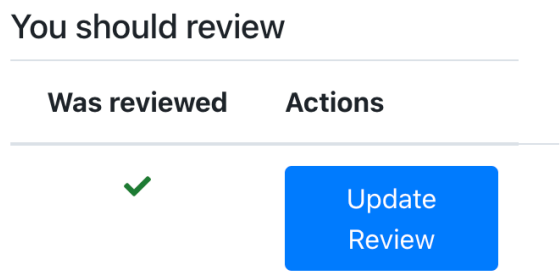


Obr. 6: Odpovede s viditeľným menom autora.

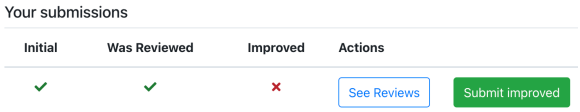
Z hľadiska používateľskej skúsenosti bolo taktiež potrebné pridať indikátor, na základe ktorého by študent videl, či už dané vypracovanie recenzoval, alebo ešte nie, a taktiež, aby autor kódu videl, či dostal recenziu na svoj kód.



Obr. 7: Nerecenzovaný kód (z pohľadu recenzenta).



Obr. 8: Recenzovaný kód (z pohľadu recenzenta).



Obr. 9: Recenzovaný kód (z pohľadu odovzdávajúceho študenta).

4.6. Zobrazenie oboch verzií vypracovania

Po ukončení časového rozmedzia pre druhotne odovzdávaný kód mal vo vylepšenej verzii systému courses učiteľ k dispozícii len jedno zo študentových vypracovaní. Keďže pre učiteľa môže byť užitočné vidieť obe verzie, rozhodli sme sa pridať nové okno na zobrazovanie a komentovanie kódu tak, aby učiteľ mohol vidieť študentovo pôvodné vypracovanie a taktiež jeho druhotné vypracovanie po zapracovaných pripomienkach.
Učiteľ môže takto vidieť komentáre študentov k prvotne odovzdanému kódu a taktiež si prezrieť či komentovať vylepšené vypracovanie.

4.7. Testovanie na predmete

Tento systém bol použitý za účelom testovania na predmete Algoritmy a údajové štruktúry, no v súčasnosti ešte nedisponujeme výsledkami tohto testovania. Spätnú väzbu a prípadné pripomienky zozbierame a následne zapracujeme do systému courses.

5. Záver

Cieľom tejto práce bolo skúmanie procesu recenzovania kódu v komerčnom či školskom prostredí a následné implementovanie konkrétnych funkcionalít do systému courses s ohľadom na špecifické potreby výučby recenzovania kódu. Samotný systém je neustále vyvíjaný a bude obohatený o ďalšie funkcie na základe pripomienok z testovania či ďalších návrhov vývojárskeho tímu.

Poďakovanie

V prvom rade by som sa chcel poďakovať mojej školiteľke doc. RNDr. Zuzane Kubincovej, PhD. za jej pomoc, vedenie pri tvorbe práce a v neposlednom rade testovanie systému na predmete Algoritmy a údajové štruktúry. Taktiež ďakujem vývojárskemu tímu matfyz.sk za viaceré užitočné pripomienky.

Literatúra

[Bilisics, 2019] Bilisics, L. (2019). Recenzia kódu vo virtuálnom výučbovom prostredí.

[Fagan, 1976] Fagan, M. E. (1976). Design and code inspections to reduce errors in program development. *IBM Systems Journal* 15, 3 (1976), 182–211.

[Kubincová and Homola, 2017] Kubincová, Z. Homola, M. (2017). Code Review in Computer Science Courses: Take One. International Conference on Web-Based Learning. Springer, Cham. 125-135.

[Sadowski et al., 2018] Sadowski, C., Söderberg, E., Church, L., Sipko, M. and Bacchelli, A. (2018). Modern code review: a case study at google. In Proceedings of the 40th International Conference on Software Engineering: Software Engineering in Practice (ISCE-SEIP '18). Association for Computing Machinery, New York, NY, USA, 181-190.

[Trytten, 2005] Trytten, D. A (2005). A design for team peer code review. *ACM SIGCSE Bulletin.* ACM. 455-459.

[Wiegers, 2002] Wiegers, K. E. (2002). Peer reviews in software: A practical guide. Addison-Wesley Boston.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 165–172
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Máté Fodor

Porozumenie slovným úlohám v siedmom ročníku základnej školy

Máté Fodor[1*]

Školiteľ: Monika Dillingerová[2†]

[1]Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislave

Abstakt: V našom príspevku sa zaoberáme s porozumením slovným úlohám v siedmom ročníku základnej školy. Naším cieľom bolo rozvíjanie pozornejšieho čítania žiakov. Pripravili sme neštandardné slovné úlohy, typu MCRE a MSCD, ktoré mali za cieľ pozornejšieho čítania a zvýšenia miery pochopenia zadaní. Úlohy boli v rámci výskumu otestované. Niektoré žiacke riešenie budú prezentované aj v prílohe tohto príspevku.

Kľúčové slová: *porozumenie, slovné úlohy, MCRE, MSCD*

1 Porozumenie slovným úlohám

Podľa Kilpatricka, (Kilpatric, 1969) žiakov úspech pri riešení slovných úloh závisí od ich zručností. Zručnosti, ako čítanie a počítanie pri slovných úlohách sa označujú ako najdôležitejšie zručnosti k úspešnému zvládnutiu vyriešenia slovnej úlohy.

Hubeňáková vo svojej diplomovej práci (Hubeňáková, 2012) uvádzala, že čítanie s porozumením je prvotným pilierom pri porozumení slovnej úlohy. Od žiaka sa očakáva, že zadanie slovnej úlohy prečíta pozorne, pretože dôkladné prečítania zadanie slovnej úlohy je prvým a najdôležitejším krokom pri úspešnom riešení slovnej úlohy. Autorka pod správnym prečítaním úlohy myslí: „*prečítanie, ktoré je bezchybné z obsahového hľadiska.*“ To znamená, že ak žiak prečíta jeden mačka namiesto jedna mačka, tak to nebude problém, i keď je to gramaticky nesprávne, ale z obsahovej stránky je to to isté. Učiteľ môže ľahko zistiť, či žiaci porozumeli zadaniu úlohy, alebo nie. Prikáže žiakom, aby opakovali zadanie slovnej úlohy vlastnými slovami. Z toho si vie určiť učiteľ, či žiak porozumel zadanie, alebo nie. V prípade, že žiak nesprávne porozumel zadanie, je potrebné venovať mu viac pozornosti. Z výskumu Molnára (Molnár, 2007) sme sa dozvedeli, že úspešnosť porozumenia slovných úloh sa úzko súvisí s čítaním doma. Ak žiak vo voľnom čase číta málo, alebo vôbec nečíta má oveľa viac ťažkostí v živote s čítaním s porozumením. Druhou skupinou žiakov sú tí, ktorí doma čítajú, ale nečítajú odborné texty, či knihy. Tí žiaci si majú tendenciu nevšímať si detaily. Čítanie odborných textov má štatisticky pozitívny vplyv na rozvoj schopnosti žiaka porozumieť zadaniu slovnej úlohy. Práve preto sa odporúča učiteľom, aby žiakom dali za úlohu prečítať odborné knihy, alebo časť knihy primerané ich veku.

Žiaci môžu mať rôzne ťažkosti so slovnými úlohami, tvrdil Daroczy a jeho spoločnosť (Daroczy et al., 2015). Je prepojenie medzi zručnosťami žiakov a charakteristikami slovných úloh. Napríklad lingvisticky dosť slabší žiaci, rozumieme pod tým slabších

* fodormat@gmail.com

† Monika.Dillingerova@fmph.uniba.sk

žiakov v porozumení textu, môžu čeliť problémom s lingvisticky zložitými slovnými úlohami. Aritmeticky slabší študenti identicky môžu mať problémy s aritmetickými zložitými úlohami. Tento predpoklad bol podľa autorov rozumný, pretože empirické dôkazy jasne ukázali súvislosti medzi výkonom riešenia slovných úloh, porozumením textu a aritmetickými zručnosťami.

1.1 MSCD úlohy

MSCD je anglická skratka pre *missing, surplus, contradictory data*. V takom prípade sa stretávame v matematických úlohách s chýbajúcimi, nadbytočnými, alebo rozporuplnými údajmi. Autori (Puchalska & Semadeni, 1987) vo svojom vedeckom článku uvádzajú, že slovné úlohy s chýbajúcimi, nadbytočnými a rozporuplnými údajmi sa od seba logicky líšia. Napriek tomu však majú aj spoločné črty. Najpodstatnejšie je, že pri samotnom riešení úlohy typu MSCD je najdôležitejšie, aby si žiaci najprv prečítali úlohy kriticky, a hlavne aby porozumeli danému problému, ktorý sa objavuje v danej úlohe.

Bednářová vo svojej dizertačnej práci uvádza, že je potrebné uvedomiť si podstatu toho, že pri úlohách typu MSCD nejde o samotný výpočet, ale o prácu s danými informáciami. Je dôležité vylúčiť nadbytočné informácie, uvedomiť si chýbajúce informácie a vyhnúť sa rozporom (Bednářová, 2001).

Príklad na typ, kedy **chýbajú údaje**, bez ktorých by sme nevedeli vypočítať danú slovnú úlohu:

Debnička s banánmi má hmotnosť 20 $\frac{2}{5}$ *kg.*
Prázdna debnička má hmotnosť 2 $\frac{1}{2}$ *kg*
Koľko kg pomarančov, banánov je v debničkách?

Príklad na typ slovnej úlohy, keď sú dané **nadbytočné údaje** v úlohe:

Janka má 6 pomarančov, Peter má 13 pomarančov, Eva 2 pomaranče a Igor má len 1. Koľko pomarančov má Janka a Eva spolu?

Príklad na typ slovnej úlohy, keď sú zadané **rozporuplné údaje** v úlohe:

V pravouhlom trojuholníku ABC s pravým uhlom pri vrchole A platí: $t_b = 7$, $t_c = 5$, $c = 6$. *Vypočítajte obvod trojuholníka.*

1.2 MCRE úlohy

MCRE je anglická skratka pre *mathematics contra real-life experience.* Slovo MCRE používame na nejakú slovnú úlohu vtedy, ak sa v úlohe vyskytuje logicko-matematické riešenie a riešenie súvisiace s realitou. Pre konfliktnú situáciu evokovanú MCRE úlohou je charakteristická existencia prirodzeného vysvetlenia tej skutočnosti. V takom prípade dostaneme dve riešenie, ktoré sa od seba líšia . Napr.:

U Petrovcov doma v botníku je 15 rôznych párov topánok. Jožo si z párov vyberá tak, že si obúva každú topánku inú. Koľko dní môže chodiť v takýchto topánkach ak počas dňa už topánky nemení?

Využitím nami vytvorených slovných úloh typu MCRE a MSCD sme pripravili výskum. Tomuto výskumu je venovaný tento príspevok.

2 Výskum

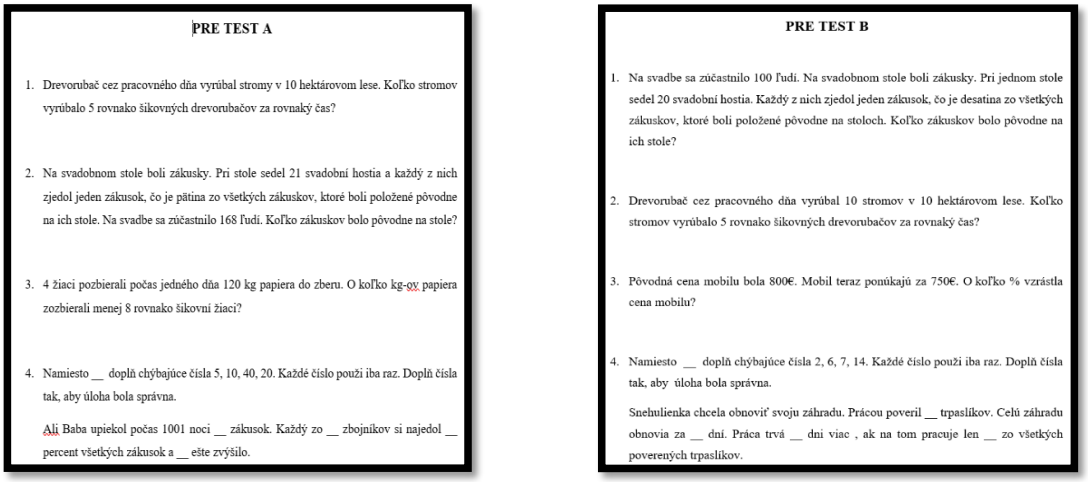
Výskum sa uskutočnil na Základnej škole Jilemnického v Dunajskej Strede s prezenčnou výukou. Na realizáciu nášho výskumu sme zámerne vybrali dve rovnocenné siedmacké triedy, z pohľadu ich doterajšieho hodnotenia z matematiky.

Celkovo sme zapojili 35 žiakov, 17 žiakov z 7.B a 18 žiakov z 7.C. 7.B bola našou experimentálnou triedou, kým v role kontrolnej triedy bola 7.C. Pred prvou časťou nášho hlavného výskumu sme pripravovali žiakom siedmeho ročníka testy, obsahujúce slovné úlohy typu MCRE a MSCD. Každý test obsahoval 4 úlohy, pričom jedna úloha bola typu MCRE a ostatné boli MSCD úlohy rôzneho typu. Pripravovali sme teda MSCD úlohy s chýbajúcim údajom, s nadbytočným údajom a s rozporuplným údajom. Vytvorili sme dve verzie testu A a B s účelom, aby sme pri ďalšom použití mohli vymeniť verzie v triedach. Každá úloha bola za 1 bod. Žiaci mohli získať na úlohu 0 bodov, ak to nevyriešili, alebo vyriešili zle. Čiastočné body mohli získať, ak niečo mali správne, avšak neuvádzali napríklad prečo nemá úloha riešenie. Žiaci obidvoch tried mali za úlohu vyriešiť najprv Pre test a po 3-4 týždňoch zase napísali Post test, kde dve verzie testov sme vymieňali.

Prvá trieda, čiže 7.B dostala medzi dvomi testami slovné úlohy typu MCRE a MSCD na bežných vyučovacích hodinách matematiky. Tú zbierku úloh dostala učiteľka od nás. V zbierke sa nachádza 30 úloh z tematických okruhov, s ktorými sa zaoberajú v siedmom ročníku. Poprosili sme pani učiteľku, aby pri riešení úloh zo zbierky viedla diskusiu so žiakmi o možných prijateľných riešeniach.

2.1 Očakávania od výskumu

Očakávali sme, že ak jedna trieda (7.B) dostane v priebehu mesiaca na každej hodine matematiky jednu neštandardnú slovnú úlohu, tak pri druhom testovaní budú získať priemerne viac bodov, ako tá druhá skupina (7.C). Od prvého testovania sme očakávali, že triedy budú mať rovnaké priemery, nakoľko žiaci daných tried doteraz mali pomerne rovnaké hodnotenie z matematiky. Tiež sme očakávali, že kontrolná trieda nezíska viac bodov pri Post teste, keďže sme im neplánovali dať žiadne ďalšie inštrukcie, či ďalšie slovné úlohy. Predpokladali sme, že žiaci v priebehu mesiaca na hodinách matematiky pri riešení neštandardných slovných úloh sa budú po čase pripájať do diskusie.



PRE TEST A

1. Drevorubač cez pracovného dňa vyrúbal stromy v 10 hektárovom lese. Koľko stromov vyrúbalo 5 rovnako šikovných drevorubačov za rovnaký čas?
2. Na svadobnom stole boli zákusky. Pri stole sedel 21 svadobní hostia a každý z nich zjedol jeden zákusok, čo je pätina zo všetkých zákuskov, ktoré boli položené pôvodne na ich stole. Na svadbe sa zúčastnilo 168 ľudí. Koľko zákuskov bolo pôvodne na stole?
3. 4 žiaci pozbierali počas jedného dňa 120 kg papiera do zberu. O koľko kg-ov papiera zozbierali menej 8 rovnako šikovní žiaci?
4. Namiesto __ doplň chýbajúce čísla 5, 10, 40, 20. Každé číslo použi iba raz. Doplň čísla tak, aby úloha bola správna.

   Ali Baba upiekol počas 1001 noci __ zákusok. Každý zo __ zbojníkov si najedol __ percent všetkých zákusok a __ ešte zvýšilo.

PRE TEST B

1. Na svadbe sa zúčastnilo 100 ľudí. Na svadobnom stole boli zákusky. Pri jednom stole sedel 20 svadobní hostia. Každý z nich zjedol jeden zákusok, čo je desatina zo všetkých zákuskov, ktoré boli položené pôvodne na stoloch. Koľko zákuskov bolo pôvodne na ich stole?
2. Drevorubač cez pracovného dňa vyrúbal 10 stromov v 10 hektárovom lese. Koľko stromov vyrúbalo 5 rovnako šikovných drevorubačov za rovnaký čas?
3. Pôvodná cena mobilu bola 800€. Mobil teraz ponúkajú za 750€. O koľko % vzrástla cena mobilu?
4. Namiesto __ doplň chýbajúce čísla 2, 6, 7, 14. Každé číslo použi iba raz. Doplň čísla tak, aby úloha bola správna.

   Snehulienka chcela obnoviť svoju záhradu. Prácou poveril __ trpaslíkov. Celú záhradu obnovia za __ dní. Práca trvá __ dni viac , ak na tom pracuje len __ zo všetkých poverených trpaslíkov.

Obr. 1: *Dve verzie testov*

3 Prvá časť výskumu

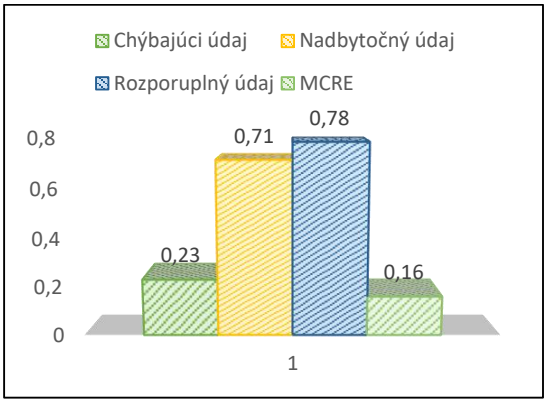
Prvá časť výskumu sa konala medzi 17.2.2022 a 21.2.2022 za prítomnosti učiteľky matematiky a výskumníka. Žiaci boli stručne informovaní o cieľoch výskumu. Boli motivovaný s tým, že test nebol hodnotený známkou, s čím prešla ich úzkosť a boli viac uvoľní počas hodiny. Tiež sa im zapáčilo, že ich „súperom“ bola druhá trieda. Obidve triedy písali test vo štvrtok a pondelok sme spolu s nimi vyriešili dané úlohy. Bolo im vysvetlené, aké slovné úlohy riešili v teste a v čom spočíva ich jedinečnosť. Na druhej hodine sme viedli spoločnú diskusiu, napríklad prečo mnohí nevedeli vyriešiť úlohy s chýbajúcimi údajmi. Riešenie tejto úlohy nebolo pre nich ľahké. V úlohe využili taký údaj, s ktorým nedostali požadovaný výsledok. Napr. v experimentálnej triede, mnohí zo žiakov použili údaj 10 hektárov, pričom dostali taký výsledok, že ak jeden drevorubač vyrúba cez jeden deň 10 hektárov lesa, tak 5 rovnako šikovní drevorubači vyrúbajú 50 hektárov lesa, čo je ale rozpor s realitou. Boli aj takí, ktorí vymysleli potrebný údaj, aby mohli vyriešiť úlohu. Mnohí si napísali, že úlohu nevedia vyriešiť, ale medzi 35 žiakmi nebol nikto, kto by zdôvodnil, prečo nevie vyriešiť úlohu. Tí, ktorí napísali: „Neviem vyriešiť“, „Nedá sa vyriešiť“ sme dali pol boda.

Počas diskusie mnohí zo žiakov boli prekvapení, keď im bola vysvetlená štvrtá úloha. To bola slovná úloha typu MCRE. Predpokladali sme, že žiaci využijú svoje poznatky z reality, teda do voľných miest najčastejšie doplnili číslo tak, aby sedela s rozprávkami:

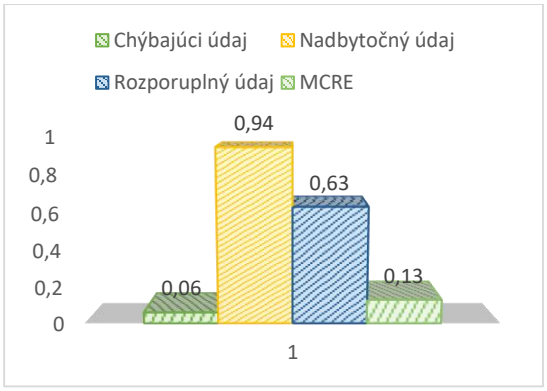
- Snehulienka a 7 trpaslíkov
- Ali baba a 40 zbojníkov.

Z toho dôvodu získali žiaci veľmi málo bodu z tejto úlohy. Len 10 žiakov z 35 získal bod na túto úlohu. Z tých 10 žiakov boli úspešní len dvaja. Najviac bodov stratili žiaci s tým, že čísla doplnili s tipovaným. Žiakom nerobili ťažkosti úlohy s nadbytočnými údajmi. Úlohu zvládlo väčšina zo žiakov, teda z 35 30 vyriešili úlohu správne. Zaujímavé bolo pri tejto úlohe, že zo všetkých žiakov bol iba jeden, ktorý popri výsledku napísal, že v zadaní úlohy bol jeden údaj zbytočne zadaný. Za to dostal extra 0,25 bodov. Ďalšou pomerne úspešnou úlohou bola tretia úloha s rozporuplným údajom. V obidvoch testových variantoch bol rozpor s dvojicou čísloviek „viac-menej“. Tu sme dali pol boda za správne vyriešenie matematického modelu a ďalší pol bod, ak žiak napísal, že riešenie bolo viac, alebo menej v kontraste s otázkou. Tu získali žiaci obidvoch tried skoro rovnaký počet bodov.

Počas prvej časti výskumu som sledoval reakcie žiakov na jednotlivé úlohy. Videl som, že niektorých to bavilo, avšak medzi žiakmi sa vyskytli aj takí, ktorí boli trošku stratení. Po diskusií na ďalšej hodine tváre žiakov sa zmenili. Dávalo im zmysel riešiť také netradičné slovné úlohy, zapojili sa do diskusií, chceli povedať svoje názory o úlohe. Na ďalšej hodine s experimentálnou triedou som robil ďalšie neštandardné slovné úlohy. Nové úlohy už viacerý vyriešili, než na pred teste a boli omnoho šťastnejší, že sa im tak dobre darí.



Obr. 2: *priemer žiakov 7.B v Post teste*



Obr. 3: *priemer žiakov 7.C v Pre Teste*

4 Druhá časť výskumu

Druhá časť výskumu sa konala 25.3.2022 až po mesačnom experimentálnom období. Zase platili podmienky, ktoré sme stanovili aj pri Pre teste, teda žiaci mali pracovať samostatne a bez kalkulačky. S porovnávaním s Pre testom, žiaci obidvoch tried vyriešili test za menej času. Žiakom 7.B nerobil veľký problém úloha s chýbajúcim údajom. Žiaci tu získali priemerne 0,74 bodov. Úloha s nadbytočným údajom sa potvrdzovala ako nenáročná. Všetci získali plný počet bodov za úlohu číslo 2. V úlohe s rozporuplným údajom žiaci 7.B získali s porovnávaním s prvou úlohou skoro rovnaký počet bodov. Priemer vyšiel na 0,75 bodov. Úloha vybudovaná na príbehu Snehulienky a sedem trpaslíkov bola pre nich tvrdý oriešok. Pokrok voči Pred testu sme zaznamenali v tom, že pri prvej možnosti, kde by mohli žiaci doplniť 7 („Snehulienka chcela obnoviť svoju záhradu. Prácou poverila 7 trpaslíkov.“), tak skoro žiadni žiak nedoplnil. Chyba bolo v tom, že aj tak sa žiaci spoliehali na ich skúsenosti z reálneho života, teda 7 doplnili namiesto: „... ak na tom pracuje len 7 zo všetkých poverených trpaslíkov“. Problém bol, že tak zase nedostali správny výsledok úlohy. Žiadnemu žiakovi sa nepodarilo úspešne vyriešiť štvrtú úlohu.

Ďalej sme si všimli, že žiaci potrebovali výrazne menej času na vyriešenie všetkých úloh z testu. Po písomke sme sa rozprávali s učiteľkou matematiky, ktorá im dávala počas mesiaca naše neštandardné slovné úlohy. Ona nám prezradila, že „po čase žiaci už vedeli úspešne zistiť, ak v nejakej úlohe chýbali údaje. Netrpezlivo hovorili do éteru: veď sa to nedá vypočítať a podobné“. Na základe druhej otázky nám naznačila, že boli takí žiaci, ktorí pri riešení neštandardných slovných úloh sú bežne pasívnejší, ale pri riešení neštandardných úloh mali väčší záujem zapájať sa do diskusií. Tiež nám povedala, že boli aj také úlohy, kde žiaci mali iné riešenie, a preto vznikli niekedy dlhé diskusie o správnych odpovediach. Na záverečnú otázku nám povedala, že sa vie stotožňovať s našimi cieľmi a súhlasila, že zavedenie neštandardných úloh môže zlepšovať u žiakov porozumenie slovným úlohám.

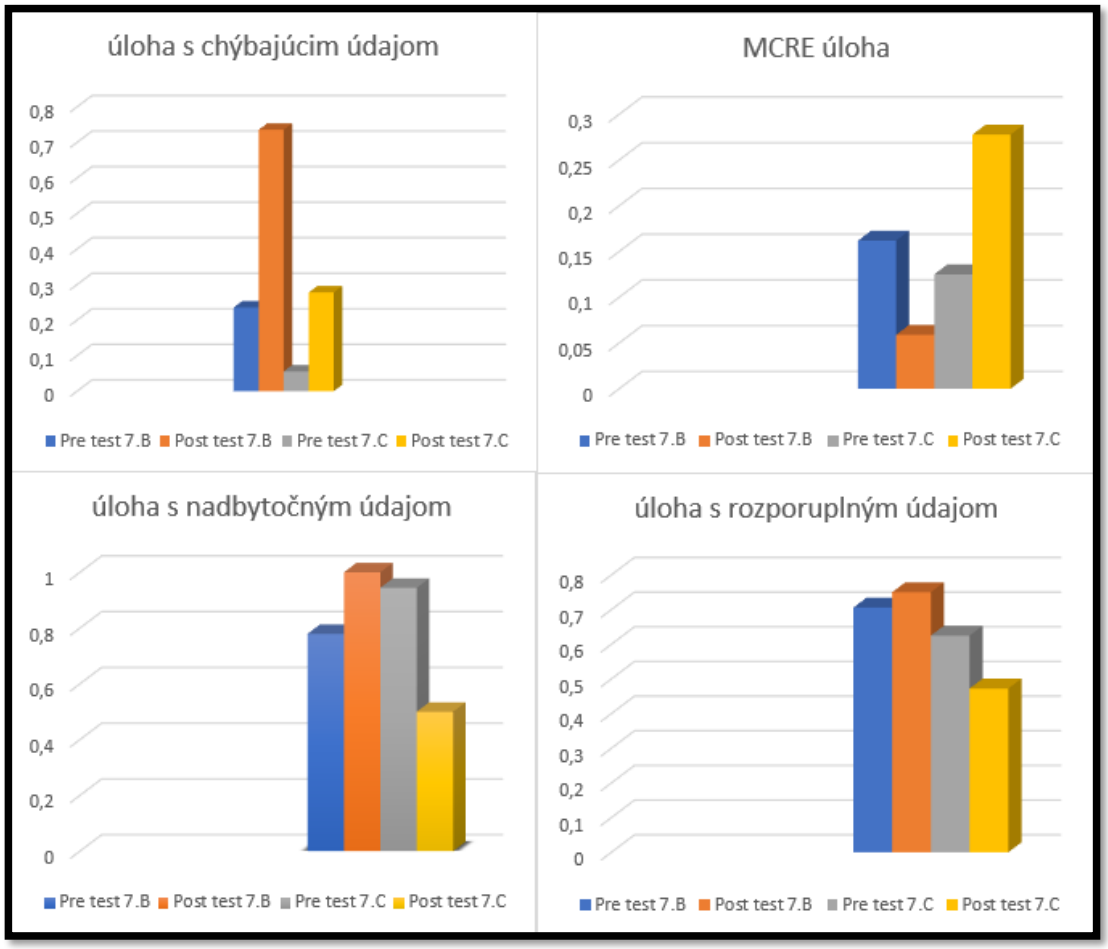
5 Výsledky výskumu

Pred výskumom sme očakávali, že experimentálna skupina v Post teste si vylepší svoj priemer. Nami vytvorené úlohy zadané na hodinách matematiky sa nám zdalo, že boli nápomocné. Každému žiakovi 7.B sa podarilo v Post teste získať minimálne polovicu bodov okrem jedného.

To je obrovský rozdiel oproti Pre testu, kde získalo aspoň polovicu bodov len 7 žiakov. Ako sme sa dozvedeli aj od učiteľky matematiky týchto tried, žiaci po čase boli stále lepší. V Post teste bolo vidno, že žiaci už oveľa pozornejšie čítajú zadanie, a to bolo aj naším cieľom.

Oproti Pre testu žiaci získali priemerne o 0,66 bodov viac. Vďaka úloh, ktorých dostali žiaci priebežne mohli získať žiaci toľko bodov. Aj spoločné diskusie na hodinách o riešeniach týchto neštandardných úloh pomohli žiakom zvýšiť schopnosť čítať s porozumením.

S porovnaním s druhou skupinou získali žiaci priemerne o bod viacej v Post teste, čo nám tiež dalo spätnú väzbu, že riešenie neštandardných úloh zvyšuje horeuvedenú schopnosť. Druhá skupina získala v priemerne o 0,22 bodov menej, čo považujeme za očakávanú hodnotu. Tí žiaci popri mesačnej pauze nedostali žiadne ďalšie úlohy, ani pomôcky, preto sme očakávali skoro rovnaký priemer ako pri prvom testovaní.



Obr. 4: *grafické reprezentovanie bodového zisku žiakov v jednotlivých úlohách*

7.B	Pre test	Post test	rozdiel
Priemer	1,882352941	2,544117647	+0,661765
7.C	Pre test	Post test	rozdiel
Priemer	1,75	1,527777778	-0,22222

Obr. 5: *výsledky*

6 Záver

Slovné úlohy boli vždy dôležitou súčasťou vyučovania matematiky. Ich možný pozitívny dopad na rozvoj schopností žiakov urobilo ich nevyhnutnými. Riešenie slovných úloh rozvíja čítanie porozumením, rozmýšľanie, riešiteľské schopnosti problémových úloh atď. Preto sme si vymysleli takú prácu, kde by sme mohli uplatniť ich výhody. Neštandardné slovné úlohy, aké sú MCRE a MSCD majú v sebe veľký potenciál, ktorý by mal zvážiť a využiť každý učiteľ. Na základe našich skúseností však v učebniciach matematiky, určených pre 7. ročník, je z nich veľmi málo. Preto sme vytvorili niekoľko, aby sme ich mohli využiť v praxi. Daná skúsenosť z realizovaného výskumu nás presvedčila, že zaradenie neštandardných slovných úloh môže rozvíjať pozornejšie čítanie žiaka, s čím získajú cenné skúsenosti, ktoré potom môžu uplatniť pri riešení ďalších slovných úloh. Po výskume sme sa dozvedeli od učiteľky matematiky, že žiaci po čase zlepšili v riešení slovných úloh, čo nám dalo skvelú spätnú väzbu. Naše stanované ciele sme splnili a myslíme si, že sa nám podarilo spestriť vyučovanie aj s takými netradičnými slovnými úlohami.

Ako pokračovanie našej diplomovej práce si vieme predstaviť analýzu dostupných slovných úloh na všetky ročníky druhého stupňa základnej školy. Vytvorenie učebnice s neštandardnými slovnými úlohami na rôzne ročníky základnej školy by bolo tiež obohacujúce pre vzdelávanie žiakov na druhom stupni.

Poďakovanie

Chcel by som poďakovať mojej školiteľke, Monike Dillingerovej, ktorá mi pomohla pri realizovaní výskumu.

Literatúra

Bednářová, S. (2001). Vplyv skúseností z bežného života na riešenie matematických problémov. Bratislava.

Daroczy, G., Wolska, M., Wolska, W. D., & Nuerk, H. C. (2015). Word problems: A review of linguistic and numerical factors contributing to their difficulty. *Frontiers in psychology*(6), s. 348. doi:10.3389/fpsyg.2015.00348

Hubeňáková, V. (2012). Schopnosti potrebné k riešeniu slovnej úlohy. Košice. Dostupné na Internete: http://opac.crzp.sk/?fn=*docview&linkage=338B0A90B1F6F0993B3F30371C411097E0510E56A9C1E049934102DDBA812A2988E2166D0F76AA469F86D16025DB730B52A149692F99F9&record=6B4985DCE924C343C8F9C8F0DBF5&bckLnk=7939C38F204B435FAA9528AF9FF99A05E1B6125E918C8DEAD9BF368DB679

Kilpatric, J. (1969). Problem Solving in Mathematics. *Review of educational research*(39(4)), s. 523-534. Dostupné na Internete: https://www.jstor.org/stable/1169713

Molnár, P. (2007). Problematika slovných úloh na stredných školách. Košice. Dostupné na Internete: http://194.160.122.154/data/portal/data/zbornik2007/Articles/Molnar_Peter.pdf

Puchalska, E., & Semadeni, Z. (1987). Children's Reactions to Verbal Arithmetical Problems with Missing, Surplus or Contradictory Data. *For the learning of matematics*, s. 9-16.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 173–182
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jakub Krcho

Kognitívna a psychomotorická taxonómia v edukačnej robotike

Jakub Krcho[1]*
Školiteľ: Karolína Miková[1†]
[1] KDMFI, ODI, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Robotika si roky hľadá a nachádza svoje miesto vo vyučovacom procese na všetkých stupňoch vzdelávania. Vznikajú pritom však otázky, na ktoré sa stále hľadajú odpovede. Ako primerane stanoviť vzdelávacie ciele pre použitie robotických stavebníc na hodinách informatiky? Sú aktuálne používané vzdelávacie taxonómie vhodné aj pre edukačnú robotiku? Existuje korelácia medzi kognitívnou náročnosťou úloh postavených na základe jednotlivých úrovni kognitívnej taxonómie a samotnými úrovňami taxonómie?

Cieľom tejto práce je, na základe skúseností a pozorovania vyučovania robotických stavebníc a získaných vedomostí štúdiom problematiky, zhodnotiť a v prípade potreby navrhnúť také úrovne pre taxonómiu kognitívnej a psychomotorickej domény tak, aby reflektovala špecifiká edukačnej robotiky.

Kľúčové slová: edukačná robotika, vzdelávacie ciele, úrovne taxonómií, kognitívna doména, psychomotorická doména, primeranosť.

1 Úvod

V súčasnej dobe si môžeme všimnúť, že robotika je čoraz viac implementovaná v edukačnom procese, tzv. edukačná robotika. Jedným z možných problémov, ktoré ovplyvňujú edukačnú robotiku vo vyučovacom procese, je riziko nevhodnej integrácie robotov, či robotických stavebníc na rôznych stupňoch vzdelávania [1]. Nevhodná integrácia, môže spôsobiť nevyužitie skutočného edukačného potenciálu, či preceniť požiadavky na zručnosti, či schopnosti žiakov. Taktiež ak chce učiteľ vytvárať, implementovať a hlavne overovať vzdelávací program pre edukačnú robotiku (ako súčasť informatiky), musí špecifikovať, aké vzdelávacie ciele chce dosiahnuť takýmto vzdelávacím programom [2]. .

Preštudovaním jednej z najznámejších taxonómii (Bloomova taxonómia) [3], ako aj taxonómie zameranej pre potreby stanovenia vzdelávacích cieľov a kritérií hodnotenia v oblasti vyučovania programovania, ktorú navrhli Fullerová a kol. [4], sme usúdili, že tieto taxonómie, nie vhodne pokrývajú oblasť edukačnej robotiky. Kalaš a kol. [2] vo svojej práci skúmajú už vytvorené taxonómie a ich modifikáciu pre potenciálne využitie v edukačnej robotike a jej integrácií do informatického vzdelávania na základnej škole.

Publikácie venované taxonómiám pre edukačnú robotiku sme objavili [5,6], ale pojednávaniu o úplne inom delení. Rozdeľujú typy robotov do rôznych kategórií, ale nevenujú sa samotnému kognitívnemu či psychomotorickému vývinu užívateľa týchto stavebníc (ako premýšľa, postupuje, či pracuje).

2 Metodológia výskumu

Výber metodologického prístupu bol uskutočnený so zreteľom na získané dáta a predovšetkým so zámerom splniť ciele, ktoré sme si stanovili [7]. Z toho dôvodu sme sa rozhodli pre kvalitatívny prístup.

Cieľom práce je, na základe vlastných skúseností a získaných vedomostí pri študovaní problematiky edukačnej robotiky, navrhnúť také úrovne pre taxonómiu kognitívnej a psychomotorickej domény, ktoré by korešpondovali z reálnym postupom žiakov pri vzdelávacom procese.

2.1 Zber dát

Každý žiak či žiačka počas práce s robotickou stavebnicou počas vyučovania, či počas voľnočasovej záujmovej činnosti postupuje svojím jedinečným spôsobom. Spôsobom, ktorý im vyhovuje a odzrkadľuje ich aktuálny kognitívny a psychomotorický stav. Práve tento jedinečný postup práce žiaka sme identifikovali ako potencionálne najlepší základný zdroj dát pre náš výskum. Vo výsledkoch sme potrebovali zohľadniť značné množstvo dát takého typu, aby sme vedeli pokryť, čo najväčší rozsah spôsobov pracovania s robotickou stavebnicou. Vzhľadom na pandémiu a opatrenia, ktoré boli platné v čase konania zberu dát, neoblo možné chodiť do škôl. Nemali sme tak možnosť sledovať prácu rôznych žiakov, používanie

* krcho7@uniba.sk
† karolina.mikova@fmph.uniba.sk

rôznych stavebníc, či pozorovať rôzne prístupy učiteľov.

Základný zdroj našich dát boli spísané príbehy žiakov. Každý jeden príbeh predstavoval jeden potenciálne možný scenár používania robotickej stavebnice z pohľadu žiaka. Na obrázku Obr. 1 predstavujeme práve jeden z takto vytvorených príbehov.

PP-1-1-3 - žiak postupuje len podľa pracovného listu, v programovania a konštrukcie

Žiak si pripraví stavebnicu na prácu

Žiak si otvorí pracovný list

Postaví si (prvý) model podľa návodu

Postupuje podľa pripravených úloh

Snaží sa rozbehnúť tento model

Používa príkazy, ktoré sú vysvetlené v pracovnom liste

Postupuje podľa úloh

Zdokonaľovanie sa v používaní daných príkazov

Postup stále podľa pracovného listu

Obr. 1: Ukážka časti vytvoreného príbehu.

Keďže tieto príbehy sú jedným z najdôležitejších súčastí tejto práce, tvorili sme ich vo viacerých etapách. V prvej etape sme ich vytvorili na základe našich skúseností s vyučovaním pomocou robotických stavebníc. Osobne máme skúsenosti z oblasti vyučovania pomocou robotických stavebníc najmä na nižšom stupni sekundárneho vzdelávania (2. stupeň ZŠ), ako aj na vyššom stupni - stredné školy. Bol som(ako autor) taktiež účastníkom rôznych národných a celosvetových robotických súťaží (ako porota aj ako súťažiaci), tak naše skúseností môžeme hodnotiť ako dostačujúce, aby sme mohli tieto scenáre postupu práce vytvoriť.

V druhej etape zberu a tvorby dát sme oslovili ôsmich vyučujúcich, ktorí majú skúsenosti s vyučovaním prostredníctvom robotických stavebníc. Pomocou rozhovoru a následnou komparáciou s už vytvorenými príbehmi sme doplnili našu zbierku príbehov o ďalšie a rozšírili tak získané množstvo.

V tretej etape sme zbierali príbehy z oblasti záujmovej činnosti žiakov (krúžky na školách). Tieto príbehy boli taktiež tvorené na základe našich skúseností a skúsenosti oslovených pedagógov (ďalší traja oslovení pedagógovia) a piatich vedúcich záujmovej činnosti.

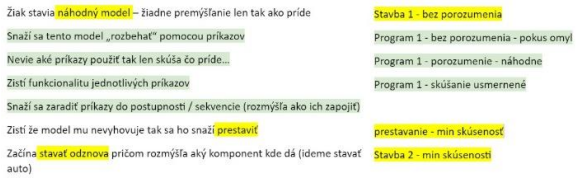
V predposlednej štvrtej etape sme doplnili našu zbierku o príbehu vytvorené na základe analýzy videí vyučovacích hodín s edukačnou robotikou na rôznych stupňoch vzdelávania.

V poslednej etape zberu a tvorby dát sme doplnili príbehy, ktoré odzrkadľovali postup práce žiakov, ktorí pracovali s robotickou stavebnicou vo svojom voľnom čase (tieto príbehy vznikli na základe osobného rozhovoru s deťmi).

Po zozbieraní a vytvorení príbehov, boli všetky naše dáta pripravené pre lepšiu následnú analýzu. Zozbierané dáta pripravené na analýzu tvorilo 228 príbehov.

2.2 Analýza dát

Na analýzu zozbieraných a spracovaných dát (príbehov) sme použili otvorené kódovanie. Kódovanie prebehlo analógovo, kde sme kódy rozdelili na tri farby. Zelená farba, bol kód zaoberajúci sa kognitívnou doménou (programovanie robotickej stavebnice), žltá farba, označovala kód pre psychomotorickú doménu (konštruovanie modelu robotickej stavebnice) a modrá farba, bola určená pre kód ovplyvňujúci afektívnu doménu. Afektívna doména síce nie je hlavnou súčasťou našej práce, napriek tomu významne zasahuje do celkového vzdelávacieho procesu a preto sme aspoň okrajovo dávali na ňu „pozor“ a uvažovali nad jej vplyvom. Obrázok Obr. 2 približuje takto okódovaný jeden z príbehov.



Obr. 2: Ukážka časti vytvoreného príbehu.

Pridelenie jednotlivých kódov prebiehalo v niekoľkých fázach a úpravách – podobne ako to býva pri cykloch Výskumu vývojom. Každým ďalším príbehom sa niektoré kódy postupne menili a získavali tak hlbšiu podstatu vyjadrenia konkrétneho zámeru žiaka pri práci s robotickou stavebnicou. Táto hlbšia podstata vytvorených kódov nám umožnila vidieť, ako žiak pracuje s robotickou stavebnicou a aký je vplyv jednotlivých domén na prácu žiaka so stavebnicou. Po analýze všetkých príbehov a pridelení jednotlivých kódov sme zamerali našu pozornosť samostatne na jednotlivé domény (psychomotorickú a kognitívnu).

Pre každú z uvedených domén sme vytvorili takú štruktúru, ktorá by popisovala akúkoľvek prácu žiaka s robotickou stavebnicou, pre každú z uvedených domén. Táto štruktúra (ďalej schéma) bola vytvorená so zámerom byť čo najviac všeobecnou a vystihovať všetky naše zozbierané dáta. Schému sme vytvorili na základe analyzovaných kódov. Najmä takých, ktoré sa najčastejšie vyskytovali v príbehoch a ktoré mali podstatný význam pre vytvorenie budúcej taxonómie. Avšak neboli sme si istí, či takto vytvorená schéma pokrýva všetky zozbierané a vytvorené dáta (príbehy). Z toho dôvodu sme sa rozhodli spraviť skúšku správnosti, teda túto vytvorenú schému odskúšať / otestovať. Skúška

pozostávala z overovania príbehov. Vždy sme vybrali jeden a skontrolovali sme, či vytvorená schéma obsahuje všetky štádia v príbehu. Akoby cez automat. Akonáhle príbeh (postup činností žiaka) prešiel schémou bez problémov (t.j. každá postupnosť žiaka bola v schéme zahrnutá a tento príbeh dokázal prejsť schémou bez potreby vytvárania ďalšej vetvy až do ukončenia celého príbehu), tak sme považovali túto skúšku za úspešnú.

Na druhej strane, ak niektorý z príbehov sa v schéme zasekol a nemohol pokračovať ďalej, a teda vyžadoval pridanie ďalšej vetvy v schéme, tak skúška bola vyhodnotená ako neúspešná. Po neúspešnej skúške sme do vytvorenej schémy pridali potrebnú vetvu a skúšanie / testovanie sme spustili od začiatku (skúšali sme všetky príbehy odznova). Takýmto cyklickým spôsobom sme vytvorili univerzálnu schému, ktorá by mala pokrývať všetky možnosti, ako bude žiak narábať s robotickou stavebnicou v psychomotorickej doméne. Schéma prešla veľkým množstvom iterácií, kým sa dostala do finálnej podoby.

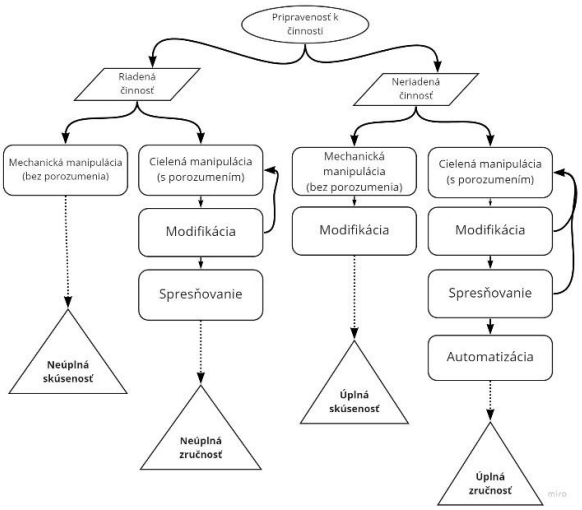
Pre každú sledovanú doménu sme vytvorili samostatnú schému postupu práce žiaka. Vytvorená schéma pre kognitívnu doménu a schéma pre psychomotorickú doménu boli nosným základom pre vybudovanie jednotlivých taxonómií v edukačnej robotike.

3 Psychomotorická doména v edukačnej robotike

V tejto kapitole ukážeme vytvorenú schému reprezentujúcu prácu žiaka z pohľadu psychomotorickej domény a nami vytvorenú taxonómiu.

3.1 Schéma psychomotorickej domény

Obrázok Obr. 3 popisuje celý postup práce žiaka a rozvíjania jeho schopností konštruovať (s robotickou stavebnicou). Postup práce začína v afektívnej doméne - byť pripravený na činnosť. Z toho dôvodu sme tejto situácii pridelili špeciálny znak v schéme a to elipsu, ktorá reprezentuje vstup do schémy, kde začína každý jeden žiak. Odtiaľ vychádzajú dve vetvy, ktoré smerujú do značky kosodĺžnika, ktorý reprezentuje formu práce žiaka s robotickou stavebnicou. Buď žiak pracuje formou riadenej činnosti (teda pracuje podľa návodu a inštruktáží) alebo môže pracovať formou neriadenej činnosti čo znamená, že žiak pracuje náhodným skladaním (pokus-omyl) alebo vlastnou tvorivou činnosťou s určitým zámerom niečo konkrétne postaviť. Po určení, ako žiak bude pracovať, prichádza samotná činnosť žiaka v psychomotorickej doméne. Jednotlivé činnosti sú značené obdĺžnikom so zaoblenými rohmi. Žiak môže teda manipulovať so súčiastkami, modifikovať už niečo vytvorené, spresňovať svoju činnosť, až môže dôjsť k automatizácii takejto činnosti. Po ukončení jednotlivých vetiev tejto schémy nám bodkované čiary ukazujú smer na to, čo žiak získava po ukončení danej cesty v schéme (zručnosť alebo skúsenosť). Symbol pre tento stav je trojuholník.



Obr. 3: Schéma postupu práce žiaka v psychomotorickej doméne.

V nasledujúcich kapitolách priblížime jednotlivé prechody, tzv. cesty, ktorými môže žiak touto schémou prejsť. Ide akoby o cykly, ktoré sa rýchlo, alebo pomalšie opakujú a v ideálnom stave na seba nadväzujú.

3.1.1 Prvá cesta schémou psychomotorickej domény

Prvá cesta touto navrhnutou schémou začína v momente prípravy k činnosti. Príprava k činnosti je oblasť afektívnej domény, tak sa jej nebudeme bližšie venovať. Prejdeme cez ľavú vetvu do vrcholu *Riadená činnosť*. Ako sme už spomenuli, riadená činnosť znamená, že žiak pracuje podľa návodu a inštrukcií. Ak žiak ide pracovať prvýkrát so stavebnicou a nemá žiadne skúsenosti s prácou a konštruovaním, ide cez vetvu do vrchola, kde bude žiak robiť len mechanickú manipuláciu na základe návodu a inštrukcií. Taktiež v tomto vrchole píšeme, že ide o manipuláciu bez porozumenia. Bez porozumenia je z dôvodu, že žiak nevyužíva žiadne získané informácie, ktoré má šancu získať pri samotnom konštruovaní. Pod pojmom mechanická manipulácia (bez porozumenia) rozumieme, že žiak nemá predstavu, ako skladať súčiastky a postupne sa to učí. Zároveň si uvedomujeme, že pri psychomotorickej doméne ide hlavne o svalovú činnosť a manipuláciu objektom, napriek tomu sa

nám ukazuje, že práve práca s robotickou stavebnicou je tou špecifickou témou, ktorá ju odčleňuje od klasického programovania. Museli sme preto rozdeliť manipuláciu bez porozumenia (bez vplyvu kognitívnej domény), teda tzv. Mechanická manipulácia a na manipuláciu s porozumením (vplyv kognitívnej domény, viem ako mám tieto súčiastky spájať na základe nejakej informácie, ktorú som získal). Túto druhú manipuláciu s porozumením sme nazvali *Cielená manipulácia*.

Pri práci s návodom / inštrukciami a mechanickou manipuláciou, žiak získava neúplnú skúsenosť. Neúplná skúsenosť je najnižšou formou skúsenosti, ktorú žiak určite získa pri konštruovaní podľa návodu a mechanickou manipuláciou s komponentami z robotickej stavebnice.

Žiak pri konštruovaní svojho robota, či už podľa návodu alebo bez neho, musí takéto konštruovanie nakoniec konfrontovať s kognitívnou doménou. Žiak pri konštruovaní získava aj informácie, či poznatky, ktoré hrajú kľúčovú úlohu pri konštruovaní, predovšetkým pri vlastnej tvorivej činnosti konštrukcie robota.

3.1.2 Druhá cesta schémou psychomotorickej domény

Druhá cesta schémou začína v pripravenosti k činnosti, ak pracuje žiak pomocou návodu na konštruovanie robota, tak prechádza do *Riadenej činnosti*. Ak už žiak má informácie o jednotlivých komponentov stavebnice a porozumel ich účelu a spôsobu použitia, prechádza k *Cielenej manipulácií*. Napríklad hľadanie súčiastok mu môže trvať kratšie. Ako sme už spomenuli, ide o inú formu manipulácie oproti mechanickej manipulácii pretože žiak, už rozumie určitým súvislostiam pri konštruovaní robota. Hoci ostáva faktom, že žiak pracuje podľa návodu, taktiež aj rozmýšľa a prípadne si pozrie pár krokov dopredu v návode kam sa chce dostať (k akému želanému výsledku) a konštruuje na základe skúseností a znalostí, ktoré získal, aby sa k tomuto výsledku dostal. To znamená, že žiak modifikuje svojho robota a opäť cielene manipuluje so súčiastkami. Cielená manipulácia s následnou modifikáciou trvajú dovtedy, dokým sa žiak nedostane k želanému výsledku, teda k tomu, čo mal postaviť. Tu musíme zdôrazniť, že žiak sa mal k tomuto výsledku dostať kvôli návodu, nie, že by chcel na základe vlastnej tvorivej činnosti. Modifikáciou a následnou cielenou manipuláciou, žiak *Spresňuje svoju činnosť*, čo je koncom tejto cesty schémy. Výsledkom druhej cesty, ktorú sme predstavili je neúplná zručnosť.

Pre ozrejmenie použitých pojmov, zručnosť chápeme ako schopnosť pri konštruovaní, ktorá je hodnotnejšia oproti skúsenosti. [8] Zručnosť nám hovorí, že žiak už vie pracovať a konštruovať. Skúsenosť hovorí o tom, že žiak pracoval so stavebnicou, ale nemá ešte dostatok znalostí a osobnej praxe o samotnom konštruovaní a potrebuje čas na získanie ďalších skúseností, prípadne pomoc podľa návodu.

3.1.3 Tretia cesta schémou psychomotorickej domény

Tretia cesta nami vytvorenou schémou začína v afektívnej doméne a to v pripravenosti na činnosť. Oproti prvým dvom cestám, ktoré sa zaoberali konštruovaním podľa návodu, tretia cesta uvažuje nad neriadenou činnosťou žiaka pri práci, teda bez konkrétneho návodu na stavanie. Ide skôr o pokus-omyl. Najčastejšie žiak vytvára vlastného robota na základe svojej predstavy alebo zadania, nie však podľa návodu.

Žiak, ktorý ide pracovať s robotickou stavebnicou a ide konštruovať, manipulovať s ňou, prípadne niečo zapájať a zároveň s touto stavebnicou nepracoval, tak vykoná cestu z vrcholu *Neriadená činnosť* do vrcholu *Mechanická manipulácia*. Žiak sa oboznamuje s robotickou stavebnicou sám, bez nejakého postupu konštruovania a má možnosť získať informácie a znalosti. Žiak náhodnými pokusmi sa snaží zapájať dieliky, skúma, až môže dospieť do fázy *modifikovania*. Pod pojmom modifikovanie rozumieme úpravu toho čo žiak zložil, poskladal, zapojil, …, na niečo iné - nové, vylepšené.

Počas tejto vlastnej činnosti žiak získava úplnú skúsenosť. Úplná skúsenosť oproti neúplnej skúsenosti spočíva v tom, že žiak viac rozmýšľa pri konštruovaní, získava informácie, znalosti a pomaly začína zapájať kognitívnu doménu. Úplná skúsenosť je najvyššou skúsenosťou, ktorú žiak môže pri konštruovaní získať. Po získaní úplnej skúsenosti, môže žiak pokračovať ďalej a získavať samotnú zručnosť pri konštruovaní.

3.1.4 Štvrtá cesta schémou psychomotorickej domény

Štvrtá, a posledná cesta, našou schémou bude pokračovať z *Neriadenej činnosti* do *Cielenej manipulácie*. Žiak teda nepostupuje podľa návodu, ide konštruovať svoj vlastný model a vie, na čo jednotlivé súčiastky slúžia, a ako ich použiť. Žiak počas vlastnej tvorivej činnosti, kedy vie čo robí, svoj model *Modifikuje*, opäť manipuluje so súčiastkami, *Spresňuje* svoju činnosť. V tejto časti sa žiak môže cykliť, tak dlho ako len potrebuje. Posledným štádiom je *Automatizácia činnosti*, ktorá

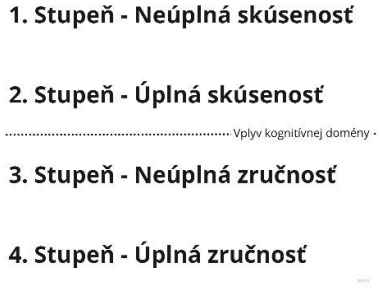
je vrcholom celej práce žiaka pri konštruovaní. Po ukončení tejto cesty v schéme žiak získava Úplnú zručnosť. Úplná zručnosť je najvyššou možnou zručnosťou, ktorú môže žiak získať v rámci nejakej oblasti. Napr. ako má motor otočiť z jedného smeru do iného - otočený o 90 stupňov. Alebo ako má prichytiť motor na spodok modelu lietadielka bez toho, aby sa rozpadol. Ide teda o samostatné zručnosti.

3.2 Vytvorená taxonómia pre psychomotorickú doménu

Vytvorená schéma práce a postupu žiaka v psychomotorickej doméne nám poskytla predstavu toho, čo žiak pri práci postupne získava. Z vytvorenej schémy sme mohli vytvoriť našu prvú taxonómiu pre psychomotorickú doménu v edukačnej robotike.

Najnižším možný výsledkom je pre žiaka **neúplná skúsenosť**. O jedno vyšším stupňom je **úplná skúsenosť**. Akonáhle sa žiak pohybuje v oblasti neúplnej a úplnej skúsenosti vieme, že žiak ešte nepoužíva kognitívnu doménu pri konštruovaní. Možno sa to zdá zvláštne, že sa snažíme vložiť kognitívnu doménu do psychomotorickej domény, my sme však na základe našich dát a ich analýzy zistili, že ak sa chce žiak zdokonaliť pri manipulácii s robotickou stavebnicou musí získať aj určité poznatky a informácie o skladaní, ktoré najprv kognitívne pochopí, a potom podľa toho prispôsobí svoju prácu. Teda vplyvom kognitívnej domény má žiak potenciál zdokonaliť sa v psychomotorickej doméne. Ak teda začne žiak zapájať aj kognitívnu doménu pri manipulácií s robotickou stavebnicou, získava zručnosť. Zručnosť sme taktiež rozdelili na **neúplnú zručnosť** (teda nižšiu) a **úplnú zručnosť**. Úplná zručnosť je najvyšším možným výsledkom, ktorý môže žiak získať.

A práve tieto výsledky ciest zo schémy sa stali naším hlavným zlomovým faktorom medzi jednotlivými stupňami v našej taxonómii psychomotorickej domény pre edukačnú robotiku. Nasledujúca obrázok Obr. 4 je nami vytvorená taxonómia pre psychomotorickú doménu v edukačnej robotike.



Obr. 4: Taxonómia psychomotorickej domény v edukačnej robotike.

Každý z uvedených stupňov (po dosiahnutí) nám dáva bližšiu predstavu o tom, čo žiak zvládne robiť so svojou robotickou stavebnicou. Teda ako konštruovať, skladať, zapájať, skrátene povedané, ako zvládne používať svoju psychomotorickú doménu pri práci s robotickou stavebnicou.

Presun medzi jednotlivými stupňami v našej taxonómii sleduje dve dôležité pravidlá prechodu:

1. Každý žiak začína na skúsenosti. Žiak získať stupeň skúsenosti, podľa zvolenej cesty v schéme.
2. Ak chce žiak získať akýkoľvek stupeň zručnosti musí absolvovať stupeň skúsenosti (akýkoľvek) a zároveň využiť poznatky z kognitívnej domény.

Prvý stupeň taxonómie nám približuje žiaka, ktorý prvýkrát pracuje s robotickou stavebnicou v psychomotorickej doméne a dokáže postaviť ľubovoľný model podľa jasne zadefinovaných inštrukcií a návodov. Žiak na tomto stupni nevytvára žiadnu vlastnú činnosť, nemodifikuje model robota, len mechanicky manipuluje so súčiastkami podľa priloženého návodu. V tomto štádiu si nemusí uvedomiť načo dané súčiastky majú slúžiť a ľahko sa môže pomýliť, napríklad bude stavať model zrkadlovo.

Druhý stupeň taxonómie nám približuje žiaka, ktorý pracuje so stavebnicou prvýkrát alebo už bol v situácií, kedy pracoval s robotickou stavebnicou, avšak nemá dostatok potrebných informácií na prácu s ňou. Žiak získava úplnú skúsenosť v momente, keď nepracuje podľa návodu ale vlastnou neriadenou činnosťou pomocou techniky pokus-omyl. Žiak tým, že používa mechanickú manipuláciu a nepostupuje podľa návodu častokrát modifikuje svoju prácu. Avšak pri modifikácii nepoužíva kognitívny vplyv domény a modifikácia stále funguje na technike pokus-omyl. Žiak po získaní druhého stupňa našej taxonómie (úplná skúsenosť) má najväčší potenciál postupovať ďalej a získať zručnosť, teda postúpiť priamo na štvrtú úroveň našej taxonómie. Žiak taktiež po úspešnom získaní úplnej skúsenosti má

dostatok informácii o manipulácii s robotickou stavebnicou, ktoré začne neskôr používať.

Tretí stupeň taxonómie nám približuje žiaka, ktorý porozumel základným súvislostiam pri práci s robotickou stavebnicou. To znamená, že žiak na tomto stupni manipuluje so stavebnicou tak, že používa aj informácie a poznatky z kognitívnej domény, ktoré sa doteraz naučil a ktorým porozumel. Po absolvovaní tretieho stupňa našej psychomotorickej taxonómie žiak dokáže postupovať a pracovať podľa návodu tak, že nepotrebuje inštrukcie krok za krokom, ale stačí mu ukázať fázy skladania, ku ktorým sa má dostať. Žiak cielenou manipuláciou a modifikáciou toho, čo postavil, sa dokáže dostať k výsledku, ktorý má zadaný. Žiak taktiež na tomto stupni dokáže postaviť model robota podľa obrázku, avšak na tomto stupni nedokáže postaviť vlastného robota na riešenie konkrétneho problému. Počas cielenej manipulácie a modifikácie (ktoré prebiehajú so zámerom, cieľom a porozumením) žiak spresňuje svoju činnosť a zdokonaľuje svoje schopnosti, ktoré vyústia v neúplnú zručnosť.

Štvrtý stupeň taxonómie nám približuje žiaka, ktorý dosiahol vrchol v našej psychomotorickej taxonómii pre edukačnú robotiku. Žiak na tomto poslednom (štvrtom) stupni získava úplnú zručnosť. Úplná zručnosť nám hovorí, že žiak dokáže vytvoriť vlastného robota podľa svojich predstáv a požiadaviek. Ovláda dostatok znalostí a poznatkov, ktoré mu pomáhajú pri tvorení, má skúsenosti, ktoré si pri práci zdokonaľuje (spresňuje) až dospeje k automatizácií činnosti, v konkrétnej oblasti. Napríklad už vôbec nerozmýšľa, ale úplne automaticky vie zapojiť motor k riadiacej jednotke pre LEGO Mindstorms EV3.

Dôležitý vzťah medzi jednotlivými stupňami našej psychomotorickej taxonómie, ktorý sme počas analýzy a skúmania objavili je, že žiak na to, aby získal akúkoľvek zručnosť, musí najprv získať skúsenosť. Žiak, ktorý doteraz nepracoval s robotickou stavebnicou a psychomotorická doména v tejto oblasti nebola doteraz rozvíjaná, vždy začína pri mechanickej manipulácii. Žiak sa musí so stavebnicou oboznámiť a skúsiť si vytvoriť prvý model podľa návodu, prípadne postaviť niečo metódou pokus-omyl. Na konci svojej práce (podľa cesty, ktorou prešiel po nami vytvorenej schéme) získava žiak skúsenosť (neúplnú alebo úplnú).

Akonáhle žiak pri získavaní neúplnej alebo úplnej skúsenosti používa kognitívnu doménu (všetky informácie spracováva, aby mohli vzniknúť neskôr znalosti), má potenciál posunúť sa na vyšší stupeň v našej taxonómií a to na zručnosť (neúplnú alebo úplnú).

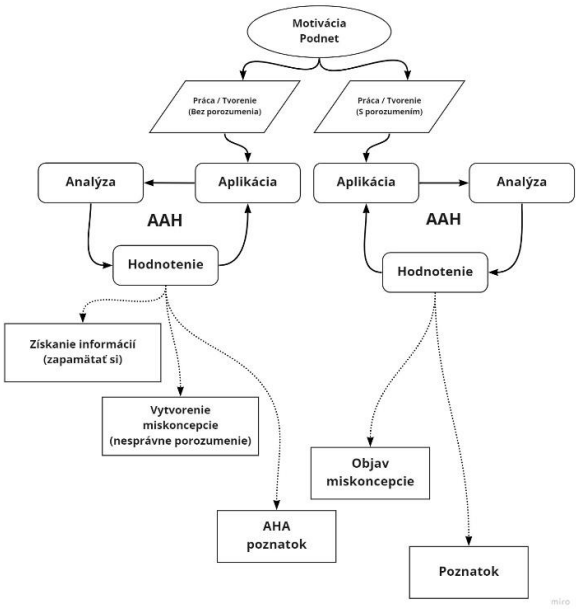
Žiak, ktorý získal akúkoľvek skúsenosť má možnosť dostať sa priamo na akúkoľvek zručnosť (v prípade, že začne používať kognitívnu doménu). Avšak, ak žiak z neúplnej skúsenosti sa chce dostať priamo na úplnú zručnosť nemusí to ísť jednoducho. Žiak sa v takomto prípade zdrží dlhší čas na tomto najvyššom stupni, ak sa naň chce dostať z toho najnižšieho. Ale musíme zdôrazniť, že je to možné! Len to bude vyžadovať dlhší čas. Najrýchlejším spôsobom, ako sa dostať na najvyšší stupeň taxonómie, je prejsť postupne jednotlivými stupňami. Získať najprv neúplnú skúsenosť, potom úplnú skúsenosť, nasleduje neúplná zručnosť až sa napokon dostane k úplnej zručnosti. Tento typ cesty nám vyšiel, ako najrýchlejší prechod našou taxonómiou. Avšak tých prechodov existuje veľké množstvo. Každý prechod taxonómiou by mal byť úspešný, pokiaľ sa dodržia dve spomínané pravidlá prechodu taxonómiou.

4 Kognitívna doména v edukačnej robotike

V tejto kapitole si priblížime vytvorenú schému a taxonómiu pre kognitívnu doménu v edukačnej robotike. Taktiež vysvetlíme jednotlivé cesty, ktorými môže žiak prechádzať po nami vytvorenej schéme a aké rôzne kognitívne operácie je žiak schopný vykonať na jednotlivých úrovniach nami vytvorenej taxonómie. Kognitívnu doménu a celú kognitívnu činnosť žiaka sme zamerali predovšetkým na programovanie robotickej stavebnice.

4.1 Vytvorená schema kognitívnej domény

Schéma, ktorú popisuje obrázok Obr. 5 nám približuje nami vytvorenú schému postupu práce žiaka v kognitívnej oblasti.



Obr. 5: Schéma postupu práce žiaka v kognitívnej doméne edukačnej robotiky.

Celá schéma začína v elipsovitom vrchole, ktorý reprezentuje začiatok cesty (práce) každého žiaka. Ide o samotnú motiváciu pracovať so stavebnicou, či už externú alebo vnútornú. Opäť ide o vplyv afektívnej domény, ktorej sa nebudeme bližšie venovať. Z vrcholu *Motivácia Podnet* máme dve možnosti, ako ďalej môže žiak postupovať touto vytvorenou schémou. Cestu si nevolí žiak sám, ale je pridelená na základe toho, či danej informácii / poznatku porozumel alebo nie. *Porozumenie* pri práci alebo samotnom tvorení reprezentuje kosodĺžnikový symbol vrcholu.

Práve tu chceme zdôrazniť, že či žiak pracuje podľa pracovného listu, podľa vopred zadaných gradovaných úloh alebo si chce vytvoriť svoj vlastný program (jeho tvorivou činnosťou), tak na tom nezáleží. Dôležité je, či žiak porozumel tomu s čím pracuje alebo nie.

Po určení typu práce, či tvorivej činnosti, ktorú bude žiak robiť, nasleduje sled obdĺžnikových symbolov so zaoblenými rohmi. Tieto vrcholy schémy, ktoré sú značené týmto symbolom nám približujú, akú myšlienkovú činnosť žiak vykonáva. Ide o sled vrcholov schémy *Aplikácia*, *Analýza* a *Hodnotenie* Po analýze všetkých našich dát sme totižto zistili, že žiak na to, aby správne porozumel alebo zapamätal si, najprv vykonáva iné typy kognitívnej činnosti a to - *Aplikáciu, Analýzu a Hodnotenie*. Presne v tomto poradí. Nazvali sme tento sled činností (ktorý sa samozrejme môže cyklicky opakovať dovtedy, dokým to potrebuje samotný žiak**)** ***AAH cyklus***. Žiak pri práci s robotickou stavebnicou niečo použije - napríklad konkrétny príkaz v programovacom prostredí. Žiak pri tom nemusí mať vôbec žiadnu predstavu, ako tento príkaz funguje, no môže ho použiť a teda aplikovať. Po aplikovaní príkazu, žiak spustí robota a pozoruje jeho správanie, teda nastáva analýza konkrétnej situácie. Na záver zhodnotí čo sa stalo a vytvorí si prvé myšlienkové predstavy o funkcionalite použitého príkazu na základe reakcií robota. Použitie príkazov v programovaní môže vykonať opätovne aplikovaním, analyzovaním situácie a zhodnotením situácie. Akonáhle cyklus AAH dokončí, môže sa dostať do posledných vrcholov (akoby listov stromu), ktoré reprezentujú výsledok cesty žiaka po schéme. Tieto výsledky sú znázornené obdĺžnikovými symbolmi, do ktorých vedú bodkované čiary.

4.1.1 Prvá cesta schémou kognitívnej domény

Prvá cesta nami vytvorenou schémou, ktorú každý jeden žiak absolvuje, začína vo vrchole *Motivácia Podnet*. Túto cestu absolvuje každý žiak minimálne raz a to pri prvom pracovaní s daným programátorským konceptom alebo s čímkoľvek, kde bude využívať kognitívne činnosti mysle. Ďalej smeruje do vrcholu *Práca / Tvoriť (Bez porozumenia)*. Akonáhle žiak ide použiť napríklad nejaký programátorský koncept (napr. spustenie robota senzorom pohybu) a ešte mu neporozumel ide práve cez tento vrchol. Nasleduje cyklus AAH, ktorý už bol vyššie spomenutý.

To najdôležitejšie pre túto prvú cestu je, že žiak vyústi do vrcholu Získanie informácií (zapamätať si). Akonáhle žiak ide pracovať s novým programátorským konceptom alebo s čímkoľvek, kde potrebuje využívať kognitívne činnosti a zároveň ešte s danou vecou nepracoval, tak prvým finálnym vrcholom do ktorého sa dostane bude práve tento. Žiak získa prvé ucelené informácie, ktoré si zapamätá. Avšak nemusí ešte dôjsť k porozumeniu. V takom prípade, žiak po absolvovaní tejto cesty, ešte nebude môcť postúpiť do pravej časti našej schémy (práca s porozumením).

4.1.2 Druhá cesta schémou kognitívnej domény

Druhá cesta v našej schéme začína a postupuje totožne, ako prvá cesta. Jediný rozdiel medzi prvou a druhou cestou je ten, že v druhej ceste je výsledným vrcholom *Vytvorenie miskoncepcie* (nesprávne, neúplné alebo mylné porozumenie). Napr. žiak zle nastavil citlivosť senzoru a robot sa nepohol. A žiak si začne myslieť, že senzorom pohybu robota nevie rozhýbať.

Vytvorenie miskoncepcie netreba brať, ako niečo nežiadúce. Podstatné je, že žiak časom túto miskoncepciu opraví. Zbavenie sa miskoncepcie je

skutočne možné a bude to popisovať štvrtá cesta, ktorú si priblížime neskôr. Dôležitou vlastnosťou druhej cesty je to, že žiak už porozumel tomu čo robil (síce nesprávne, ale to žiak teraz nevie) a to nám dáva možnosť dostať sa do pravej časti našej schémy.

4.1.3 Tretia cesta schémou kognitívnej domény

Tretia cesta je poslednou cestou, kde žiak pracuje bez porozumenia. Žiak sa môže rovnakými kognitívnymi činnosťami (ako v prvej a druhej ceste) dostať do tretej možnosti a to do vrcholu AHA Poznatok. Tento vrchol nám reprezentuje situáciu, že sa žiakovi pospájali viaceré situácie a prišiel na to, ako niečo funguje.

Informácie, ktoré postupne získaval tak vytvorili poznatok. Porozumenie prichádza často nečakane a preto sa môžeme pritom stretnúť s radostným výkrikom žiaka "aháááá". Práve z toho dôvodu sme tento poznatok pomenovali - "AHA poznatok". Rozdiel od druhej cesty je ten, že v tretej ceste žiak prišiel na skutočný poznatok. Žiak ani učiteľ netušia, či žiak skončil v druhej alebo tretej ceste. To sa zistí až ďalšou prácou a nasledujúcimi cestami, ktoré popíšeme.

4.1.4 Štvrtá cesta schémou kognitívnej domény

Štvrtá cesta nami vytvorenou schémou pre kognitívnu doménu začína vo vrchole *Motivácia Podne*t. Avšak odtiaľto bude putovať na vrchol *Práca / Tvorenie (S porozumením).* Oproti prvý trom cestám, ktoré sme popísali, sa táto štvrtá cesta nesie v znamení práce, ktorej žiak porozumel. Táto časť schémy, ktorá obsahuje štvrtú cestu (a o chvíľu spomenutú aj piatu cestu) bola vytvorená na základe druhej a tretej cesty. Ako sme už vyššie spomenuli žiak, ktorý porozumel tomu čo robil (informácii z ktorej sa vytvoril prvotný poznatok) mohol skončiť v dvoch situáciách. Buď si vytvoril miskoncepciu alebo samotný poznatok. Avšak či si žiak vytvoril miskoncepciu alebo nie, to zistí až pri ďalšej práci.

Žiak môže pracovať s robotickou stavebnicou rôzne dlho, no ak si vytvoril miskoncepciu, mal by prísť do situácie, kedy túto miskoncepciu objaví a zistí, že to, čomu porozumel nebolo úplne správne. Práve toto sa snaží štvrtá cesta vyriešiť.

Žiak počas svojej práce (ktorej rozumie) aplikuje svoje poznatky, analyzuje správanie robota a vyhodnotí situáciu. Napokon (ak mal vytvorenú miskoncepciu) príde do situácie, kedy bude konfrontovať svoj poznatok so situáciou, ktorú analyzuje (správanie robota) a pochopí, že to čomu rozumel, nebolo úplne správne a svoje poznatky "prerobí", čím sa pokúsi odstrániť vzniknutú miskoncepciu. Vyústením štvrtej cesty je práve vrchol *Objav miskoncepcie*.

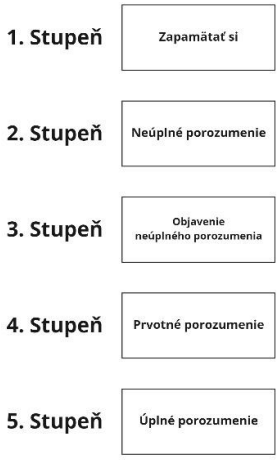
4.1.5 Piata cesta schémou kognitívnej domény

Piata (posledná) cesta našou schémou je totožná so štvrtou cestou až po samotný záver cesty. Žiak, ktorý porozumel tomu, čo robí, pracuje ďalej so svojou robotickou stavebnicou, tvorí nové programy pre robota, aplikuje získané poznatky, pozoruje správanie svojho robota a porovnáva toto správanie so želaným stavom a vyhodnocuje celú situáciu. V AAH cykle môže žiak stráviť skutočne dlhú dobu.

Práve v tomto AAH cykle sa žiak najviac rozvíja a posúva ďalej. Vyústením piatej cesty našej schémy je vrchol *Poznatok*. Tento vrchol je skutočným poznatkom, ktorý žiak získava. Je to najvyšší možný stupeň dosiahnutia svojej práce.

4.2 Vytvorená taxonómia kognitívnej domény

Vytvorená schéma práce a postupu žiaka v kognitívnej doméne nám poskytla predstavu toho, čo žiak pri práci postupne získava. Vytvorili sme tak taxonómiu, ktorá je v súlade s nami vytvorenou schémou postupu činnosti žiaka v kognitívnej doméne. Nasledujúci obrázok nám približuje túto vytvorenú taxonómiu.



Obr. 6: Ukážka časti vytvoreného príbehu.

Najnižším možným výsledkom je pre žiaka stupeň **Zapamätať si**. Možno sa zdá, že naša taxonómia začína zhodne s Bloomovou taxonómiou dôležitým rozdielom je, že na dosiahnutie nášho stupňa (zapamätať si) je potrebné vykonať sériu iných kognitívnych činností (aplikovať, analyzovať, hodnotiť). Žiak potrebuje použiť jednotlivé príkazy

v programovacom prostredí (hoci s nimi ešte nikdy nepracoval), analyzovať správanie robota a hodnotiť celú situáciu. Tieto kognitívne činnosti nasledujú za sebou v jednom cykle (AAH cyklus), ktorý sme už pri schéme spomenuli. Žiak v tomto cykle ostáva, až kým nedosiahne stupeň - zapamätať si. Práve tento AAH cyklus je tým, čo žiak pri práci s robotickou stavebnicou zakaždým absolvuje. Bloomove vyššie kognitívne činnosti (aplikácia, analýza a hodnotenie) sú tak potrebné na to, aby žiak získal nižšie Bloomove kognitívne činnosti (zapamätať si a porozumieť). Akonáhle žiak dosiahne tento prvý stupeň, má možnosť pokračovať ďalej (vyššie) v našej taxonómii.

Žiak ďalšou svojou činnosťou má možnosť z prvého stupňa dosiahnuť buď druhý alebo až štvrtý stupeň. Záleží na tom, či pri svojej práci s robotickou stavebnicou získal miskoncepciu alebo nie.

V prípade, že žiak získal miskoncepciu, dostáva sa na druhý stupeň a to na *Neúplné porozumenie*. Pri miskoncepcii si žiak myslí, že danej veci porozumel správne, no v skutočnosti to tak nie je. Žiak môže ostať v miskoncepcii ľubovoľne dlho, záleží na tom, či neskôr zistí (pri svojej ďalšej práci so stavebnicou), že to, čomu "údajne" rozumel, v skutočnosti tak nefunguje. Akonáhle žiak objaví svoju vytvorenú miskoncepciu, dostáva sa z druhého stupňa na tretí stupeň - *Objavenie neúplného porozumenia*.

Na druhej strane, ak žiak, počas činnosti učenia sa, si nevytvoril miskoncepciu, tak dosiahne stupeň - *Prvotné porozumenie*, ktoré je na štvrtom stupni našej taxonómie. Prvotné porozumenie je správne porozumenie, ale žiak ešte potrebuje získať trošku viac skúseností, aby si toto porozumenie utvrdil.

Posledný piaty stupeň je *Úplné porozumenie*. Porozumenie je najvyšším piatym stupňom našej taxonómie a hovorí nám, že žiak skutočne porozumel tomu čo robí. Napríklad vie, aké parametre môže zadať ako vstup pre senzor pohybu a vie, ako bude pri týchto rôznych vstupoch robot reagovať. Na tento piaty stupeň má žiak možnosť prísť buď zo štvrtého stupňa, kde získal prvotné porozumenie alebo príde z tretieho stupňa, kde objavil svoju vytvorenú miskoncepciu, ktorú napravil. Žiak, ktorý objavil miskoncepciu a zistil, že to čomu porozumel, nie je úplne správne, má potenciál ďalej pracovať a rozvíjať sa, čím dosiahne tento piaty stupeň.

Postup po taxonómii môže byť dvoma spôsobmi:

1. Zapamätať si -> Neúplné porozumenie -> Objavenie neúplného porozumenia -> Porozumenie
2. Zapamätať si -> Prvotné porozumenie -> Úplné porozumenie

Prvý stupeň taxonómie nám popisuje žiaka, ktorý si zapamätal informáciu, na ktorú pri svojej činnosti prišiel (napríklad na čo slúži príkaz pre rozbehnutie motorov robota). Žiak ho dokáže použiť, ale ešte nerozumie dostatočne podstate tejto informácie (podstate tohto príkazu). Z toho dôvodu je to stále len informácia, s ktorou počas svojej činnosti pracuje.

Druhý stupeň taxonómie nám popisuje žiaka, ktorý svojou činnosťou a dostatočným množstvom informácií (ktoré získal) vytvára svoje prvé poznatky. Teda žiak porozumel tomu, čo robí a ako to funguje. Lenže toto porozumenie nemusí byť nutne správne, hoci si to samotný žiak myslí. Ide teda o vytvorenie miskoncepcie u žiaka. Práve preto ide o mylné porozumenie hoci to pre žiaka je aktuálne jeho správnym porozumením. Napríklad, žiak rozumie použitiu príkazu *nastav chod motorov* na zadaný počet sekúnd. Avšak žiak nevie, že tento príkaz nie je vhodné použiť, pretože sila do motorov nezávisle kolíše na základe percentuálneho nabitia batérií robota. A teda robot prejde za 5 sekúnd väčšiu dĺžku keď sú batérie nabité na 90%, ako keď sú nabité len na 60%.

Tretí stupeň taxonómie má za účel odstrániť chyby vytvorené pri druhom stupni. Akonáhle si žiak vytvorí miksoncepciu je potrebné ju odstrániť. Odstránenie miskoncepcie a teda uvedomenie si mylného porozumenia je to, čo žiak získa na treťom stupni taxonómie. Žiak teda napríklad porozumie, že použitie príkazu *nastav chod motorov* na zadaný počet sekúnd nie je vždy najvhodnejší.

Štvrtý stupeň taxonómie nám reprezentuje študenta, ktorý pri svojej práci nezískal miskoncepciu, ale prvotné porozumenie. Na štvrtý stupeň sa dostal priamo z prvého stupňa a žiak na tomto štvrtom stupni porozumel svojej činnosti s robotickou stavebnicou. Avšak toto porozumenie (ktoré je správne) ešte nie je úplne zažité a ustálené a žiak má priestor zlepšiť svoje vedomosti napr.nastavení chodu motorov napr. v kombinácií so silou.

Piaty stupeň taxonómie je najvyšším možný stupňom, ktorý reprezentuje úplné porozumenie. Žiak na tomto stupni dosiahol vrchol svojej kognitívnej činnosti.

Každá práca žiaka môže byť tvorivou činnosťou alebo riadenou činnosťou. Avšak dôležité pri akejkoľvek činnosti je, či žiak porozumel tomu, čo robí. Tvoriť môžem aj bez porozumenia, pričom porozumenie pri tvorení získam. Práve preto je porozumenie v našej taxonómii tým, najdôležitejším, čo môže žiak dosiahnuť.

Aplikovať informácie, analyzovať situáciu (pozorovať čo robot robí alebo porovnávať správanie robota so želaným správaním), hodnotiť situáciu a zároveň reflektovať a porovnávať s už získanými

informáciami a poznatkami, robí žiak neustále pri akejkoľvek činnosti s robotickou stavebnicou. Tieto kognitívne činnosti (aplikácia, analýza a hodnotenie) sú tak esenciálnymi k získaniu porozumenia.

5 Záver

V tejto práci sme sa pokúsili priblížiť problematiku kognitívnej a psychomotorickej taxonómie v edukačnej robotike. Jednotlivé prezentované výsledky boli získané v rámci výskumu našej diplomovej práce. Vytvorili sme schému postupu práce žiaka v psychomotorickej oblasti a aj schému postupu práce žiaka v kognitívnej oblasti. Z jednotlivých schém sme vytvorili dve taxonómie, pre každú doménu zvlášť, aby reflektovali požiadavky edukačnej robotiky.

Počas práce s kognitívnou a psychomotorickou doménou, sa nám mnohokrát ukázala aj afektívna doména, ktorá má zásadný vplyv pri práci s robotickou stavebnicou, a ktorú je potrebné ďalej hlbšie preskúmať.

Schémy a taxonómie vznikli na základe špecificky vybraných a zozbieraných dát. Uvedomujeme si, že výsledky by bolo potrebné otestovať na väčšej skupine ľudí. Taktiež by bolo potrebné získať viac dát pre samotnú analýzu a podstatne viac času na tvorenie, úpravu a testovanie taxonómií. Avšak vzhľadom na pandemickú situáciu, počas ktorej sme realizovali výskum a rozsah diplomovej práce, sme priniesli dostatočne zaujímavé výsledky, s ktorými by sme chceli v budúcnosti pokračovať.

Poďakovanie

Obrovská vďaka patrí mojej školiteľke Karolíne Mikovej, ktorá ma viedla a podporovala pri realizácií tohto výskumu. Taxonómie pre edukačnú robotiku sú neprebádanými oblasťami, ktoré sú na jednej strane ohromne fascinujúce, no na druhej strane neskutočne náročné. Som veľmi rád, že sme sa do tohto výskumu, ako tím, pustili a získali sme tieto užitočné výsledky, ktoré môžu byť hodnotným podkladom pre následnú dizertačnú prácu.

Literatúra

[1] MAYEROVÁ, K., 2015. Miesto edukačnej robotiky v informatickej výchove. Bratislava. Dizertačná práca. Univerzita Komenského, Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Katedra základov a vyučovania informatiky. (online).

[2] KALAŠ, Ivan; MAYEROVÁ, Karolína; VESELOVSKÁ, Michaela. DEVELOPING A LEARNING TAXONOMY FOR EDUCATIONAL ROBOTICS. Journal of Technology and Information Education, 2014, 6.1: 30. ISSN 1803-537X (online).

[3] TUREK, I. Taxonómia cieľov – B. S. Bloom. Didaktika. 2010, Bratislava, Iura Edition, spol. s r.o., s. 52–54. ISBN 978-80-8078-322-8 (print).

[4] FULLER, U. a kol. Developing a computer science-specific learning taxonomy. ACM SIGCSE Bulletin. 2007, Ročník 39, Číslo 4, s. 152–170. ISSN 0097-8418 (online).

[5] CATLIN, Dave, et al. Edurobot taxonomy and Papert's paradigm. Constructionism, 2018, 151-159.

[6] CATLIN, Dave; KANDLHOFER, Martin; HOLMQUIST, Stephanie. EduRobot taxonomy: A provisio nal schema for classifying educational robots. In: *International Conference on Robotics in Education* 2018. 2018.

[7] ŠEĎOVÁ, Klára; ŠVAŘÍČEK, Roman. Jak psát kvalitativně orientované výzkumné studie. Kvalita v kvalitativním výzkumu. *Pedagogická orientace*, 2013, 23.4: 478-510.

[8] ZORMANOVÁ, Lucie. Obecná didaktika. *Havlíčkův Brod: Grada Publishing*, as ISBN, 2014, 978-80.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 183–186
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Roman Petrov

Stratégie riešenia matematických úloh žiakmi v piatom ročníku

Roman Petrov[1]*
Školiteľ: Mária Slavíčková[2†]
[1] Katedra filozofie a dejín filozofie, FIF UK, Gondova 2, 811 02 Bratislava
[2] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Daný článok je priebežným výsledkom pilotnej štúdie uskutočnenej v bakalárskej práci autora. Cieľom štúdie je preskúmať úroveň a hĺbku ovládania heuristických stratégií riešenia matematických úloh študentmi piateho ročníka základnej školy. Okrem toho, štúdia sa zaoberá aj schopnosťami žiakov osvojiť si kognitívne stratégie, učené priamou alebo nepriamou metódou. Pre experimentálne účely boli zvolene stratégie Pokus – overenie – korekcia a Zavedenie pomocného prvku.
Kľúčové slová: stratégie riešenia, heuristické prístupy, inovatívna forma vzdelania.

1 Úvod

Súčasne vyučovanie matematiky ma v svojom fókuse tematické celky. Dana štúdia nemá pred sobou ciel uvažovať nad výhodami a nevýhodami takto nastaveného systému, ale ma ciel preskúmať alternatívny podchod k vyučovaniu matematiky.

Vychádzame s konceptu piatich prepletených zručnosti podľa [Groth, 2017] Tieto zručnosti sú:

- Strategické kompetencie
- Porozumenie konceptu
- Plynulosť počítania
- Adaptívne uvažovanie
- Vytrvalosť

Preklad na slovensky je uvedeny podla [Slávičková, 2020].

Tato štúdia ma na zreteli len jednu s tých zručnosti: strategické kompetencie; a skúma nakoľko študenti piateho ročníka ZŠ ovládajú rôznymi stratégiami a ci sú schopní ich sa naučiť v danom veku.

2 Ovládané stratégie

V septembri a októbri 2021 v rámci písomiek študentom boli predložene dve sady slovných úloh, cieľom ktorých bol monitoring ovládania rôznymi heuristickými stratégiami. Dole sú uvedene zadania úloh aj s výsledkami pozorovaní.

2.1 Prvá sadá úloh

Úloha 1

Peter ma 10 mincí. Niektoré mince majú hodnotu 2 centy, iné majú hodnotu 5 centov. Keď spočítal všetky mince zistil, že spolu ma 32 centy. Koľko mincí každého druhu má?

Úloha 2

Za jeden štvorcový stôl možno usadiť 4 osoby (obrázok a). Ak spojíme 3 stoly spolu, možno za nich usadiť 8 osôb (obrázok b). Koľko ľudí sa možno usadiť za 10 stolov, ak spôsob spájania stolov bude zachovaný?

Obrázok 1; K úlohe 2.

Úloha 3

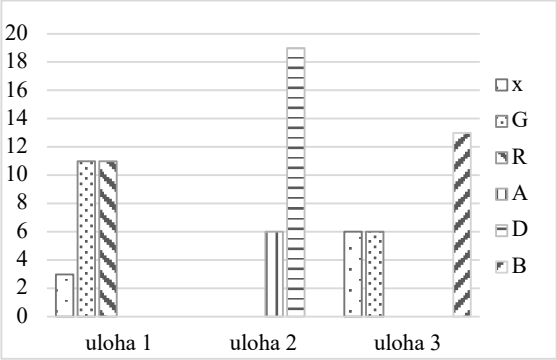
Sara si myslí číslo. Pripočítala k tomu číslu 473. Výsledok násobila 40. Následne odčítala 600 a nakoniec odčítala 18 a dostala 42 ako výsledok. Aké bolo pôvodné číslo?

Výsledky

Ďalej pri analýze spôsoby riešení a použite stratégie boli zakódovane nasledujúcim spôsobom

- G – bola použitá stratégia Pokus – Overenie – Korekcia
- R – redukcia podmienok s nasledujúcim riešením „zjednodušenej“ úlohy
- A – bolo použite Analytické riešenie
- D – bol použitý pomocný nákres
- B – bola použitá stratégia Cesta späť
- x – úloha nebola riešená

* petrov5@uniba.sk
† Maria.Slavickova@fmph.uniba.sk



Obrázok 2: Zhromaždene výsledky študentov.

Bolo zistene, že menej ako polovica (44 %) študentov ovláda stratégiou Pokus – Overenie – Korekcia, pričom 91% z nich použil stratégiu správne. Rovnaký počet ľudí (44 %) použil stratégiu redukcie podmienok.

V druhej úlohe prevažná väčšina (76 %) použila stratégiu Pomocných nákresov a 26 % študentov išli na to analytickým spôsobom a z nich len 13 % dosiahli správneho výsledky.

V tretej úlohe 52 % pracovali stratégiou Cesta späť, ako sme predpokladali , ale len 24% dostali správny výsledok. Taktiež rovnaké podiely študentov (24 %) buď nevyriešili úlohu alebo pokúšali sa odhadnúť výsledok.

2.2 Druha sadá úloh

Úloha 1

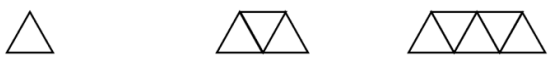
Nájdite najväčšie možné trojciferne číslo o ktorom vieme, že súčin všetkých ho troch číslic je rovný 18.

Úloha 2

Človek prišiel do záhrady so zázračnými jablkami. Von zo záhrady musí prejsť troma bránami, pri každej stojí strážca. Človek si v záhrade nabral niekoľko jabĺk a pokúšal sa vrátiť späť. Prvý strážca mu zobral polovicu jabĺk a ešte jedno jablko. Tak isto urobili aj zvyšní dvaja strážca. Keď človek vyšiel zo záhrady, zostalo jemu len jedno jablko. Koľko jabĺk mal na začiatku?

Úloha 3

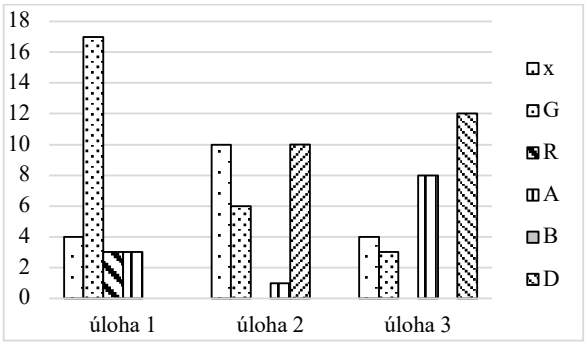
Peter robí útvary zo zápaliek. Na obrázku sú znázornení útvary dĺžky 1, 2 a 3. Každý malý trojuholník je zostrojený z troch zápaliek. Koľko zápaliek on potrebuje na zostrojenie útvaru dĺžky 8?



Obrázok 3. K úlohe 3.

Výsledky

Pri analýze stratégie riešenia boli zakódovaný tým istým spôsobom aj pri prvej sade úloh.



Obrázok 4: Zhromaždene výsledky študentov.

V prvej úlohe 63% študentov použili predpokladanú stratégiu Pokus – Overenie – Korekcia, avšak len 7% žiakov dostali správny výsledok. V niektorých (22%) prípadoch nesprávny výsledok bol dosiahnuť kvôli výmene pojmov „súčin“ a „súčet“ alebo redukcie iných podmienok.

Úloha číslo 2 po analýze bola ohodnotená ako nevhodná kvôli zaťaženým podmienkam v slovnom vyjadrení úlohy. Len 37% žiakov riešili úlohu pomocou stratégie Cesta späť, 26% dopracovali k nesprávnemu výsledku kvôli misinterpretacii: „polovica jabĺk“ – „polovica jablka“. 37% žiakov úlohu ani nezačali riešiť.

Pri riešení tretej úlohy len 30% žiakov použilo riešenie analytickým spôsobom. Väčšina žiakov (44%) používalo jednoduchšiu stratégiu pomocných nákresov.

3 Ovládanie novými stratégiami

Pre experimentálnu časť štúdie boli vybrane stratégie Pokus – Overenie – Korekcia a Zavedenie Pomocného Prvku so zreteľom na vek študentov a preberane tematické celky.

3.1 Pokus– Overenie – Korekcia

Pri pozorovaní bolo zistene že takmer polovica študentov ovláda touto stratégiou. Cieľom danej intervencie bolo zistiť, ci sú študenti schopní sa naučiť používaniu tejto stratégie a formalizovať jej použitie.

V rámci tematického celku „Slovne úlohy“ danou metódou riešili slovne úlohy, ktoré by v vyšších ročníkoch riešili použitím lineárnych rovníc. Celkovo bolo na dvoch hodinách bolo riešene šesť úloh. Nasledovne študentom na písomke boli predložene dve slovne úlohy s cieľom zistiť hĺbku ovládania danou stratégiou.

Úloha 1

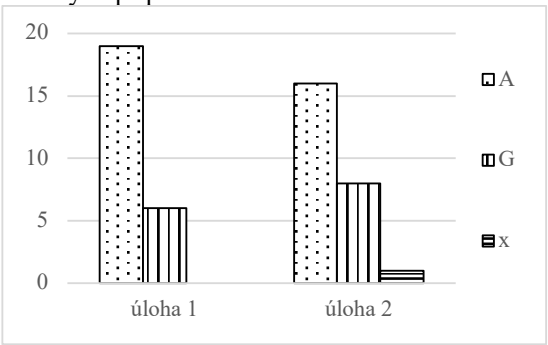
V reštaurácii Kofola a pizza spolu stoja 6 eur. Pizza je drahšia než Kofola o 5 eur. Koľko stoja Kofola a pizza zvlášť?

Úloha 2

Lano dĺžky 37 m rozrezali na dve časti. Jeden kus je o 13 m dlhšia ako druhý. Aká je dĺžka oboch kusov?

Výsledky

Pri analýze stratégie riešenia boli ako aj v predošlých prípadoch.



Obrázok 5: Zhromaždene výsledky študentov.

Hoci študenti boli oboznámení z heuristickou stratégiou, pri riešení úloh ju využila menšina žiakov (24% v prvej a 32% v druhej úlohe). Avšak bolo všimnute že úplne zmizli snahy si „tipnúť“ odpoveď (jedna iterácia v stratégie „Pokus – overenie – Korekcia“). Namiesto jej prichádzajú „naivné“ analytické riešenia (napríklad 6 – 5 = 1 v prvej úlohe). Traja študenti (12 %) boli schopní identifikovať použitú stratégiu (buď ju priamo pomenovať alebo popísať).

Väčšina žiakov (88 %) preukázalo konzistentnosť vo výbere metódy riešenia úloh, teda obidve vyriešili pomocou tej istej stratégie.

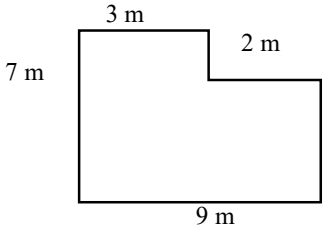
3.2 Zavedenie Pomocného Prvku

Na rozdiel od predošlej stratégie, žiaci neboli oboznámení s danej heuristickou metódou. Teda cieľom intervencie bolo preskúmať, ako dobre môžu ovládať novou stratégiou.

V rámci tematického celku „Obsah obdĺžnika a štvorca“ študentom boli predložený úlohy, v ktorých musel sa nájsť obsah pravouhlých mnohouholníkov. Študenti boli oboznámení aj s postupom podľa stratégie Zavedenie Pomocného Prvku. Ďalej v rámci testovania bolo overene ovládanie touto stratégiou pomocou dole uvedených úloh.

Úloha 1

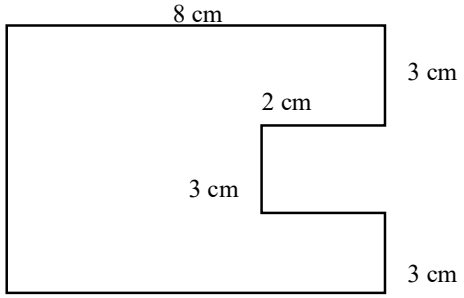
Zistite obsah útvaru



Obrázok 6: K úlohe 1.

Úloha 2

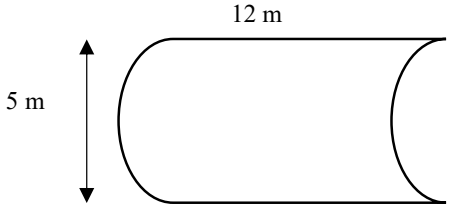
Zistite obsah útvaru



Obrázok 7: K úlohe 2.

Úloha 3

Zistite obsah útvaru

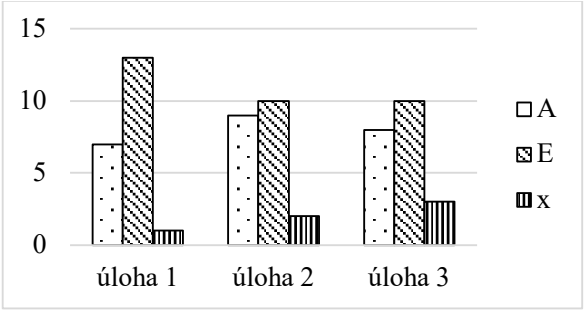


Obrázok 8: K úlohe 3.

Výsledky

Pri analýze stratégie riešenia boli ako aj v predošlých prípadoch s zavedením nového označovania:

- E – bola použitá stratégia Zavedenie Pomocného Prvku.



Obrázok 9: Zhromaždene výsledky študentov.

Takmer dve tretiny študentov (62 %) preukázalo ovládanie stratégiou Zavedenie Pomocného Prvku. 69 % z nich (43 % z celkového poctu) preukázalo konzistentnosť v výbere metódy a riešilo všetky tri úlohy pomocou danej stratégie.

Bolo taktiež prijate rozhodnutie preskúmať možnosť nepriameho naučenia použitia danej stratégie pomocou hlavolamu Tangram. Intervencia v okamih publikácie daného príspevku.

4 Obrázky

Významná časť študentov preukázala ovládanie niektorými heuristickými stratégiami na základnej úrovni.

Intervencia zameraná na zlepšenie ovládania a formalizáciu použitia stratégie Pokus – Overenie – Korekcia, nemala veľký úspech v zmysle poctu použití, ale ak bola použitá, priviedla k správnemu výsledku v 86 % prípadov.

Intervencia zameraná na naučenie stratégie Zavedenie Pomocného Prvku vo výsledku spôsobila ovládanie stratégiou u väčšiny študentov.

Literatúra

[Groth, 2017] Groth, Randall E (2017) Classroom Data Analysis with the Five Strands of Mathematical Proficiency. *The Clearing House: A Journal of Educational Strategies, Issues and Ideas.* 90: 103 – 109

[Slávičková, 2020] Slávičková, Mária. Zistime o žiackych vedomostiach viac. *Dva dni s didaktikou matematiky, zborník príspevkov.* 127 – 132

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 187
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Dominika Valášková

Analýza video dát vyučovacích sekvencií

Dominika Valášková[1]*
Školiteľ: Mária Slavíčková
[1] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

V predkladanom príspevku skúmame mieru zapojenia nových poznatkov do rozpracovaných písomných príprav študentov učiteľstva matematiky. Príspevok vznikol vďaka projektu MaTeK, ktorého súčasťou je aj intervencia zameraná na študentov učiteľstva matematiky. V akademickom roku 2021/22 prebehla pilotná fáza výskumu, na ktorej sa nahrávali 3 vyučovacie hodiny, na ktorých študenti prezentovali svoje prípravy na zadanú tému. Cieľom tohtoročnej fázy bolo odhaliť slabé stránky zvoleného spôsobu intervencie. Aby intervencia plánovaná v budúcom akademickom roku nám poskytla dostatočné informácie v potrebnej forme.

V úvodnej časti príspevku v krátkosti predstavíme participantov a ich úlohy. Výskumnou vzorkou bolo 17 študentov učiteľstva matematiky v kombinácii, prvého ročníka magisterského štúdia na predmete Úvod do didaktiky matematiky, ktorí boli rozdelení do 4 skupín. Každá skupina mala za úlohu spracovať jednu prípravu na vyučovaciu hodinu na rovnakú tému. Ďalej postupne opíšeme priebeh nahrávaných hodín, ktorý zahŕňa mieru pripravenosti študentov na prezentácie svojich písomných príprav na tému Obsah lichobežníka pre 8.ročník ZŠ, ako aj dĺžku jednotlivých diskusií na konci každej z prezentácií. Na krátkych častiach transkriptov ukážeme vybraný spôsob otvoreného kódovania otázok [Elo and Kyngäs, 2008]. Po dlhšom hľadaní kódov pre otázky položené v rámci diskusie sme sa rozhodli pre kategórie, ktoré uvádzame v tabuľke 1.

Tabuľka 1 Kódovanie otázok

	Postup (procedúra učenia)
	Materiál
	Nadväznosť aktivít, blokov
	Náročnosť z pohľadu žiaka
	Argumentácia
	Ciele aktivity, hodiny
	Formality
	Rôzne

Keďže kódovanie nami vytvorených transkriptov prebiehalo ručne, tak farba pri jednotlivých kategóriách slúžila ako pomôcka k prehľadnému kódovaniu otázok.

Rovnako sme sa pozreli aj na mieru zapracovania vybraných otázok do písomných príprav. Zamerali sme sa najmä na otázky zaradené do kategórie argumentácia, pretože tá je nosným prvkom projektu MaTeK.

V závere sme zhrnuli vzťahy medzi troma natáčanými hodinami, čo bolo možné odpozorovať medzi jednotlivými prezentáciami, písomnými prípravami a diskusiami. Jedným zo zistení našej práce je, že dĺžka diskusie sa naprieč nahrávanými hodinami menila. Môžeme povedať, že počas prvej nahrávanej hodiny bola najkratšia a postupne bola dlhšia. Avšak na poslednej hodine bola diskusia síce najdlhšia, ale otázky boli položené najmä členmi intervenčného tímu, keďže sa táto hodina odohrala v online priestore, čo nás donútilo sa zamerať skôr najmä na odpovede študentov ako na otázky samotné. V rámci internej pracovnej skupiny číslo 2 sme spravili porovnania našich zistení, preto môžeme prezentovať prvotné zistenia a tvoriť hypotézy. Výsledky zatiaľ nestihli prejsť finálnou triangulóciou. Keďže sa jedná o kvalitatívny výskum a každá fáza zaberá značné množstvo času a táto časť ešte nie je ukončená. Preto sa finálne výsledky môžu istým spôsobom líšiť od výsledkov predstavených v tomto príspevku. Keďže hlavným cieľom tohtoročnej testovacej fázy v rámci projektu je zistiť kľúčové body a podľa potreby ich zmeniť, schopnosť analyzovania dát a cesta k výsledku je rovnako dôležitá ako výsledky, na základe ktorých sa môžeme intervencia meniť.

Literatúra

[Elo and Kyngäs, 2008] Elo S. and Kyngäs H. (2008). The qualitative content analysis process. *Journal of Advanced Nursing 62 (1)*, pages 107–115. Department of Nursing and Health Administration, University of Oulu, Finland.

* valaskova33@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 188
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Katarína Hrušková

Na počiatku bola výskumná otázka... a čo z nej zostalo na konci?

Katarína Hrušková[1]*
Školiteľ: Mária Slavíčková
[1] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

V príspevku predstavíme živý proces formulácie výskumnej otázky, ktorým si tím dvoch výskumníčiek prechádzal počas svojho prvého výskumu a ako práca na výskume prináša reformu vlastného zmýšľania nad prístupom ku práci s kvalitatívnymi dátami. Spomínaný výskum je súčasťou pilotného testovania v rámci medzinárodného projektu MaTeK, ktorého cieľom je zistiť, ako možno zvýšiť schopnosti budúcich učiteľov v príprave vyučovacích jednotiek s ťažiskom na argumentáciu a dokazovanie.

Výskumný tím MaTeK na Slovensku pozostáva z viacerých pracovných skupín. Naša pracovná skupina, sa venuje pilotáži intervencie, plánovanú na budúci akademický rok. Pilotáž intervencie prebiehala vo forme prípravy podkladov vyučovacej hodiny na tému obsahu lichobežníka, ktorej sa venovalo 17 študentov učiteľstva matematiky rozdelených do štyroch skupín vrámci predmetu Úvod do didaktiky matematiky, na základe vlastnej preferencie bez zmeny zloženia počas trvania intervencie. Našimi primárnymi dátami boli videonahrávky troch vyučovacích hodín, počas ktorých tieto skupiny prezentovali svoje postupne rozširujúce sa prípravy, vždy upravené o pripomienky z predošlej nahrávanej hodiny.

Pôvodné otázky, na ktoré sme mali nájsť odpovede prostredníctvom našich videonahrávok, sú:

- Ako si študenti učiteľstva poradili s obsahom vyučovacích hodín?
- Ako dobre boli vyvážené ich prípravy?
- Ako pracovali so zdrojmi?
- Ako medzi študentmi prebiehala spolupráca?

Naším zámerom bolo pozrieť sa na tieto otázky optikou Akkerovej pavučiny, [Akker 2010], ktorého zložky mali slúžiť ako báza ku pre kódovanie transkriptov týchto videonahrávok. Počas práce s dátami sme si však uvedomili, že na vyššie uvedené otázky nám podstatne hodnotnejšiu odpoveď prinášajú písomné prípravy jednotlivých skupín a ich denníkové záznamy.

Toto zistenie nám otvorilo možnosť nanovo sa zamyslieť nad úžitkom, ktorý možno z videonahrávok prezentovania študentov získať a hľadať v nich odpoveď na otázku, ktorú by sme v žiadnych iných z dát dostupných našej pracovnej skupine nájsť nevedeli.

Naším novým cieľom, sformulovaným na základe dlhodobých diskusií, je pozorovať prirodzený tok diskusie prebiehajúci medzi študentmi počas prezentovania ich príprav. Následne sa zameriavame na kategorizáciu tém otázok, ktoré tvoria ťažisko prebiehajúcich diskusií, vďaka čomu sa snažíme odhaliť na aké aspekty vyučovacích hodín študenti učiteľstva upriamujú svoju pozornosť najviac a ktoré aspekty vyučovacej hodiny nie sú z iniciatívy študentov skloňované počas diskusií ku prípravám takmer vôbec.

Výsledky nášho pozorovania prispejú ku reflektovaniu finálnej prípravy intervencie, ktorej cieľom bude upriamiť študentovu pozornosť na témy, ktoré momentálne na základe našich pozorovaní, vstupujú do procesu prípravy vyučovacej hodiny skôr okrajovo, ale ich posilnenie je základným predpokladom pre rozvoj schopností budúcich učiteľov matematiky pripravovať tieto hodiny tak, aby mal žiak príležitosť rozvinúť svoju schopnosť argumentovať a dokazovať.

Literatúra

[Akker, 2010] Akker, J. (2010) Building bridges: how research may improve curriculum policies and classroom practices. *Beyond Lisbon 2010: perspectives from research and development for education policy in Europe*. Chapter 9. pp 177-195

* hruskova57@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 189
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Katarína Jánošková, Tünde Kiss, Lenka Vráblová

Predstavy budúcich učiteľov matematiky o argumentovaní a dôkazoch v učiteľskej praxi

Katarína Jánošková[1]* Tünde Kiss[2†] Lenka Vráblová[3‡]
Školiteľ: Mária Slavíčková[2‡§]
[1] FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[3] PriF UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Viaceré svetové výskumy ukazujú, že budúci učitelia matematiky nie sú pred nástupom do praxe dostatočne pripravení vo vyučovaní využívať argumentáciu a dôkazy na príslušnej kognitívnej úrovni žiakov [Stylianides and Stylianides, 2009].

Cieľom našej pracovnej skupiny bolo zistiť, aké majú študenti učiteľstva matematiky predstavy, postoje a názory ohľadom argumentácie a dôkazov v kontexte vyučovania matematiky.

Výskumnú vzorku tvorilo 17 študentov prvého ročníka magisterského štúdia učiteľstva matematiky v kombinácii (vrátane konverzného programu). V rámci bakalárskeho štúdia všetci respondenti absolvovali náčuvovú prax a získali matematický základ, no zatiaľ nemali predmety zamerané na didaktiku matematiky. Využili sme metódu pološtruktúrovaného skupinového interview. Interview obsahovalo 4 základné oblasti, ktoré sme rozvinuli do 16 otázok. Študentov sme rozdelili do 4 skupín podľa ich preferencií, každá skupina bola priradená k niektorému zo 4 výskumníkov, ktorý interview uskutočnil, nahral (videonahrávka a zvuková nahrávka) a urobil transkript.

Pre spracovanie a následnú analýzu dát sme používali bežný textový a tabuľkový editor, prípadne rukou písané poznámky na tzv. whiteboard (nepoužili sme žiaden iný softvér). Na analýzu dát sme využívali metódu „open coding" – otvorené kódovanie, ako ho definuje Creswell [Creswell, 2015]. Každý zo štyroch výskumníkov kódoval každú otázku samostatne, kódovania sme si navzájom porovnali, čím sme zabezpečili triangulácia. Po spoločnom porovnaní a prediskutovaní kódov sme vytvorili finálne kódy spoločné pre všetky štyri transkripty. Po ďalšom preskúmaní sme kódy združili do štyroch okruhov záujmu. V tomto príspevku sa zaoberáme iba tretím okruhom: Predstavy budúcich učiteľov o argumentácii, zdôvodňovaní a dôkazoch.

Zistili sme, že postoj respondentov k argumentácii vo vyučovaní matematiky je prevažne kladný. Pri otázke na význam argumentácie v ich vyučovaní matematiky väčšina respondentov vnímala veľký význam argumentácie a ďalej hovorili skôr o konkrétnej implementácii do vyučovacieho procesu. Odpovede sa zaoberali významom argumentácie do života, či dôrazom na primeranosť argumentácie veku. Dôkazy sú respondentmi vnímané tiež ako spôsob zvyšovania dôveryhodnosti tvrdení podaných učiteľom, pričom táto odpoveď sa vyskytla ojedinele, no vo viacerých skupinách.

Potvrdili sa tak naše pozitívne očakávania. Zároveň však treba dodať, že tento názor nezdieľajú všetci, a niektorí majú ťažkosti predstaviť si implementáciu v praxi.

Za obzvlášť zaujímavé považujeme názory respondentov 4. skupiny. Ich odpovede naznačujú zistenia hodné ďalšieho skúmania. Domnievame sa, že študenti, ktorí ako žiaci nezažili na hodinách argumentáciu, môžu mať aj počas vysokoškolského štúdia problémy riadne argumentovať, a tiež nevedia, ako zaradiť argumentáciu do vyučovania matematiky.

Poďakovanie

Naše poďakovanie patrí Michaele Zatrochovej, ktorá nám pomohla s uskutočnením interview, tvorbou transkriptov a kódovaním. Tento príspevok je výsledkom pilotného výskumu v rámci projektu H2020 č. 951822 MaTeK (projectmatek.eu).

Literatúra

[Stylianides and Stylianides, 2009] Stylianides, A. J. and Stylianides, G. J. (2009). Proof constructions and evaluations. *Educational* Studies in Mathematics, 72(2): 237–253.

[Creswell, 2015] Creswell, J. W. (2015). 30 Essential Skills for the Qualitative Researcher. SAGE Publication *inc.*

* janoskova35@uniba.sk
† tunde.kiss@fmph.uniba.sk
‡ vrablova60@uniba.sk
§ maria.slavickova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 190
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Lenka Vráblová

Rozvoj argumentácie v téme podobnosť trojuholníkov v 9. ročníku ZŠ

Lenka Vráblová [1]*
Oskoliteľ Mária Slavíčková[2]†
[1] PriF UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra didaktiky matematiky, fyziky a informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Pre rozvoj argumentačných schopností žiakov je nevyhnutné poskytnúť im dostatok príležitostí do argumentácie sa zapojiť, a to už od základnej školy. Typ myslenia, ktorý žiaci využívajú, určuje, čo sa žiaci naučia [Hilbert et al., 1997].

Cieľom diplomovej práce bolo vytvoriť aktivity podporujúce rozvoj argumentácie žiakov. Učivo tematického celku podobnosť trojuholníkov v 9. ročníku sme spracovali do uceleného materiálu.

Hlavným východiskom pre spracovanie celku nám bol inovovaný Štátny vzdelávací program (iŠVP) pre nižšie sekundárne vzdelanie [Štátny pedagogický ústav, 2014]. Do úvahy sme brali tiež zaujímané ciele, napr. zapísať podobnosť útvarov symbolicky, či rozhodnúť o podobnosti prevrátených útvarov.

Vybrané z vytvorených aktivít sme otestovali v školskom prostredí s cieľom zistiť, či sú vhodné pre žiakov daného ročníku. Z pripravených aktivít sme vybrali Úlohy 1 až 4 pre dvojice, kde žiaci museli rozhodnúť o pravdivosti podaného všeobecného tvrdenia o podobnosti dvoch trojuholníkov. Aktivity boli testované na jednej hodine matematiky (45 min) v triede kvarty gymnázia pre žiakov so všeobecným intelektovým nadaním. Skupina sa skladala zo 14 žiakov, pričom nešlo o skupinu špecializovanú na matematiku. Čiastkovým cieľom bolo získať informáciu o úrovni argumentácie žiakov počas riešenia aktivít.

Žiaci pracovali vo dvojiciach. Každý žiak dostal pracovné listy k úlohám 1 až 4, pričom každý z dvojice pracoval na inej z častí A a B (napr. vždy len A). Po vyriešení jednej časti si vo dvojici navzájom predniesli svoje zdôvodnenia (snažili sa spolusediaceho presvedčiť, vzájomne si kontrolovali správnosť zdôvodnenia). Počas práce žiakov sme vykonali pozorovanie zamerané na priebeh hodiny, prácu žiakov a otázky kladené na učiteľa. Tiež sme sa zamerali bližšie na dve dvojice žiakov a pozorovali ich prácu, komunikáciu a ako v úlohách argumentovali. Približne 5 min pred koncom hodiny žiaci vyplnili dotazník ohľadom ich postojov k aktivitám (zrozumiteľnosť inštrukcií v pracovných listoch, či považujú aktivity za zaujímavé, náročnosť úloh, aj z pohľadu argumentácie). Vyplnené pracovné listy sme zozbierali a vyhodnotili argumentáciu žiakov podľa všeobecných kritérií piatich úrovní argumentácie [Stylianou and Blanton, 2018].

Žiaci považovali aktivity skôr za zaujímavé, než nudné. Inštrukcie v pracovných listoch vnímali žiaci skôr ako jasné, než nezrozumiteľné. Žiaci boli schopní pracovať podľa podaných slovných a písomných inštrukcií. Je však nutné dbať, aby žiaci po vyriešení dvojice úloh svoje riešenia prediskutovali so spolusediacim. Žiaci vnímali, že náročnosť úloh 1 až 4 sa postupne zvyšuje, čo je v súlade s naším zámerom. Viacerí žiaci v pripravených aktivitách využívali valídne argumenty. Niektorí tvorili prepracované deduktívne argumenty. Chyby často vychádzali z nesprávnej interpretácie tvrdenia (napr. zámena pojmov pravouhlý, rovnoramenný, rovnostranný). Z pozorovania a analýzy pracovných listov vyplýva, že iba samotné vyplnené pracovné listy nie je možné využiť na hodnotenie argumentácie žiakov.

Testované aktivity sme vyhodnotili ako vhodné pre použitie na hodinách matematiky v príslušných ročníkoch, pričom je nutné dbať na jasné inštrukcie a ich dodržiavanie. Odporúčame v rámci triedy viesť diskusiu o riešeniach. Bolo by vhodné otestovať aktivity aj na základných školách alebo gymnáziách, ktoré nie sú špecializované na všeobecne intelektovo nadaných žiakov, a tiež preskúmať vhodnosť použitia celého materiálu.

Literatúra

[Hilbert et al., 1997] Hilbert, J., Carpenter, T., Fennema, E., Fuson, K., Wearne, D., Murray, H. and Human, P. (1997). Making Sense: Teaching and Learning Mathematics with Understanding. Portsmouth: Heinemann.

[Stylianou and Blanton, 2018] Stylianou, D. and Blanton, M. (2018). Teaching with Mathematical Argument. Portsmouth: Heinemann.

[Štátny pedagogický ústav, 2014] Štátny pedagogický ústav. (2014). Inovovaný štátny vzdelávací program.

* vrablova60@uniba.sk
† maria.slavickova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 191
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Adam Jakubička

Matematická argumentácia v písomných prípravách vyučovacích hodín študentov učiteľstva matematiky (súčasť projektu MaTeK)

Adam Jakubička[1*]

Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Tento príspevok je súčasťou prezentácie priebežných výsledkov pilotnej fázy medzinárodného projektu MaTeK, v rámci ktorého skúmame možnosti, ako u študentov učiteľstva matematiky rozvíjať schopnosť prípravy vyučovacích jednotiek, s dôrazom na *matematickú argumentáciu a dokazovanie* (ďalej v texte označované skratkou R&P).

V príspevku prezentujeme výsledky analýzy písomných príprav vyučovacích hodín vytvorených študentmi učiteľstva matematiky (1. ročník, magisterské štúdium) na FMFI UK v rámci predmetu Úvod do didaktiky matematiky. Časť tohoto predmetu, v rámci projektu označená ako *intervencia*, bola pre potreby projektu oproti bežnej náplni výnimočne venovaná tvorbe vyučovacích hodín a téme R&P.

17 študentov (účastníkov výskumu), rozdelených do štyroch skupín, plnilo v rámci tejto intervencie skupinové zadanie - ich úlohou bolo 1) navrhnúť vyučovaciu hodinu na tému *obsah lichobežníka*, 2) prezentovať svoj návrh na ďalšej intervenčnej hodine a 3) na základe nasledujúcej diskusie, spätnej väzby a výkladu o tvorbe vyučovacích hodín svoj návrh prepracovať. Tento cyklus sa viackrát zopakoval a každá skupina tak celkovo vytvorila jednu počiatočnú písomnú prípravu vyučovacej hodiny a v priebehu nasledujúcich cyklov postupne ďalšie 4 verzie.

Analýzou písomných príprav sme hľadali odpovede na viaceré výskumné otázky nášho projektu, no v tomto príspevku sa sústredíme iba na jednu, zásadnú otázku - *Ako študenti do písomnej prípravy zapracovali R&P?* Zodpovedanie tejto otázky nám pomôže ohodnotiť efektivitu intervencie a navrhnúť, ako sa môže intervencia v hlavnej fáze projektu zmeniť, aby lepšie naplnila svoje ciele.

Z metodologického hľadiska sa jednalo o obsahovú analýzu kvalitatívnych dát, ktorá spočívala v *počiatočnom kódovaní* [Saldaña, 2016] písomných príprav vyučovacích hodín vzhľadom na 1) zaradenie R&P do počiatočných verzií prípravy a 2) vývoj príprav v priebehu intervencie. Pri určovaní typu R&P v prípravách sme vychádzali z teoretického rámca *Ways of reasoning* pozostávajúceho zo šiestich rôznych spôsobov matematickej argumentácie, ktorý vzniká v rámci nášho projektu.

Zistili sme, že všetky štyri skupiny študentov sa rozhodli namiesto oznámenia vzorca a jeho bezprostredného precvičovania predovšetkým odvodiť jeho platnosť. Vychádzali z obrázku všeobecného lichobežníka a výpočet jeho obsahu previedli na výpočet obsahu jednoduchších útvarov (trojuholníka, obdĺžnika alebo rovnobežníka), teda z hľadiska typu R&P sa jedná o *dedukciu s využitím generického prípadu* a *odôvodňovanie obrázkom*. Dve skupiny navyše navrhli tieto tvary aj ručne strihať a premiestňovať.

Medzi najvýraznejšie podobnosti medzi skupinami patrilo, že 1) skupiny sa pri prepracovaní príprav venovali vo veľkej miere formálnym alebo organizačným aspektom a veľmi málo téme R&P, 2) v počiatočných verziách príprav nebola takmer vôbec venovaná pozornosť tomu, či je výsledný vzorec resp. postup platný pre všetky rôzne lichobežníky a 3) v prípravách sa len veľmi málo explicitne očakávala matematická argumentácia od žiakov.

Rozdiely medzi skupinami spočívali najmä vo 1) voľbe konkrétnych aktivít, z ktorých pozostávala vyučovacia hodina, v 2) úspešnosti zapracovania odôvodnenia všeobecnej platnosti vzorca do príprav (na podnet vyučujúcej) a v 3) pomere výkladu ku aktívnej žiackej činnosti na hodine.

Z výsledkov sme následne vyvodili odporúčania pre redizajn intervencie týkajúce sa najmä užšieho zamerania na tému R&P v porovnaní s ostatnými aspektami dizajnu vyučovacích jednotiek.

Príspevok vznikol za podpory projektu H2020 číslo 951822, Enhancement of research excellence in mathematics teacher knowledge (MaTeK), www.projectmatek.eu.

Literatúra

[Saldaña, 2016] Saldaña, J. (2016). *The Coding Manual for Qualitative Researchers. Third ed.* SAGE Publications. s. 115. ISBN: 978-1-4739-0248-0.

*adam.jakubicka@fmph.uniba.sk

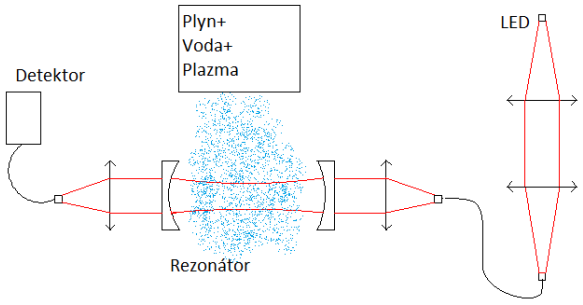
Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 192
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Filip Pastierovič

Použitie optických rezonátorov na rozhraniach kvapalina-vzduch-plazma

Filip Pastierovič[1*] Peter Čermák[1†‡]

Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

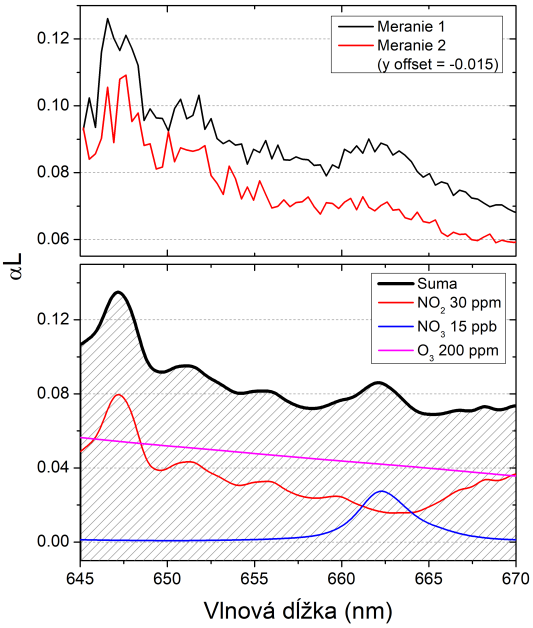
V našej práci sme sa skúmali použitie metódy optickej absorpčnej spektroskopie využívajúcej optický rezonátor pri štúdiu procesov na rozhraniach vzduch-kvapalina-plazma. Cieľom práce bolo vysporiadať sa s efektom rozptylu, spôsobeným lomom svetla na rozhraniach, ktorý má za následok deštrukciu pozitívnej interferencie a z toho vyplývajúci kolaps transmisie rezonátora. Za týmto účelom sme skúmali použitie nekoherentného žiarenia ako zdroja svetla (tzv. IBB-CEAS technika [Triki et al., 2008]). Schéma experimentu je na obrázku Obr. 1.



Obr. 1: Schematické zobrazenie aparatúry

Ako zdroj žiarenia sme použili LED-ku s maximom intenzity okolo 664 nm (ThorLabs M660L4) zaostrenú do optického vláka s priemerom 1mm. Výstup z vlákna bol injektovaný do optického rezonátora tvoreného dvoma vysoko-odrazivými zrkadlami (R∼99.98% 650 nm). Na výstupe bolo svetlo z rezonátora zaostrené do optického vlákna s hrúbkou 200 μm, ktoré bolo pripojené ku spektrometru (OceanOptics SD2000). Ako zdroj plazmy sme použili komerčný plazmový zdroj (ROPLASS RPS30), ktorý bol umiestnený kolmo na rezonátor.

Obr. 2 zobrazuje αL signál pre dve testovacie merania. Ako nosné médium sme použili laboratórny vzduch vháňaný do generátora kompresorom. Merania sa líšia prietokom, keď v prvom prípade bol 6l/min. a druhom prípade 8l/min. Nami namerané výsledky sme porovnávali s teoretickou αL krivkou,



Obr. 2: Grafické zobrazenie nameraných dát αL pri testovaní zariadenia s plazmou pre 2 rôzne prietoky a teoretické závislosť. Krivka Meranie 2 bola posunutá nižšie z dôvodu lepšej prehľadnosti na grafe.

ktorú sme získali použijúc závislosti obrazivosť zrkadiel a absorpcie molekúl O_3, NO_3 a NO_2 od vlnovej dĺžky. NO_2 má charakteristické lokálne maximum okolo 647 nm a NO_3 okolo 662 nm, ktorá zároveň nemôže byť spôsobená O_3 alebo NO_2. Toto lokálne maximum je však viditeľné len pri dátach z prvého merania. Zistili sme, že pri použití plazmovej pištole a vzduchu sa tvorí radikál NO_3 a vieme ho s použitím našej aparatúry zachytiť. Ukázalo sa, že nižší prietok je efektívnejší. Ďalej budú nasledovať experimenty s hustejšou plazmou a vodným aerosólom.

Literatúra

[Triki et al., 2008] Triki, M., Cermak, P., Méjean, G., and Romanini, D. (2008). Cavity-enhanced absorption spectroscopy with a red led source for nox trace analysis. *Applied Physics B*, 91(1):195–201.

*pastierovic2@uniba.sk
†peter.cermak@fmph.uniba.sk
‡Školiteľ

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 193
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jairo Christopher Peralta Ayala, Alicia Marin Roldan, Victor Contreras, Pavel Veis

LIBS in acoustically levitated droplets: an alternative method for trace-detection limits in liquids

Jairo C. Peralta[1]* Alicia Marín Roldán[1§] Victor Contreras[2] Pavel Veis[1]
[1] FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] ICF UNAM, Chamilpa, 62609 Cuernavaca, Mexico

Keywords: LIBS, water monitoring, water pollution, acoustic levitation

1 Water monitoring

Water is involved in a wide variety of human processes and industries, such as cleaning systems, cooling systems, agriculture, direct consumptions and many others. The quantitative analysis of the chemical composition of water is essential for its correct use or treatment, towards environmental safety, public health, a controlled purification, and the adequate reuse of wastewater, among other processes in the industry.

2 LIBS

Laser-Induced Breakdown Spectroscopy (LIBS) is a technique that provides qualitative and quantitative information about the atomic chemical composition of a sample, through the spectral analysis of the radiation emission from a laser-induced plasma. LIBS is a contactless fast technique with which is possible to perform real-time and in-situ analysis, and can be applied to any kind of samples, whether they are solids, liquids, gels, gases, while requiring minimal or no sample preparation. These advantages make LIBS one of the most useful and powerful elementary analysis tools, and one of the most appealing alternatives for multi-elemental analysis where rapid information is required.

2.1 LIBS in liquids

However, despite its great advantages for on-line applications, its direct use on liquids samples presents experimental difficulties (such as the generation of cavitation bubbles, liquid splashing or ripples on the liquid surface), limiting the technique sensitivity. Nevertheless, it has been shown that most of these difficulties can be minimized by analyzing isolated droplets [M. Hidalgo, et al., 2015].

3 Acoustic Levitation

The acoustic levitation of droplets from a sample leads to their partial drying, which allows a pre-concentration of the impurities in a controlled manner, which permits a LIBS analysis without the before mentioned drawbacks. LIBS-assisted by acoustic levitation (LIBS-Lev) has been proved to be an useful tool in the detection of heavy metals in water, on the order of 0.1 ppm [Contreras et al., 1992], [Jairo C. Peralta, 2021].

This technique will be employed to analyse and classify beverages for human consumption; and it could be also used to measure the pollution levels and minerals concentration in water from places of interest in Slovakia.

Acknowledgements

The experimental research of this project is supported by the VEGA (1/0803/21, 2/0144/21) and SRDA (APVV-16-0612, APVV-20-0111) projects.

References

[M. Hidalgo, et al., 2015] M. Hidalgo, et al. (2015) Hyphenation of single-drop microextraction with laser-induced breakdown spectrometry for trace analysis in liquid samples: a viability study. *Analytical Methods*, 7, 877.

[Contreras et al., 1992] Victor Contreras, Ricardo Valencia, Jairo C. Peralta, H. Sobral, M. A. Meneses-Nava, and Horacio Martinez, (2018), "Chemical elemental analysis of single acoustic-levitated water droplets by laser-induced breakdown spectroscopy," *Opt. Lett.* 43, 2260-2263.

[Jairo C. Peralta, 2021] Jairo C. Peralta, (2021) “LIBS en líquidos acústicamente levitados: Optimización de parámetros experimentales”. MSc Thesis. UAEM, Mexico.

* Jairo.peralta@fmph.uniba.sk
§ Alicia.marinroldan@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 194
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Dorota Porubská

Fluorescencia neutrálnych fragmentov acetónu

Dorota Porubská[1]*
Školiteľ: Barbora Stachová[1†‡]
[1]Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Acetón je astrofyzikálne relevatná molekula - vyskytuje sa v interstelárnom priestore [Combes et al., 1987] alebo na kométach [Altwegg et al., 2019].

Emisná spektroskopia je často využívanou analytickou metódou v astrofyzike, ktorou možno identifikovať zlúčeniny a študovať procesy v medzihviezdnom priestore. Pre takúto analýzu je nevyhnutná databáza referenčných dát získaných pri dobre definovaných laboratórnych podmienkach. Štúdium elektrónmi indukovaných procesov umožňuje vytvoriť takúto databázu, a preto je esenciálne pre astrofyzikálny výskum.

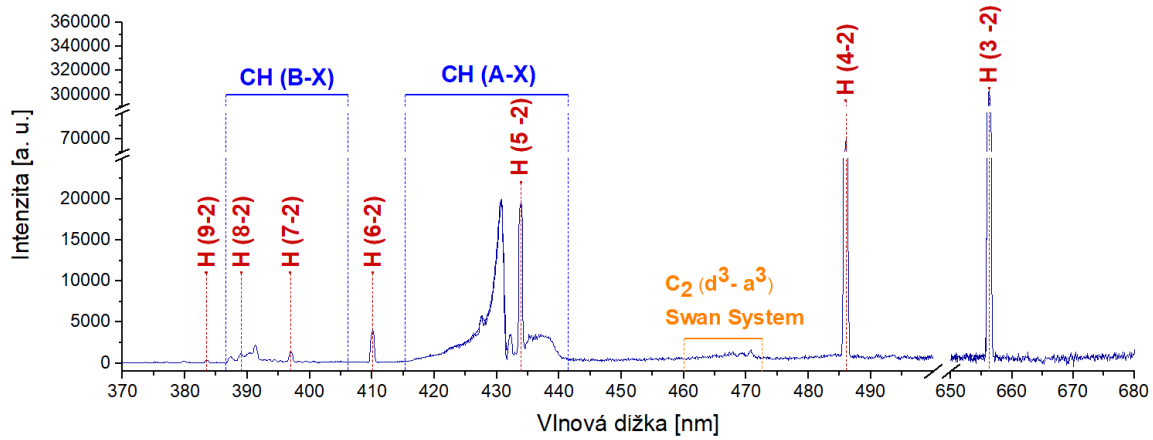
Experiment sme realizovali metódou skrížených zväzkov. Molekulový lúč bol generovaný efuzívnou kapilárou. Elektrónový lúč bol generovaný trochoidálnym elektrónovým monochromátorom (TEM) s energetickým rozlíšením 400 meV. Vďaka TEM do reakcie vstupovali elektróny s dobre definovanou energiou. Počas merania bol udržiavaný dostatočne nízky tlak plynu, aby v reakčnej komore prebiehali iba binárne zrážky elektrónov s molekulami. Pri elektrón-molekulových zrážkach dochádza aj ku vzniku excitovaných častíc. Pri ich deexcitácii dochádza k emisii elektromagnetického žiarenia vo forme fotónov, ktoré boli detegované pomocou CCD kamery. Detailnejší popis experimentálnej aparatúry je uvedený v predošlej publikácii [Danko et al., 2013].

Emisné spektrum acetónu bolo merané pri energii elektrónov 50 eV v rozsahu vlnových dĺžok od 285 nm do 955 nm. Namerané spektrum je znázornené na Obr. 1. V rozsahoch vlnových dĺžok 500 nm – 650 nm, 700 nm – 955 nm neboli detegované žiadne excitačné prechody. V spektre sme identifikovali spektrálne čiary Balmerovej série vodíka. V rozsahu od 460 nm do 473 nm bol identifikovaný Swan systém molekuly C_2 (d^3-a^3). Taktiež boli identifikované emisné pásy neutrálneho fragmentu CH v nasledujúcich rozsahoch vlnových dĺžok CH (A-X) od 415 nm po 442 nm, CH (B-X) od 386 nm po 407 nm, CH (C-X) od 305 nm po 323 nm. Pre vybrané prechody sme tiež určili relatívne emisné účinné prierezy.

[Combes et al., 1987] Combes, F., Gerin, M., Wootten, A., Wlodarczak, G., Clausset, F., & Encrenaz, P. J. (1987). Acetone in interstellar space. *Astronomy and Astophysics* 180, L13.

[Altwegg et al., 2019] Altwegg, K., Balsiger, H., Fuselier, Stephen, A. (2019). Cometary Chemistry and the Origin of Icy Solar System Bodies: The View After Rosetta. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 57(1).

[Danko et al., 2013] Danko, M., Orszagh, J. et al. Electron impact excitation of methane: determination of appearance energies for dissociation products. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics* 46 (2013) 045203.



Obr. 1: Emisné spektrum acetónu indukované nárazmi elektrónov s energiou 50 eV.

* porubska45@uniba.sk
† barbora.stachova@fmph.uniba.sk
‡ Školiteľ

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 195
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Pavitra Ganapati Bhat, Matej Veis, Alicia Marin Roldan

Determination of Plasma Characteristics for Mica in Argon gas flow using Calibration Free Laser-Induced Breakdown Spectroscopy

P.G. Bhat[1]*, M. Veis[1,2]†, A. Marin Roldan[1]‡, P. Veis[1]§¶

[1] Dept. of Experimental Physics, FMFI, Comenius Univ., Mlynská dol. F2, 842 48, Bratislava, Slovakia
[2] Dept. of Inorganic Chemistry, FNS, Comenius Univ., Ilkovičova 6, Bratislava 842 15, Slovakia

Abstract: *Keywords:* LaTeXCF-LIBS, Mica, Plasma Characteristics

Laser-Induced Breakdown Spectroscopy (LIBS) is a versatile technique that is being used for hasslefree and in-situ determination of elemental constituents. In the present study, mica samples are being analyzed under argon gas flow ambient for better emission signals [Fabre, 2020]. To circumvent the need for similar matrix-matched samples with known concentrations, CF-LIBS was employed. The data was collected for 8 spots for mica samples. 50 spectra were accumulated for each spot to increase the signalto- noise ratio. The measurements were carried out using a Nd-YAG ns laser operating at 532 nm. A broadband echelle type spectrometer (ME5000, Andor) equipped with an ICCD camera (iStar DH743, Andor) was used for the detection. We choose the following gate delay(ns)/gate width(ns) = 300/60, 500/100, 750/150, 1000/200, 1500/300, 3000/600.

To determine the partition function, the coefficients listed in paper by A.W. Irwin was used [Irwin, 1981]. To determine the electron temperature and density, the Boltzmann plot and Stark broadening of the Hα line are being used, respectively [3]. The conditions for optically thin plasma and local thermodynamic equilibrium have been checked for the appropriate application of the CF-LIBS technique [A. Ciucci and Tognoni, 1999]. The concentrations of various elements are determined, and the results are explained in the present work.

Acknowledgments

The authors would like to acknowledge V. Dwivedi and S. Atikukke for their valuable suggestions and guidance.

*pavitra.bhat@fmph.uniba.sk
†matej.veis@uniba.sk
‡alicia.marinroldan@fmph.uniba.sk
§pavel.veis@fmph.uniba.sk
¶Supervisor

References

[A. Ciucci and Tognoni, 1999] A. Ciucci, M. Corsi, V. P. S. R. A. S. and Tognoni, E. (1999). New procedure for quantitative elemental analysis by laser-induced plasma spectroscopy.

[Fabre, 2020] Fabre, C. (2020). Advances in laser-induced breakdown spectroscopy analysis for geology: A critical review. *Spectrochimica Acta - Part B Atomic Spectroscopy, Elsevier B.V.*, 166.

[Irwin, 1981] Irwin, A. W. (1981). Polynomial partition function approximations of 344 atomic and molecular species.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 196
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Shweta Soni, Pavel Veis

Comparative Performance Study of Different Echelle Spectrometers for LIBS Applications

Shweta Soni[1*] Pavel Veis[1 †]

Comenius University, FMPH, Mlynska dolina F2, 842 48 Bratislava, Slovakia

Spectrometers provide spectral information about the elemental composition of a target which is very important for various fields of scientific research and industries such as space exploration, pharmaceutical analysis, gas analysis and in characterization of different kind of proteins. Optical Emission Spectroscopy (OES) continually requires large bandwidth, better resolution, and high resolving power. However conventional Czerny-Turner spectrometers provides low bandwidth and lower resolution and to capture a full set of necessary data, many Czerny-Turner spectrometers are required, which increases the complexity of the setup [Shafer and Droppleman, 1964]. While Echelle spectrometers fulfills the forementioned qualities which makes it best solution for such applications.

Laser-induced breakdown spectroscopy (LIBS), a form of OES, has been established as a reliable analytical tool for elemental analysis having characteristics such as rapid, contactless, flexible, portable and no/minimum sample preparation over other conventional methods [Pasquini and Gonzaga, 2007, Veis and Krišto, 2018]. In this work the emission spectra of different calibration lamps viz. HgAr lamp, ThAr lamp and Na lamp has been collected through Mechelle spectrometer ($\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = 5000$, Andor) combined with iCCD camera (iStar, Andor) and eshel spectrometer ($\frac{\lambda}{\Delta\Lambda} = 10000$, Shelyak) combined with CCD camera (460ex, Atik) simultaneously in optimized and identical parameters. We have compared the spectra recorded by the Mechelle spectrometer and iCCD combination with the spectra obtained by the high resolution eshel spectrometer equipped with CCD to notify the possible increment in S/N ratio and its ability to resolve the overlapping spectral lines for further LIBS applications.

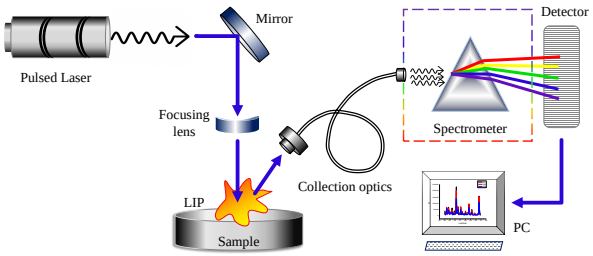


Figure 1: Schematic of experimental setup for LIBS.

References

[Pasquini and Gonzaga, 2007] Pasquini, Celio, J. C.-L. S. and Gonzaga, F. B. (2007). Laser induced breakdown spectroscopy. *Journal of the Brazilian Chemical Society*, 18:463–512.

[Shafer and Droppleman, 1964] Shafer, Arthur B., L. R. M. and Droppleman, L. (1964). Optimization of the czerny–turner spectrometer. *JOSA*, 54:879–887.

[Veis and Krišto, 2018] Veis, Pavel, A. M.-R. and Krišto, J. (2018). Simultaneous vacuum uv and broadband uv–nir plasma spectroscopy to improve the libs analysis of light elements. *Plasma Sources Science and Technology*, 27:095001.

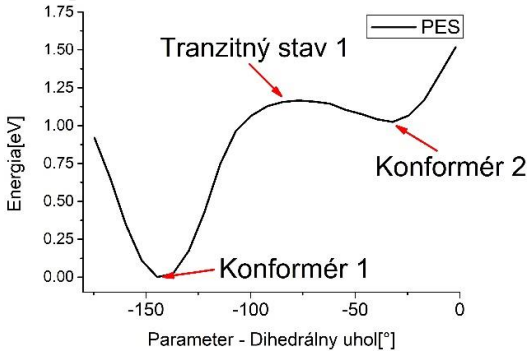
*shweta.soni@fmph.uniba.sk
†Supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 197
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Daniel Pokorný

Ftaláty – stanovenie tranzitných stavov a aktivačných energií pokročilými metódami kvantovej chémie

Daniel Pokorný[1]* Peter Papp[1‡§]
Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK v Bratislave, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Ftaláty – estery kyseliny ftalovej, sú skupina zlúčenín, ktorá je široko používaná vo výrobnom priemysle, stavebných materiáloch, kozmetike, farbách, hračkách atď. Používajú sa najmä ako plastifikátory na zvýšenie ohybnosti či životnosti plastov a pod. Mnohé z ftalátov sú avšak vo vyšších koncentráciách považované za zdraviu škodlivé alebo environmentálne nebezpečné.



Obr. 1: Tranzitný stav na časti povrchu potenciálnej energie (PES) molekuly dietylftalát

Na prípadnú detekciu či ich rozklad je potrebná znalosť ich vlastností, predovšetkým geometrických štruktúr, ich reaktivita a s ňou súvisiace aktivačné energie rôznych reakcií. V minulosti sme venovali pozornosť teoretickému popisu reaktivity skupiny ftalátov s iónmi H_3O^+ [Moravský, 2021] práve za účelom ich detekcie pomocou iónovej pohyblivostnej spektrometrie (IMS). Väčšina molekúl má však viacero geometrií, v ktorých sa môže nachádzať v prirodzenom stave. Tieto geometrie sa nazývajú konforméry a sú to lokálne minimá na N-rozmernom povrchu potenciálnej energie molekuly (potential energy surface - PES), kde N predstavuje počet rôznych väzbových dĺžok a uhlov medzi jednotlivými atómami molekuly. Štruktúry, ktoré oddeľujú konforméry nazývame tranzitné stavy (TS) a sú to lokálne maximá na PES. Z ich energií vieme určiť aké energetické bariéry molekula prekoná pri prechode medzi lokálnymi minimami na PES, teda medzi rôznymi konformérmi. Tieto prechody nastávajú prirodzene, pokiaľ je bariéra medzi dvoma konformérmi dostatočne nízka, excitáciou vibračných či rotačných hladín danej zlúčeniny. Znalosť takýchto údajov z teoretických výpočtov napomáha k pochopeniu reaktivity rôznych ftalátov a ich konformérov pri ich detekcii či degradácii pomocou IMS.

Na výpočty používame programový balík GAUSSIAN 16 [Gaussian 16, 2019], pomocou ktorého hľadáme riešenia Schrödingerovej rovnice (SchR) pre energie a geometrie základného stavu, rôznych konformérov a k nim prislúchajúcich TS. Pre Hamiltonián v SchR je navrhnutých veľa metód, pomocou ktorých vieme riešiť rôzne veľké molekuly. Taktiež je potrebné zvoliť aj správny výpočtovú bázu, lineárna kombinácia atómových orbitálov, ktorá má taktiež významný vplyv na presnosť a výpočtový čas.

Ftaláty predstavujú výpočtovo náročnejší problém, preto sme na výpočet jednotlivých PES a TS zvolili DFT prístup. Pomocou B3LYP s rôznymi bázami sme optimalizovali jednotlivé TS, na ich odhad sme použili aj metódy QST2 a QST3. Identifikované geometrie sme potom preoptimalizovali pomocou ωB97X-D funcionálu a porovnali s poruchovou teóriou druhého rádu MP2, prípadne s CCSD(T). Z daných výpočtov sme stanovili metódu MP2/6-311+G(2d,p) ako najlepší prístup k počítaniu ďalších TS.

Literatúra

[Gaussian 16, 2019] Frisch, M. J. et al. (2019), Gaussian 16, Revision C.01, Gaussian, Inc., Wallingford CT.

[Moravský, 2021] Moravský, L. et al., Rapid Commun Mass Spectrom. (2021), 35 (17), e9145

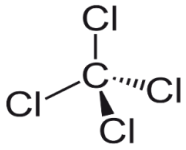
* pokorny26@uniba.sk
‡ Peter.Papp@fmph.uniba.sk
§ Školiteľ

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 198
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Anna Khylenko

Štúdium interakcie nízkoenergetických elektrónov s molekulami a klastrami tetrachlórmetánu

Anna Khylenko[1*] Dušan Mészáros[1‡§]
[1] Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK v Bratislave, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Výskum sa zaoberá interakciou elektrónov s molekulami a klastrami tetrachlórmetánu (CCl_4). Molekula hrá dôležitú rolu vo veľkom množstve priemyselných procesov, zároveň je využívaná v rôznych experimentoch ako kalibračný plyn. V tejto práci sa zaoberáme tvorbou záporných iónov tejto molekuly.



Obrázok 1 Schéma molekuly CCl_4

Záporné ióny vznikajú záchytom elektrónu na molekulu alebo jej klaster, pričom ide o rezonančný proces a teda kinetická energia elektrónu musí odpovedať väzobnej energii elektrónu v atóme či molekule. Ak pri zrážke s molekulou/klastrom energia elektrónu zodpovedá tomuto predpokladu, vytvorí sa záporný ión. Energiu potrebnú na tvorbu iónov určíme buď pomocou experimentálnych meraní alebo elementárnych výpočtov pomocou metód kvantovej chémie.

Stabilita iónu závisí od tvaru a polohy Morseho potenciálu, ale hlavne schopnosti molekuly viazať elektrón – elektrónovej afinity (EA). Preto je možné pozorovať fragment Cl^- z CCl_4 pri 0 eV [Scheunemann, 1980, Kumar, 2018]. Záchyt elektrónu na CCl_4 prebieha pri 0 eV a disociatívny záchyt na Cl^- je tým dostupný. Potvrdzuje to aj vypočítaná prahová energia $E_{TH}(Cl^-)$ = -0,6 eV z väzbovej energie BDE(C-Cl) = 3,12 eV a elektrónovej afinity chlóru EA(Cl) = 3,72 eV podľa:

$$E_{TH}(Cl^-) = BDE(Cl_3C - Cl) - EA(Cl)$$

Podobný predpoklad platí aj pre ostatné fragmenty, ako napríklad Cl_2^-, pre ktoré môžeme nájsť z výpočtov pre 2xBDE(C-Cl) = 6,11 eV, BE(Cl_2) = 2,59 eV a EA(Cl_2) = 2,49 eV čomu odpovedá energia 1,03 eV podľa:

$$E_{TH}(Cl_2^-) = BDE(Cl_2C - 2Cl) - BDE(Cl - Cl) - EA(Cl_2)$$

Experimentálne zariadenie CLUSTER-ILN na KEF UK vybavené elektrónovým monochromátorom a kvadrupólovým hmotnostným analyzátorom je schopné detegovať produkty elektrón-molekulových a elektrón-klastrových interakcií. Pomocou hmotnostnej spektrometrie určíme stabilné iónové fragmenty tertrachlórmetánu a jeho klastrov, zo závislosti intenzity od energie elektrónov určíme účinné prierezy pre jednotlivé produkty.

V hmotnostnom spektre v plynnej fáze dominuje pri 0 eV produkt Cl^-, ostatné fragmenty Cl_2^-, CCl_2^- a CCl_3^- majú rezonancie pri energiách elektrónov 1-10 eV. V prípade interakcie elektrónov s klastrami, okrem týchto fragmentov, pozorujeme aj nové produkty, ako aj samotný materský CCl_4^-. Kým v plynnej fáze samovoľne disociuje na Cl^-, v klastroch odovzdá nadbytočnú energiu okoliu a tým sa stabilizuje. Okrem vyššie spomenutého fragmentu sme zaznamenali aj jeho dimér, trimér, klaster s Cl^- a Cl_2^-. Pomocou výpočtov GAUSSIAN 16 sme stanovili energetickú bilanciu jednotlivých reakcií.

Literatúra

[Kumar, 2018] Ragesh Kumar, T. B. et al., Int J Mass Spectrom (2018), 426, 12-18

[Scheunemann, 1980] Scheunemann, H. U. et al., Ber. Bunsenges. Phys. Chem. (1980), 84, 580-585

* khylenko1@uniba.sk
‡ Dusan.Meszaros@fmph.uniba.sk
§ Školiteľ

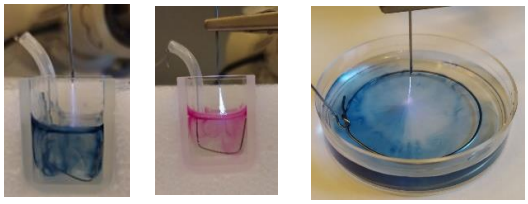
Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 199
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Radoslav Jankovič

Vizualizácie šírenia reaktívnych častíc RONS v plazmou aktivovanej vode

Radoslav Jankovič[1*]
Školiteľ: Zdenko Machala[1†]
[1] Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

V predloženej práci sme sa zaoberali vizualizáciou šírenia reaktívnych kyslíkových a dusíkových častíc (RONS) vo vodnom prostredí za pôsobenia atmosférickej nerovnovážnej plazmy. Studená plazma generuje aktívne častice odvodené od zloženia atmosférických plynov, dusíka a kyslíka, s oxidačnými a redukčnými vlastnosťami. Tieto častice ďalej difundujú do vodného prostredia. Takýto roztok, nazývaný *plazmou aktivovaná voda* nachádza čoraz širšie uplatnenie napríklad v biomedicíne i poľnohospodárstve (dezinfekčné účinky, zvýšenie klíčivosti rastlín).

Transport aktívnych častíc z plazmy vo vodnom prostredí je v literatúre adresovaný iba čiastočne [Thirumdas et al., 2018] Ako farebné indikátory pre vizualizáciu transportu a propagácie vo vode boli v našej práci zvolené Jód-škrob test (Iodometry) pre ROS častice (H_2O_2, O_3, $OH^{\cdot}$)zafarbujúci roztok na modro a Griess reagent pre RNS (NO_2^-) častice, zafarbujúci roztok na ružovo. Prítomnosť NO_3^- v roztokoch nebola vizualizovaná, no bola meraná v práci našich kolegov [Kučerová et al., 2021]. Propagácia reaktívnych častíc bola skúmaná pri troch atmosférických výbojoch generujúcich studenú plazmu: atmosférický tlecí výboj, koronový výboj a prechodová iskra pri kladnej polarite. Propagácia častíc bola skúmaná v dvoch geometriách, hranatá kyveta s ponorenou drôtovou elektródou a Petriho miska s ponorenou kruhovou elektródou (obr. 1).



Obrázok 1 Vizualizácia častíc v roztokoch pri prechodovej iskre

Propagácia častíc bola zaznamenávaná v čase 0-30 sekúnd pre všetky tri typy elektrických výbojov. Spektrofotometricky boli určené aj koncentrácie význačných častíc vzniknutých pri opracovaní plazmou“ O_3 pre koronový výboj a H_2O_2 pre tlecí výboj. Prechodová iskra neprodukovala merateľné koncentrácie ROS [Machala et al., 2007]. Merania sú doplnené hodnotami pH, vodivosti a teploty roztoku pred a po opracovaní.

Literatúra

[Kučerová et al., 2021]. Effect of plasma activated water, hydrogen peroxide, and nitrates on lettuce growth and its physiological parameters. *Applied Sciences (Switzerland)*, *11*(5), 1–14.

[Machala et al., 2007]. Emission spectroscopy of atmospheric pressure plasmas for bio-medical and environmental applications. *Journal of Molecular Spectroscopy*, *243*(2), 194–201.

[Thirumdas et al., 2018]. Plasma activated water (PAW): Chemistry, physico-chemical properties, applications in food and agriculture. In *Trends in Food Science and Technology* (Vol. 77, pp. 21–31). Elsevier Ltd.

* jankovic38@uniba.sk
† machala@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 200
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Mostafa Elsayed Hassan, Mário Janda, Zdenko Machala

Atmospheric Plasma Discharge Interaction with Water Microdroplets

Mostafa Elsayed Hassan* Mário Janda† Zdenko Machala‡§
Division of Environmental Physics, KAFZM, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Atmospheric air plasmas create reactive oxygen and nitrogen species (RONS) which produce, in contact with water, "plasma-activated water" (PAW) solutions. PAW contains various solvated RONS, e.g., of long-lived species H_2O_2, O_3, NO_2^-, and NO_3^-, as well as other short-lived species. PAW has many potential applications in biomedicine and agriculture. Aerosol of liquid is an efficient way to accelerate the transport of gaseous RONS into water by producing microdroplets with a larger surface-area-to-volume ratio [Kruszelnicki et al., 2019].

The plasma–water interaction configuration system is shown in Figure 1. Plasma discharge type of streamer corona is produced at 16 kV in air through a pin-to-plane geometry setup coupled with deionized water aerosol of charged or non-charged microdroplets produced by two separated methods. A compressor nebulizer produces a mist of non-charged microdroplets of ~5 μm size to flow through the discharge zone. In the other experimental method, a syringe pump delivers the water into the hollow needle anode connected with the high voltage that produces the electrosprayed charged microdroplets with polydisperse sizes of ~10-200 μm. PAW containing solvated RONS is analyzed using UV-Vis spectroscopy colorimetric methods after adding the chemical reagents. While gaseous RONS are measured using UV-Vis absorption spectroscopic technique and electrochemical gas sensors.

The solvation of RONS in the electrosprayed water microdroplets is enhanced due to the larger plasma–water interaction interface that is produced. H_2O_2 is depleted from the gas phase that dissolved completely in water, while O_3 could be detectable in the gas phase and is solvated in water much less due to the 7 orders of magnitude lower Henry's law coefficient [Hassan et al., 2021]. HNO_2, NO_2, and NO are not detected in the gas phase. Although there is NO_2^- solvated in water with a low concentration, it refers to the presence of a very low concentration of gaseous HNO_2 which is under the limit to detection, which proves its dominance of NO_2^- production in PAW [Janda et al., 2021]. H_2O_2 is solvated by 1 order of magnitude higher in the non-charged microdroplets which indicates the high concentration of OH radicals produced during the interaction of discharge with the widespread water mist because of its lower volume and mass compared to the electrosprayed microdroplets. These results can lead to a better understanding of the transport mechanism of plasma RONS into the water and will enable the optimization of plasma–liquid interaction systems in general.

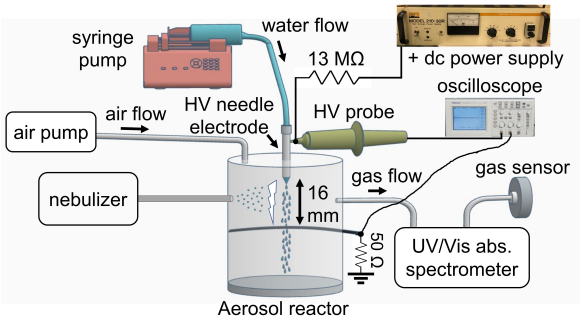


Figure 1: Schematic diagram of the experimental setup.

Acknowledgements

This work was supported by Slovak Research and Development Agency APVV-17-0382, Comenius University grant UK/141/2022.

References

[Kruszelnicki et al., 2019] Kruszelnicki, J., et al. (2019). Atmospheric pressure plasma activation of water droplets. *J. Phys. D. Appl. Phys.*, 52, 355207.

[Hassan et al., 2021] Hassan, M.E., et al. (2021). Transport of Gaseous Hydrogen Peroxide and Ozone into Bulk Water vs. Electrosprayed Aerosol. *Water*, 13, 182.

[Janda et al., 2021] Janda, M., et al. (2021). The Role of HNO_2 in the Generation of Plasma-Activated Water by Air Transient Spark Discharge. *Appl. Sci.*, 11, 7053.

* mostafa.hassan@fmph.uniba.sk
† mario.janda@fmph.uniba.sk
‡ machala@fmph.uniba.sk
§ Supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 201
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Martin Kuťka

Povrchová úprava mikroporéznych membrán plazmou-iniciovaným očkovaním kyseliny akrylovej

Martin Kuťka[1]*
Školiteľ: Michal Stano[1†]
[1] Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

V elektrolýznych článkoch sa medzi elektródy vkladá separátor, ktorého úlohou je efektívne oddeliť vzniknutý vodík a kyslík. Pre energetickú účinnosť elektrolýzy je dôležité, aby bol elektrický odpor separátora čo najnižší. Viaceré polyméry, ako napr. polysulfón, vykazujú vhodné mechanické vlastnosti a vysokú chemickú odolnosť voči alkalickým elektrolytom, avšak ich povrch má nevyhovujúci hydrofóbny charakter. Na zvýšenie hydrofilnosti polymérnych membrán sa zvyčajne využívajú keramické plnivá, čím však dochádza k zhoršeniu mechanických vlastností membrán [L. Xu et al., 2014]. V našej práci sme sa zaoberali alternatívnym spôsobom ako dosiahnuť hydrofilnosť polymérnych membrán vyrobených z polysulfónu. Úprava spočívala v aktivácii ich povrchu plazmou a následnom kovalentnom naviazaní a polymerizácii monoméru kyseliny akrylovej. Na aktiváciu povrchu membrán bola použitá nízkoteplotná argónová plazma generovaná rádiofrekvenčným výbojom pri tlaku 100 Pa. Rôzne množstvo kopolyméru kyseliny polyakrylovej na povrchu jednotlivých membrán bolo dosiahnuté rôznou dobou očkovania.

Úspešné vytvorenie kopolyméru kyseliny akrylovej sme preukázali pomocou ATR-FTIR spektroskopie. Spektrum upravenej membrány obsahovalo v porovnaní s membránou bez úpravy jeden peak navyše, konkrétne pri 1711 cm^{-1}. Tento peak zodpovedá vibráciám C=O väzby v karboxylovej funkčnej skupine, čo dokazuje prítomnosť kopolyméru kyseliny polyakrylovej na povrchu upravenej membrány. Množstvo kopolyméru na jednotlivých membránach sme určili gravimetricky. Úroveň očkovania membrán bola v rozsahu 0.2 – 96.6 hm.%. Úroveň očkovania vyjadruje percentuálny nárast hmotnosti membrány po očkovaní, v dôsledku prítomnosti naočkovaného kopolyméru kyseliny polyakrylovej.

Upravené membrány sme charakterizovali ako separátory v alkalickom elektrolýznom článku, konkrétne meraním elektrického odporu membrán v 30 hm.% vodnom roztoku KOH pri teplote 50 °C a kontaminácie elektrolýzneho kyslíka vodíkom. Z výsledkov merania elektrického odporu sme zistili, že nami zvolený spôsob úpravy poréznych membrán vedie k výraznému zníženiu ich odporu. Zatiaľ čo membrána bez úpravy mala odpor približne 31000 $m\Omega.cm^2$, nami upravené membrány mali odpor v rozsahu 20 – 70 $m\Omega.cm^2$. Meranie čistoty elektrolýzneho kyslíka sme realizovali pomocou elektrolýzneho článku, ktorého výstupy plynov viedli do analyzátora tepelnej vodivosti plynu. Pri tomto meraní sa využíva veľký rozdiel tepelných vodivostí kyslíka a vodíka, ktoré majú za následok rozdielny tok tepla v analyzátore. Hodnoty objemového podielu vodíka v kyslíku pri prúdovej hustote 50 $mA.cm^{-2}$ boli pre upravené membrány v rozsahu 0.08 – 0.14 obj.%. Z nameraných hodnôt sme následne určili hustotu difúzneho toku vodíka cez membránu pomocou výpočtu, ktorý je bližšie popísaný v práci [P. Haug et al., 2017]. Výsledné hodnoty difúzneho toku vodíka boli v rozsahu 1.09 – 1.76 $\mu mol.m^{-2}.s^{-1}$. Záverom našej práce je, že nami upravené membrány majú vhodné vlastnosti ako separátory v alkalických elektrolýznych článkoch.

Poďakovanie

Táto práca bola finančne podporená projektom VEGA 1/0811/21.

Literatúra

[L. Xu et al., 2014] L. Xu, Y. Yu, W. Li, Y. You, W. Xu, and S. Zhang, "The influence of manufacturing parameters and adding support layer on the properties of Zirfon® separators," *Front. Chem. Sci. Eng.*, vol. 8, no. 3, pp. 295–305, Sep. 2014, doi: 10.1007/s11705-014-1433-y.

[P. Haug et al., 2017] P. Haug, M. Koj, a T. Turek, "Influence of process conditions on gas purity in alkaline water electrolysis", *International Journal of Hydrogen Energy*, roč. 42, č. 15, s. 9406–9418, apr. 2017, doi: 10.1016/j.ijhydene.2016.12.111.

* kutka6@uniba.sk
† michal.stano@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 202–205
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jakub Hluško

Meranie Hallovho napätia metódou dvojitej modulácie

Jakub Hluško[1]
Školiteľ: Pavol Neilinger[2]*
* Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Koncentrácia nosičov náboja je dôležitou charakteristikou polovodičov a tenkých kovových vrstiev. Štandardne sa určuje pomocou Hallovho javu – odmerať ju však často vyžaduje vysoké magnetické polia a nízke teploty; a to najmä pre kovové vzorky, ktorých koncentrácia vodivostných elektrónov je vysoká. Vysoké magnetické polia však dosiahneme len použijúc silné laboratórne, ideálne supravodivé elektromagnety. I veľmi malé Hallovo napätie sa však dá merať metódou dvojitej modulácie – okrem AC napájania vrstvy sa moduluje i slabé magnetické pole; práve takýmto spôsobom vieme koncentráciu vodivostných elektrónov experimentálne určiť. V tejto práci sa venujeme zostrojeniu a testovaniu takejto aparatúry, ktorá by nám umožnila rýchlo a presne určiť koncentrácie nosičov náboja v tenkých vrstvách neusporiadaných kovov.

Kľúčové slová: koncentrácia nosičov náboja, Hallov jav, dvojitá modulácia, tenké vrstvy

1 Hallov jav

Hallov jav sa prejavujúce pri súčasnej prítomnosti elektrického prúdu a magnetického poľa. Hallovo napätie V_H sa vytvorí dôsledkom Lorentzovej sily pri prúde I tečúcom kolmo na magnetické pole B. Jeho smer je kolmý na magnetické pole i prúd. Veľkosť Hallovho napätia na tenkej vrstvou s hrúbkou t, vieme určiť ako

$$V_H = \frac{BI}{nte},$$

kde e je elementárny náboj a n je koncentrácia nosičov náboja.

B a I sú nastaviteľné parametre merania a meraním Hallovho napätia môžeme určiť koncentrácie nosičov náboja. Ak pre kovovú vrstvu s hrúbkou 10 nm zisťujeme koncentráciu nosičov náboja, očakávajúc jej hodnotu okolo 10^{29} m^{-3}, potom pre magnetické pole 1 T a prúd 1 mA budeme merať Hallove napätia na úrovni 6 μV. Takéto nízke hodnoty napätia sú však na meranie náročné, keďže signály, ktoré potrebujeme zmerať sú zaťažené teplotným bielym šumom, 1/f šumom a inými nežiadúcimi javmi, ako napríklad kontaktnými napätiami a termoelektrickými javmi [4].

2 Lock-in zosilňovač

Lock-in zosilňovač je zariadenie, ktoré dokáže extrahovať signál danej frekvencie zo šumu či inej zmesi signálov. Má široké použitie, napríklad pri meraní veľmi slabých signálov.

Na vstupe do tohto zosilňovača sú dva rôzne signály – jeden z nich je referencia s frekvenciou ω_R, tiež označovaný ako lokálny oscilátor.

$$V_L = V_{L0}\sin(\omega_R t + \varphi_L)$$

Druhým vstupom je samotný meraný signál

$$V_S = V_{S0}\sin(\omega_S t + \varphi_S).$$

Meraný signál je však v skutočnosti zamiešaný v šume alebo superpozícii signálov viacerých frekvencií.

Lock-in zosilňovač vynásobí vstupný signál s referenčným signálom. Vďaka ortogonalite sínusových funkcií sa pri priemerovaní vynulujú všetky zložky vstupného signálu s frekvenciou inou ako referenčná. Referenčný signál teda určuje, ktorá zložka vstupného signálu je meraná. Po zmiešaní signálu a referencie teda zostane

$$V = V_{S0}V_{L0}\sin(\omega_S t + \varphi_S)\sin(\omega_R t + \varphi_L) =$$
$$\frac{1}{2}V_{S0}V_{L0}\cos\big((\omega_S - \omega_R)t + \varphi_S - \varphi_L\big) -$$
$$\frac{1}{2}V_{S0}V_{L0}\cos\big((\omega_S + \omega_R)t + \varphi_S + \varphi_L\big).$$

V tomto momente je zaujímavý člen s rozdielovou frekvenciou – tá je, za predpokladu zvolenia $\omega_R = \omega_S$, nulová a zodpovedá jednosmernej zložke, s veľkosťou

$$\frac{1}{2}V_{S0}V_{L0}\cos(\varphi_S - \varphi_L).$$

Parameter φ_L však lock-in zosilňovač vie nastaviť napríklad na $\varphi_L = \varphi_S$ (potom kosínus vo vzťahu vyššie sa bude rovnať jednej – lock-in zosilňovače tento parameter štandardne nastavujú automaticky), preto vieme na výstupe dostať signál, ktorý bude vyzerať ako súčet nenulovej DC zložky a striedavého signálu na súčtovej frekvencii. Zložka so súčtovou frekvenciou je odfiltrovaná

[1] hlusko2@uniba.sk
[2] pavol.neilinger@fmph.uniba.sk

dolnopriepustným filtrom a priemerovaním, ktorý sa nastavuje časovou konštantou TC.

3 Meranie Hallovho napätia

Hallovo napätie možno merať viacerými spôsobmi – kým jednosmerné meranie je jednoduchšie po experimentálnej stránke, pri dvojitej modulácii vieme vďaka využitiu lock-in zosilňovača merať i rádovo nižšie Hallove napätia pri izbovej teplote. Zároveň táto metóda umožňuje odfiltrovať príspevok Faradayovej indukcie a termoelektrických efektov.

3.1 Jednosmerné a striedavé meranie

Pri jednosmernom meraní Hallovho napätia je výhodnejšie, z dôvodu náročnosti merania slabých signálov, zvoliť vyššie prúdy, či vyššie magnetické pole.

Pre elimináciu možnosti prehriatia vzorky i pre zníženie šumu sa často nemeria pri izbovej teplote, ale pri nižších teplotách, napríklad v tekutom dusíku.

Meranie sa opakuje pre obe polarity magnetického poľa i pre oba smery elektrického prúdu. Ak ide o štvorcovú vzorku, ktorej kontakty sú v rohoch, potom ako napäťové kontakty slúžia dva protiľahlé rohy štvorca, obdobne ostatné dva protiľahlé rohy slúžia pre prívod prúdu. Pre lepšiu presnosť merania sa toto opakuje i pre kontakty s vymenenými úlohami.

Väčšie nepresnosti pri jednosmerných hallovských meraniach môžu spôsobovať niektoré termoelektrické efekty [4], napríklad prítomnosť termonapätia, alebo Nernstove-Ettinghausenove javy, ktoré zväzujú vznik napätia s prítomnosťou teplotného gradientu naprieč vzorkou v magnetickom poli.

Magnetické polia, ktoré sa používajú pre hallovské merania sa štandardne pohybujú okolo 1 T, kým našou ambíciou je používať o niekoľko rádov slabšie polia. Pre dosiahnutie vyššej citlivosti je nutné použiť zosilňovač – potom je ale výhodnejšie prejsť ku striedavému meraniu. [1]

Pri striedavom meraní elektrický prúd napájajúci vzorku striedavý. Hallovo napätie V_H je preto tiež AC signálom a má frekvenciu rovnakú ako ten zo vstupných signálov, ktorý je striedavý. Na meranie striedavého signálu používame lock-in voltmeter, ktorý efektívne selektuje harmonický signál a umožňuje lepší odstup signálu od šumu.

Tieto metódy sú však vhodné pre vzorky s nižšou koncentráciou nosičov a pre zvýšenie presnosti je potrebné aplikovať vyššie prúdy a magnetické polia, ideálne až k hodnotám 10 T, čo si vyžaduje využitie supravodivých magnetov.

3.2 Dvojitá modulácia

Pri tomto meraní používame magnetické pole i prúd striedavé s rôznymi frekvenciami, teda

$$B \mapsto B_0 \sin(\omega_B t)$$
$$I \mapsto I_0 \sin(\omega_I t).$$

Hallovo napätie bude nasledujúcou funkciou času:

$$V_H(t) = \frac{B_0 \sin(\omega_B t) \cdot I_0 \sin(\omega_I t)}{nte} = \\ = \frac{B_0 I_0}{nte} \sin(\omega_B t) \sin(\omega_I t) \\ = \frac{1}{2}\frac{B_0 I_0}{nte} \cos\big((\omega_B + \omega_I)t\big) \\ + \frac{1}{2}\frac{B_0 I_0}{nte} \cos\big((\omega_B - \omega_I)t\big).$$

Možno ho teda vyjadriť ako superpozíciu dvoch signálov s rôznymi frekvenciami – súčtovou a rozdielovou. Práve k analýze takéhoto signálu je veľmi výhodné použiť lock-in zosilňovač, ktorý zo zmesi signálov na dvoch frekvenciách a šumu (často silnejšieho, ako samotné signály) vyberie len signál na určenej, súčtovej alebo rozdielovej frekvencii. Ak V_0 je amplitúda signálu na súčtovej, resp. rozdielovej frekvencii, potom Hallovo napätie (teda hodnota, ktorú by sme získali DC meraním) je od tejto dvojnásobné.

4 Aparatúra a spôsob merania

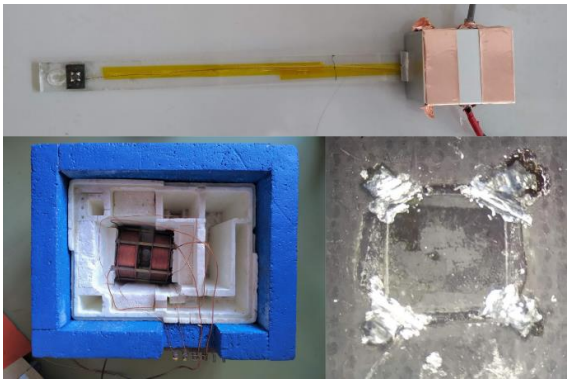
Merania boli vykonávané v magnetickom poli Helmholtzových cievok o amplitúde B_0 = 11 mT. Meraná vzorka, resp. Hallova sonda bola umiestnená v držiaku vytvorenom z plošných spojov. Pre zníženie amplitúdy indukovaného napätia na slučkách z vodičov sme prívodné vodiče viedli čo najtesnejšie pod vzorkou. Držiak bol prilepený na koniec závesu z plexiskla. Záves sme umiestnili tak, aby držiak so vzorkou visel v homogénnom magnetickom poli medzi cievkami. Pozdĺž závesu boli vedené dve skrútené dvojice vodičov na jeho horný koniec, kde boli tieto prostredníctvom plošného spoja prevedené na dva káble – jeden z nich, triaxiálny, na prívod prúdu do vzorky a druhý, s LEMO konektorom, na sledovanie Hallovho napätia.

Dvojkanálový frekvenčný generátor G (Siglent SDG 2082X) generuje signál o frekvencii ω_I (hodnoty okolo 1 kHz), ktorý, zosilnený zosilňovačom Z_I (SRS CS 580), je prúdom do vzorky V. Druhý signál má frekvenciu ω_B = 30 Hz a zosilňovaný zosilňovačom Z_B (Accel Instruments TS250) zabezpečuje napájanie magnetu M.

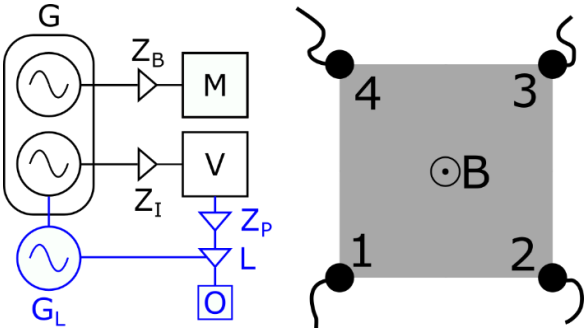
Signál, teda Hallovo napätie zo vzorky V je privádzaný do predzosilňovača Z_P (Femto DLPVA-100-F-D, tento sme pri niektorých meraniach

vynechali) a následne do lock-in zosilňovača L (SRS SR850). Tento dostáva ako referenciu signál na súčtovej frekvencii $\omega_I + \omega_B$ generovaný generátorom G_L (AimTTI TGF4162) – ten má externú clock referenciu od generátora G. Lock-in zosilňovač používa filter 18 dB/oct.

Výstup z lock-in zosilňovača L je privádzaný na digitálny osciloskop O (Agilent DSO7032A) – ten zaznamenáva Hallovo napätie po čas t_o (používali sme napríklad t_o = 50 s) a počíta z neho priemer a štandardnú odchýlku.



Obrázok 1: hore: záves z plexiskla – na ľavom konci je držiak so vzorkou;
vľavo dole: Helmholtzove cievky, ktorými sme vyrábali striedavé magnetické pole – sú umiestnené v polystyrénovom puzdre pripravenom na tekutý dusík;
vpravo dole: vzorka karbidu molybdénu nanesená na zafírovej podložke o rozmere 5 mm · 5 mm je prichytená v držiaku obojstrannou lepiacou páskou zo spodnej strany podložky. V štyroch vrcholoch vzorky sú kontakty prevedené pomocou india.



Obrázok 2: vpravo ilustračná schéma zapojenia meracej aparatúry. Modrou farbou sú zakreslené meracie prvky obvodu. G, G_L – generátory signálu; Z_B, Z_I, Z_P – zosilňovače; M – magnet; V – vzorka, resp. Hallova sonda; O – osciloskop;
vpravo nákres vzorky: v striedavom magnetickom poli sú vždy dva protiľahlé kontakty (napríklad 1 a 3) prúdové, druhá dvojica kontaktov na sledovanie Hallovho napätia.

5 Výsledky

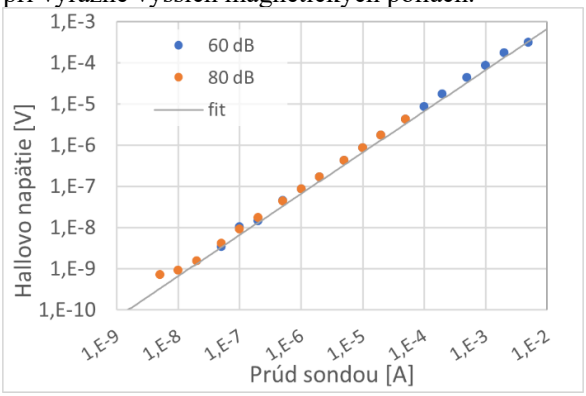
5.1 Test aparatúry

Pre zistenie presnosti aparatúry sme využili zapuzdrovanú Hallovu sondu na báze GaAs pripravenú na Elektrotechnickom ústave SAV. Sonda bola kalibrovaná metódou širokopásmovej elektrónovej paramagnetickej rezonancie vzorky diphenyl picryl hydrazyl na našom pracovisku [3]. Citlivosť sondy bola určená metódou jednosmerného merania ako 16,4 mV/mA·T.

Následne sme Hallovo napätie sondy merali pre rôzne napájacie napätia metódou dvojitej modulácie. Frekvencia napájacieho prúdu bola 1007 Hz, magnetické pole malo pri amplitúde 13,5 mT frekvenciu 30 Hz a lock-in zosilňovač meral na súčtovej frekvencii 1037 Hz. Pre slabšie signály sme postupne zvyšovali presnosť merania zvyšovaním časovej konštanty lock-in zosilňovača a zvýšením zosilnenia predzosilňovača.

Pre napájacie prúdy v rozsahu od 5 mA po 5 nA sme dokázali namerať Hallove napätia v rozsahu od 0,3 mV pod 1 nV. Dostatočnú presnosť dát a stabilitu signálu lock-in zosilňovača však dosahujeme až pre signály nad 10 nV. Pre signály nižšie ako 1 nV je štandardná odchýlka signálu z lock-in zosilňovača (počítaná osciloskopom po dobu 100 sekúnd) na úrovni viac ako 30 %.

Citlivosť sondy, ktorú sme namerali pomocou dvojitej modulácie je 15,45 mV/mA·T, čo je v dobrej zhode s kalibračnou hodnotou, ktorá sa však určuje pri výrazne vyšších magnetických poliach.



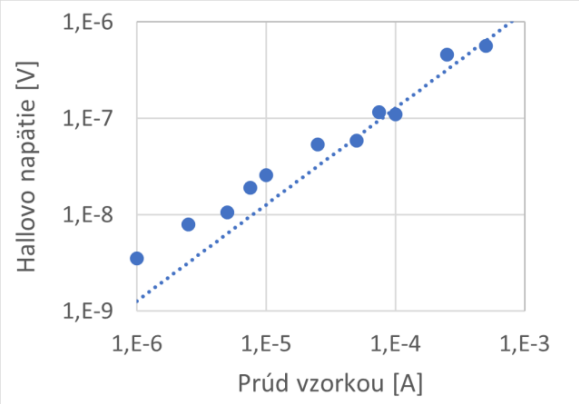
Graf 1: Hallovo napätie sondy v závislosti od prúdu

5.2 Vzorka MoC

Pre zistenie koncentrácie vodivostných elektrónov sme charakterizovali i vzorku MoC o hrúbke 2 nm pripravenú metódou reaktívneho magnetrónového naprašovania [5]. Hallovo napätie sme merali pri rôznych hodnotách prúdu v rozsahu od 3 nV po 0,6 μV.

Časová konštanta lock-in zosilňovača bola nastavená na 30 sekúnd a údaj, ktorý sme zaznamenali ako Hallovo napätie (respektíve amplitúda jednej z jeho zložiek) bol priemerovaný digitálnym osciloskopom po dobu aspoň 50 sekúnd.

Pre vzorku MoC s hrúbkou 2 nm sme namerali koncentráciu voľných nosičov náboja $1{,}62 \cdot 10^{28}$ m^{-3}.



Graf 2: Hallovo napätie vzorky v závislosti od prúdu

6 Záver

Zostrojili sme aparatúru na meranie Hallovho napätia metódou dvojitej modulácie pre určovanie voľných nosičov náboja tenkých kovových filmov. Aparatúra umožňuje meranie Hallovho napätia na úrovni 1 nV, ako sme demonštrovali na meraní kalibrovanej Hallovej sondy. Taktiež sme charakterizovali tenkú vrstvu MoC. Toto meranie je však zaťažené väčšou neurčitosťou. Predpokladáme že zdrojom nepresnosti je kvalita kontaktovania vzoriek, preto plánujeme testovať rôzne metódy kontaktovania.

Poďakovanie

Práca bola podporená Fakultou matematiky, fyziky a informatiky UK v rámci projektu Vedeckej pomocnej sily VPS 2021/2022 a Agentúry na podporu vedy a výskumu APVV-19-0311 a APVV-18-0358.

Literatúra

[1] Krejčí, V. and Stupka, J. (1973). *Elektrická měření*, SNTL.

[2] About Lock-In Amplifiers. <*https://www.thinksrs.com/downloads/pdfs/applicationnotes/AboutLIAs.pdf*>. Citované 5.4.2022

[3] Neilinger, P. et al., *Applied Surface Science*, vol. 461, pp. 202-205, 15 12 (2018)

[4] Gašparík, V. et al. (1982), *Praktikum z fyziky tuhých látok II*, UK.

[5] Neilinger, P., *Physical Review B 100*, 241106(R) (2019)

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 206–209
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Tomáš Fiantok, Vitalii Izai, Martin Truchlý, Leonid Satrapinskyy, Marián Haršáni, Tomáš Roch, M
Mikula

Antimikrobiálne povlaky na báze nanočastíc striebra pripravené technológiou GAS

Tomáš Fiantok[1]*, Vitali Izaii[1], Martin Truchlý[1], Leonid Satrapinskyy[1], Marián Haršáni[2], Tomáš Roch[1], Marián Mikula[1]

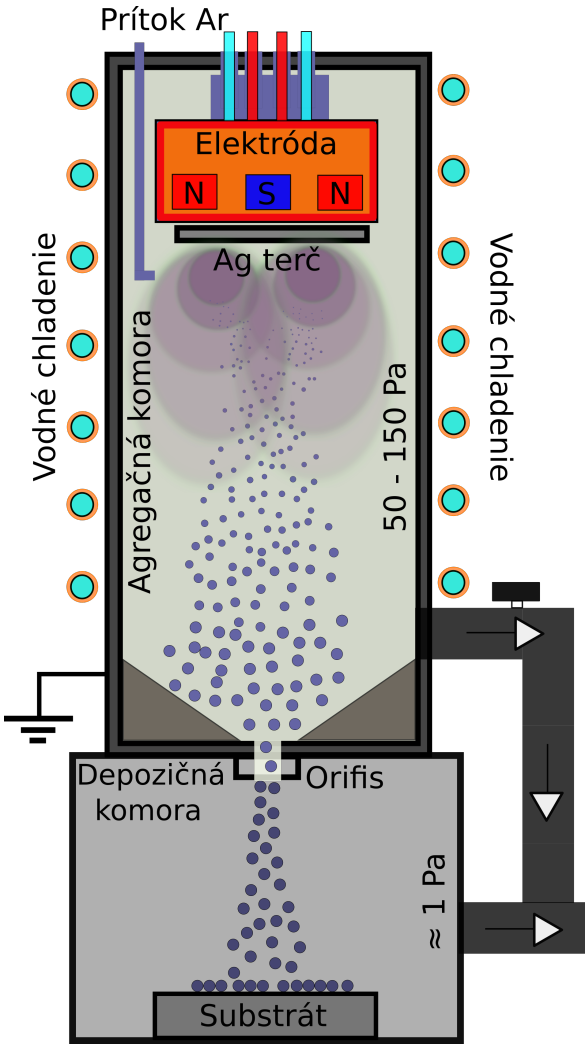
[1] Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] STATON, s.r.o., Sadová 1148/9, 038 53 Turany

Abstrakt: COVID 19 (Corona Virus Disease 2019) je infekčné ochorenie spôsobené závažným akútnym respiračným vírusom SARS CoV - 2. Medzi odborníkmi odporúčané opatrenia proti nákaze a ďalšiemu šíreniu nákazy patrí najmä používanie ochranných prostriedkov na zakrytie horných dýchacích ciest (rúšok, respirátorov), a taktiež dezinfekcia povrchov. Cieľom je minimalizovanie výskytu vírusu a teda zníženie rizika jeho prenosu. Nevýhodou je limitovaná doba použitia týchto ochranných prostriedkov a potreba ich častej výmeny, prípadne častej dezinfekcie.

Súčasné nanotechnológie predstavujú spôsob, ktorým možno niekoľkonásobne predĺžiť dobu použiteľnosti ochranných pomôcok a efektívne zvýšiť ich ochranný účinok. Naším cieľom je vývoj "suchého" technologického postupu pre modifikáciu ochranných prostriedkov horných dýchacích ciest, aplikáciou tenkých vrstiev na báze nanočastíc antimikrobiálnych chemických prvkov (Ag, Cu, Ti, Zn ...). Tenká vrstva na báze nanočastíc sa vyznačuje väčším pomerom povrchu voči objemu ako súvislá tenká vrstva, v dôsledku čoho je v porovnaní so súvislou tenkou vrstvou pre inaktiváciu vírusu efektívnejšia.

V tomto príspevku sa venujeme príprave tenkých vrstiev na báze nanočastíc Ag využitím plazmou asistovaných procesov - pomocou technológie GAS (Gas Aggregation Source - Klastrovací Zdroj). Analyzujeme vplyv depozičných parametrov, najmä pracovného tlaku, výkonu na terči a depozičného času na veľkosť, tvar a distribúciu nanočastíc.

Kľúčové slová: GAS, Ag, nanočastice, tenké vrstvy



Obr. 1: Ilustrácia generácie nanočastíc pomocou GAS - klastrovacieho zdroja, pripojeného na depozičnú komoru

1 Úvod

Jedným z najviac používaných suchých technologických postupov na prípravu nanočastíc (NČ) je využitie fyzikálnej depozície v prostredí nasýtených pár - supersaturovanom prostredí. Dosiahnutie supersaturácie je nevyhnutnou podmienkou pre formovanie NČ. Najčastejšie používané techniky využívajú pre dosiahnutie supersaturácie vysoký tlak inertného plynu. To je nevyhnutné pre zníženie pohyblivosti atómov zdrojového materiálu - terča. Vysoký tlak prostredia vedie k výraznému skráteniu strednej voľnej dráhy. Časté zrážky atómov terča s atómami inertného plynu tak vedú k zníženiu ich strednej rýchlosti a energie. [1]

*tomas.fiantok@fmph.uniba.sk

Pri splnení podmienky supersaturovaného prostredia nastáva fáza nukleácie. Nukleačná teória vo všeobecnosti popisuje vznik novej termodynamickej fázy, prípadne novej štruktúry v supersaturovanom prostredí. Vďaka fluktuácii (nečistote, lokálnemu nárastu hustoty, ...) dochádza k vzniku zárodku novej fázy podkritických rozmerov. Po nukleácii dochádza k rastu. Počet, hustota a veľkosť zárodkov závisí od mnohých parametrov ako sú - čas zotrvania v blízkosti terča, teplota prostredia, pracovný tlak, použitý pracovný plyn, ... V prípade dosiahnutia kritického rozmeru zárodkov už nedochádza k ich rozpadu, ale kondenzácii a ďalšiemu rastu. [2]

Základné techniky prípravy NČ kovov využitím agregačných procesov boli študované už v 30 rokoch minulého storočia. [2] Štandardné experimenty zahŕňali nukleáciu a rast nanočatíc v supersaturovanom parnom prostredí vzácneho plynu (najmä Ar, He neskôr Xe). [3] V prvotných experimentoch koncom 20. storočia sa pre generáciu nasýtených pár využíval ohrev odporovým vláknom. Následný pokrok v nanotechnológiach umožňuje využitie sofistikovanejších metód, ako sú odprašovacie procesy (magnetrónové naprašovanie, HIPIMS), prípadne odparovanie pomocou laserového lúča. [4]

V tejto práci využívame na prípravu NČ GAS - klastrovací zdroj (obr. 1), ktorý využíva princíp magnetrónového naprašovania. Medzi hlavné výhody použitia tejto metódy patrí napr. tvorba NČ z materiálov s vysokou teplotou tavenia, tvorba vrstiev s rôznym chemickým zložením a presná kontrola nanoštruktúry adjustáciou depozičných parametrov. Pre určenie morfológie NČ bol použitý skenovací elektrónový mikroskop Tescan Lyra.

1.1 Princíp fungovania klastrozdroja

Schému aparatúry, ktorá bola použitá pre prípravu NČ sme ilustrovali na obr. 1. Aparatúra pozostáva z dvoch komôr - agregačnej (tu dochádza k formovaniu NČ) a depozičnej (tu dochádza k nanášaniu NČ na substrát), ktoré sú spojené orifisom (štrbinou dĺžky a priemeru na úrovni mm).

V agregačnej komore sú NČ generované pomocou magnetrónu. Po napustení pracovného plynu (Ar) na tlak rádovo 10 - 100Pa, je na terči zapálený výboj. Terč je neustále bombardovaný energetickými iónmi inertného plynu. Dopadom energetických iónov dochádza k pretrhnutiu väzieb a uvoľneniu atómov terča do priestoru komory. Splnením podmienky supersaturácie dávame priestor nukleačným mechanizmom pre rast a kondenzáciu nanočastíc. Tie sú v dôsledku rozdielu teploty a tlaku medzi agregačnou a depozičnou komorou, konvekčným prúdom sťahované do priestoru depozičnej komory cez orifis, kde sú deponované na substrát a formujú tenkú vrstvu.

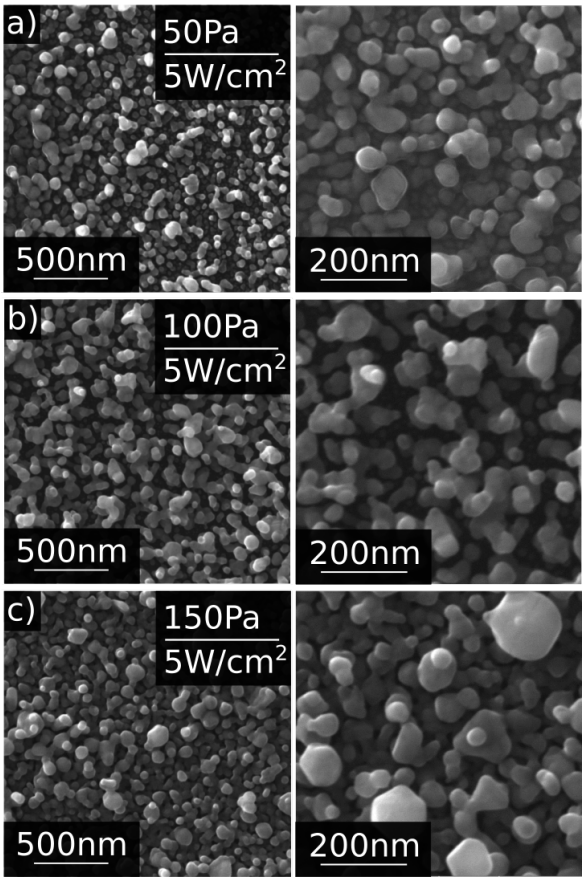
2 Experimentálne detaily prípravy

V tejto práci sme analyzovali vplyv pracovného tlaku (50 Pa, 100 Pa, 150 Pa), hustoty výkonu (2.5 W/cm^2, 5 W/cm^2, 10 W/cm^2) na Ag terči (75 mm, čistota - 99.95%) na veľkosť, tvar a distribúciu NČ. Vzdialenosť terča od orifisu a orifisu od substrátov bola počas všetkých experimentov konš. - 14 cm a 39 cm. Ako substráty boli použité chemicky a ultrazvukovo čistené, leštené zafírové (c-cut 0001) a kremíkové (001) platničky veľkosti $\approx$ 8x8 mm^2. Pred každou depozíciou bola aparatúra vyčerpaná na tlak 5.0x10^{-4} Pa. Pred napustením pracovného plynu bolo odstavené čerpanie agregačnej komory. Všetky experimenty prebiehali pri izbovej teplote.

3 Hlavné výsledky

Na obr. 2 môžno vidieť zábery zo SEM (skenovacieho elektrónového mikroskopu) na povrch vzoriek pripravených pri rôznych pracovných tlakoch Ar (50 - 150 Pa) a pri konštantnej hustotote výkonu na Ag terči - 5 W/cm^2. Na obr. 2 jasne vidieť, že rastúci tlak vedie k zväčšovaniu rozmeru nanočastíc. Kým priemerná veľkosť NČ pripravených pri 150Pa je na úrovni 100 - 150 nm, NČ pripravené pri pracovnom tlaku 50 Pa majú priemernú veľkosť 40 - 60 nm. Vysoký pracovný tlak znamená väčšie množstvo častíc v agregačnej komore, ktoré vedú ku kratšej strednej voľnej dráhe pre odprášené atómy Ag. Tým sú nukleačné mechanizmy pre rast NČ efektívnejšie. Zároveň zaznamenávame miernu nehomogenitu v distribúcií NČ pripravených pri tlaku 150 Pa. Predpokladáme, že tlak 150 Pa bude pre efektívnu tvorbu NČ hraničným. Vysoký pracovný tlak a časté zrážky medzi časticami spôsobujú trhanie a rozpad rastúcich zárodkov NČ.

Na obr. 3 možno vidieť zábery zo SEM na povrch vzoriek pripravených pri rôznej hustote výkonu na terči (2.5 - 10 W/cm^2) a konštantnom pracovnom tlaku 100 Pa. Vidíme, že s rastúcim výkonom dochádza k redukcií priemernej veľkosti z hodnoty 100 -

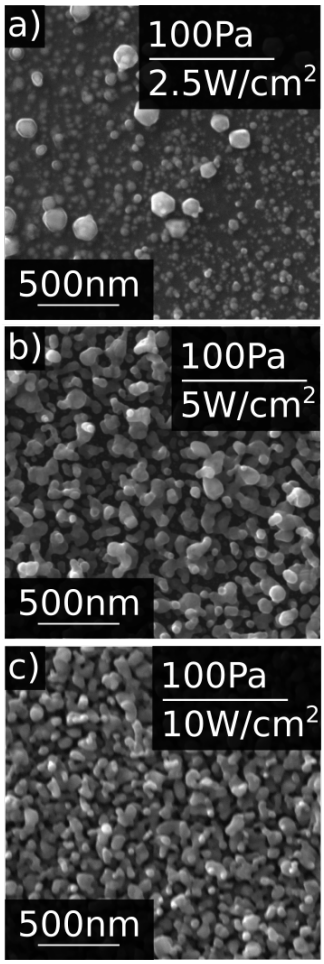


Obr. 2: Zábery zo SEM na povrch vzoriek pripravených pri rôznych pracovných tlakoch Ar (50 - 150 Pa) pri konštantnej hustotote výkonu na Ag terči - 5 W/cm^2

120 nm na približne 30 - 60 nm a zároveň nárastu počtu NČ. S rastúcim výkonom na terči je odprašované väčšie množstvo Ag atómov. Kvôli vysokému výkonu sú vysokoenergetické ióny inertného plynu schopné rozbiť NČ klastre na menšie jednotky.

4 Diskusia a záver

Ukázali sme, že depozičné parametre ako sú tlak a hustota výkonu na terči majú zásadný vplyv na veľkosť a distribúciu nanočastíc. Zároveň sme našli kritickú hodnotu tlaku, pri ktorom dochádza k nehomogénnej distribúcií NČ. Po týchto úvodných experimentoch je naším cieľom pripraviť NČ vrstvy na vzorky na báze textílie a v spolupráci so Slovenskou Akadémiou Vied preskúmať vplyv veľkosti a distribúcie NČ na antimikrobiálne vlastnosti. Zároveň je cieľom inkorporácia NČ do polymérnej/amorfnej



Obr. 3: Zábery zo SEM na povrch vzoriek pripravených pri rôznej hustote výkonu na terči (2.5 - 10 W/cm^2) a konštantnom pracovnom tlaku 100 Pa

hydrofóbnej matrice na báze C:H a SiO_x. Očakávame, že takáto modifikácia okrem výraznému zlepšeniu adhézie, prispeje k zvýšeniu antimikrobiálnych účinkov. Najmä zvýšením odolnosti Ag tvoriť zlúčeniny s vodíkom, kyslíkom a sírou, ktoré redukujú uvoľňovanie iónov striebra a tým potláčajú antimikrobiálny účinok. [5, 6]

Poďakovanie

Táto práca bola financovaná z operačného programu pre integrovanú infraštruktúru (Projekt č. ITMS 313011AUH4).

Literatúra

[1] Koch, S. A. (2005). Functionality and dynamics of deposited metal nanoclusters. s.n.

[2] Edelstein A.S. and Cammarata, R.C., Nanomaterials: synthesis, properties and applications (Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia, 1996).

[3] Granqvist, C.G. and Buhrmann, R.A. Ultrafine metal particles. J. Appl. Phys. 47, 2200 (1976).

[4] Goldby, I.M. , Issendorf, B.v. Kuipers, L. and Palmer, R.E. Gas condensation source for production and deposition of size-selected metal clusters. Rev. Sci. Instrum. 68, 3327 (1997).

[5] Fennell, Y. a kol., Impact of Sulfidation of Silver Nanoparticles on Established P. aeruginosa Biofilm, Journal of Biomaterials and Nanobiotechnology, 2017, 8, 83-95.

[6] Levard, C. a kol., Sulfidation of Silver Nanoparticles: Natural antidote to their toxicity, Environ. Sci. Technol., (2013).

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 210–216
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Daniel Bobok, Pavol Neilinger, Samuel Kern, Martin Baránek, Miroslav Grajcar

Meranie supravodivých vlastností pomocou rezonančného obvodu

Daniel Bobok[1*]

Školiteľ: Miroslav Grajcar[1†]

Katedra experimentálne fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: Prezentujeme jednoduchú metódu merania supravodivého prúdu v prstenci, magneticky naviazaného na paralelný rezonančný obvod. Odvodili sme vzťahy na výpočet prúdu v slučke, v závislosti od vonkajšieho magnetického toku, ktoré umožňujú určiť prúdovo-fázové charakteristiky Josephsonovho spoja. Vzhľadom na extrémnu citlivosť makroskopických kvantových javov, sme veľkú pozornosť venovali šumom v meracej aparatúre. Merali sme zosilnenie a tepelný šum zostrojeného zosilňovača, ktorý sme porovnávali so simuláciou. Merania zosilnenia zodpovedali výsledkom simulácie. Meraný vstupný šum zosilňovača sa rádovo zhodoval so simuláciou. Merali sme tiež kvalitu a rezonanciu paralelného LC obvodu.

Kľúčové slová: supravodivosť, Josephsonov jav

1 Úvod

V tejto práci sme navrhli aparatúru na meranie prúdovo-fázových charakteristík Josephsonových spojov. Naším cieľom je merať periodicitu supravodivého prúdu Josephsonovho spoja vytvoreného na báze topologického izolantu, ktorá by mala byť dvojnásobná (4π periodicita) v porovnaní s klasickými Josephsovými spojmi. Topologické materiály sú dnes aktuálnou témou, pretože ich unikátne vlastnosti sa dajú vužiť k vytvoreniú nových elektronických súčiastok s lepšimi parametrami. Experimentálna aparatúra, ktorú sme navrhli, bola zostrojená a optimalizovaná vzhľadom na meranie spomínaného javu. V práci sú prezentované merania konkrétnych častí aparatúry- zosilňovača a mixera, ako aj celkového zapojenia s rezonančným obvodom bez vzorky. Keďže periodicita 2π zodpovedá veľmi malej zmene magnetického toku o jedno kvantum $\Phi_0 \approx 2\times10^{-15}$ Wb, detailne analyzujeme šumové vlastnosti experimentálnej aparatúry.

*bobok6@uniba.sk
†grajcar1@uniba.sk

2 Prúdovo-fázové charakteristiky Josephsonovho spoja

Cieľom tejto kapitoly je odvodiť vzťahy na výpočet prúdovo-fázových charakteristík Josephsonovho spoja, z nameranej frekvenčnej závislosti impedancie paralelného RLC obvodu (RLC). Josephsonov spoj je uzavretý do prstenca s indukčnosťou L , ktorá je magneticky naviazaná na indukčnosť L_T RLC obvodu, s kapacitou C_T a odporom R_T.
Celkový magnetický tok v prstenci bude daný rozdielom magnetického toku Φ_e, ktorý vytvára cievka rezonančného obvodu, a magnetického toku vytváraného Josephsonovým prúdom $I(\phi)$

$$\Phi = \Phi_e - LI(\phi), \tag{1}$$

kde rozdiel fáz na Josephsonovom spoji je

$$\varphi = 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}. \tag{2}$$

Josephsonov spoj je charakterizovaný kritickým prúdom I_C, a preto zavedieme normovaný Josephsonov prúd $i(\varphi) = I(\varphi)/I_C$, normovaný vonkajší magnetický tok

$$\varphi_e = 2\pi\frac{\Phi_e}{\Phi_0} \tag{3}$$

a rovnicu (1) prepíšeme v normovanom tvare

$$\varphi = \varphi_e - \beta i(\varphi), \tag{4}$$

kde $\beta = 2\pi\frac{LI_C}{\Phi_0}$.

Je zrejmé, že časová derivácia vzťahu (3) bude

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{1+\beta i'(\varphi)}\frac{d\varphi_e}{dt}. \tag{5}$$

Indukované napätie na cievke RLC obvodu závisí od prúdu v prstenci:

$$V_T = L_T\frac{dI_T}{dt} - M\frac{dI(\varphi)}{dt} \tag{6}$$

kde $M = k\sqrt{LL_T}$ je vzájomná indukčnosť cievky s krúžkom, k je koeficient magnetickej väzby, a I_T je

prúd tečúci cievkou v RLC.
Normovaný externý magnetický tok Φ_e a časovú deriváciu $\frac{d\varphi_e}{dt}$ vieme napísať ako

$$\begin{aligned} \Phi_e &= MI_T \\ \frac{d\varphi_e}{dt} &= \frac{2\pi M}{\Phi_0}\frac{dI_T}{dt} \end{aligned} \tag{7}$$

Dosadením vzťahov (5) a (7) do vzťahu (6) dostaneme

$$V_T = L_{eff}\frac{dI_T}{dt} \tag{8}$$

$$L_{eff} = L_T - \frac{2\pi M^2}{\Phi_0}\frac{I'(\varphi)}{1+\frac{2\pi L}{\Phi_0}I'(\varphi)} \tag{9}$$

Rezonančná frekvencia RLC obvodu bude

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L_{eff}C_T}} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-\frac{k^2\beta i'(\varphi}{1+\beta i'(\varphi)}}} \tag{10}$$

Zavedením bezrozmernej frekvencie

$$\tilde{\omega}_r = \frac{\omega_r}{\omega_0} \tag{11}$$

a jej aproximáciou Taylorovým rozvojom do 1. rádu dostávame

$$\tilde{\omega}_r = 1 - \frac{1}{2}\frac{k^2\beta i'(\varphi)}{1+\beta i'(\varphi)} \tag{12}$$

Posun rezonančnej frekvencie obvodu je daný strmosťou zmeny prúdu vyvolanou magnetickým tokom v prstenci:

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{\omega}_r &= \frac{\omega_0-\tilde{\omega}_r}{\omega_0} \\ &= \frac{1}{2}\frac{k^2\beta i'(\varphi)}{1+\beta i'(\varphi)} \end{aligned} \tag{13}$$

Experimentálne sa dá veľmi presne merať fázový rozdiel napätia a prúdu Θ, pretekajúceho cez RLC obvod, pomocou fázovo citlivého zosilňovača ("lock-in"zosilňovač). Tento fázový rozdiel dostaneme z výpočtu admitancie paralelného RLC obvodu:

$$G(\omega_r) = \frac{1}{R_T} + \frac{1}{j\omega_r L_T} + j\omega_r C_T, \tag{14}$$

kde $j=\sqrt{-1}$. Úpravou vzťahu (14) dostaneme

$$\begin{aligned} G(\omega_r) &= \frac{1}{\omega_r L_T}\left(\frac{\omega_r L_T}{R_T} - j(1-\omega_r^2 L_T C_T)\right) \\ &= \frac{1}{Q\omega_r L_T}\left(1 - j(1-\tilde{\omega}_r^2)Q\right) \end{aligned} \tag{15}$$

odkiaľ pre $\Delta\tilde{\omega}_r \ll 1$ dostávame priamočiaro vzťah pre fázový posun

$$\tan(\Theta) \approx 2\Delta\tilde{\omega}_r Q. \tag{16}$$

Cievkou v RLC obvode, ktorou vytvárame magnetické pole v prstenci, tečie prúd pozostávajúci z dvoch častí, rádiofrekvenčného prúdu I_{rf} a predpätového jednosmerného prúdu I_{dc}. Pre malé I_{rf}, $\Phi_e \approx \Phi_{dc}$, $\varphi_e \approx \varphi_{dc}$ môžeme z rovníc (5), (13) a (16), integrovaním podľa φ_e, dostať rovnicu

$$i(\varphi_{dc}) = \frac{1}{k^2\beta Q}\int_0^{\varphi_{dc}} \tan(\Theta(\varphi_e))d\varphi_e \tag{17}$$

Na záver dostávame konečný vzťah pre závislosť supravodivého prúdu I_S od experimentálne merateľnej veličiny $\Theta(\varphi_e)$:

$$I_S(\varphi_{dc}) = \frac{I_C}{k^2\beta Q}\int_0^{\varphi_{dc}} \tan(\Theta(\varphi_e))d\varphi_e \tag{18}$$

3 Simulácia

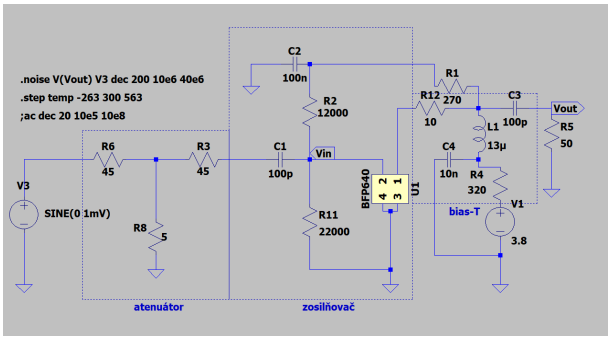
V odvodení prúdovo-fázovej charakteristiky Josephonsovho spoja sme uvažovali dva druhy prúdu prechádzajúceho cez cievku RLC obvodu, rádiofrekvenčný prúd I_{rf} a jednosmerný prúd I_{dc}. Magnetický tok vytváraný prúdom I_{rf} v supravodivej slučke s typickou indukčnosťou $L_S = 100$ pH musí byť oveľa menší, ako kvantum magnetického toku $\Phi_0 = 210^{-15}$ Wb, t.j. $k\sqrt{L_1 L_S}I_{rf} \ll \Phi_0$, aby bola splnená podmienka $\varphi_{rf} \ll 2\pi$. Preto musíme zabezpečiť, aby aj spektrálna hustota šumového prúdu spĺňala podobnú podmienku $k\sqrt{L_1 L_S S_I f_0/Q} \ll \Phi_0$:

$$S_I \ll \frac{\Phi_0^2 k^2 Q}{L_1 L_S f_0} \implies S_I^{1/2} \ll 0.5\ \frac{\text{nA}}{\sqrt{\text{Hz}}} \tag{19}$$

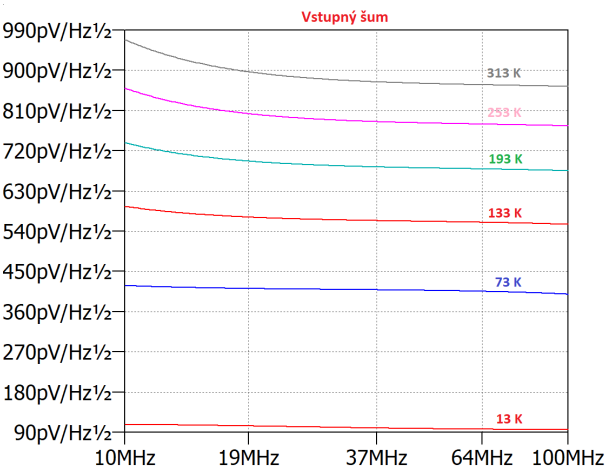
$$S_V^{1/2} = (\omega_0 L_1 S_I)^{1/2} \ll 4\frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \tag{20}$$

Simulovali sme zosilnenie (Obr.3), (Obr.4) a vstupný šum zosilňovača (Obr.2) podľa zapojenia na schéme (Obr.1). Výpočty sme robili v programe LTspice. Napájanie zosilňovača je V =3.8 V.

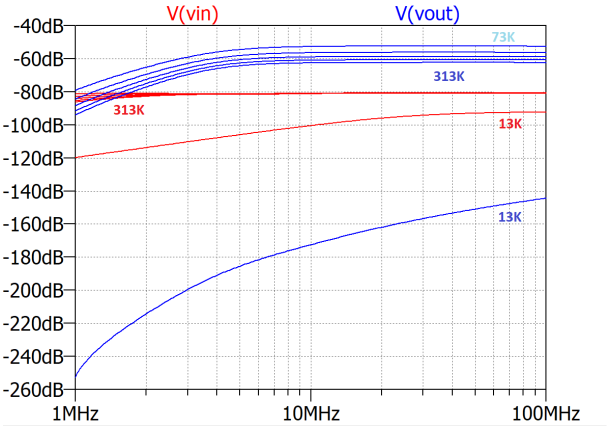
Simulácia šumu RC+LC zapojenia (Obr.5), podľa návhru z bakalárskej práce (Obr.6), budev experimentálnej časti porovnaná s meraním pre indukčnosť L =12.5nH a kapacitu C =2nF.



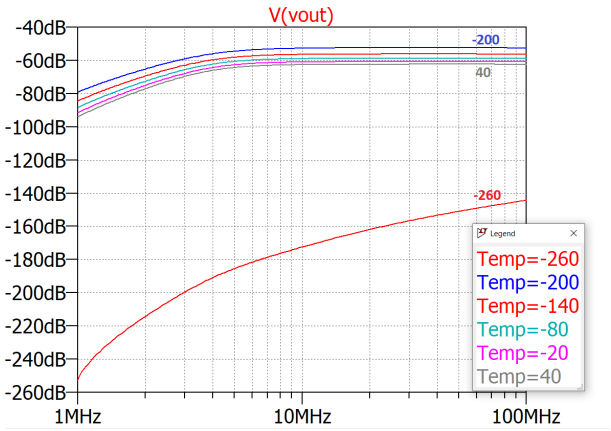
Obr. 1: Simulovaný obvod.



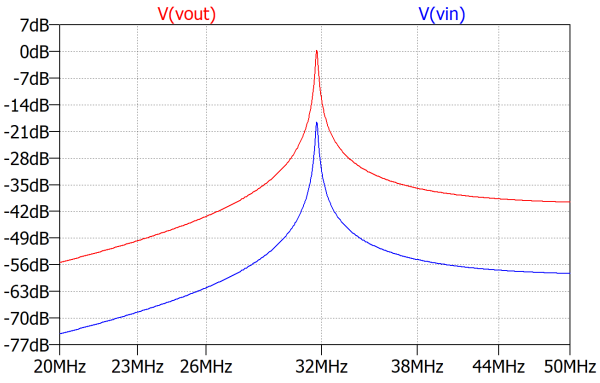
Obr. 2: Vstupný šum zosilňovača pri teplotách 13 K - 313 K s krokom 60 K.



Obr. 3: Vstupné a výstupné napätie zosilňovača. Pre teplotu 73 K simulácia ukazuje maximálne zosilnenie. Model tranzistoru pri teplote 13 K už nefunguje.



Obr. 4: Teplotná závislosť výstupného napätia V_{out}. Teploty sú uvádzané v stupňoch Celzia.

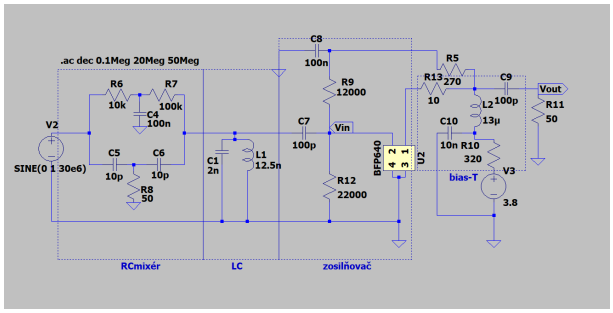


Obr. 5: Z grafu vieme odčítať šírku pásma BW, ako pokles o 3 dB, a rezonančnú frekvenciu ω_0. BW = 0.2 MHz, $\omega_0 = 31.7$MHz. Kvalita takéhoto zapojenia bude $Q = \omega_0/BW = 158.5$

4 Experiment

4.1 Popis zariadenia

Na meranie prúdovo-fázových charakteristík Josephsonovho spoja, sme navrhli aparatúru, ktorá



Obr. 6: Kompletné simulované zapojenie.

pozostáva z RC mixéra, paralelného LC obvodu a zosilňovača. Zosilňovač v zapojení podľa schémy (9) bol realizovaný na plošnom spoji umiestnenom v medenej krabičke kotvenej medeným držiakom v tvare L na 3 K platňu refrigerátora. Vstup a výstup zosilňovača je realizovaný SMA konektormi. Vstup zosilňovača bude pripojený supravodivým koaxiálnym káblom k RC mixeru s LC rezonančným obvodom umiestnenými na 300 mK platni refigerátora, čím sa minimalizuje prestup tepla medzi platnami pri zachovaní nízkeho útlmu signálu. Výstup zosilňovača je pripojený normálnym koaxiálnym káblom na tzv. "bias-Tümiestneným na výstupe refrigerátora pri izbovej teplote. DC výstup bias-T je pripojený na napäťový generátor a AC výstup na tri sériovo zapojené komerčné zosilňovače napájané batériami.

RC mixér a paralelný LC rezonančný obvod so vzorkou sú umiestnené v dvojdielnej krabičke. Dvojdielna medená krabička sa skladá z hlavnej vrchnej časti a krytky na vzorku, ktorá ju tieni od vonkajších elektromagnetických polí. Vrchná časť má v otvore umiestnený RC mixér, ktorý je vodivo spojený koaxiálnym káblikom cez malú dierku s paralelným LC obvodom na ktorom bude umiestnená vzorka.

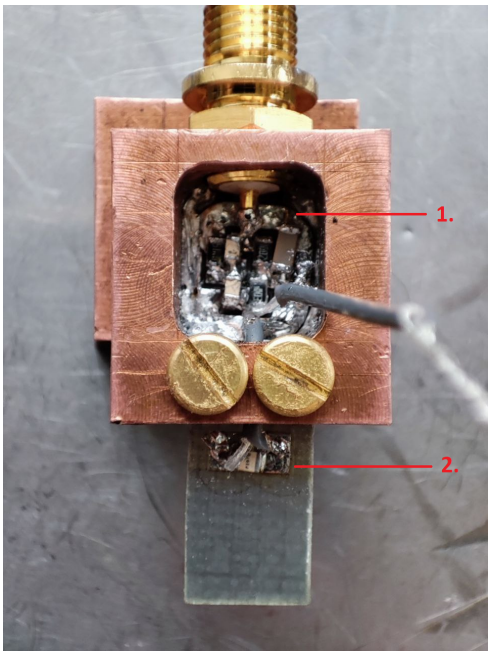
4.2 Zosilnenie zosilňovača

Ako prvú sme merali transmisiu network-analyzérom pri pracovnom napätí zosilňovača V = 3.8V. Network analyzér bol nastavený na výkon 0 dBm, čo zodpovedá výkonu 1 mW. Všetky hodnoty sú v logaritmickej škále, pričom do lineárnej vieme prejsť podľa vzťahu:

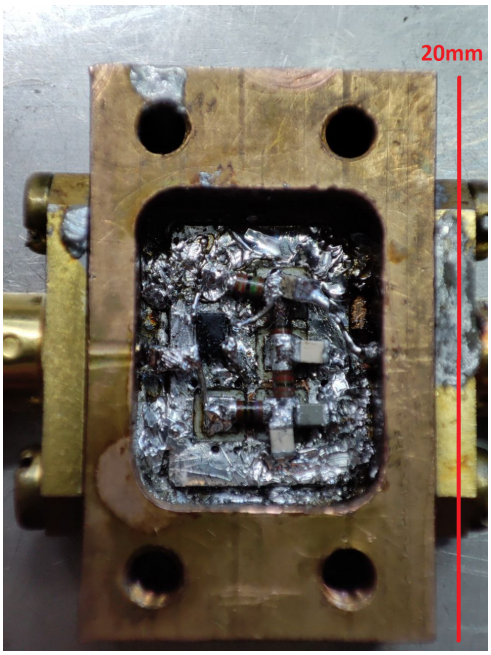
$$L_P = 10\log_{10}\frac{P_{out}}{P_{in}} = 20\log_{10}\frac{V_{out}(\omega)}{V_{in}(\omega)} \qquad (21)$$

Zosilnenie zosilňovača sme merali pri izbovej teplote T_1 =300K, ako aj pri nízkej teplote T_2 =10K, podľa následujúcich zapojení.

Pri izbovej teplote sme mali na linke zapojené atenuátory na vstupe aj výstupe analyzátora s tlmením -20dB a jeden atenuátor v refrigerátore s tlmením -20dB. Signál z refrigerátora bol druhýkrát zosilnený komerčnými zosilňovačmi. (Obr.9)

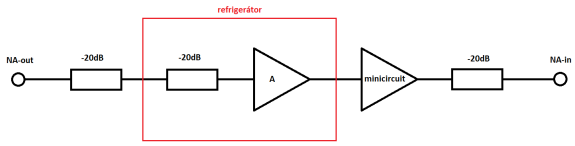


Obr. 7: (1) Vrchná časť s napájkovaným RC mixérom, (2) pripojený plošný spoj bez cievky



Obr. 8: Zosilňovač bez krytky

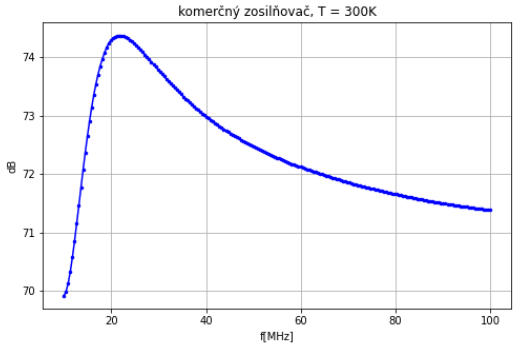
Počas merania na nízkej teplote sme použili rozdielne hodnoty atenuátorov a to -20dB na vstupe a -10dB na výstupe analyzátora.



Obr. 9: Schematické znázornenie meraného zapojenia. NA - Network Analyzér.

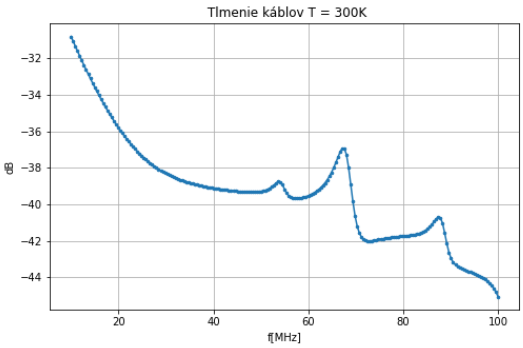
4.2.1 Meranie zosilnenia

Pred meraním zosilnenia nášho zosilňovača sme zmerali zosilnenie komerčných zosilňovačov (Obr.10) a tlmenie vstupného a výstupného koaxiálneho kábla refrigerátora (Obr.11).
V datasheete [2] komerčného zosilňovača firmy minicircuit sa uvádza typické zosilnenie jedného zosilňovača +22dB pre interval frekvencii do 100MHz. My sme použili tri zosilňovače, čo zodpovedá zosilneniu +66dB. Presnú hodnotu zosilnenia sme merali na izbovej teplote network-analyzérom.

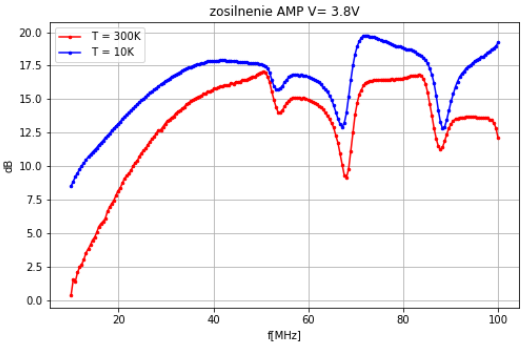


Obr. 10: Zosilnenie 3 komerčných zosilňovačov firmy minicircuit pri izbovej teplote.

Zosilnenie zosilňovača A, vieme vyjadriť v logaritmickej mierke ako $A = N - N_{kal}$ pričom N - je vstupný signál do analyzátora so zosilňovačom a N_{kal} je kalibračný vstupný signál, nameraný nahradením zosilňovača spojkou. Pre zosilnenie bude platiť $A = N + AT + 2K - MC$, teda $N_{kal} = -AT - 2K + MC$, pričom AT - je tlmenie atenuátorov, K - tlmenie kábla, MC - zosilnenie komerčných zosilňovačov.



Obr. 11: Tlmenie vstupného a výstupného kábla merané na izbovej teplote. Pri meraní sme káble spojili spojkou. Keďže vstupný a výstupný koaxiálny kábel sú rovnaké, tlmenie každého z nich je polovica tlmenia sériového spojenia oboch káblov.



Obr. 12: Merané zosilnenia: červená - zosilnenie na izbovej teplote T =300 K, modrá - zosilnenie na nízkej teplote T =10 K. Zosilnenie pri nízkej teplote narástlo o niekoľko decibelov.

4.3 Vstupný šum zosilňovača

Atenuátor s tlmením -20dB má odpor 50Ω a jeho zapojením na vstup zosilňovača vieme merať jeho šum na spektrálom analyzátore (SA). Šum odporu a šum zosilňovača sú zosilnenené zosilňovačom, tlmené káblom a druhýkrát zosilnenené komerčným zosilňovačom. V logaritmickej miere môže vyjadriť šumový signál vchádzajúci do SA ako

$$S = S_{out} + A - K + MC \tag{22}$$

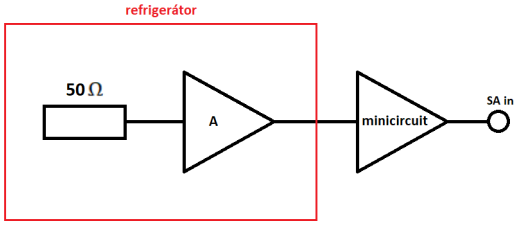
Pri tomto meraní sme merali na SA vo voltoch, pri prechode lineárnej škály dostaneme pre signál S_{out}

$$S_{out} = \frac{10^{\frac{S}{20}}}{10^{\frac{N_{kal}+K+AT}{20}}} \tag{23}$$

pričom $N_{kal} = MC + A - 2K - AT$ je kalibrácia. Pre tento prípad sme do kalibrácie zahrnuli aj zosilnenie A.
Potom pre šumové napätie prepočítané na vstup zosilňovača bude platiť

$$v\left(\frac{V}{\sqrt{\text{Hz}}}\right) = \frac{S_{out}}{\sqrt{BW}} \tag{24}$$

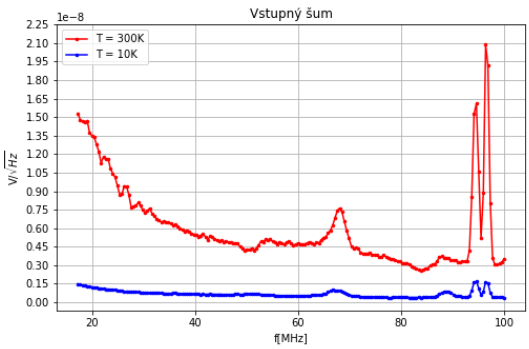
Pričom BW =1MHz je šírka pásma nastavená na spektrálnom analyzátore.



Obr. 13: Zapojenie merania šumu na SA.

4.4 Meranie vstupného šumu

Na SA sme merali pre zapnutý a vypnutý zosilňovač. Merali sme pre dve teploty a to T_1 =300 K a T_2 =10 K, podľa schémy zapojenia (Obr.13). Na spektrálnom analyzátore sme nastavili šírky pásma BW =1MHz, *videoBW* =510Hz.

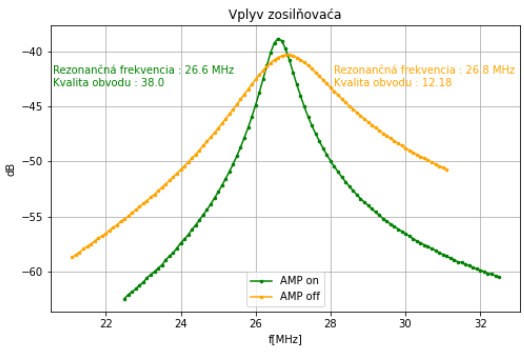


Obr. 14: Teplotné porovnanie veľkosti šumu pre zapnutý zosilňovač. Šum pri teplote T =10 K je 100krát menší voči šumu na izbovej teplote.

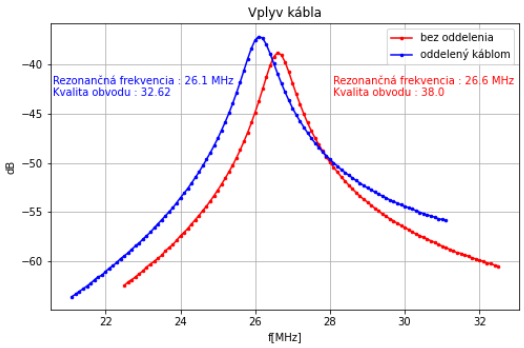
4.5 Meranie paralelného LC obvodu

Paralelný LC obvod sme merali podľa schémy navrhnutej v simulácii. Pri meraní sme použili staršiu verziu zosilňovača ktorá bola zapojená podľa tej istej schémy. Merali sme kvalitu LC obvodu a rezonančnú frekvenciu na network analyzéri.

Pri meraní Josephsonovho spoja očakávame zmenu rezonančnej frekvencie rezonátora v závislosti od vonkajšieho magnetické poľa, čo sa prejaví ako posun rezonančného píku. To sposobí tiež posun fázy medzi prúdom a napätím rezonančného obvodu, ktorý je úmerný kvalite rezonančného obvodu. Čím vyššia kvalita, tým väčšia citlivosť aparatúry. Preto bolo naším cieľom dosiahnuť čo najvyššiu kvalitu. V simulácii sme použili hodnoty cievky L =12.5 nH a kondenzátora C =2 nF. Rezonančná frekvencia podľa simulácie bola ω_0 =31.7 MHz a kvalita obvodu Q =158.5. Pre zariadenie sme zvolili cievku značky COILCRAFT a dva paralelne zapojené 1000 pF kondenzátory.
Merali sme na izbovej teplote transmisiu pre RC mixér + paralelný LC obvod, následne pre zapojenie RC + LC + zosilňovač. Merali sme aj pre dve napätia V_1 =2 V a V_2 =3 V s pripojeným 100pF kondenzátorom na výstupe z *LC*.
V konečnom zapojení bude medená krabička s *LC* obvodom spojená supravodivým koaxiálnym káblom so zosilňovačom, preto sme simulovali aj takéto zapojenie.



Obr. 15: Vplyv pripojenia zapnutého zosilňovača na kvalitu a rezonanciu *LC* obvodu.



Obr. 16: Vplyv pripojenia koaxiálneho kábla na *LC* obvod.

5 Diskusia

Podľa simulácie sme očakávali zosilnenie zosilňovača v hodnotách +22dB a nárast zosilnenia s poklesom teploty. Meranie nám potvrdilo, že zosilnenie narástlo.

Simulácia šumu nám ukázala, že šum prepočítaný na vstup zosilňovača bude rádovo v hodnotách nV/$\sqrt{\text{Hz}}$. Pri izbovej teplote a frekvencii 30MHz simulácia dala šum 0.9 - 1 nV/$\sqrt{\text{Hz}}$, čo zodpovedá šumu 50Ω rezistora. Pri izbovej teplote sme namerali šum 5nV/$\sqrt{\text{Hz}}$, čo svedčí o tom, že šum zosilňovača dominuje. Pri schladení zosilňovača sa jeho šum výrazne zníži na hodnotu 0.7 nV/$\sqrt{\text{Hz}}$.

Pri meraní rezonancie *LC* obvodu sme merali priemernú rezonančnú frekvenciu ω_p =26.4 MHz, ktorá je nižšia ako hodnota zo simulácie ω_0 =31.7MHz. Tento rozdiel je spôsobený zanedbaním kapacity, indukčnosti a strát prívodných vodičov v simulácii. Toto zanedbanie spôsobilo aj výrazný rozdiel kvalít v simulácii a pri meraní. Pri meraní sme dosiahli najvyššiu kvalitu Q =38, zatiaľ čo simulácia vypočítala Q =158.8.

Ako môžeme vidieť na (Obr.15) je rozdiel kvalít zapojenia bez nášho zosilňovača a s našim zosilňovačom značný. Vstupná impedancia nášho zosilňovača je vysoká a nezaťažuje rezonančný obvod. Komerčné vysokofrekvenčné zosilňovače majú malú vstupnú impedanciu 50Ω a ich priame pripojenie k rezonančnému obvodu zníži meranú kvalitu, tzv. kvalitu v záťaži. Po pridaní prepojovacích káblov medzi zosilňovač a *RC* mixér s *LC* obvodom (Obr.16) sa znížila kvalita z 38 na 32.62. Takéto zníženie sa dalo predpokladať, keďže sme pridali do obvodu impedanciu kábla, ktorej reálna zložka sposobuje dodatočné straty.

Poďakovanie

Ďakujem Prof.RNDr. Miroslavovi Grajcarovi DrSc., Mgr. Pavlovi Neilingerovi PhD., Mgr. Martinovi Baránkovi a Mgr. Samuelovi Kernovi, za všetkú pomoc pri meraniach, pájkovaní, opravách zariadení, či vysvetľovaní danej problematiky. Veľká vďaka patrí Ing. Danielovi Mancovi za výrobu medených krabičkiek. Taktiež ďakujem FMFI UK za spolufinancovanie mojej vedeckej práce vo forme vedeckej pomocnej sily.

Literatúra

[1] Ltspice. https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html.

[2] minicircuit datasheet. https://www.minicircuits.com/pdfs/ZX60-33LN+.pdf.

[3] A. A. Golubov, M. Yu. Kupriyanov, and E. Il'ichev. The current-phase relation in josephson junctions. *Rev. Mod. Phys.*, 76(2):446–449, 2004.

[4] J. Wiedenmann, E. Bocquillon, R. S. Deacon, and S. Hartinger. 4π-periodic josephson supercurrent in hgte-based topological josephson junctions. *Nature*, 2015. DOI: 10.1038/ncomms10303.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 217
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Viktor Šroba

Teplotne indukovaná štruktúrna evolúcia a zlepšená oxidačná odolnosť ternárnych $Ta_{1-x}Al_xB_{2+\Delta}$ tvrdých tenkých vrstiev

Viktor Šroba[1]* Marián Mikula[1†]
[1] Katedra Experimentálnej Fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Diboridy prechodových kovov (TMB_2) zo skupiny IIIB až VIB sú perspektívne materiály pre tvrdé tenké vrstvy používané v extrémnych prostrediach, najmä vďaka ich vynikajúcim mechanickým vlastnostiam a teplotnej stabilite. Najznámejším príkladom sú nadstechiometrické $TiB_{2+\Delta}$ vrstvy s hodnotou tvrdosti až 60 GPa, ktorá je výsledkom nanokompozitného charakteru vrstiev. Ich štruktúra je tvorená tvrdými kryštalickými nanofilamentami TiB_2 obklopenými prebytočnou amorfnou bórovou fázou. Avšak tvorba prchavej kyseliny boritej (H_3BO_3) pri zvýšených teplotách, v dôsledku kontaktu amorfnej fázy s vlhkým vzduchom (450 °C pre $TiB_{2+\Delta}$), a krehkosť, vyjadrená vysokými hodnotami modulu pružnosti (500-600 GPa pre TiB2+Δ), výrazne znižujú aplikačný potenciál týchto binárnych diboridových vrstiev [Mayrhofer et al., 2005]. Legovanie hliníkom týchto vrstiev za účelom vytvorenia ternárnych tuhých roztokov je známy spôsob ako dosiahnuť lepšiu odolnosti proti oxidácii a prípadne zvýšiť tvrdosť v dôsledku vytvrdzovania počas spinodálnemu rozpadu tuhého roztoku pri zvýšených teplotách. $TiAlB_2$ tuhý roztok bol teoreticky predikovaný Allingom a kol. [Alling et al., 2015] ako potencionálny kandidát na spinodálny rozpad vedúci k vytvrdzovaniu. Experimentálne to neskôr potvrdili Mockute a kol. [Mockute et al., 2017], keďže spinodálny rozpad $TiAlB_{2+\Delta}$ vrstiev počas žíhania pri 1000 °C viedol k zvýšeniu tvrdosti z 32 na 37 GPa.

V našom príspevku prezentujeme štrukturálny vývoj a oxidačné správanie ternárnych vrstiev na báze diboridu tantalu - $Ta_{1-x}Al_xB_{2\pm\Delta}$ pripravených magnetrónovým naprašovaním z TaB_2 a AlB_2 terčov. Rôzne chemické kompozície boli získané úpravou prúdov na terčoch. Experimentálne výsledky sú navyše podporené výpočtami teórie hustotového funkcionálu (DFT) na hexagonálnom systéme $TaAlB_2$.

Referenčné vrstvy $TaB_{1.21}$ boli naprášené ako vysoko podstechiometrické, vykazujúce amorfnú štruktúru a tvrdosť 34±2,1 GPa. Pridávanie hliníka a bóru zvýšením prúdu na AlB_2 terči viedlo k rastu $Ta_{0.67}Al_{0.33}B_{2.12}$ vrstiev s hexagonálnou štruktúrou typu α-AlB2 a textúrou 0001 typickou pre diboridové vrstvy sprevádzanú miernym zvýšením tvrdosti na 35,8±2,9 GPa. S ďalším zvýšením obsahu hliníka pri $Ta_{0.49}Al_{0.51}B_{2.12}$ vrstvách tvrdosť klesla na 31,8±2,4 GPa a štruktúra zostala nezmenená.

STEM-EDS analýza deponovanej $Ta_{0.91}Al_{0.09}B_{2.00}$ vrstvy odhalila možnú segregáciu tantalu a hliníka do oblastí bohatých na Ta a Al. Ďalej STEM-EDS analýza $Ta_{0.75}Al_{0.25}B_{2.14}$ vrstiev žíhaných vo vákuu pri 1000 °C ukázala zreteľnejšiu segregáciu hliníka obklopujúceho kryštalické hexagonálne zrná TaB_2. Žíhanie vo vákuu tiež odhalilo postupný pokles obsahu hliníka pod 1.5 at. % pri 1200 °C pre všetky kompozície, spôsobené vyparovaním hliníka zo štruktúry kvôli jeho nízkej teplote tavenia.

Navyše, zlepšenie oxidačného správania ako výsledok legovania hliníkom bolo pozorované počas termogravimetrickej analýzy (TGA) s teplotou začiatku oxidácie približne 700 °C pre $Ta_{0.75}Al_{0.25}B_{2.14}$ vrstvy v porovnaní so približne 600 °C pre $TaB_{1.21}$ vrstvy.

Poďakovanie

Autori priznávajú financovanie z Operational Program Integrated Infrastructure (Project No. ITMS 313011AUH4) a Operational Program Research and Development [project ITMS 26210120010].

Referencie

[Mayrhofer et al., 2005] P.H. Mayrhofer et al., Self-organized nanocolumnar structure in superhard TiB2 thin films, Appl. Phys. Lett. 86 (2005) 1–3.

[Alling et al., 2015] B. Alling et al., A theoretical investigation of mixing thermodynamics, age-hardening potential and electronic structure of ternary M11–xM2xB2 alloys with AlB2 type structure, Sci. Rep. 5 (2015) 9888.

[Mockute et al., 2017] A. Mockute et al., Age hardening in (Ti1-xAlx)B2+Δ thin films, Scr. Mater. 127 (2017) 122–126.

* viktor.sroba@fmph.uniba.sk
† marian.mikula@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 218
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Katarína Viskupová

Teplotná stabilita a mechanické vlastnosti tvrdých $V_{1-x}Mo_xB_y$ povlakov

Katarína Viskupová*

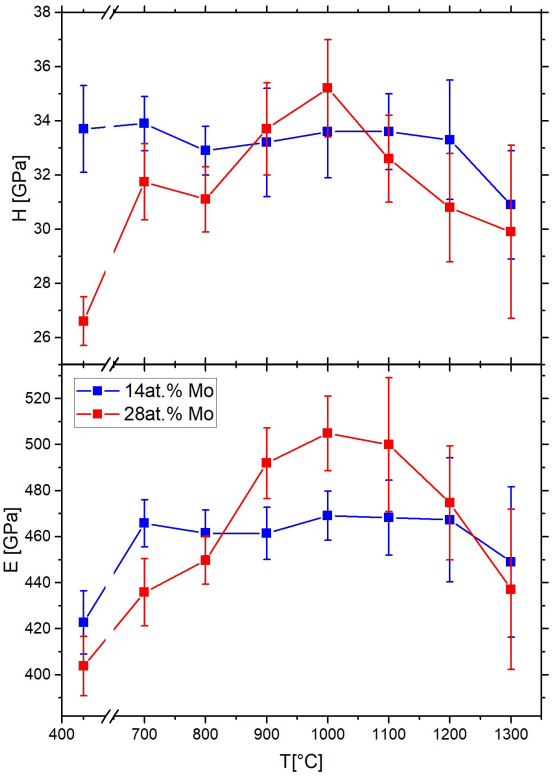
Školiteľ: Branislav Grančič

Katedra experimentálnej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

V súčasnosti študované diboridy prechodových kovov ponúkajú vysokú teplotnú stabilitu a vynikajúce mechanické vlastnosti. Vysoká tvrdosť a odolnosť voči opotrebeniu ich predurčujú na široké spektrum aplikácií v strojárenskom priemysle. Vanád diborid navyše vykazuje sľubné tribologické vlastnosti vďaka lubrikačnému účinku oxidačných produktov B_2O_3 a V_2O_5 [Erdemir et al., 1997, Aouadi et al., 2014]. V tejto práci sa venujeme legovaniu VB_2 povlakov molybdénom, s cieľom preskúmať účinky na štruktúru a klzné vlastnosti pri vysokých teplotách.

Pomocou magnetrónového naprašovania sme pripravili vrstvy s obsahom molybdénu 14 a 28 at.%. Pozorovali sme, že v oboch prípadoch dochádza k vzniku tuhého roztoku $V_{1-x}Mo_xB_y$, pričom povlaky s nižšou koncentráciou Mo majú hexagonálnu kryštalickú štruktúru s preferenčnou $(10\bar{1}1)$ orientáciou. Zvýšenie koncentrácie Mo na 28 at.% je sprevádzané znížením obsahu bóru. Pozorovaný pokles pomeru B/kov z 1,9 na 1,2 spôsobuje amorfizáciu štruktúry. Povlaky sme následne žíhali do 1300°C vo vákuu. Pri teplotách nad 900°C nastáva postupné formovanie ortorombickej fázy, pričom s nárastom obsahu molybdénu je tento efekt výraznejší.

Koncentrácia molybdénu má vplyv aj na mechanické vlastnosti vrstiev. Zatiaľ čo pri 14 at.% Mo sa tvrdosť vplyvom žíhania nemení a ostáva v rozsahu 32-34 GPa, pri 28 at.% Mo pozorujeme vytvrdzovanie z 27 na 35 GPa. Tribologické merania na vzduchu ukazujú pozitívny vplyv legovania molybdénom na klzné vlastnosti pri 1000°C. V prípade povlaku s 28 at.% Mo pozorujeme oproti binárnemu VB_2 pokles koeficientu trenia z 0,33 na 0,26.



Obr. 1: Tvrdosť H a Youngov modul pružnosti E v závislosti od teploty žíhania pre povlaky s obsahom Mo 14 a 28 at.%.

Poďakovanie

Práca bola financovaná z Operational Program Integrated Infrastructure (Project No. ITMS 313011AUH4).

Literatúra

[Aouadi et al., 2014] Aouadi, S., Gao, H., Martini, A., Scharf, T., and Muratore, C. (2014). Lubricious oxide coatings for extreme temperature applications: A review. *Surface and Coatings Technology*, 257:266–277. 25 years of TiAlN hard coatings in research and industry.

[Erdemir et al., 1997] Erdemir, A., Halter, M., and Fenske, G. (1997). Preparation of ultralow-friction surface films on vanadium diboride. *Wear*, 205(1):236–239.

*katarina.viskupova@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 219–221
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Richard Bíró

Hamiltonovské kružnice v bipartitných kubických planárnych grafoch

Richard Bíró[1*]

Školiteľ: František Kardoš[2†]

Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: Problém existencie Hamiltonovskej kružnice v 3-súvislých bipartitných kubických planárnych grafoch je známy ako Barnettova hypotéza. Existuje niekoľko čiastkových výsledkov o štruktúre hypotetického protipríkladu a niekoľko zosilnení hypotézy, ktoré sú s daným tvrdením ekvivalentné. Cieľom práce je rozšíriť doteraz známe poznatky týkajúce sa skúmanej problematiky. Prostriedkom je študovať vlastnosti konfigurácií malých stien v bipartitných kubických grafoch, a systematicky ich klasifikovať na redukovateľné a neredukovateľné vzhľadom na existenciu Hamiltonovskej kružnice, prípadne aj vzhľadom na zosilnenia Barnettovej hypotézy. Na generovanie konfigurácií i na overovanie ich vlastností sa využije pomoc počítača. Výsledkom je objavenie novej redukovateľnej konfigurácie.

1 Úvod do problematiky

V teórii grafov existuje veľa otvorených problémov. Jedným z nich je tzv. Barnettova hypotéza, pomenovaná po matematikovi Davidovi Barnettovi. Najskôr uvedieme potrebné pojmy z teórie grafov [Diestel, 2005]:

Definícia 1. *Graf je kubický, ak má každý jeho vrchol stupeň 3.*

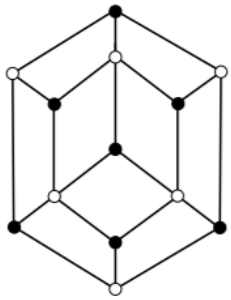
Definícia 2. *Graf je planárny, ak sa dá zakresliť do roviny tak, že sa jeho hrany nepretínajú.*

Definícia 3. *Graf je bipartitný, ak sa jeho vrcholy dajú rozdeliť do dvoch disjunktných množín A, B tak, že všetky hrany idú len z A do B.*

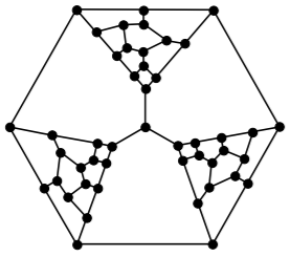
Definícia 4. *Graf je (vrcholovo) k-súvislý, ak po odstránení ľubovoľných $i < k$ vrcholov ostane súvislým.*

Definícia 5. *Graf je Hamiltonovský, ak obsahuje Hamiltonovskú kružnicu (kružnicu, ktorá prechádza cez všetky vrcholy).*

Barnettova hypotéza vyzerá nasledovne:



Obr. 1: Kirkmanov graf [Hertel, 2005]



Obr. 2: Tuttov graf [Hertel, 2005]

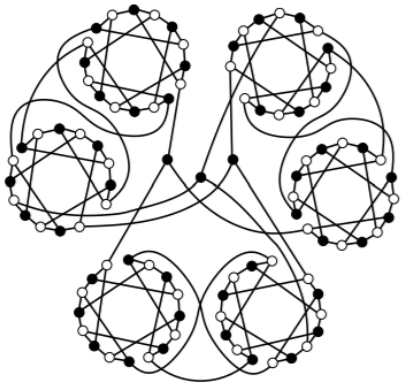
Hypotéza 1. *(Barnette) Každý 3-súvislý bipartitný kubický planárny graf je Hamiltonovský.*

Táto hypotéza nebola dokázaná ani vyvrátená. Sú však známe protipríklady pre jej silnejšie formulácie, ktoré vynechajú ľubovoľný z jej predpokladov [Hertel, 2005].

Ak odstránime kubickú podmienku, tak existuje jednoduchý protipríklad s 13 vrcholmi (tzv. Kirkmanov graf), uvedený na obrázku 1.

Nemôžeme si dovoliť vynechať ani 3-súvislosť. Problém existencie Hamiltonovskej kružnice je totiž *NP*-úplný aj pre kubické planárne bipartitné grafy. Môžeme teda zobrať ľubovoľnú nesplniteľnú logickú formulu a transformovať ju na kubický planárny bipartitný graf, ktorý neobsahuje Hamiltonovskú kružnicu. O zvyšných dvoch silnejších verziach sa dlho predpokladalo, že platia. Aj tie boli však nakoniec vyvrátené. Britský matematik William Tutte vyvrátil Taitovu hypotézu (ktorá neuvažovala bipartitnosť) konštrukciou Tuttovho grafu uvedeného na obrázku 2.

*biro33@uniba.sk
†frantisek.kardos@fmph.uniba.sk



Obr. 3: Hortonov graf [Hertel, 2005]

Na základe svojich pozorovaní sformuloval vlastnú hypotézu, ktorá pracovala s bipartitnými a nie planárnymi grafmi. Jeho novú hypotézu však vyvrátil Joseph Horton nájdením kontrapríkladu s 96 vrcholmi. Dnes je už známy pod názvom Hortonov graf (obrázok 3).

O dokázanie alebo vyvrátenie Barnettovej hypotézy sa matematici usilujú už desaťročia. Sú známe výsledky pre odlišné triedy grafov [Hertel, 2005]:

Veta 1. *(Tutte) Každý planárny 4-súvislý graf je Hamiltonovský.*

Veta 2. *(Thomassen) Každý planárny 4-súvislý graf je Hamiltonovsky súvislý - pre ľubovoľnú dvojicu vrcholov existuje Hamiltonovská cesta, ktorá začína v jednom vrchole a končí v druhom.*

Hrubou silou boli dokázané aj nasledovné tvrdenia [Kardoš, 2020]:

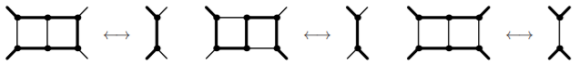
Veta 3. *(Goodey) Každý Barnettov graf, ktorého oblasti majú dĺžku 4 alebo 6, je Hamiltonovský.*

Veta 4. *(Goodey) Každý kubický planárny 3-súvislý graf, ktorého oblasti majú dĺžku 3 alebo 6, je Hamiltonovský.*

Veta 5. *(Kardoš) Každý kubický planárny 3-súvislý graf s dĺžkami oblastí najviac 6 je Hamiltonovský.*

2 Analýza problému

Jedným z možných prístupov je zamerať sa na grafové konfigurácie, ktoré môžeme zredukovať na menšie konfigurácie a pritom zachovať všetky predpoklady pôvodného grafu. V našom prípade vyžadujeme, aby išlo o bipartitné, planárne a kubické grafy (až na koncové vrcholy, ktoré budú stupňa 1).



Obr. 4: Konfigurácia C_2 a jej reduktor [Kardoš, 2020]

Obr. 5: Konfigurácia C_3 a jej reduktor [Kardoš, 2020]

Redukovateľné konfigurácie sú užitočné, pretože vieme, že sa nemôžu vyskytovať v kontrapríklade s najmenším počtom vrcholov. V opačnom prípade by sme mohli konfiguráciu nahradiť jej reduktorom a tým dostať menší graf. Najlepšia situácia nastane vtedy, keď algoritmickým prehľadávaním dospejeme k záveru, že množina redukovateľných konfigurácií tvorí úplný priestor. Touto metódou sa podarilo dokázať napr. vetu o zafarbení mapy 4 farbami [Diestel, 2005].

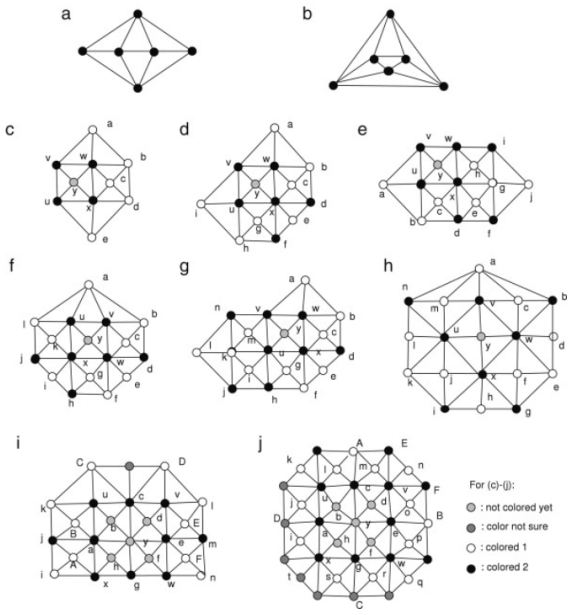
Zaujíma nás, či k danej grafovej konfigurácii existuje taký reduktor, aby sa každá Hamiltonovská kružnica prechádzajúca reduktorom dala rozšíriť na Hamiltonovskú kružnicu prechádzajúcu pôvodnou konfiguráciou. Je známe, že grafy obsahujúce dvojicu alebo trojicu susedných stien veľkosti 4 (označujeme ich C_2, resp. C_3) sú redukovateľné [Kardoš, 2020]. Na obrázkoch 4 a 5 sú ukázané všetky možné rozšírenia Hamiltonovskej kružnice z reduktora na pôvodnú konfiguráciu.

Xiaoyun Lu našiel celkovo 10 redukovateľných konfigurácií (obrázok 6), ktoré uviedol vo svojom článku vo forme duálnych triangulácií [Lu, 2011].

Jeho algoritmus však nepoužíval úplné prehľadávanie (čo je na prvý pohľad zrejmé, keďže všetky nájdené podgrafy majú tvar mriežky). To znamená, že môžu existovať aj ďalšie redukovateľné konfigurácie s nízkym počtom vrcholov.

3 Implementácia

Náš algoritmus dostane ako vstup grafovú konfiguráciu. Najskôr vygeneruje všetky potenciálne planárne reduktory. Pre každý prejde cez všetky možnosti ako ním môže prechádzať Hamiltonovská kružnica. Následne overí, či sa daná kružnica dá rozšíriť na Hamiltonovskú kružnicu prechádzajúcu pôvodnou konfiguráciou. Ak to nie je možné, reduktor je zamiet-



Obr. 6: Duálne grafy redukovateľných konfigurácií [Lu, 2011]

nutý a hľadá sa ďalej. Ak sa však každá kružnica dá rozšíriť, reduktor je vypísaný na výstup.

4 Výsledky

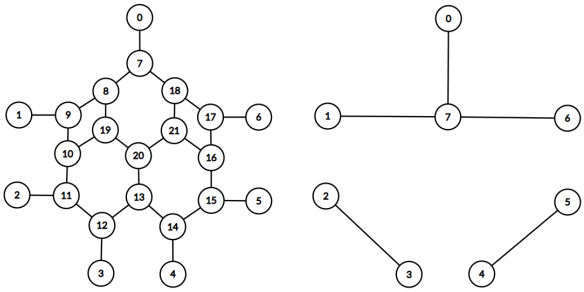
Algoritmus sme spustili pre rôzne vstupné konfigurácie. Zamerali sme sa na tie, ktoré majú malé veľkosti stien, pretože z Eulerovho vzorca sa dá ľahko dokázať, že priemerná veľkosť steny v planárnom grafe je menšia ako 6. Keďže vyžadujeme bipartitnosť, znamená to, že Barnettov graf musí obsahovať veľa stien veľkosti 4, ktoré kompenzujú väčšie steny.

Ukázali sme, že nasledovné konfigurácie nie sú redukovateľné:

1. Stena veľkosti 4, 6 alebo 8.
2. Stena veľkosti 4, ktorá zdieľa hranu so stenou veľkosti 6 alebo 8.
3. Dve steny veľkosti 6 alebo 8, ktoré majú spoločnú hranu.
4. Stena veľkosti 6 alebo 8 obkolesená nenulovým počtom stien veľkosti 4.

Tieto výsledky doteraz neboli nikde publikované.

Ukázali sme, že nasledovné konfigurácie sú redukovateľné ak neuvažujeme 3-súvislosť:



Obr. 7: Nová redukcia

1. Dve steny veľkosti 4, ktoré majú spoločnú hranu (C_2).
2. Tri steny veľkosti 4, ktoré majú spoločný bod a každé dve steny majú spoločnú hranu (C_3).
3. Luove duálne grafy od c) po f) vrátane.
4. Tri steny veľkosti 6, ku ktorým sú pridané dve steny veľkosti 4.

O redukovateľných konfiguráciách uvedených v prvých troch bodoch sa už vedelo. Nám sa však podarilo urobiť program, ktorý túto vlastnosť aj dokáže a nájde príslušný reduktor. Redukovateľná konfigurácia uvedená v bode 4 doteraz nebola známa. Na obrázku 7 je uvedená výsledná redukcia.

Ak chceme ukázať, že táto konfigurácia sa nenachádza v najmenšom protipríklade k Barnettovej hypotéze, stačí už len nájsť dôkaz, že daná redukcia zachováva 3-súvislosť. Táto oblasť ostáva predmetom ďalšieho možného skúmania.

Literatúra

[Diestel, 2005] Diestel, R. (2005). In *Graph Theory*. Springer.

[Hertel, 2005] Hertel, A. (2005). A Survey and Strengthening of Barnette's Conjecture.

[Kardoš, 2020] Kardoš, F. (2020). A computer-assisted proof of Barnette-Goodey conjecture: Not only fullerene graphs are Hamiltonian. *SIAM Journal on Discrete Mathematics*, 34(1):62-100.

[Lu, 2011] Lu, X. (2011). A note on Barnette's conjecture. *Discrete Mathematics*, 311(23-24):2711-2715.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 222–225
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Veronika Mattová

SELF-WAR: Ideal Self under the Influence of Persona

Veronika Mattová[1]*
Supervisor: Julie Felker[2†]
[1] Cognitive Science, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] William Davidson Institute, University of Michigan, Ann Arbor, 48109 Michigan

Abstract

Who am I?
This is the main question of every existential crisis, that is strictly linked with the path of a human-kind survival strategy. Thus, merging two paradigms and intertwining each other, namely the research field of Richard Boyatzis and Jungian psychology, more concretely Map of the Soul is the final step of our fulfilment.
In order to find and fulfil our cognitive needs, there are several concepts, coming from the field of Self, itself: self-appreciation and self-evaluation.
Therefore, some of us, have an internal war within, between, how we perceive ourselves and what is our goal-version.
Keywords: Ideal Self, Persona, Map of the Soul, Intentional Change Theory

1 Introduction

The psychological side of inner *Self-war* plays a very important role in the whole process of detailed understanding of our cognitive adaptation is a concept, strongly dependent on the process of merging our internal and external images, together.
This adaptation is built on the external ideal, which is incorporated into our internal beliefs, and is often labelled as not enough and therefore cannot be neglected.

The next step has some deep roots in the creation of a *perfect version*.

2 Intentional Change Theory

According to Richard Boyatzis, a professor at Case Western Reserve University, in his *Intentional Change Theory* (ICT), the articulation of mentioned *perfect version*, can be also defined as *Ideal Self* [Boyatzis, 2006].
The power of the ideal self is not just emotional. It is physical in that it involves neuro-endocrine processes that allow the body to renew itself while ameliorating the ravages caused by chronic stress [Boyatzis and McKee, 2005], for example from an external pressure factor, sometimes even suffering, which is co-creating our moral scale and beliefs, also linked with the paradigm of *free will*.

The problem of *free will* has been analysed by philosophers over the ages. In addition to these analyses, social psychologists have recently begun to explore the problem of free will from a different perspective. In specific, they examine what constitutes laypeople's belief in free will and how these beliefs function in everyday people's social life [Watanabe and Karasawa, 2015].

Therefore, it is more than expected, that such an element can appear in the context of influencing our decision-making system, itself, because after all, as social beings, we cannot escape the social circles of our lives.

When there is a strong external pressure, there is a tendency to develop a state called the *ought self* and it often causes conflict with the concept of *Ideal Self*, which is resulting in another state of breaking down the beliefs of the primary vision, based on our inner *Ideal Self* [Boyatzis, 2006].

3 Self-Framework

Before we can focus on the framework of *Ideal Self*, there is a need to look at the *Self*, itself.

This term stands as the most fundamental feature of Jung's thinking, describing *Self* as a cosmic entity that needs a human to recognize and understand it so that it may successfully reincarnate into a three-dimensional world. Jung, perceived as one of the main collars of psychology, believed that we are here to give a soul its temporary home. *Self* is also connected with a certain belief, in which we all have a role to play in this universe, and he explains such through astrology, alchemy, theology, and other systems [Johnson, 2021].

Based on these merging fields, there is clear evidence, that interdisciplinarity was also seen as a scientific tool, used for deeper and detailed explanations, which were so much needed. And this need is now converted into the circles of Cognitive Science, with its many branches, aiming to find the most effective and simple answer.

Stein, a well-known Jungian analyst, delivers his insight in this kind of similar approach, which can

* mattova25@uniba.sk
† jdziekan@umich.edu

hold it in simplicity, describing his understanding of who we are, and how we might fulfil our potential to become all that we can be [Johnson, 2021].

Possible fulfilment is also presented through *Ideal Self*, as a primary source of positive affect and psychophysiological arousal helping provide the drive for intentional change. Many current frameworks or theories examine only portions of this model and, therefore, leave major components unaddressed. *Ideal Self* is composed of three major components: an image of the desired future; hope (and its constituents, self-efficacy and optimism) and a comprehensive sense of one's core identity (past strengths, traits, and other enduring dispositions) [Boyatzis, 2006].

Although, these three major components were presented as an effective way, how to reach our *perfect version,* mirroring *Ideal Self* into reality can be rather challenging, due to many factors. One of them is hidden in the consideration of other elements, which creates our personality.

4 Map of the Soul

These mentioned elements were presented by Jung, who used a complex system of the human *personality*, depicted as *Map of the Soul*.

In general, *personality* is that pattern of characteristic thoughts, feelings, and behaviours that distinguishes one person from another and that persists over time and situations [Phares and Chaplin, 1997].

Thus, the mixture of behaviours and thoughts is the origin field for *archetypes, and* elements, which are defining parts in *the Map of the Soul's system*.

They represent universal patterns and images that are part of the collective unconscious, with the assumption that we inherit these archetypes just as we inherit instinctive patterns of behaviour [Eternalised, 2020].

Therefore, Jung's theory can be read as signs of certain patterns, which can lead to the map, *Map of the soul*. But it is the map of a mystery that cannot be ultimately captured in rational terms and categories. It is a map of a living, mercurial thing, the psyche. On the other hand, Stein claims, that knowledge of the map is not the same as an experience of the deep psyche. At best, the map can be a useful tool for those who want orientation and guidance. For some who are lost, it can even be a lifesaver. For others, it will stimulate a powerful urge to experience the process of finding ourselves and trying to understand every piece of us. [Stein, 1998].

Orientation, coming from the field of Jungian psychology can create an abstract bridge between Boyatzis' vision of the future, but core identity makes it even harder, when we look closely, at one of the major archetypes from Jung's theory, represented as *Persona*.

4.1 Persona

Persona is a Latin word meaning the mask that actors wore on stage while they were personifying characters in the play. There is a suggestion of the theatrical whenever we deal with *Persona*. We are all actors on the stage of life, and some of us are a little more theatrical than others. But even withdrawn introverts have a persona when they come out of their shell and face the rest of the world. So the mask, or the *Persona*, is what we have between ourselves and the social world around us. It is through our senses that we perceive the world around us, and this is represented by the eye looking out. What the world sees as it looks back at us is our Persona. Thus, when friends, family, or really anyone looks at us and forms an opinion of us, they are looking at us through *Persona*, the mask we allow them to see. They never see the true us, only the part of ourselves that *Persona* allows them to see. And it varies, depending on what role we are in. We put on a vast array of *Personas* in the course of our lives [Stein et al., 2020].

This strong bond between internal and external parts, which is defying our future path, is the starting point for the realization's machinery. When the process of realization is linked with owning an inner *Self* that is not dependent on others.

If we have a significant problem with our *Persona*, we depend on other people reflecting our values and we do not have a sense of self apart from what they give us. Therefore, it is important to focus on the inner universe, which has a sense of worth that comes from within us and that is not dependent on the reflections of other people [Stein et al., 2020].

Moreover, *Persona* is known as the conformity archetype, it is an element of the personality that arises for reasons of adaptation or personal convenience. In essence, it conceals our real *Self*. As we please other people with our *Persona*, it leaves our negative traits that contradict our real selves, forming our *Shadow* [Eternalised, 2020].

4.2 Shadow & Ego

Shadow, along with *Persona*, is another archetype of complexity from *Map of the Soul*, that has the ability to change and influence our personal growth through the way of finding our *Ideal Self* and inserting it into reality's lines.

It is defined as a carefully concealed part of the psyche that clings to the backside of the *Ego*. It sits there in obscurity, moving quietly and unobtrusively in the background. Some parts of the shadow lie just at the fringe of consciousness, and

we can sense them occasionally out of the corner of our eye. But mostly *Shadow* is not apparent to the *Ego*, seen as a conscious factor in the process of discovering parts that are creating ourselves [Stein et al., 2020].

Ego is also composed of somatic and psychic factors. The somatic is the physical self, our body, while the psychic relates to our inner self, our mind. Both the somatic and the psychic have conscious and unconscious factors, while *Ego's* main characteristic is our individuality, which is part of our consciousness. However, it is one part of the personality, not the whole of it. The remaining part is composed of the unconscious [Eternalised, 2020].

Dual representation is the main quality of *Ego*, mainly perceived as an archetype, which can be modelled according to our conscious wishes and beliefs. The question is how much psychological pressure, we can create to break into our unconscious part of it, in order to reach the complete cycle of aim transformation.

Another aspect of this transformation, which can be taken into account is optimism and efficacy, seen as the main determinants and generators of hope, and therefore, key determinants of the *Ideal Self* [Boyatzis and Akrivou, 2006].

In addition, looking behind our *Persona* and *Ego*-consciousness provides us with the sight of lurking a dark figure, which we speak of as the *Shadow* [Stein et al., 2020].

Nevertheless, mentioned archetypes can take charge of our personality more from the inner side of perspective. Therefore, we cannot forget about the environment, which also touches us every day, whether we are conscious or unconscious of it.

4.3 External World

External World represents everything we know as our world. It is everything we can touch, see, and hear and everything present in the physical world with which we interact, including people, objects, and other creatures [Stein et al., 2020].

This kind of interaction can be seen as a support network in the context of our personal path to *Ideal Self*, but it can also start an inner *Self-war* inside every single one of us

Moreover, *External World* contrasts with our internal experience. Our internal experience is harder to grasp and understand, particularly the unconscious realm of which we are not usually aware [Stein et al., 2020].

The discrepancy between this two-dimensional world (inner and external) leads to the rupture of our internal image of *Ideal Self*, due to the consistent process of relying too much on our arrays of *Personas*.

In this state, we are able to change ourselves to the border, where we cannot find our *Self*, so trying for *Ideal Self* is coming with even more significant hardships.

5 Conclusion

All in all, it can be concluded that *Persona*, represents an individual a kind of mask that we put on in situations, which strictly require externally desired behavioural patterns.

Figure 1, depicted below carries the key concepts of reaching individuals' *Ideal Self*, coming from the two main influence circles- *ITC* and *Map of the Soul*. Based on this visual representation of each other strengths, we can see, that they are sharing some aim ideas, therefore with common influence, they can come closer to the harmonious image of *Ideal Self*, which can be sometimes a very fleeting concept.

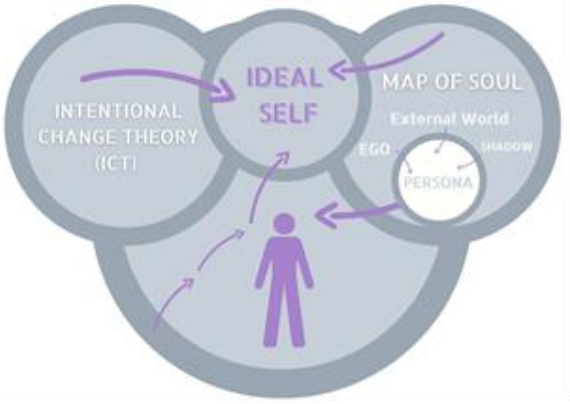


Figure 1: Correlation Diagram of Ideal Self

Stein's theory, based on *Map of the Soul*, mirrors, in terms of one possible interpretation, the process of suffering as a factor that shapes our characters and in the end, also the personality- us, from internal and external paradigms.

Essentially the external one is the influence of social mentalities that have co-evolved such that individuals can be receptive to the signals indicating a person's motivation intent and then respond appropriately [Liotti and Gilbert, 2011].

In the case of absenting ability to respond in a correct way, we are able to outline the core in an unconventional way of accepting an alternative, working with the strong (rather negative) influence of public opinion, coming from a judgmental society.

This is the opposite concept of *ITC*, obtaining the goals by discovering our *Ideal Self*, then real self, creating our learning agenda and practising our new habits, along with a proper support system [Boyatzis, 2006].

In the end, we can only theorize about automatic mechanisms, which can be external barriers against mentioned *ITC*, along with *Persona*.

Nevertheless, these mechanisms can always strengthen our characters and personalities, perceived as a human complexity, in order to prove that every kind of hardship is positional growth of our cognitive abilities to create our *Ideal Self*.

Acknowledgements

I want to thank Prof. Julie Felker for the valuable advice process during the process of writing this paper.

References

[Boyatzis, 2006] Boyatzis, R. (2006). An overview of intentional change from a complexity perspective. *Journal of Management Development*, vol. 25, no. 7, pp. 607-623. Retrieved March 26, 2022, from 10.1108/02621710610678445.

[Boyatzis and McKee, 2005] Boyatzis, R., E. and McKee, A. (2005). *Resonant Leadership: Renewing Yourself and Connecting with Others Through Mindfulness, Hope, and Compassion*, Harvard Business School Press, Boston, MA.

[Watanabe, T. and Karasawa, 2015] Watanabe, T. and Karasawa, K. (2015). The Association between Free Will Beliefs and Stereotypes: People's Belief in Fatalism Promotes Gender Stereotypes. *The Fifth Asian Conference on Ethics, Religion and Philosophy*. Retrieved March 26, 2022, from https://papers.iafor.org/submission09149/.

[Johnson, 2021] Johnson, S. (2021). Map of the Soul: Understanding Psychology for Self-Improvement – The Student Aspect. The Student Aspect. Retrieved 6 April 2022, from https://thestudentaspect.com/map-of-the-soul-understanding-psychology-for-self-improvement/.

[Phares and Chaplin, 1997] Phares, J. and Chaplin, W. (1997). Introduction to personality, Fourth ed., Prentice Hall.

[Eternalised, 2020] Eternalised. (2020). Jungian Archetypes: Self, Persona, Shadow, Anima/Animus. *Eternalised: In Pursuit of Meaning*. Retrieved 6 April 2022, from https://eternalisedofficial.com/2020/09/05/jungian-archetypes-explained/.

[Boyatzis and Akrivou, 2006] Boyatzis, R. and Akrivou, K. (2006). The ideal self as the driver of intentional change. Journal Of Management Development, 25(7), 624-642. Retrieved March 26, 2022, from https://doi.org/10.1108/02621710610678454.

[Stein, 1998] Stein, M. (1998). Jung's map of the soul: An introduction. Chicago: Open Court.

[Stein et al., 2020] Stein, M., Buser, S., Cruz, L. (2020). Map of the soul - 7. Asheville, NC: Chiron Publications.

[Liotti and Gilbert, 2011] Liotti, G., and Gilbert, P. (2011). Mentalizing, motivations and social mentalities: theoretical considerations and implications for psychotherapy. *Psychol. Psychother*. 84, 9–25. Retrieved March 26, 2022, from 10.1348/147608310X520094.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 226–231
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Filip Kerák

Comparing biological sequences with neural networks

Filip Kerák[1*†]

Supervisor: Tomáš Vinař[1‡]

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: In bioinformatics it is often necessary to compare different sequences to determine their similarity. This task can be used to classify an organism to category or to analyse functions of different parts of sequences. Comparison is often performed by Needleman-Wunsch algorithm, a dynamic programming algorithm with a simple scoring scheme, which often can not capture all properties of biological sequences.

In our work, we examine possibilities of application of neural networks to better express properties of biological sequences and possible underlying structure in errors introduced during the sequencing. We propose a recurrent neural network model which fills a table similar to dynamic programming. To train this model, we only use final labels 0 and 1 to indicate whether two sequences are considered similar or not. Our model achieved results comparable with Needleman-Wunsch algorithm and on noisy data performed slightly better.

Keywords: Neural Network, Biological Sequence, Needleman-Wunsch

1 Introduction

We can look at biological sequences as words over an alphabet Σ. In this part we will explain tasks which are performed on sequences and which types of sequences we will use in our work.

1.1 Biological sequence alignment

The DNA sequences are often represented as strings over alphabet $\Sigma = \{A, C, G, T\}$. Two DNA sequences from the corresponding locations in genome of different individuals of the same species will be quite similar but there will be some changes. There are three types of changes: insertions, deletions and point mutations. In an insertion, a new base is inserted into the original sequence. A deletion is when base from the original sequence is missing in the other sequence. Last, a point mutation means that a base from the original sequence has changed to a different base.

Another type of sequences are protein sequences that consist of amino acids. Those sequences are strings over an alphabet of size 20. Exact match in those sequences is less important because some pairs of amino acids are more alike than others.

To compare sequences, we need to define a similarity score. This score can be computed from alignment of the sequences. To produce an alignment we can introduce gaps into first or second sequence to maximize the alignment score which arises from the scoring scheme. A simplest scheme would be +1 for match, -1 for mismatch, and -1 for gap. In reality, more complex scoring schemes are used to better capture biological aspects of the problem. In our work we concentrate on global alignment. In this case sequences are aligned end to end, alignment score is computed from whole alignment. This can later be generalized for local alignment task.

1.2 Needleman-Wunsch algorithm

Problem of global alignment can be solved by using dynamic programming Needleman-Wunsch algorithm [Needleman and Wunsch, 1970].

We have two sequences X and Y of lengths m and n. We create a matrix A of size $m * n$. Cell $A[i, j]$ represents a sub-problem of global alignment of sequences $x_1, x_2 ... x_i$ and $y_1, y_2 ... y_j$. The first row and the first column represent a case where one of the sequences has length zero and is aligned with all gaps. So the score in such case will be $A[i, 0] = -i$ and $A[0, j] = -j$.

In general, for $i > 0$ and $j > 0$ we have:

$$A[i,j] = \max \begin{cases} A[i-1, j-1] + s(x_i, y_i) \\ A[i-1, j] - 1 \\ A[i, j-1] - 1, \end{cases}$$

where $s(x_i, y_i)$ is score of match or mismatch and is

*kerak1@uniba.sk
†Supervisor
‡vinar@fmph.uniba.sk

	A	C	G	T
A	2	-2	-1	-2
C	-2	1	-2	-1
G	-1	-2	1	-2
T	-2	-1	-2	2

Figure 1: Example of substitution matrix

		G	A	A	G	G	C	C	T	A	C
	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
A	-1	-1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8
A	-2	-2	0	1	0	-1	-2	-3	-4	-5	-6
G	-3	-1	-1	0	2	1	0	-1	-2	-3	-4
G	-4	-2	-2	-1	1	3	2	1	0	-1	-2
C	-5	-3	-3	-2	0	2	4	3	2	1	0
C	-6	-4	-4	-3	-1	1	3	5	4	3	2
A	-7	-5	-3	-3	-2	0	2	4	4	5	4
T	-8	-6	-4	-4	-3	-1	1	3	5	4	4
A	-9	-7	-5	-3	-4	-2	0	2	4	6	5
A	-10	-8	-6	-4	-4	-3	-1	1	3	5	5

Figure 2: Example of dynamic programming table for global alignment.

defined as:

$$s(x_i, y_i) = \begin{cases} 1, \ if \ x_i = y_i \\ -1, \ if \ x_i \neq y_i \end{cases}$$

Diagonal case $A[i-1, j-1] + s(x_i, y_i)$ means that sequences are aligned with match or mismatch, the case $A[i-1, j] - 1$ means that x_i is aligned with a gap and the case $A[i, j-j] - 1$ means that y_j is aligned with a gap.

When the whole table is filled, the score of the global alignment is in the bottom right corner. If we want to recover the whole alignment, we take the last cell and go back up to the first cell $A[0,0]$ following the path of the computation. Often, there exist more than one path with the same score.

Improvements often used in addition to this simplest version of sequence alignment, include affine gap scoring, and a more complex scoring matrix. In the affine gap scoring we have greater penalty for opening a gap and then lower penalty for extending an existing gap. In the case of substitution matrices, we capture the fact that some base mutations are more probable than others, thus some mutations will have a lower penalty than others, see example in Figure 1.

Tables of dynamic programming can be difficult to read (Figure 2), especially for longer sequences, therefore later in this paper we will visualize them as heat maps (see Figure 3).

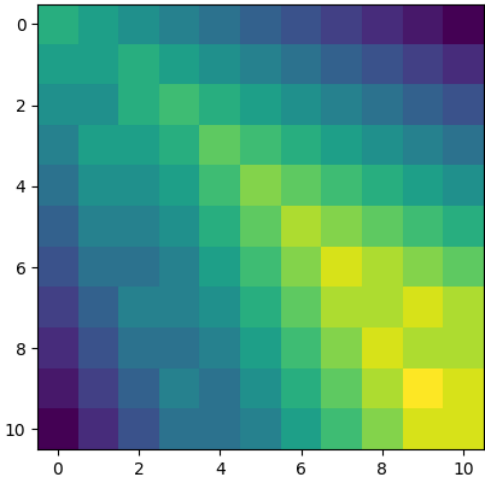


Figure 3: Heat map for Figure 2

2 Neural networks for sequence alignment

In past few years neural networks achieved state of the art results in different areas of informatics and sequence data processing, such as speech recognition [Chiu et al., 2018], translation, or text processing [Vaswani et al., 2017]. There are also aspirations to use neural networks in sequence alignment.

One such approach was used [Yamada, 2018], who proposed a way to improve alignment of protein profile sequences. The author used a classical dynamic programming approach, but instead of using standard scoring function, he used a small fully connected neural network to compute similarity score for match or mismatch in each cell of dynamic programming table. Input of the network consisted of 10 elements from one profile and 10 from the other.

[Gupta and Saini, 2020] used convolutional model and recurrent model to improve DNA alignments.

In our work we try to use similar techniques. Our model uses convolution to process cells from a dynamic programming table which have already been filled and uses them with input to pass additional information. Another difference is that to train our model we do not require alignments as labels, since all training is performed with only a single label (0 or

1) depending on whether the training sequences are in fact alignable or not. similarity label.

2.1 Proposed neural network architecture

Our model is also organized as a dynamic programming table A. To compute a single cell $A[i, j]$ (4), we first take square window of size w upwards and to the left from cell $A[i, j]$, (in case $i < w$ or $j < w$ those parts are padded with zeroes). Then convolution is applied to this window. We use kernel of size 3 and 4 output channels, followed by application of max-pooling with kernel size 2. Pooled output is then flattened. In our work we used window size between $w = 5$ and $w = 10$. Now we take the corresponding part of the query sequence and sample sequence. In our experiments, 10 was the best length for the sequence substring to be used in one step in accordance to the results and time complexity. We concatenate those 3 vectors space embedding, i.e. vector of size four containing lengths of both sequences and actual i and j. This long vector is then used as an input to two fully connected layers, both having input size of the vector and output 256. The first one is used as gate and sigmoid activation function is applied after it, then outputs from second and sigmoid are multiplied and output is summed through -2. dimension. Then another fully connected layer is applied with input size 256 and output 32 with relu as activation function and then finally fully connected layer is applied with size of input 32 and output 1 with sigmoid activation function. This result is then stored in $A[i, j]$. The whole table A is filled in this manner and the last cell of the table is considered as output of the model.

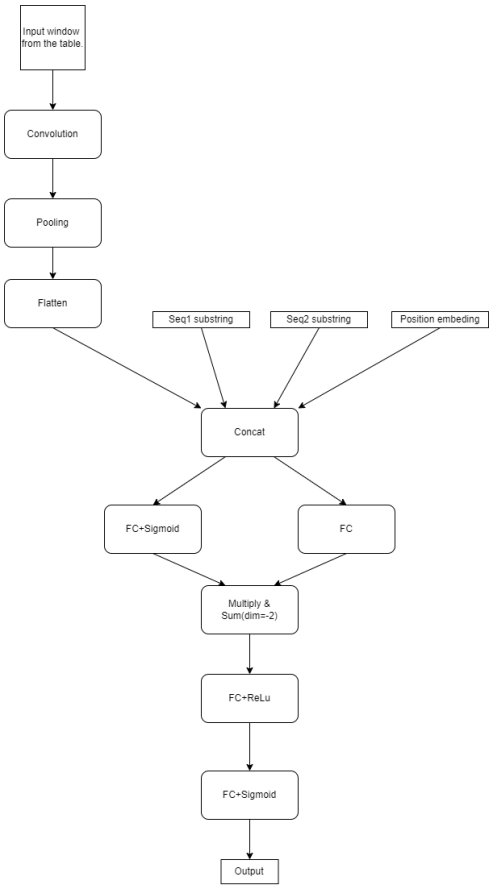


Figure 4: Computation of one cell.

3 Experiments and evaluation

We use artificially generated data with predetermined distribution of mutations, deletions and insertions.

3.1 Generating data sets

For the DNA sequences, we generate a query sequence as a random string over the alphabet $\{A, C, G, T\}$, length of the string will be from interval $< m, n >$. For each query we also generate positive and negative samples for comparison. Negative sample is generated as a random string over the alphabet Σ and difference in length is not greater than 30% of the longer sequence length. Positive example is built from query sequence by applying mutations, insertions, and deletions, with mutation probability *m_prob*, insertion probability *i_prob*, and deletion probability *d_prob*.

The generate protein sequence samples, we use list of protein families from Pfam database [Mistry et al., 2021]. Particularly we use Pfam-A-seed, this list contains few aligned samples for each family. From this we create two datasets, short and full. For short dataset query sequence is taken as short part from a sequence of one family, with length of up to 35. Positive sample is created by taking a part from the same region in sequence that belongs to the same family. Negative sample is taken as part from random region in a sequence from a different family. Long data set is quite similar, however not just parts of sequences are taken, but whole sequence is used.

3.2 Baseline models

To evaluate our model we compare it to the base model that uses Needleman-Wunsch dynamic programming algorithm. For DNA, we use the simplest scoring scheme -1 for gap, $+1$ for match, and -1 for mismatch. In case of protein sequences, we use a substitution matrix called BLOSUM [Henikoff and Henikoff, 1992], particularly we use BLOSUM62 matrix.

Outputs from our model and the baseline model are not directly comparable since output of our model is from interval $< 0, 1 >$ and output from the baseline model can be any integer. Therefore we use area under receiver operating characteristic curve (AUC) [Fawcett, 2006].

3.3 Training of the model

To train the model, we used our data generators, because we had practically infinite dataset, so it was not necessary to iterate over the same data in more epochs. We train the model to work with sequences that contain up to $m\%$ of point mutations, $d\%$ of deletions, and $i\%$ of insertions. During our experiments, we found out that the training dataset should contain uniform distribution of the changes even in cases when we want to train it specifically for higher rates of changes since this will speed up convergence and increase the accuracy. After sequences are generated, one hot encoding is applied and output from the model is computed. The loss is computed only from final label, which is 0 or 1, and similarity score from the model. As loss function we use mean squared error. Error is then back-propagated through the whole recurrent process of filling the table. Since sequences have different lengths and we need to fill the table A, we can not fully use the possibilities of parallel processing of used framework and process inputs in batches greater than one. As optimizer we used Adam first with learning rate 0.001 and when the model stopped learning we lowered it to 0.0001.

4 Results and discussion

4.1 Results on DNA sequences

To train and evaluate model we used our generator. Our model performed better on shorter noisy sequences. For example, comparing sequences with up to 10% of insertions, 10% of deletions, and 20% of point mutations. Since we implement mutations as random changes they can be also interpreted as errors in reads. First we trained model on few hundreds of sequences of length up to 15, then we used 1000 sequences of length up to 35, finally we lowered learning rate to 0.0001 and used 30000 of sequences of length up to 100. AuC of this model was 0.9815. To evaluate our model we used Needleman-Wunsch with simple scheme gap -1,match $+1$, mismatch -1. Needleman-Wunsch on the same validation set had AuC:0.9730. Our model used window of size 6 and vector of size 10. Examples of dynamic tables comparison can be seen in Figure 5 and Figure 6.

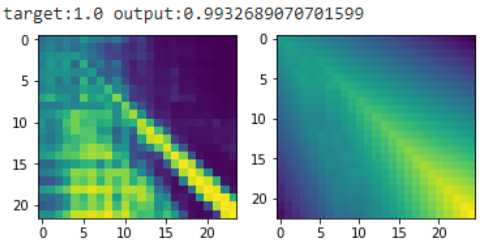


Figure 5: Dynamic table for a positive example on DNA set. Our model (left) and Needleman-Wunsch (right).

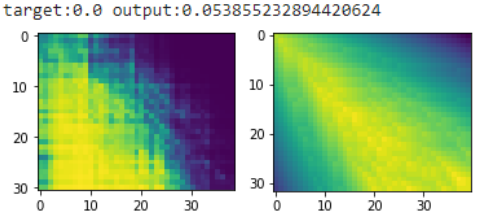


Figure 6: Dynamic table for a negative example on DNA set. Our model (left) and Needleman-Wunsch (right).

In Table 1 we present results on sequences of lengths up to 50. We set different thresholds for mutation, insertion, and deletion probabilities. For example $m_pr = 0.1$ means that sequences contain up to 10% of point mutations. From the results we can see that our model can perform well even on noisy dat, if it was trained on data with similar distribution of changes . When insertion and deletion probabilities were increased the model did not performed equally good. To improve performance on sequences with higher insertion and deletion rates we can take

longer substrings which are used in computation for one cell.

m_pr	i_pr	d_pr	Model-AuC	N-W-AuC
0.05	0.05	0.05	0.9978	0.9854
0.1	0.05	0.05	0.9949	0.9827
0.15	0.05	0.05	0.9953	0.9755
0.2	0.05	0.05	0.9945	0.9710
0.3	0.05	0.05	0.9904	0.9674
0.1	0.1	0.1	0.9830	0.9764
0.2	0.1	0.1	0.9822	0.9767
0.3	0.1	0.1	0.9616	0.9755

Table 1: Results for different thresholds on DNA sequences of length up to 50.

4.2 Results on protein sequences

We tried to train our model on protein sequences, however this task turned out to be more complicated. Model needs to be more complex because of the larger alphabet therefore it needs more data and time to be trained properly. We tried different settings of hyper-parameters. Our final model used window of size 6 and vector of size 10. To train the model, we used 30000 samples from our generated short dataset, training took 25 hours, however our model had AuC only 0.6203 and Needleman-Wunsch had AuC 0.846.

4.3 Results discussion

In our experiments we found out that our proposed model is quite sensitive to the data distribution in training dataset. If right distribution is used and difficulty of the problem is slowly increased it can highly speed up the convergence of the model. Therefore the best approach is to use an artificial data generator where we can control all the distributions. In case we want to train the model for general sequence alignment we can use a random generator and take care of distributions of changes.

In cases when our model was trained on data with small mutation probability range it could learn to look for those types of errors in sequences and therefore better capture similarity of sequences even in cases with higher error rate. This can be useful in cases when we work with sequences, which are known to have higher mutation rates.

5 Conclusion

In our work we explored a possibility of usage of neural network to enhance standard Needleman-Wunsch algorithm used to compare biological sequences. We proposed a model that can be used to compare sequences in similar manner as Needleman-Wunsch algorithm, but our model does not need whole sequences to be aligned and labelled for training. Our model can be quite sensitive to errors and mutations, this can be used in tasks on sequences with known mutation probabilities or sequences from error-prone sources. We tested model only on alignment of two sequences, however, by using more input channels for convolution, the model could be used for multiple sequence alignment. We intend to explore this possibility along with improving the training of the model on different types of sequences, such as protein sequences.

References

[Chiu et al., 2018] Chiu, C.-C., Sainath, T. N., Wu, Y., Prabhavalkar, R., Nguyen, P., Chen, Z., Kannan, A., Weiss, R. J., Rao, K., Gonina, E., et al. (2018). State-of-the-art speech recognition with sequence-to-sequence models. In *2018 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pages 4774–4778. IEEE.

[Fawcett, 2006] Fawcett, T. (2006). An introduction to roc analysis. *Pattern recognition letters*, 27(8):861–874.

[Gupta and Saini, 2020] Gupta, G. and Saini, S. (2020). DAVI: Deep learning-based tool for alignment and single nucleotide variant identification. *Machine Learning: Science and Technology*, 1(2):025013.

[Henikoff and Henikoff, 1992] Henikoff, S. and Henikoff, J. G. (1992). Amino acid substitution matrices from protein blocks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 89(22):10915–10919.

[Lu H, 2016] Lu H, Giordano F, N. Z. (2016). Oxford nanopore minion sequencing and genome assembly. *Genomics Proteomics Bioinformatics.*

[Mistry et al., 2021] Mistry, J., Chuguransky, S., Williams, L., Qureshi, M., Salazar, G. A., Sonnhammer, E. L., Tosatto, S. C., Paladin, L., Raj, S., Richardson, L. J., et al. (2021). Pfam: The protein families database in 2021. *Nucleic acids research*, 49(D1):D412–D419.

[Needleman and Wunsch, 1970] Needleman, S. B. and Wunsch, C. D. (1970). A general method applicable to the search for similarities in the amino acid sequence of

two proteins. *Journal of molecular biology*, 48(3):443–453.

[Vaswani et al., 2017] Vaswani, A., Shazeer, N., Parmar, N., Uszkoreit, J., Jones, L., Gomez, A. N., Kaiser, Ł., and Polosukhin, I. (2017). Attention is all you need. *Advances in neural information processing systems*, 30.

[Yamada, 2018] Yamada, K. D. (2018). Derivative-free neural network for optimizing the scoring functions associated with dynamic programming of pairwise-profile alignment. *Algorithms Mol. Biol.*, 13(1):5:1–5:8.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 232–236
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Martin Gergel

Web-based Framework for Edge Sharpening in 3D Scans

Martin Gergel[1]*

Supervisor: Lukáš Gajdošech[1]†

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract

Processing of complex point clouds and meshes is often limited to devices with powerful hardware, OS-dependent software, installed libraries, virtual environments, and so on. Web applications, on the other hand, need only a compatible browser, can provide server-side processing and they are faster to use than setting up a local environment. A web-based framework for 3D data visualization, conversion, and processing has been designed and developed. Including traditional procedures and novel machine learning-based alternatives, the user has the choice between these different algorithms, enabling direct comparison, creating pipelines, or further analysis. The direct visual comparison is especially important, as it is not always clear which solutions are better than others. State-of-the-art machine learning architectures are usually successfully used on classical processing tasks such as classification and segmentation. We've dived deeply into the problem of recovering sharp edges in corrupted 3D meshes, achieving various transformations in end-to-end trainable models. Methods to detect and extract edges were also implemented. Combining both analytical and data-driven approaches, we've been able to gather interesting results with various evaluation metrics and visual comparisons. The work presented in this paper is part of the author's bachelor thesis, where the main asset is a dynamic web application for 3D processing using modern libraries and approaches. This paper is mainly focused on scan sharpening with different ideas proposed by the author.

1 Web-based Framework for 3D Processing

Processing of complex point clouds and meshes is often limited to devices with powerful hardware, OS-dependent software, installed libraries, virtual environments, and so on.

We propose a web framework for 3D data visualization, conversions, and processing. The core of dynamic user interface is built with library React and its other extensions (e.g. Redux). Rendering 3D graphics in web browsers was achieved with a Javascript library called Three.js that gives abstractions to work with WebGL technology.

Traditional and novel machine learning-based algorithms were included. The user has a choice to switch and parametrize them. The key to our user interface is that even a beginner is quickly able to run and visually compare results without the need of setting up a local environment. Finally, the modularity of the code makes it easy to implement new algorithms.

Unlike MeshLabJS that is inspired by popular software MeshLab, we have taken advantage of back-end processing, leaving the front-end for simpler visualization, pre-processing, and post-processing tasks. Standalone REST API provides a gateway for advanced 3D processing and can be easily implemented in existing or new systems.

2 Sharpening Edges in 3D Scans

We've dived deeply into the problem of recovering sharp edges in corrupted 3D meshes. In such a task, direct comparison is especially important. For data-driven methods, we've used CC3D [Cherenkova et al., 2020] dataset, which contains various high-resolution 3D triangular meshes and their corresponding CAD models with sharp edges. The goal is to reconstruct scans to achieve sharp edges and preserve object geometry.

The problem statement is taken from SHARP 2022 Challenge, that is held in conjuction with CVPR 2022.

Usually, networks that directly process meshes are limited to low-resolution meshes only. Therefore, we first convert the dataset to dense point clouds of $n \times 3$ fixed size using Poisson sampling.

*gergel11@uniba.sk
†lukas.gajdosech@fmph.uniba.sk

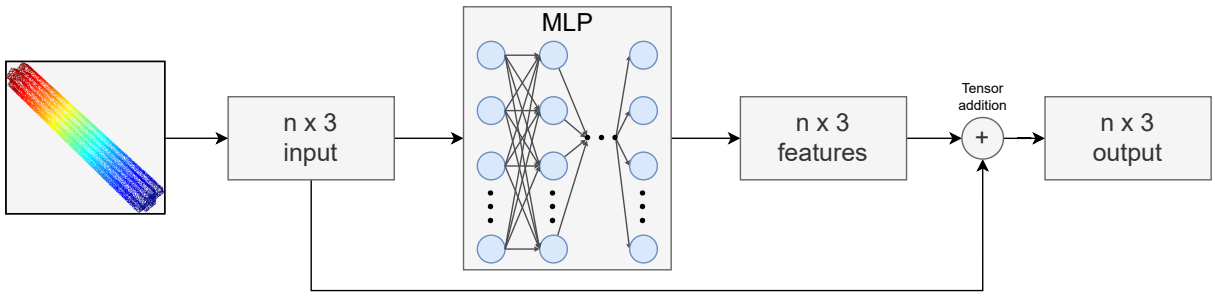


Figure 1: Architecture for offset predictions. Each layer in the MLP have batch normalization before ReLU activation and dropout layer after the activation.

2.1 Measurement Techniques

Let $P_1, P_2 \subseteq \mathbb{R}^3$ be two distinct point clouds. A chamfer distance introduced in [Fan et al., 2016],

$$d_{CD}(P_1,P_2) = \sum_{p_1 \in P_1} \min_{p_2 \in P_2} ||p_1 - p_2||^2 + \sum_{p_2 \in P_2} \min_{p_1 \in P_1} ||p_1 - p_2||^2, \quad (1)$$

captures relations between nearest neighbors from P_1 to P_2. Since such relation isn't symmetric, the function sums squared Euclidean distances also for each point in P_2 to the nearest neighbor in P_1.

2.2 Generating Point Clouds

In the first method, we have used an autoencoder to generate new point clouds. The idea was to use the PointNet [Qi et al., 2016] network as an encoder to extract global features. Then, with an MLP network as a decoder with properly adjusted initial weights and biases, we've generated a newly constructed point cloud of the same size as was the input. The chamfer distance 1 was used as a loss function.

The network performed poorly on the validation set without the ability to learn to forge proper geometry.

2.3 Predicting Vector Offsets

Instead of generating new point clouds, we can only try to predict vector offsets of each point in the input point cloud. By adding offsets, we're re-sampling the input and getting closer to the ground truth model.

Though simple, a network with two branches, an MLP network used to predict offsets and another to add them to the input has shown the ability to learn various transformations. The architecture of such a network is visualized in figure 1. However, this method had very slow convergence, and d_{CD} as loss function turned out to be memory insufficient for dense point clouds.

We have furthermore pre-processed the dataset to make point clouds pre-aligned. If P_1 is a point cloud sampled from corrupted mesh and P_2 is a point cloud sampled from the corresponding CAD model. Then, from a data structure point of view, point clouds P_1 and P_2 are pre-aligned such that on i-th index in P_1 we have the nearest neighbor on i-th index in P_2.

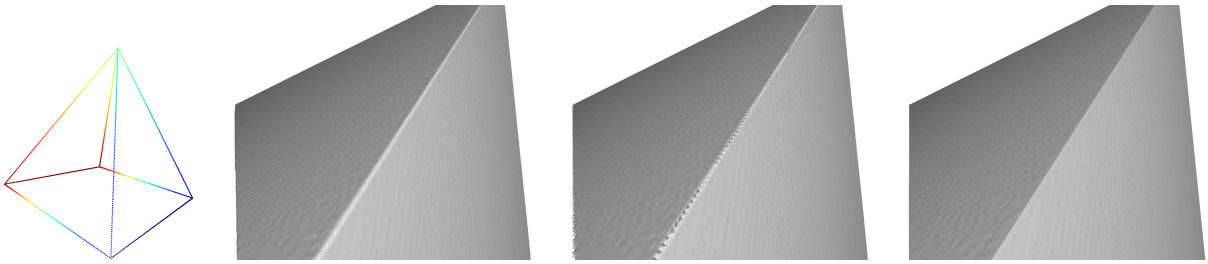
With this method, we're always moving towards a specific found nearest point. Classic loss functions like L_2 have been used, gaining better results and more stable convergence.

2.4 Predicting Offsets for Edges

Eventually, we want to convert each point cloud back to mesh. Since Poisson sampling preserves vertex normals, we could use Poisson surface reconstruction. Yet, empirically we have noticed that even high-resolution point clouds constructed from CAD models with sharp edges can not return the quality of the original mesh or the sharp edges. Therefore, we have proposed an approach that would preserve the original geometry by focusing only on edges.

2.4.1 Sampling Vertices in Meshes

Let's consider that we have perfectly predicted sharp edges as a point cloud to some scan. The algorithm described by pseudocode in 1 samples sharp edge points E directly onto the original mesh M by updating the position of k nearest vertices to the position of the edge point. The process is repeated for each point in E. This way we're leaving geometry almost



(a) Sharp edges (b) Scan (c) $k = 1$ (d) $k = 20$

Figure 2: Algorithm 1 applied on a pyramid model.

untouched since there is no need to do a conversion to point clouds. Step 5 was optimized with constructed kd-tree from mesh vertices. Examples of results after applying this algorithm can be seen in figure 2, where k between 15 and 30 gave the best outcomes.

Algorithm 1 Pseudocode of sampling vertices in a mesh M from point cloud E with sharp edges only.

```
1:  procedure SamplingMeshEdges(M, E, k)
2:      V ← n × 3 vertices of M
3:      P ← m × 3 points of E
4:      for all p ∈ P do
5:          I ← indices of k nearest points in V for p
6:          for all i ∈ I do
7:              V[i] ← p
8:      vertices in M ← V
9:      compute vertex normals
10:     visualize M
```

2.4.2 Edge Extraction

Before training an architecture to predict sharp edges only, we need to find edges in the scans.

Edges are mostly found by comparing if a dihedral angle,

$$\theta = \arccos\left(\frac{N_1 \cdot N_2}{||N_1|| \times ||N_2||}\right), \tag{2}$$

is greater than the feature angle α between two triangles in a mesh and additional sampling. Results on a specific mesh can be seen in figure 3.

2.4.3 Training

We have applied the same architecture described in 2.3. The network takes extracted edges and tries to sharpen them based on the related ground truth sharp edges. Predictions after training on the entire dataset are in figure 4. The network started to overfit later and gave better results on the validation set.

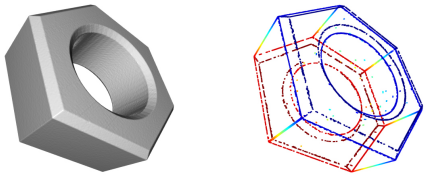


Figure 3: Edge extraction from mesh with $\alpha = 15$

3 Results and Conclusion

A comparison of our methods is in table 1. We have used the chamfer distance to count the error between predictions and the ground truth models. Pre-aligning the dataset to nearest neighbors and using L_2 as the loss function had the best results. Training on edges only is harder to compare since the dataset is different. The bigger training error is due to some outliers detected in the edge extraction process.

There's a lot of room for improvement in our data-driven methods. Even though we didn't achieve perfect sharpening, the ideas and approaches proposed and described in this work have opened doors for future work. Whether it is a more robust architecture to predict offsets or a different way to use extracted edges.

The advantage of our approaches is that they're giving an option to predict reconstruction for meshes and point clouds to match the desired output, not being limited to sharpening only.

Research in this paper is part of the author's work on a web-based solution to 3D processing done for his Bachelor's thesis.

Table 1: Evaluation with chamfer distance on 2048x3 point clouds.

	Generating point clouds	Predicting offsets	Predicting offsets with initial NN finding	Predicting offsets for edges only
Training error	1350	51.05	38.43	62.68
Validation error	inf	79.95	72.26	63.55

References

[Cherenkova et al., 2020] Cherenkova, K., Aouada, D., and Gusev, G. (2020). Pvdeconv: Point-voxel deconvolution for autoencoding cad construction in 3d. pages 2741–2745.

[Fan et al., 2016] Fan, H., Su, H., and Guibas, L. J. (2016). A point set generation network for 3d object reconstruction from a single image. *CoRR*, abs/1612.00603.

[Qi et al., 2016] Qi, C. R., Su, H., Mo, K., and Guibas, L. J. (2016). Pointnet: Deep learning on point sets for 3d classification and segmentation. *CoRR*, abs/1612.00593.

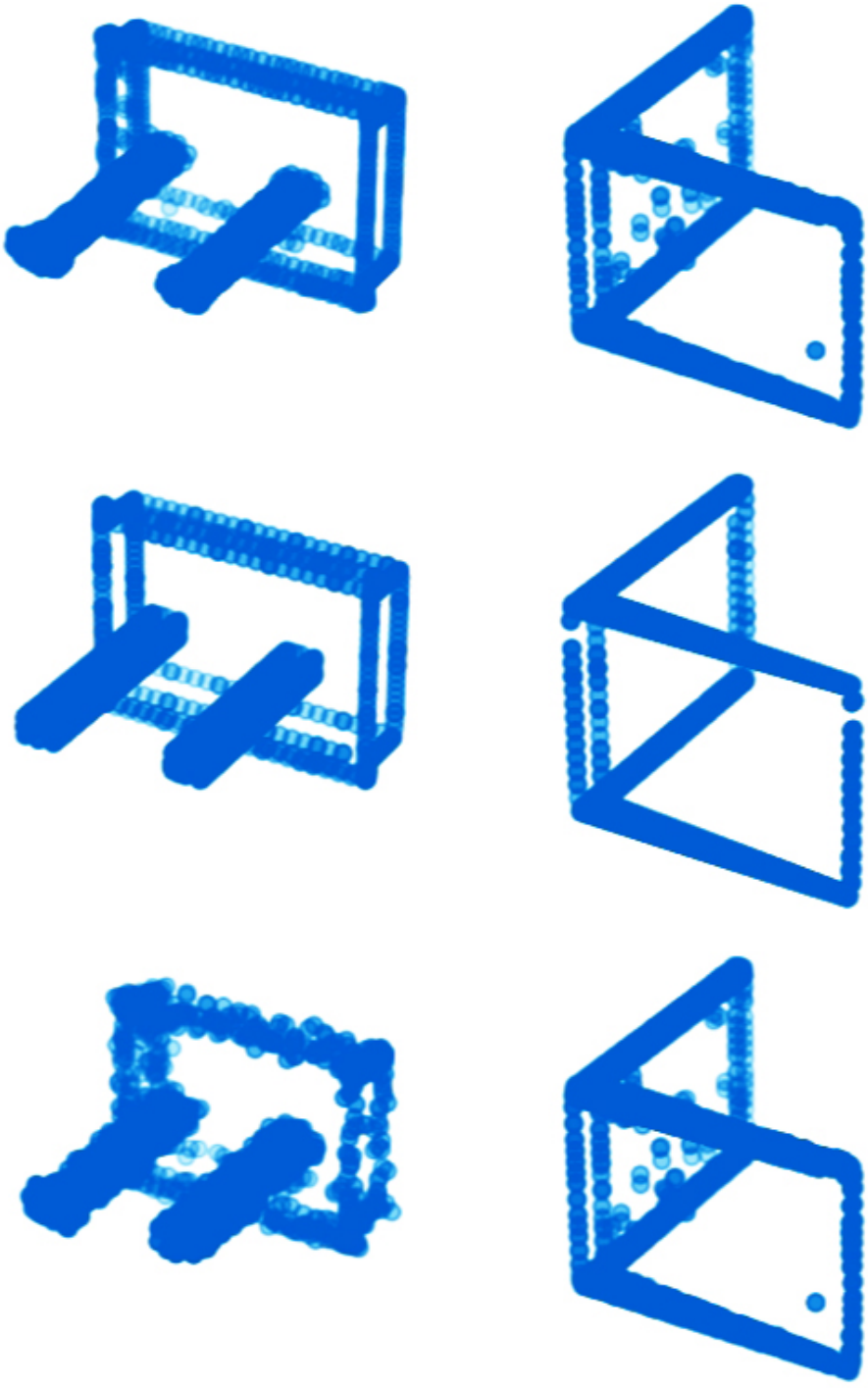


Figure 4: Predictions on the validation set for point cloud edges using the architecture from 2.3 with pre-aligned nearest neighbors. Corrupted scans are in the first row, ground truth sharp edges in the middle row, and network predictions in the last row. As can be seen, the problem with generalization remains, but the network learned to adjust some points with perfect precision.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 237
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Adrián Goga, Andrej Baláž

Prefix-free parsing for building large tunnelled Wheeler graphs

Adrián Goga[1*] Andrej Baláž[2†] Broňa Brejová[1‡§]

[1] Katedra informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Wheeler graphs are a general framework for indexes based on the Burrows-Wheeler transform (BWT), which is commonly used for compression and pattern matching. Wheeler graphs admit a succinct representation which can be further compacted by the tunnelling. Tunneling of a Wheeler graph consists of merging parallel and equally labeled paths, called blocks, into a single path. The effectiveness of the tunnelling depends on the choice of the blocks to be tunnelled. Optimal block choice, i.e. one that minimizes the size of the resulting Wheeler graph, was proven to be NP-complete [Baier and Dede, 2019]. Although several heuristics for the block choice have been proposed, finding a reasonable set of blocks remains the most computationally difficult part of the tunneling process. To address the problem of finding an adequate set of blocks we employ the idea of prefix-free parsing (PFP) [Baier and Dede, 2019], which was proposed to alleviate the memory requirements of the BWT construction for large repetitive datasets. The idea of PFP is, using a running hash, to divide the input text into phrases of roughly equal sizes that overlap by a fixed amount of characters. The phrases are then sorted lexicographically and the original text can be represented by a sequence of phrase ranks, the parse, together with the list of all used phrases, the dictionary. In repetitive texts, the PFP representation of the text is generally much shorter than the original text since individual phrases are used many times in the parse, thus reducing the size of the dictionary. To reduce the memory requirements of the Wheeler graph construction, we have applied the idea of PFP to obtain the parse and the dictionary of the original text, tunnelled the parse using existing heuristics and used this tunnelled representation to construct a compact Wheeler graph of original text.

	original	pfp
chr19_1	33	83
chr19_10	213	150
chr19_100	2374	635
chr19_1000	-	5951

Table 1: Elapsed time in seconds.

	original	pfp
chr19_1	339	640
chr19_10	2729	841
chr19_100	49052	1717
chr19_1000	-	10911

Table 2: Memory consumption in MBs.

We compared the running time and memory consumption of Wheeler graph construction using the original algorithm [Baier and Dede, 2019] and our algorithm with PFP. The comparison was made using 1, 10, 100 and 1000 chromosomes 19 from 1000 human genomes project.

While the original algorithm produces smaller Wheeler graphs, e.g. 161MB vs. 1.6GB for 100 copies of chromosomes 19 (5.2 GB), our algorithm scales better in terms of both, time and space, with increasing data size. Furthermore, it allowed to construct the Wheeler graph for large dataset of 1000 chromosomes 19 (52 GB), where the original algorithm run out of memory on machine with 224GB.

References

[Baier and Dede, 2019] Baier, U. and Dede, K. (2019). BWT Tunnel Planning is hard but manageable. In *2019 Data Compression Conference (DCC)*, pages 142–151. IEEE.

[Boucher et al., 2019] Boucher, C., Gagie, T., Kuhnle, A., Langmead, B., Manzini, G., and Mun, T. (2019). Prefix-free parsing for building big BWTs. *Algorithms for Molecular Biology*, 14(1):1–15.

*adrian.goga@uniba.sk
†andrej.balaz@fmph.uniba.sk
‡brejova@dcs.fmph.uniba.sk
§Supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 238
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jana Černíková, Broňa Brejová, Tomáš Vinař

Live monitoring of MinION SARS-CoV-2 sequencing runs

Jana Černíková[*] Broňa Brejová[†] Tomáš Vinař[‡§]

FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

MinION is a small portable sequencing device that allows the analysis of sequenced data in real time during the sequencing run. However, such analysis often requires a powerful computer with GPU support to get the results in real-time. Sequencing of approximately 30000 nucleotides long SARS-CoV-2 is usually performed using ARTIC protocol, originally developed during the Zika virus epidemics [Quick et al., 2017]. Briefly, the virus sequence is divided into shorter overlapping segments (called *amplicons*) which are first amplified in the sample using polymerase chain reaction (PCR); depending on the version of the protocol, the length of the amplicons can vary between 400 and 3000 nucleotides. Moreover, up to 96 samples are sequenced at the same time, by employing a technique called barcoding.

We have developed a new monitoring tool for SARS-CoV-2 sequencing runs, which works in real time on a regular desktop computer using 4 CPU cores. Figure 1 shows a heatmap generated on-the-fly by our monitoring tool to highlight differences in sequencing coverage of individual samples (rows) and amplicons (columns). The coverage can differ due to varying concentrations of individual clinical samples, different efficiency of individual amplification steps, or due to laboratory errors. Since a certain level of minimum coverage is required to reliably identify variations in virus sequence, the monitoring throughout the run is extremely important to decide when to terminate the sequencing run. Besides monitoring the coverage, our tool can also classify selected variants of interest, typically well before the sequencing run is finished and the final virus sequence is determined.

Previously developed monitoring tools typically suffer from two problems. First, the analysis depends on base calling, which requires a powerful GPU (generally not available in standard desktops and notebooks) to perform in real time. Second, various steps in the analysis pipeline are performed repeatedly on the whole data sets, leading to extremely slow responses towards the end of the sequencing run.

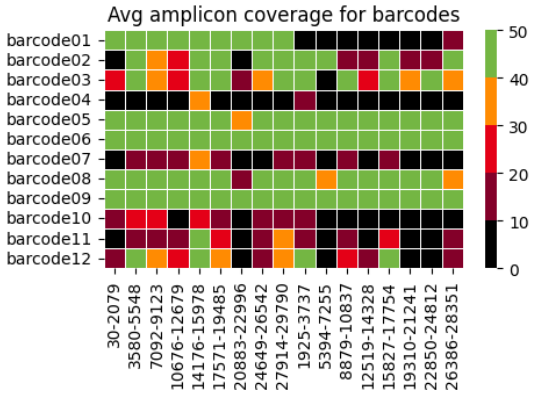


Figure 1: Heatmap showing the average coverage for each sample (rows) and amplicon (columns). Samples 04, 07, and 10 show very low coverage. The heatmap also indicates failure in the second pool of amplicons in some samples (second half of columns).

We have addressed the first problem by employing an alternative base caller DeepNano-blitz [Boža et al., 2020], which runs in real time on CPU at the expense of accuracy of resulting sequences; however, we have determined that the difference in accuracy does not adversely affect the final analysis results. The second problem is solved by introducing a custom summarization framework, which ensures that each input file is only processed once; the final steps of analysis and visualizations provided by a Flask application to the user are only dependent on the summary statistics created within the summarization framework. We have successfuly tested our monitoring tool on real sequencing runs performed at the Slovak Academy of Science.

References

[Boža et al., 2020] Boža, V., Perešíni, P., Brejová, B., and Vinař, T. (2020). Deepnano-blitz: A fast base caller for minion nanopore sequencers. *Bioinformatics*, 36(14):4191–2.

[Quick et al., 2017] Quick, J. et al. (2017). Multiplex PCR method for MinION and illumina sequencing of zika and other virus genomes directly from clinical samples. *Nature Protocols*, 12(6):1261–1276.

[*] cernikova6@uniba.sk
[†] brejova@fmph.uniba.sk
[‡] vinar@fmph.uniba.sk
[§] Supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 239
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Martin Gergel, Radoslava Hatalová, Slavomír Holenda, Jakub Mišovský, Sabína Samporová ŠVK

Zahraničný význam športu

Martin Gergel[1*] Radoslava Hatalová[1†] Slavomír Holenda[1‡]
Jakub Mišovský[1§] Sabína Samporová[1**]
Školiteľ: Richard Kollár[1††]
[1] FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Riešenie problematiky financovania športov je neľahkou úlohou nielen na Slovensku, ale aj v zahraničí. Jedným z mnohých východísk riešenia tohto problému je využitie kvantitatívnych metód, vďaka ktorým je rozhodovanie objektívnejšie ako pri politickom rozhodovaní. Dôležitým kvantitatívnym indikátorom je zahraničný význam športu. Podľa Zákona o športe je zahraničný význam športu jedným zo vstupných parametrov do vzorca na rozdeľovanie financií Ministerstva školstva, vedy, výskumu a športu Slovenskej republiky pre národné športové zväzy. Výsledkom je nastavenie finančných príspevkov národným športovým zväzom tak, aby boli financované športy, ktoré sú dôležité v zahraničí. [1]

Navrhovaná metodika zohľadňuje prepojenosť Slovenska so svetom. Väčšiu rolu v koeficiente zahraničného významu športu zohrávajú krajiny, s ktorými máme silné ekonomické, kultúrne a sociálne väzby ako krajiny, s ktorými máme tieto väzby slabšie. [1] Metodika odzrkadľuje nielen aktívny, ale aj pasívny záujem o šport.

Na hodnotu koeficientu zahraničného významu športu vplývajú nasledovné faktory: globálne meraný záujem o šport v určitej časti médií a krajín, dáta o financovaní športu zo štátnych zdrojov, dáta o úspešnosti jednotlivých krajín v športoch a dáta o miere vzájomnej previazanosti krajín medzi sebou. [1]

Do štúdie bolo zahrnutých 50 krajín sveta.

Po zozbieraní vstupných dát bolo vhodné vytvoriť komplexný systém na správu a updatovanie dát, automatické vykonanie výpočtov a vhodné zobrazenie výstupov. Systém sme sa rozhodli realizovať ako web stránku, aby bola dobre dostupná pre verejnosť a aj pre správcov. Súčasťou webu je aj možnosť získať export štruktúrovaných dát, ktoré sa dajú využiť na ďalšiu analýzu a výpočty.

Do systému vstupujú 3 úrovne používateľov. Bežný používateľ, to je používateľ so záujmom o medzinárodný šport. Má možnosť si prezerať rôzne atribúty, podrobnosti či štatistické údaje. Sekretársky účet, ktorý pracuje s obmedzenými dátovými zdrojmi, pridáva nové športy a odvetvia športov. Administrátorský účet pracuje s dátovými zdrojmi, môže meniť krajiny, pridávať a aktualizovať športy (vrátane zmeny existujúcich kódov, váh spoločných športov a zmien parametrov) a odvetvia.

Zobrazenie stránky pre bežného používateľa pozostáva z viacerých podstránok. International Importance na základe koeficientu meria medzinárodnú dôležitosť jednotlivých športov pre vybranú konkrétnu krajinu. Sumarizuje odhadovanú dôležitosť vo všetkých zahrnutých zahraničných krajinách pre konkrétnu krajinu váženú ich relatívnym vplyvom krajiny. Funding zobrazuje celkovú odhadovanú hodnotu národného financovania jednotlivých športov. Sport Ranking vykresľuje poradie krajín podľa počtu získaných bodov v športe. Country Influence vzhľadom na koeficienty merajúce relatívny vplyv iných krajín na vybranú konkrétnu krajinu zobrazuje previazanosť. Je možné vidieť ekonomický alebo neekonomický relatívny vplyv.

Spracovanie dát sa uskutočňuje na pozadí aplikácie. Nahrané dáta od administrátorov a sekretárok sa spracúvajú na základe preddefinovaných vzorcov a zobrazujú sa bežnému používateľovi.

Vizualizácia dát sa uskutočňuje dvoma spôsobmi: tabuľkovým modulom a zobrazením na mape. Tabuľkový modul slúži na štruktúrovanú vizualizáciu dát, dáta sú v prehľadných tabuľkách, čo umožňuje jednoducho ich čítať. Farebná mapa sa využíva na zobrazenie úrovne previazanosti zvolenej krajiny s ostatnými krajinami podľa typu previazanosti (ekonomická alebo neekonomická).

Literatúra

[1] R. Hatalová, K. Boďová, R. Kollár, Predbežná správa k projektu Zahraničný záujem o šport, 2021

* gergel11@uniba.sk
† hatalova42@uniba.sk
‡ holenda1@uniba.sk
§ misovskyjakub@gmail.com
** samporova1@uniba.sk
†† richard.kollar@gmail.com

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 240
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Ján Majerský

Automatizovaný nástroj pre zber dát, analýzu a vizualizáciu hashtagových komplexných sietí

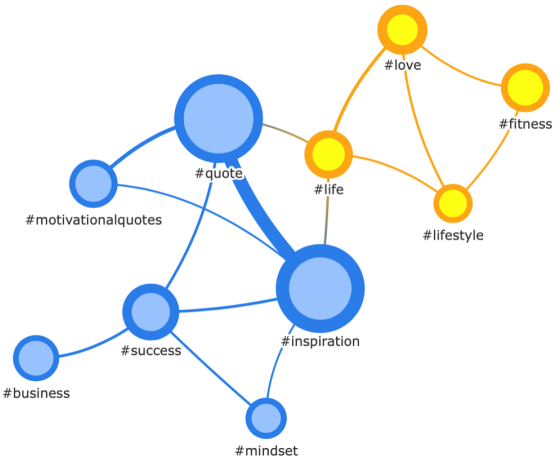
Ján Majerský[1]* Školiteľ: Damas Gruska[1†]

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Sociálne siete sú veľmi dôležitou súčasťou modernej spoločnosti. Množstvom a dostupnosťou dát tvoria služby ako Twitter alebo Instagram zlaté bane pre dátovú vedu. Ich analýzou vieme zistiť napríklad to, čo si ľudia myslia o danej téme a s čím si spájajú jednotlivé pojmy. Cieľom tejto práce je zamerať sa na kľúčové slová v príspevkoch na sociálnych sieťach nazývané hashtagy. Tieto kľúčové slová modelujeme do komplexných sietí a pomocou teórie komplexných sietí ich následne analyzujeme. Mnohé systémy vo fyzike, biológií či spoločenských vedách vieme modelovať ako komplexné siete, teda matematické grafy so špecifickými štrukturálnymi vlastnosťami. Myslenie týmto spôsobom môže viesť k novým, nečakaným a užitočným zisteniam a poznatkom [Newman, 2019].

Pozorovali sme, že odborné články a práce, ktoré sa taktiež snažia analyzovať hashtagy pomocou komplexných sietí, majú tendenciu analyzovať len konkrétne siete pre nejakú danú tému. Preto hlavným cieľom tejto práce je navrhnúť postupy pre filtrovanie vstupných dát, analýzu a vizualizáciu, ktoré sú použiteľné pre ľubovoľné komplexné siete tvorené kľúčovými slovami zo sociálnych sietí.

V rámci implementačnej časti práce vznikol automatizovaný nástroj pre zber dát, analýzu a vizualizáciu hashtagových komplexných sietí konkrétne pre službu Twitter, na ktorom naše postupy demonštrujeme. Priorita je, aby celá analýza prebehla pomerne rýchlo (do 5 minút) a na pomerne veľkých dátach. Do programu sa zadá ľubovoľný vstupný hashtag. Pomocou oficiálneho Twitter API program zozbiera najnovších 10000 príspevkov (tweetov), ktoré obsahujú daný vstupný hashtag. Zo zozbieraných dát sa vyfiltruje potenciálne nevhodný obsah, nepopulárne hashtagy a používame aj lematizáciu, ktorá upravuje slová na ich základný tvar. Už „vyčistené“ dáta sa v ďalšom kroku modelujú do komplexných sietí, v ktorých vrcholy reprezentujú hashtagy a hrana medzi dvomi vrcholmi vznikne, ak sa dané dva hashtagy spolu objavili v nejakom príspevku. Vrcholy sú ohodnotené na základe popularity daného hashtagu a hrany sú ohodnotené podľa počtu spoločného výskytu hashtagov v príspevkoch. Pomocou teórie komplexných sietí program následne hľadá najdominantnejšie vrcholy a najsilnejšie prepojenia medzi vrcholmi v sieti. Využíva aj detekciu komunít, ktorá nám siete rozdelí na jednotlivé komunity, ktoré reprezentujú tematické zhluky. Ďalej sa analyzuje veľkosť týchto komunít, sila prepojení medzi komunitami a hľadajú sa aj najreprezentatívnejšie vrcholy v komunitách. Vďaka tomu vieme získať pre daný pojem alebo tému tie najdôležitejšie a najpopulárnejšie hashtagy. Keďže pracujeme s matematickými grafmi, vieme taktiež pozorovať ako sa tieto hashtagy spájajú či zhlukujú, čo jednotlivé zhluky reprezentujú a ako medzi sebou súvisia. Nakoniec vznikne prehľadná vizualizácia najdôležitejších výsledkov celej analýzy.



Obr. 1: Vizualizácia najdôležitejších hashtagov a ich vzájomných prepojení pre vstupný hashtag #motivation

Na záver sa zamýšľame a vyhodnocujeme, aké limity majú tieto postupy. Opisujeme ktoré postupy sa neosvedčili a navrhujeme ďalšie potenciálne použiteľné postupy a techniky.

Literatúra

[Newman, 2019] Newman, M. (2019). *Networks*, Oxford University Press.

* majersky10@uniba.sk
† damas.gruska@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 241–248
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Boris Bobáľ

Influence of the soil on the concentration of elements in seeds, berries, leaves and wine of *Vitis vinifera*.

Boris Bobal[1]* Miroslav Jeskovsky[1]‡

Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMPH CU, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava, Slovakia

Abstract: Mineral nutrients play important roles in the growth, metabolism, health, and taste of the wine produced by *Vitis vinifera*, and is largely affected by soil constituents. The numerous elements were analysed using particle induced x-ray emission (PIXE) from domesticated *Vitis vinifera* as well as samples of their growing soil, to investigate the relations between elements represented in soil, berries, leaves, seeds and wine. Besides that, a soil profile was sampled (up to 55 cm) to estimate the contribution of elements in the wine according to depth (10 cm) and to monitor changes in the representation of the majority of elements concerning depth.

Keywords: wine, soil, PIXE, elemental composition

1 Introduction

The first records of wine production date back to the Mesolithic period (approximately 8,300-5,700 BC)[1]. The oldest archaeological find was discovered in the form of an organic residue (tartaric acid) on the walls of clay vessels originating from the archaeological sites of Shulaveris Gora and Gadachrili Gora located in present-day Georgia[2]. Wine - the product of processing (fermentation of grape berries) has already gained its exceptionally dominant position in the early primitive cultures. Already in the first advanced cultures, wine appeared as a sacred instrument for a closer connection with God[3]. Since that time, wine has not only become a tool for religious rituals but as well as a drink for everyday use. For this reason, many individuals have been focusing on wine concerning its compositions (e.g., due to the presence of undesirable elements contained in wines). Mineral nutrition is inorganic chemical compounds and elements obtained from soil and is necessary to plant nourishment. Plenty of chemical elements are an inseparable part for proper plant growth, e.g. Fe, Zn, B, Cu, Mo, Si, Mn, Ni, Cl, Se, Na, Al and Co[4]. These and many more elements are absorbed by plants in many forms (inorganic ions, acids). Soil type and its composition are one of the key factor of the influence of nutrition, adsorption, distribution and accumulation of these nutrients in plants[5], [6]. Thanks to the knowledge about the concentration of elements contained in wines, we may be able to find out, using statistical analysis, the origin of the wine samples[7],[8]. Besides that, by mapping the soil depth we might find out from what depth a plant absorbs nutrition[9].

PIXE is a two-stage process: First, the particle creates vacancies in the electron inner shells of the target atom through electronic ionizations and/or excitations (see Figure 1); second, these vacancies are filled by out-shell electrons and the excessive energy taken away by either radiative (characteristic x-ray photons) or nonradiative (characteristic Auger electrons) processes. These characteristic x-rays or Auger emissions are the fingerprints of the target atoms to be analysed[14].

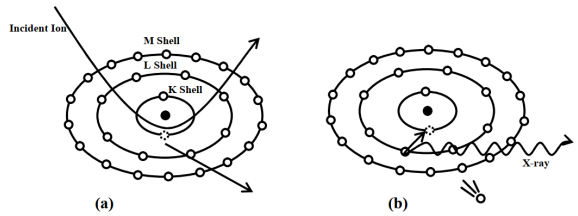


Figure 1: Schematic figure of the principle of operation of the PIXE method. (a) Illustrates an ion interaction with K-shell electron and (b) shows emission of electron, fall of L-shell electron and subsequent radiation of x-ray [15].

X-rays are subsequently detected by detectors and the result is an amplitude spectrum, which is then evaluated by programs. An example of such a spectrum, even with elements and lines marked, is shown in Figure2.

*bobal4@uniba.sk
†miroslav.jeskovsky@fmph.uniba.sk
‡Supervisor

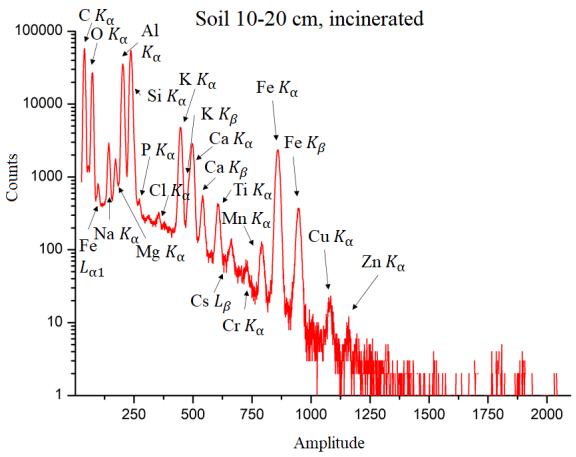


Figure 2: Amplitude spectrum of the soil sample (10-20 cm, burnt) with marked elements.

Figure 3: Sampling locations of the soil and *Vitis vinifera* samples.

2 Used samples and methods

Organic samples of *Vitis vinifera*, videlicet white berries, seeds and leaves, were collected from Svätý Jur, cadastral area Jurské hory in October 2021 (for the further information about location, see Figure 3). The leaves, berries and seeds were gathered from the ground. On the same day that the organic samples were gathered, we also collected from the same sampling place a soil using a non-certified sampler. The next day after sampling, the soil was extracted from the non-certified soil sampler, which is depicted in Figure 4. Wine samples (red and white wine) were received after initial storage in the wine cellar in March 2022. For wine samples, it was declared that no chemicals were used in the processing and production. All samples were stored at the Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Comenius University in Bratislava.

2.1 Soil

The day after sampling, the soil was carefully removed from the uncertified sampler to avoid mixing soil. Subsequently, the obtained soil profile was divided into five samples (by ten centimetres), stored in opened pressure bags and weighed. During the manipulation is implied that the soil within the interval was mixed homogeneously. The soil was naturally dried during the week after the sampling and a few grams of each sample were taken and crushed by a mortar into a soft sand. Two types of samples were prepared from each 10 cm layer, before and after six hours of incineration at the temperature 650°C (at 15 hours constant rise to terminal temperature). This method was chosen to monitor whether the concentration of any element decreases after incineration. The last step was to weigh approximately 200 mg of the sample and to press it into small pellet with a diameter of 13 mm. Such a pellet can be considered as a thick sample. 20% by weight of the sample was formed by a Hoechst wax which was added to each sample for better stability. The samples were subsequently were pressed for about 10 minutes at a pressure of about 9 tons[10].

The weight before and after incineration is given for clarity in Table1.

Interval	Before incineration [mg]	After incineration [mg]
0-10 cm	9012.83	8902.83
10-20 cm	10903.02	10822.33
20-30 cm	5432.46	5004.00
30-40 cm	8462.12	8349.31
40-50 cm	8111.78	7996.48

Table 1: Weights of the samples before and after incineration.

Figure 4: Uncertified sampler before digging.

2.2 Wine

The wine samples were given in the glass bottles with a cork cap. Using a wine opener, the bottles were opened without any major contamination from the cap carefully opened. One wine sample, which contain 250 ml, was poured on a Petri dish, and placed on a hob that was adjusted to 80°C. Wine lost a large part of the water after a few hours of heating on the hob. The heating time varied and was dependent on the type of wine. White wine was evaporated more quickly than the red wine. Subsequently a wine residue was extracted from the Petri dish into a ceramic vessels and put into a dryer at the temperature of 80°C. Further evaporation took approximately 16 hours. The intermediate product of hours of evaporation was a dense sirup. The third evaporation before incineration was at the temperature of 160-180°C that lasts several hours. The second intermediate product of evaporation was black asphalt-like substance. Incineration was taken at the temperature of 650°C for six hours (with a 15-hour rise to terminal temperature).

After incineration, the fragile coral-like structure - solidified dust - was obtained and crushed by a mortar. The last step was pressing of the powder-like sample into the small pellet. Two types of samples were produced by this way, with and without internal standard. As the internal standard was chosen Yttrium in an oxide form dissolved in distilled water with 1 M of nitric acid, which was added before the first evaporation in a certain amount into a liquid sample. The choice of Yttrium was not random. This element is not commonly found in nature. At the same time, it was chosen because there is no overlap in the spectrum with other peaks.

2.3 Leaves, berries and seeds

Analogous to soils, leaves and berries were were processed the same way as the soil. Leaves were crushed by the mortar and separated into two samples, before and after incineration. Incinerated leaves and berries were crushed in the mortar again, to eliminate inhomogeneities that may occur during the combustion process. In contrast to soils, Hoechst wax was added only in unincinerated leaves. A further process is analogic to soil samples.

A different processing methodology of total concentrations was used for seeds than for other samples. Due to the lack of material (net weight of the sample after incinerating was 4.13 mg, see Table 2), the sample was evaluated as a thin. The ash was dissolved in 500 μL of distilled water, with the addition of 15 μl of 65% HNO_3 and 10 μL of H_2O_2. Subsequently, a drop of 5 μL solution was applied on the mylar foil and evaporated at room temperature. After evaporation, samples were measured in the (Centre for Nuclear and Accelerator Technologies) CENTA laboratory.

2.4 Determination of elemental composition

Determination of the elemental composition was performed in the CENTA laboratory[11] located at the Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Comenius University in Bratislava. The laboratory

Sample	Before incineration [mg]	After incineration [mg]
Berries	12445	48.45
Leaves	2445	299.29
Seeds	355	4.13

Table 2: Weights of the leaves berries and seeds before and after incineration.

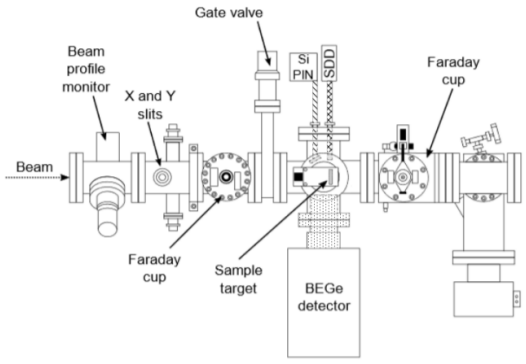


Figure 5: Up-to-date scheme of the IBA chamber in the CENTA laboratory[17].

is focused on Ion Beam Analysis (IBA) and Accelerator Mass Spectrometry (AMS) research methods and techniques, using a 3 MV tandem electrostatic accelerator. The PIXE method[12] was used to obtain the concentrations of the elements in studied samples. Two detectors were used for data collection, namely a 70 mm^2 silicon Fast-Silicon Drift Detector (Fast-SDD) with a C2 window in configuration "X-123" from Amptek and a (Broad Energy Germanium) BEGe detector type BE2815 from Canberra. In the PIXE chamber (Figure 5), these detectors are placed in one plane, at an angle of 180° to each other. The obtained spectrum is then analysed and evaluated using the GUPIXWIN program. In the case of an SDD detector, the absorption efficiencies between the target and the detector as well as the energy dependence are known. However, in the case of the BEGe detector, absorption efficiencies are not know, so it is necessary to scale the concentrations with respect to the standard - 158-IAEA (International Atomic Energy Agency)[13].

3 Results

3.1 Element concentration in wine and soil samples

Elemental composition of the soil, red and white samples are illustrated in Figures 6 and 7, which are for better visual processing in a logarthmic scale. The elemental composition is significantly different between the incinerated wines and the soil profile. Concentrations of the elements like phosphorus and potassium are considerably higher in incinerated wines than in the soil profile. On the contrary, there is a higher concentration of aluminium, silicon, iron and barium in the soil profile. The exact concentrations are given in Table 3.

The concentrations given in Table 3 are the average values of the four measurements of the two samples (incinerated and unincinerated samples and the upper and lower position irradiated by proton beam). The most predominant elements in the soil profile were silicon, aluminium, potassium, sodium, iron and calcium. In the incinerated wines, these were dominant elements such as potassium, phosphorus, aluminium, calcium, magnesium and sulphur.

3.2 Element accumulation in *Vitis vinifera*

Enrichment coefficients were determined to indicate the storage and uptake behaviour of chemical elements in domesticated *Vitis vinifera*, which reproduced the soil–plant system element migration rate to some values and investigate the capacity rate of *Vitis vinifera* to store elements from the soil. In our case, the relative enrichment coefficient was chosen, bound to calcium, as follows[16]:

$$REC = \frac{\left(\frac{C_x}{C_{Ca}}\right)_{sample}}{\left(\frac{C_x}{C_{Ca}}\right)_{soil}} \quad (1)$$

where C_x is a concentration of element contained in the sample (soil) and C_{Ca} are concentrations of reference element to which we relative other elements. The equation 1 can be characterized by observing how the element is absorbed against another element (reference element) contained in the soil and at the same time in the sample. If the ratio is REC > 1, then accumulation occurs with respect to the accumulation of the reference element, and if REC < 1, then the transfer of the studied element is lower than reference element.

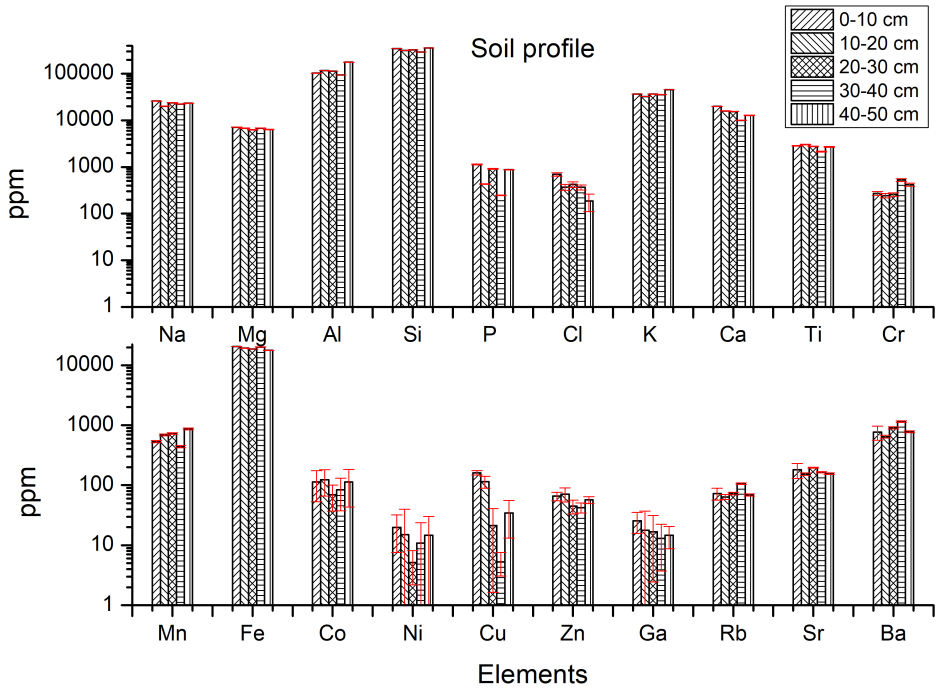


Figure 6: Concentrations of elements represented in the soil due to their representation in the collected soil profile (interval 10 cm).

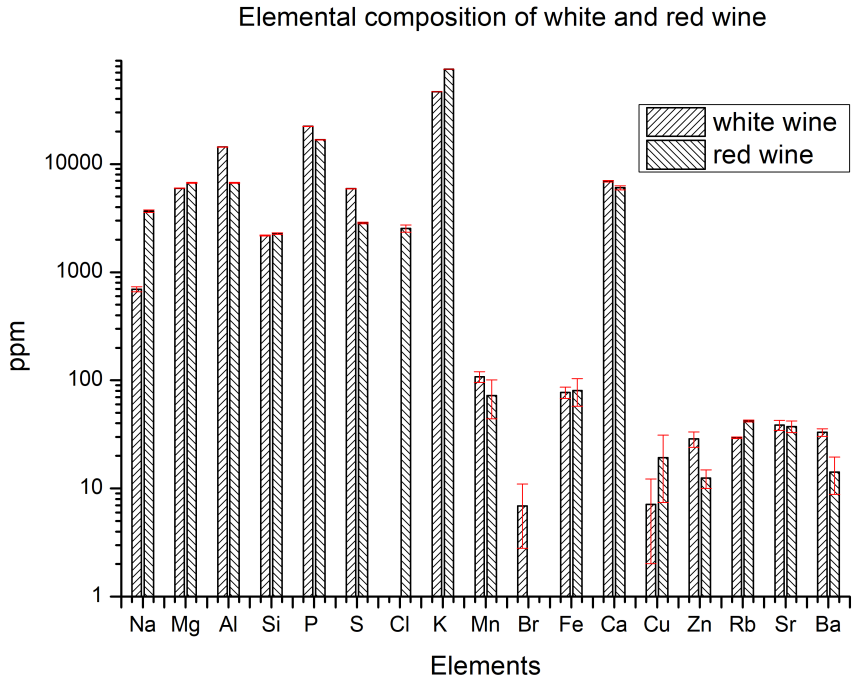


Figure 7: Average concentration of 17 mineral elements in *Vitis vinifera*.

ppm	0-10cm	10-20cm	20-30cm	30-40cm	40-50cm	white wine	red wine
Na	26000	20100	23800	22400	23300	690	3600
Mg	7150	6750	6240	6820	6380	5970	6700
Al	10200	117600	114300	94100	176700	14300	5370
Si	344300	316200	326200	291100	358200	2100	2200
P	1140	420	910	240	870	22300	16700
S	< 192	< 104	<162	< 97	< 138	5910	2840
Cl	690	370	420	360	180	<617	2530
K	36600	32400	36400	35800	45700	46600	75200
Ca	19900	15900	15400	10000	12800	6900	6000
Ti	2850	3020	2780	2140	2700	<431	< 1043
Br	< 25	< 40	< 32	< 28	< 24	6	<143
Cr	270	240	260	520	420	<162	<418
Mn	530	690	730	440	860	110	70
Fe	20650	19360	18730	20200	17790	70	80
Co	110	120	70	80	110	<137	<317
Ni	20	15	5	10	14	<107	<224
Cu	160	110	20	5	34	7	19
Zn	66	70	40	40	56	28	12
Ga	25	17	16	13	14	<92.1	<144
Rb	70	60	70	100	60	20	42
Sr	180	150	190	160	150	38	37
Ba	700	643	904	1150	775	32	14

Table 3: Table of concentrations of elements in white (red) wines and soils with respect to depth.

Calcium was chosen as the reference element by which the accumulation of elements in samples was monitored. This element was in high abundance in all monitored samples, which implied its presence in the sample even without further quantitative evaluation. At the same time, its presence was shown in all soil profiles with a decreasing tendency due to increasing depth. The logarithmic values of the relative coefficient when using calcium as a reference element can be seen in Figures 8 and 9.

4 Conclusion

The elemental composition of the wine and soil was determined by the PIXE method. Element concentrations in soils were determined with respect to the depth profile (at a 10-centimeter interval). The analysed soil profile did not show any major variations between layers. This knowledge can be caused by agricultural tillage. On the contrary, the analysed wine samples are different from each other. The largest analysed variations in concentrations are between sodium and aluminum. The exact concentrations are given in Table 3.

Furthermore, the relative enrichment coefficient, e.g. between wine to soil and berries/seeds/leaves to soil respectively, with respect to the reference element contained in the soil and wines together with parts of *Vitis vinifera* were examined. The relative REC coefficients for wines with respect to the accumulation of the reference element are higher in both wines for the same elements, namely magnesium, phosphorus, chlorine and potassium. The other analysed elements have lower accumulation capacity with respect to reference element. Differences were noted for the other samples. Phosphorus has accumulated in the leaves (regardless of their processing) due to the reference element. It was similar in other samples, where the accumulation of phosphorus dominated. Insignificant differences in the REC coefficients between soil layers for each element may be due to good mixing in the sampling site caused by agricultural activity.

5 Data availability

All data are available from the author on reasonable request.

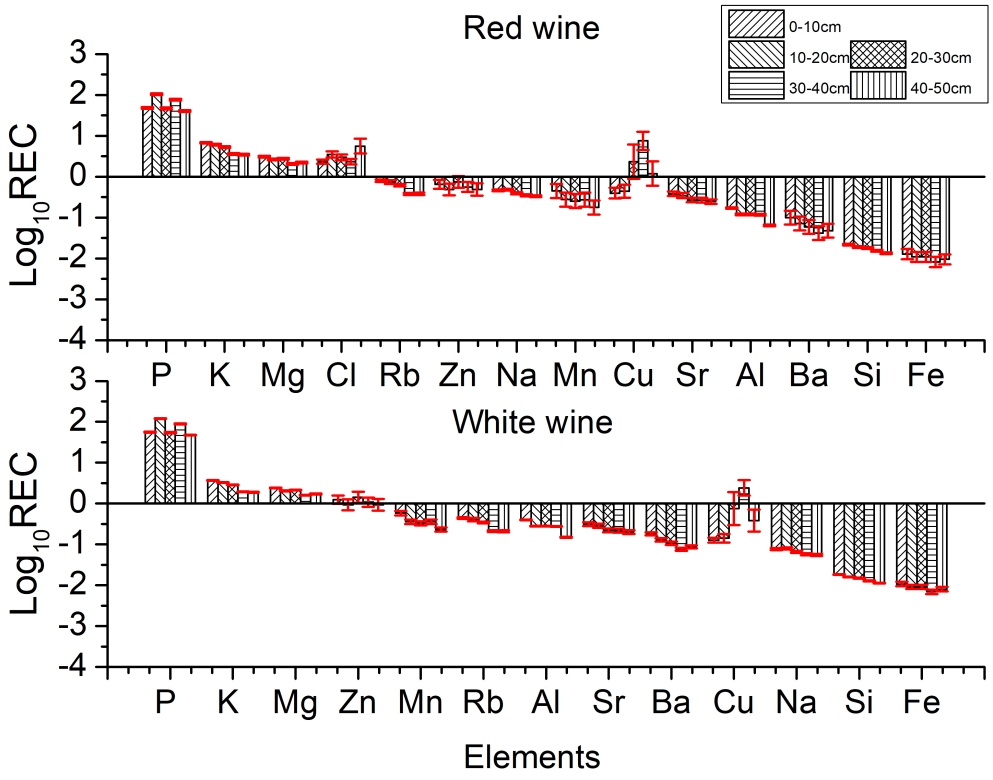


Figure 8: REC coefficient for average concentrations of elements in red and white wines in *Vitis vinifera*.

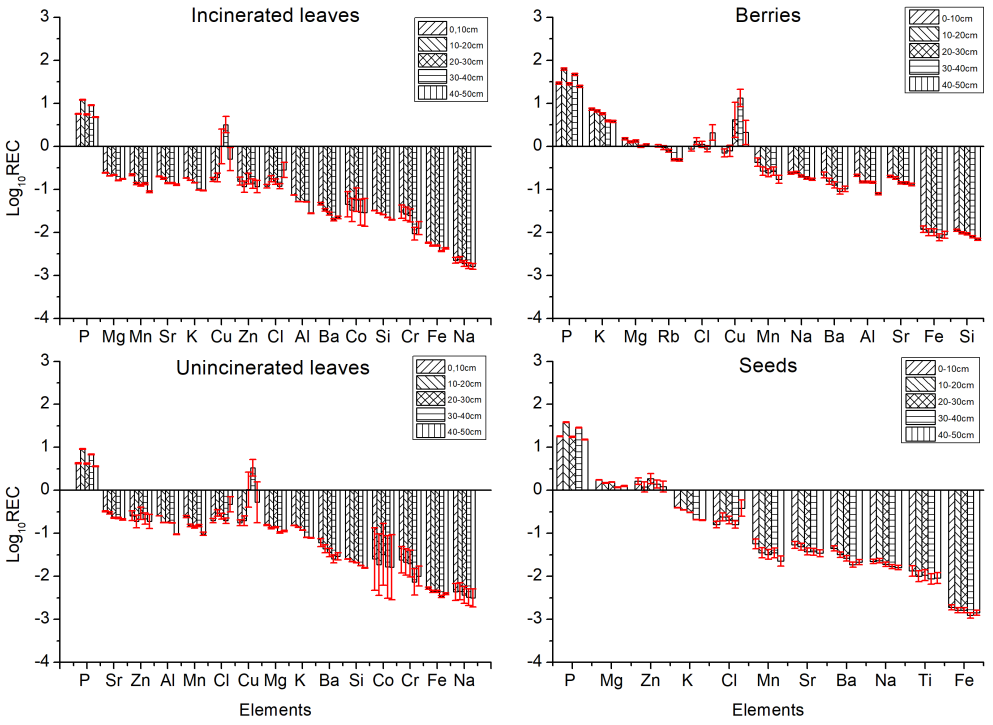


Figure 9: REC coefficient for average concentrations of elements in leaves, seeds and berries of *Vitis vinifera*.

Acknowledgments

At this point, I would like to thank Miroslav Jeskovsky for his willingness, endless patience and time spent during measuring and working with the accelerator in the CENTA laboratory. Secondly, I would like to thank Tomas Bariny for the soil, wine, leaves, fruit, and seed samples that this article would not do without.

References

[1] Li, Hua, et al. The worlds of wine: Old, new and ancient. Wine economics and Policy 7 (2018): 179 - 182.

[2] Baudouin, E., et al. Architectural Techniques and Cultural Relationships between the Caucasus and Mesopotamia at the beginning of the sixth millennium B.C., Proceedings of the international conference, p. 49-84 2018.

[3] Nikolova, P., et al (2018). Wine as a medicine in ancient times. Scripta Scientifica Pharmaceutica. 5. 14. 10.14748/ssp.v5i2.5610.

[4] Vatansever, R., et al. Essential and Beneficial Trace Elements in Plants, and Their Transport in Roots: a Review. Appl Biochem Biotechnol. 2017 Jan;181(1):464-482.

[5] Chopin, E. I. B., et al. Factors affecting distribution and mobility of trace elements (Cu, Pb, Zn) in a perennial grapevine (Vitis vinifera L.) in the Champagne region of France. Environ. Pollut. 156, 1092–1098 (2008).

[6] Lereboullet, A. L., et al. Socio-ecological adaptation to climate change: a comparative case study from the Mediterranean wine industry in France and Australia. Agric. Ecosyst. Environ. 164, 273–285 (2013).

[7] Ranaweera K.R.R., et al. Authentication of the geographical origin of Australian Cabernet Sauvignon wines using spectrofluorometric and multi-element analyses with multivariate statistical modelling, Food Chemistry, Volume 335, 2021, 127592.

[8] María P.F. et al. Evaluation of elemental profile coupled to chemometrics to assess the geographical origin of Argentinean wines, Food Chemistry, Volume 119, Issue 1, 2010, Pages 372-379.

[9] Blaser, P. et al. Critical examination of trace element enrichments and depletions in soils: As, Cr, Cu, Ni, Pb, and Zn in Swiss forest soils, The Science of the Total Environment 249 (2000) 257 - 280.

[10] Bobal, B. In vino veritas. What is the elemental composition of wine?, Master's thesis (unpublish yet).

[11] Povinec, P.P. et al. A new IBA-AMS laboratory at the Comenius University in Bratislava (Slovakia), Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms, 342 321-326 (2015).

[12] Zeman, J. et al. PIXE beam line at the CENTA facility of the Comenius University in Bratislava: first results. J Radioanal. Nucl. Chem 311, 1409–1415 (2017).

[13] https://nucleus.iaea.org/sites/ReferenceMaterials/-Pages/IAEA-158.aspx

[14] Nastasi, M. A., Mayer, J. W., Wang, Y. (2015). Ion beam analysis: Fundamentals and applications.

[15] Kabir, H. (2009): Particle Induced X-ray Emission (PIXE) Setup and Quantitative Elemental Analysis

[16] Blotevogel, S.: Study of elemental transfers and biogeochemical mechanisms in the soil-plant-wine continuum using isotopic and biochemical tracers. Agricultural sciences. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2017. English.

[17] Ješkovský, M et. al (2022). Recent developments in IBA analysis at CENTA, Bratislava. EPJ Web of Conferences. 261.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 249–258
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 David Vrba

Odhad rozpadových vlastností nových izotopov v oblasti fermia

David Vrba*

Školiteľ: doc. Mgr. Stanislav Antalic, PhD

FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: Syntéza nových izotopov je finančne a časovo náročný proces, a preto je snaha odhadnúť rozpadové vlastnosti izotopov. To je dôvodom, využitia modelov a systematík pre odhad celkových polčasov rozpadu a vetviacich pomerov.

Je nevyhnutné popísať tri typy rozpadov: alfa rozpad, beta rozpad a spontánne štiepenie. Odhad parciálneho polčasu alfa rozpadu bol realizovaný pomocou semi-empirických modelov: Viola-Seaborg, UDL, SemFIS a UNIV. Tieto modely boli aplikované na vybrané párno-párne izotopy v oblasti fermia. Systematiky experimentálnych dát boli využité pre odhad parciálnych polčasov beta rozpadu a spontánneho štiepenia.

Práca taktiež diskutuje korekcie systematík spontánneho štiepenia s nespárovaným nukleónom a beta rozpadu pri párno-párnych izotopoch. Celkový polčas rozpadu a vetviace pomery boli odhadnuté pre izotopy s $Z = \{99, 100, 104\}$. Pre tieto izotopy boli určené hranice možnej syntézy a porovnanie s experimentálnymi dátami.

Kľúčové slová: Polčas rozpadu, vetviaci pomer, alfa rozpad, beta rozpad, spontánne štiepenie

1 Úvod

Hlavným cieľom práce je odhad polčasu rozpadu a vetviacich pomerov pre vybrané izotopy v okolí $Z = 100$. Zamerali sme sa na odhad polčasu rozpadu a vetviaceho pomeru nových izotopov v oblasti fermia. Pre odhad polčasu rozpadu, boli využité štyri semi-empirické modely a systematiky experimentálnych dát. Vybrané semi-empirické modely slúžia pre odhad parciálneho polčasu alfa rozpadu. Odhad parciálnych polčasov beta rozpadu a spontánneho štiepenia sme realizovali pomocou systematiky experimentálnych dát.

V diskusii sme následne porovnali semi-empirické modely a systematiky experimentálnych dát. Poukázali sme na nedostatky modelov a systematík vo vybraných prípadoch.

Na záver poukazujeme na možnú hranicu syntézy nových izotopov a diskutuje nami odhadované rozpadové vlastnosti s experimentálnymi dátami, izotopov Es, Fm a Rf.

2 Geiger-Nuttalow zákon

Súvislosť parciálneho polčasu alfa rozpadu a Q_α hodnoty dáva do súvislosti Geiger-Nuttalov zákon (G-N). Tento poznatok bol známy z experimentálnych dát a neskôr odvodení pomocou kvantovej teórie, ako uskutočnil George Gamow pri vysvetlení alfa rozpadu [Gamow, 1928]. Tvar Geiger-Nuttallovho zákona je nasledovný:

$$\log\left(T_{1/2,\alpha}\right) = A(Z) + \frac{B(Z)}{\sqrt{Q_\alpha}}. \tag{1}$$

kde $T_{1/2,\alpha}$ označuje parciálny polčas alfa rozpadu, $A(Z)$ a $B(Z)$ sú konštanty závislé od protónového čísla Z.

3 Parciálny polčas rozpadu a vetviaci pomer

Radioaktívne izotopy sa môžu rozpadávať viacerými procesmi zároveň. Z toho dôvodu bol zavedený parciálny polčas rozpadu, ktorý nesie informáciu o polčase rozpadu pre konkrétny proces rozpadu. Rozpadová konštanta pre izotop, ktorý sa rozpadá viacerými procesmi je rovná súčtu parciálnych rozpadových konštánt pre jednotlivé procesy:

$$\lambda = \sum_i \lambda_i. \tag{2}$$

λ_i označuje parciálnu rozpadovú konštantu. Túto rovnicu vieme prepísať pomocou parciálnych polčasov.

$$T_{1/2,i} = \frac{\ln(2)}{\lambda_i}, \tag{3}$$

$$\frac{1}{T_{1/2}} = \sum_i \frac{1}{T_{1/2,i}} \rightarrow T_{1/2} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{T_{1/2,i}}}. \tag{4}$$

*vrba9@uniba.sk

Ako už bolo spomenuté, vetviaci pomer určuje v akom pomere sa realizuje určitý proces rozpadu a teda vetviaci pomer b_i vieme vyjadriť následovne:

$$b_i = \frac{T_{1/2}}{T_{1/2,i}} = \frac{\lambda_i}{\lambda}. \quad (5)$$

4 Semi-empirické modely α rozpadu

4.1 Viola-Seaborg model

Prvý semi-empirickým model, ktorý si popíšeme, navrhli Viola a Seaborg [Viola and Seaborg, 1966].

Týmto modelom vieme, vypočítať parciálny polčas alfa rozpadu. Ak poznáme celkový polčas daného izotopu tak vieme určiť spolu s parciálnym polčasom aj vetviaci pomer. Viola-Seaborgov vzťah, ktorý využívame na určenie parciálnych polčasov, je nasledovný:

$$\log(T_{1/2,\alpha}) = (AZ+B)/\sqrt{Q_{eff}} + CZ + D + H. \quad (6)$$

Z je protónové číslo materského izotopu, Q_{eff} je rovné súčtu Q hodnoty pre alfa rozpad a elektrón-skríningovej korekcie. Konštanty A, B, C, D, H boli určené pomocou fitovania experimentálnych dát. Následkom interakcie alfa častice a elektrónového obalu je prebratie časti eneregie od alfa častice. Hodnoty elektrón-skríningovej korekcie sa určia pomocou nasledovného vzťahu:

$$\Delta E_{sc} = Z^{2/5}\,(65.3Z - 80)\,[eV]. \quad (7)$$

Rovnica (6) má podobný tvar ako Geiger-Nuttallov zákon. Rozdielom sú konštanty, ktoré pre Viola-Seaborgov model (V-S) majú lineárnu závislosť od protónového čísla Z.

Ako je popísané v citovanom článku, hodnoty konštánt A, B, C, D sú rôzne pre izotopy s neutrónovým číslom N väčším ako magické číslo 126 a pre izotopy s menším neutrónovým číslom ako 126. V našich výpočtoch sme využili tri súbory týchto konštánt. Pre $N < 126$, sú hodnoty konštánt A, B, C, D nasledovné:

$$\begin{aligned} A &= +2.42151, & B &= -62.3848, \\ C &= -0.59015, & D &= -4.2109. \end{aligned} \quad (8)$$

Pre $152 > N > 126$:

$$\begin{aligned} A &= +2.11329, & B &= -48.9879, \\ C &= -0.39004, & D &= -16.9543. \end{aligned} \quad (9)$$

Pre $N > 152$:

$$\begin{aligned} A &= +1.66175, & B &= -8.5166, \\ C &= -0.20228, & D &= -33.9069. \end{aligned} \quad (10)$$

Hodnoty konštánt pre $N < 152$ sú prebraté z citovaného článku [Viola and Seaborg, 1966] a pre $N > 152$ sú prebraté z [Sobiczewski et al., 1989].

Konštanta H predstavuje korekciu k nespárovanému protónu alebo nespárovanému neutrónu. Podobne ako pre konštanty A, B, C, D aj konštanta H má rôzne hodnoty pre N väčšie ako 126 a pre N menšie ako 126.

$$H = \begin{cases} 0 & \text{ak Z párne, N párne a N<126} \\ 0.560 & \text{ak Z párne, N párne a N>126} \\ 0.772 & \text{ak Z nepárne, N párne} \\ 1.066 & \text{ak Z párne, N nepárne} \\ 1.114 & \text{ak Z nepárne, N nepárne} \end{cases} \quad (11)$$

4.2 SemFIS model

Ďalší semi-empirický model navrholi Poenar, Ivascu a Mazilu v roku 1980 [Poenaru et al., 1980]. Model, ktorý je opísaný v citovanom článku, je založený na štiepnej teórii alfa častice. SemFIS model využíva na výpočet parciálneho polčasu alfa rozpadu nasledovný vzťah:

$$\log(T_{1/2,\alpha}) = (B_1 + B_2 y + B_3 z + B_4 y^2 + B_5 yz + B_6 z^2)\frac{K_s}{\ln(10)} - 20.446. \quad (12)$$

Koeficienty B_i boli určené pomocou fitovania experimentálnych dát. y a z sú určené nasledovnými vzťahmi:

$$y = \frac{N - N_i}{N_{i+1} - N_i}. \quad (13)$$

$$z = \frac{Z - Z_i}{Z_{i+1} - Z_i}, \quad (14)$$

kde Z označuje protónové číslo materského izotopu, N označuje neutrónové číslo materského izotopu. N_i a Z_i sú najbližšie dolné magické čísla zväčšené o jedna a N_{i+1} a Z_{i+1} sú najbližšie horné magické čísla zväčšené o jedna. Koeficient K_s je vyjadrený následovne:

$$K_s = 2.52956 \times Z_d \left(\frac{A_d}{AQ_\alpha}\right)^{1/2} \times \left(\arccos\left(\sqrt{x}\right) - \sqrt{x(1-x)}\right). \quad (15)$$

Z_d je protónové číslo dcérskeho izotopu a A_d je nukleónov číslo dcérskeho izotopu.

$$x = 0.4253 \times Q_\alpha \left(1.5874 + A_d^{1/3}\right)/Z_d, \quad (16)$$

kde Q_α je Q hodnota pre alfa rozpad. Hodnoty koeficientov B_i, ktoré sme použili vo výpočtoch sú nasledovné:

$$\begin{aligned} B_1 &= 0.988662, & B_2 &= 0.016314, \\ B_3 &= 0.020433, & B_4 &= 0.027896, \\ B_5 &= -0.003033, & B_6 &= -0.003033. \end{aligned} \quad (17)$$

Konštanty použité v práci sme prebrali z [Rurarz, 1982].

4.3 Universal Decay Law

Universal Decay Law (UDL)[Qi et al., 2009] model využíva mikroskopický opis, pre opis rozpadu materského izotopu. UDL model slúži pre odhad parciálneho polčasu pre všeobecný rozpad materského izotopu na dva fragmenty UDL model využíva nasledovnú rovnicu:

$$\log(T_{1/2,i}) = aZ_cZ_d\sqrt{\mu/Q_c} + b\sqrt{\mu Z_cZ_d\left(A_d^{1/3}+A_c^{1/3}\right)}+c. \quad (18)$$

Z_d predstavuje protónové číslo dcérskeho izotopu, Z_c predstavuje protónové číslo súboru, clustru, nukleónov, ktorý sa uvoľní pri rozpade. Q_c označuje Q hodnotu súboru nukleónov. A_c predstavuje nukleónové číslo zhluku izotopov a A_d predstavuje nukleónové číslo dcérskeho izotopu. μ redukovaná hmotnosť, ktorá sa dá vyjadriť ako $A_dA_c/(A_d+A_c)$. Konštanty a, b, c boli určené pomocou fitovania experimentálnych dát ako je uvedené v [Qi et al., 2009], odkial sme ich hodnoty prebrali. Pre alfa rozpad platí, že $Z_c = 2$, $Z_d = Z-2$, $A_d = Z-4$ a $A_c = 4$

4.4 Universal Plot

Štvrtý model, ktorý si uvedieme, je takzvaný Universal Plot (UNIV) [Poenaru et al., 2006, Poenaru et al., 2011b]. Tento model vychádza, rovnako ako UDL model, z mikroskopického opisu rozpadu materského izotopu. UNIV a UDL modely využívaju rozdielne sady konštánt a aj rovnice, ktoré určujú parciálny polčas. UNIV model využíva nasledovný výraz:

$$\log(T_{1/2,i}) = -\log(P_s) - 22.16917 + 0.598\,(A_c-1) + h_{e-o}, \quad (19)$$

pričom:

$$-\log(P_s) = c_{AZ}\left(\arccos\left(\sqrt{r}\right)-\sqrt{r(1-r)}\right), \quad (20)$$

kde

$$c_{AZ} = 0.22873(\mu Z_dZ_cR_b)^{1/2}. \quad (21)$$

$r = R_t/R_b$, $R_t = 1.2249(A_d^{1/3}+A_c^{1/3})$, $R_b = 1.43998Z_dZ_c/Q_c$ a h_{e-o} predstavuje korekciu k nespárovanému protónu a nespárovanému neutrónu.

$$h_{e-o} = \begin{cases} 0.030 & \text{ak Z párne, N párne} \\ 0.379 & \text{ak Z nepárne, N párne} \\ 0.528 & \text{ak Z párne, N nepárne} \\ 0.961 & \text{ak Z nepárne, N nepárne} \end{cases} \quad (22)$$

Hodnoty h_{e-o} sú prebraté z [Poenaru et al., 2011a]. Premené majú rovnaké označenia ako pri UDL modely.

5 Výsledky

5.1 Alfa rozpad

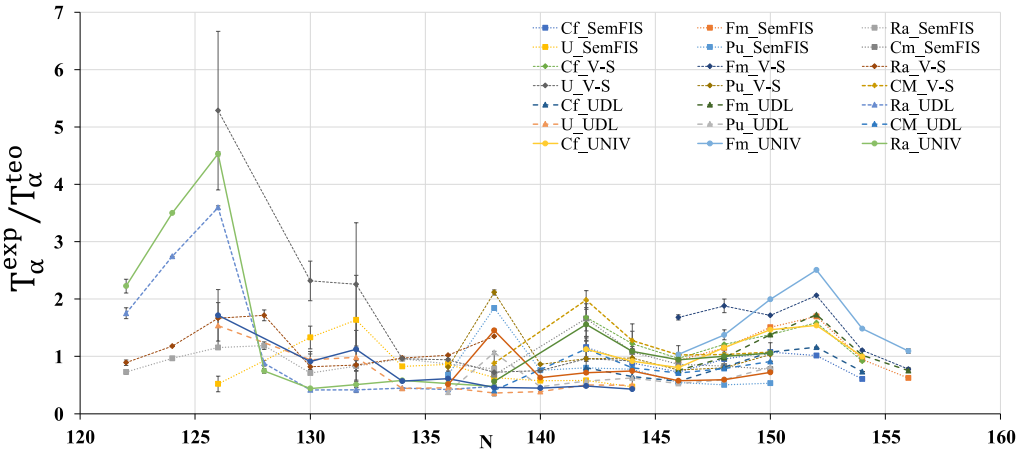
Hodnoty experimentálnych celkových polčasov rozpadov a vetviacich pomerov sú prebraté z [NDS, 2022]. Q_α hodnoty boli vypočítané pomocou rovnice:

$$Q_\alpha = Z\Delta M\left({}^1_1\mathrm{H}\right) + N\Delta M(n) - \Delta M\left({}^A_Z\mathrm{X}\right). \quad (23)$$

Experimentálne hodnoty ΔM sme prebrali z [Audi et al., 2014] a hodnoty ΔM izotopov, ktoré nemajú experimentálne data sme prebrali z [Moller et al., 1995]. Graf č.1 zobrazuje porovnanie faktoru potlačenia $\left(T^{exp}_{1/2,\alpha}/T^{teo}_{1/2,\alpha}\right)$ pre párno-párne izotopy určené semi-empirickými modelmi spolu s intervalmi neistoty, ktoré boli pomocou vzorca pre šírenie experimentálnej chyby. Premené zaťažené neistotou sú celkový polčas rozpadu a vetviaci pomer. Tabuľka č.1 zobrazuje priemernú hodnotu faktora potlačenia pre párno-párne izotopy a smerodajnú odchýlku týchto hodnôt.

5.2 Spontánne štiepenie

Pre určenie parciálneho polčasu spontánneho štiepenia sme využili extrapoláciu systematiky, ktorá porovnáva $\log\left(T^{exp}_{1/2,SF}\right)$ v závislosti počtu neutrónov N. Táto systematika je zobrazená na grafe č.2. Pre extrapoláciu, sme využívali kvadratický a kubický fit Rovnice systematík sme určili pomocou funkcie $FindFit()$ zabudovanú v programovacom jazyku Wolfram Language [Wolfram-Research, 2019].



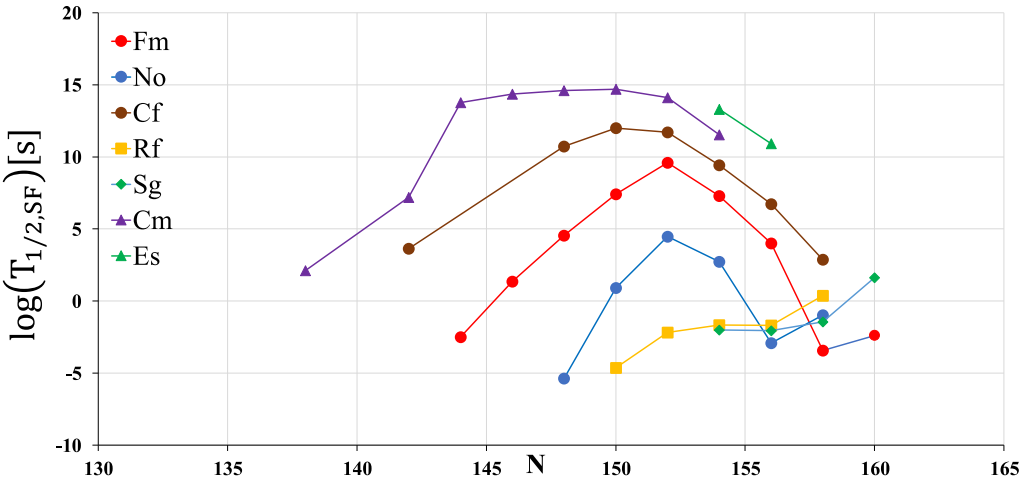
Obr. 1: Porovnanie faktoru potlačenia alfa rozpadu v závislosti počtu neutrónov N pre jednotlivé semi-empirické modely.

Model	SemFIS		Viola-Seaborg		UDL		UNIV	
Prvok	$\overline{HF}$	STD	$\overline{HF}$	STD	$\overline{HF}$	STD	$\overline{HF}$	STD
Cf	0.918	0.063	1.281	0.088	0.830	0.045	1.225	0.063
Fm	1.143	0.020	1.538	0.033	1.104	0.019	1.695	0.026
Ra	0.912	0.025	1.163	0.030	1.240	0.026	1.614	0.030
U	0.826	0.129	1.680	0.317	0.680	0.115	0.804	0.128
Pu	0.806	0.014	1.040	0.017	0.631	0.008	0.798	0.011
Cm	0.982	0.087	1.214	0.107	0.791	0.058	1.110	0.080

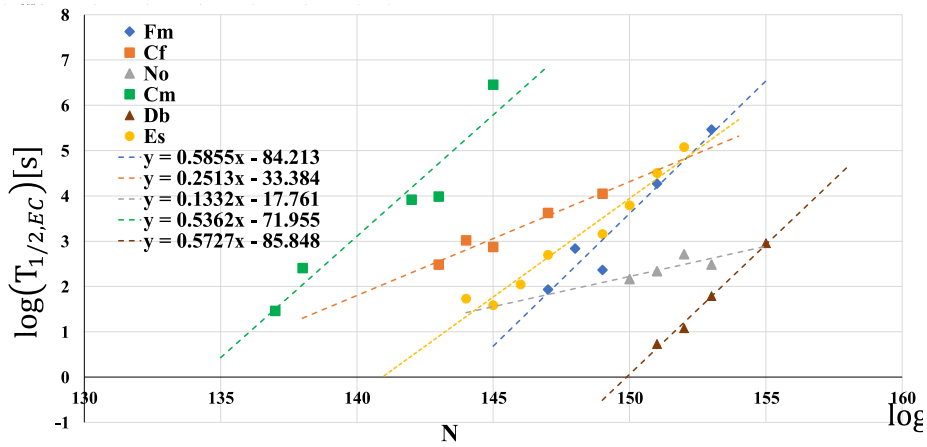
Tabuľka 1: Zobrazená je priemerná hodnota faktoru potlačenia alfa rozpadu ($\overline{HF}$) a hodnota ich smerodajnej odchýlky (STD) pre SemFIS, Viola-Seaborg, UDL a UNIV modely.

Model / A	SemFIS	V-S	UDL	UNIV	$I\pi_i \rightarrow I\pi_f$	
243	54,479	13.586	60.538	25,209	7/2+	-
245	2,291	0.588	2,951	1,266	-	7/2+
247	6.076	1,674	9,354	4.090	7/2+	1/2+
249	0.591	0,178	1,177	0.536	7/2+	1/2+
251	89,489	31,696	237,427	109,242	9/2-	7/2+
253	17,746	7,715	65.015	29,986	1/2+	9/2-
255	0,734	0,388	3.513	1,623	7/2+	1/2+
257	1.530	1,120	11,716	5,373	9/2+	7/2+

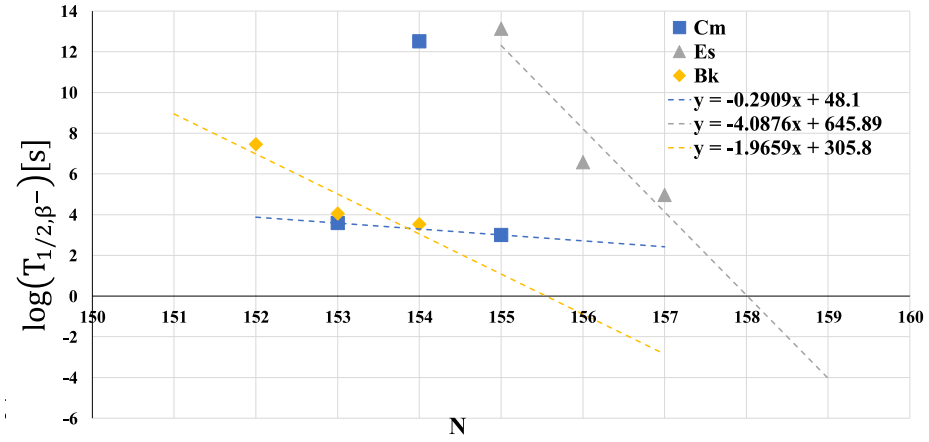
Tabuľka 2: Tabuľka zobrazuje faktor potlačenia alfa rozpadu, pre párno-nepárnych izotopoch Fm.



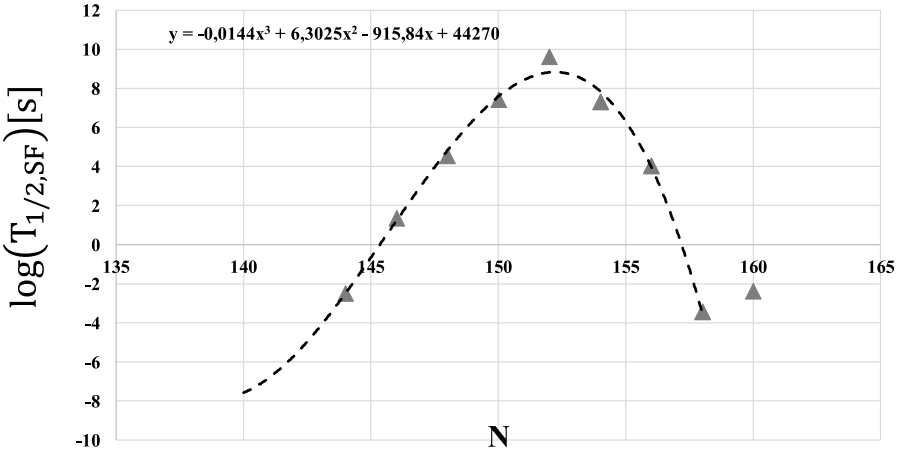
Obr. 2: Závislosť $\log\left(T^{exp}_{1/2,SF}\right)$ od N pre párno-párne izotopy.



Obr. 3: Závislosť $\log\left(T_{1/2,EC}\right)$ od N pre izotopy spolu s rovnicami, ktoré opisujú systematiky.



Obr. 4: Závislosť $\log\left(T_{1/2,\beta^-}\right)$ od N pre izotopy spolu s rovnicami, ktoré opisujú systematiky.



Obr. 5: Závislosť $\log\left(T_{1/2,SF}\right)$ od N aj s rovnicami, ktoré opisujú systematiky pre izotopy párno-párne fermia.

5.3 Beta rozpad

Rovnako ako pri spontánnom štiepení, systematika beta rozpadu porovnáva $\log\left(T_{1/2,\beta}\right)$ od počtu neutrónov. Rozdielom je, že systematiku beta rozpadu vieme popísať lineárnou závislosťou. Z toho dôvodu sme pre extrapoláciu využili lineárnu regresiu. Musíme podotknúť, výber lineárnej závislosti je z dôvodu dostatočného opisu systematiku a nie z dôvodu, že by táto systematika musela byť opisaná lineárnou funkciou.

5.4 Celkový polčas a vetviaci pomer

Celkový polčas sme určili pomocou vzťahu (4). Pri výpočete vetviaceho pomeru sme využili vzťah (5). Parciálny polčas pre beta rozpad a spontánne štiepenie sme určili pomocou extrapolácie systematiky experimentálnych dát. Pre výpočet parciálneho polčasu alfa rozpadu sme využili UNIV model.

6 Diskusia

6.1 Porovnanie semi-empirických modelov

V práci sme porovnali štyri semi-empirické modely. Porovanie bolo realizované pre vybrané párno-párne izotopy pre $88 \leq Z \leq 100$ a $122 \leq N \leq 156$. Porovanie je zobrazené na obrázku č.1. Ako vyplýva z obrázku č.1 a z tabuľky č.1, modely sú relatívne presné pre izotopy, ktoré sú vzdialené od magických čísel 126 a 152.

Môžeme si všimnúť, že pre uzavretú neutrónovú vrstvu $N = 126$, dochádza k zväčšeniu faktoru potlačenia parciálneho polčasu alfa rozpadu $\left(T^{exp}_{1/2,\alpha}/T^{teo}_{1/2,\alpha}\right)$. Najvýraznejšie zväčšenie nastalo pri izotope $^{218}_{92}$U, vypočítaným V-S modelom Keďže izotop má $N = 126$, využili sme obe sady konštánt. Pri použití sady konštánt pre $N < 126$, hodnota faktoru potlačenia pri izotope $^{218}_{92}$U je rovná 5.29 ± 1.38. Pri použití sady konštánt pre $N > 126$, sa faktor potlačenia zmenšil na hodnotu 4.53 ± 1.18. Toto zväčšenie môže byť následkom nepresnosti V-S modelu ale aj nepresnosti experimentálnych parametrov, keďže smerodajná odchýlka má hodnotu ≈ 1.2.

Podobné zväčšenie nastalo pri izotope $^{214}_{88}$Ra, vypočítaným UDL a UNIV modelmi. Faktor potlačenia vypočítaným UDL modelom má hodnotu 3.60 ± 0.03. Faktor potlačenia vypočítaným UNIV modelom má hodnotu 4.53 ± 0.04. Z veľkosti smerodajnej odchýlky usudzujeme, že zväčšenie faktoru potlačenia, pri oboch modeloch, je následkom nepresnosti semi-empirických modelov, pre uzavretú vrstvu.

K zvýšenie faktoru potlačenia $\left(T^{exp}_{1/2,\alpha}/T^{teo}_{1/2,\alpha}\right)$ došlo aj pri magickom čísle $N = 152$. Najvýraznejším izotopom je $^{252}_{100}$Fm, vypočítaným UNIV modelom. Hodnota faktoru potlačenia je rovná $2.69 \pm 5.37 \times 10^{-6}$. Z veľkosti smerodajných odchýliek pre všetky modely môžeme usúdiť, že nesúlad experimentálnych dát a teoreticky získaných, je následkom nepresnosti semi-empirických modelov.

Z grafu č.1 a z tabuľky č.1 vyplýva, že predpoveď SemFIS modelu je najpresnejšia pre izotopy Fm

Izotop	$T_{1/2}$	b_α	b_β	b_{SF}
$^{243}_{99}$Es	9.42 s	55.80	44.20	–
$^{255}_{99}$Es	379.35 m	80.45	19.55	–
$^{241}_{100}$Fm	0.325 ms	0.01	1.48	98.51
$^{244}_{100}$Fm	5.33 ms	1.15	0.42	98.42

Tabuľka 3: Rozpadové vlastnosti izotopov, pomocou ktorých sme overlili rovnice popisujúce jednotlivé systematiky. Vetviace pomery sú vyjadrené v percentách.

Izotop	$T_{1/2}$	b_α	b_β	b_{SF}
$^{240}_{99}$Es	1.01 s	4.83	95.17	–
$^{241}_{99}$Es	1.81 s	37.21	62.79	–
$^{240}_{100}$Fm	65.7 ns	$\approx 10^{-6}$	$\approx 10^{-3}$	≈ 100
$^{242}_{100}$Fm	4.26 μs	0.01	0.01	99.98

Tabuľka 4: Rozpadové vlastnosti nových izotopoch. Vetviace pomery sú vyjadrené v percentách.

a Ra. Pri ostatných izotopoch UNIV a UDL modely predpovedali najpresnejšie výsledky. Ďalšie výpočty sme realizovali pomocou UNIV modelu. Dôvodom výberu tohoto modelu je presnosť a kvalita experimentálny dát, ktoré boli využité pri určovaní konštant vo vzťahu (Literatúraeq:UNIV).

6.2 Semi-empirické modely pre izotopy s nespárovaným nukleónom

Ukázali sme, že semi-empirické modely, dávajú porovnateľné predikcie s experimentálnymi dátami, pre párno-párne izotopy. Ako je zrejmé z tabuľky č.2, pri izotopoch s nespárovaným nukleónom, tieto modely strácajú konzistentnosť. Tento nesúlad experimentálne a teoreticky určených hodnôt, je dôsledkom zmeny momentu hybnosti alebo parity. Z toho dôvodou musíme predpokladať, nesúlad odhadov parciálnych polčasov a experimentálnych dát pre tieto izotopy.

6.3 Spontánne štiepenie

Ako si môžeme všimnúť, pri $N = 152$ dochádza k vytvoreniu lokálneho maxima hodnoty $\log\left(T^{exp}_{1/2,SF}\right)$. Vytvorenie tohoto maxima je spôsobené vrstvovými efektami v rámci deformovaného vrstvového modelu [Hoffman and Lane, 1995]. Pri izotopoch Rf a Sg nedochádza k vytvoreniu maxima, čo môže byť následkom slabého efektu deformovanej uzavretej vrstvy na parciálny polčas.

Pri extrapolácií sme využili plynómy, druhého a tretieho stupňa, ktoré opisujú systematiku zobrazenú v obrázku č.2. Výber stupňa polynómu sme realizovali nasledovným spôsobom:

1. Systematiku sme opísali rovnicami s oboma stupňami polynómu.
2. Vybrali sme pár izotopov, pre ktorý poznáme experimentálne dáta, a tým sme sa pokúsili predpovedať parciálny polčas.
3. Porovnali sme našu predpoveď s experimentálnymi dátami.
4. Vybrali sme polynóm, ktorý presnejšie predpovedal parciálny polčas.

Izotopy, pre ktoré se overili výber rovníc sú zobrazené v tabuľke č.3.

Voľba polynómu tretieho stupňa je z dôvodu vytvorenia dodatočného minima. Keďže sa predpokladá, že parciálne polčasy pre štiepenie budú mať lokálne maximum pre uzavreté neutrónové vrstvy $N = \{126, 152, 162\}$. Priebeh systematiky je spojitý a teda sa predpokladá výskyt miním medzi maximami. Pozícia týchto miním sa odhaduje v okolí

$N = \{139, 157\}$ Ako je zrejmé z obrázku č.2, tento predpoklad sa čiastočne prejavil pri izotopoch No a Fm. Z dôvodu nedostatku experimentálnych dát, nedokážeme overiť tento predpoklad pre viaceré izotopy.

6.4 Spontánne štiepenie pre izotopy s nespárovaným nukleónom

V systematike pre spontánne štiepenie sme zahrnuli výhradne párno-párne izotopy. Pri nepárno-párnych, párno-nepárnych alebo nepárno-nepárnych izotopoch dochádza k zväčšeniu faktoru potlačenia pre parciálne polčasy spontánneho štiepenia. Toto zväčšenie je následkom nespárovaného nukleónu. Nespárovaný nukleón, počas procesu spontánneho štiepenia, interaguje s fragmentami. Táto interakcia rádovo spomaľuje celkový proces spontánneho štiepenia. Ako zobrazuje D.C.Hoffmann v článku [Hoffman and Lane, 1995] na $Fig.$ 3., pre rôzne izotopy s nespárovaným nukleónom, faktor potlačenia má hodnoty od 10^2 až po 10^9. Z tohoto dôvodu pri určovaní, parciálneho polčasu spontánneho štiepenia, dochádza k teoretickej odchýlke.

6.5 Beta rozpad

Ako si môžeme všimnúť z obrázku č.3, je zrejmé, že celkový polčas narastá s klesajúcou Q_{EC} hodnotou. Experimentálne hodnoty a hodnoty určené pomocou niektorých teoretických modelov sa môžu odlišovať, samozrejme zložité teoretické modely môžu predpovedať presnejšie hodnoty parciálnych polčasov. Táto odlišnosť je zapríčinená zložitým opisom procesu beta rozpadu. Príkladom je izotop $^{247}_{100}$Fm, ktorého experimentálny parciálny polčas beta rozpadu je rovný 86.1 s a polčas, ktorý predpokladá Möller je rovný 57.7 s.[Möller et al., 1997].

Tento nesúlad sa pre nami odhadované izotopy, výrazne neprejaví, keďže vetviaci pomer pre beta rozpad odhadovaných je zväčša nízky. Príkladom je izotop $^{241}_{100}$Fm, pri ktorom predpokladáme, že sa bude rozpadať prevažne spontánnym štiepením.

6.6 Beta rozpad pre párno-párne izotopy

Parciálny polčas beta rozpadu pre párno-párne izotopy je rádovo dlhší ako pri ostatných typoch izotopov. Tento nárast pariálneho polčasu je spôsobený Q hodnotou pre EC a β^+ rozpad. Hodnoty Q_{EC} sú pre párno-párne izotopy väčšie ako pri susedných izotopoch s nespárovaným nukleónom, a teda parciálny polčas beta rozpadu bude rádov dlhší. Z toho dôvodu, podobne ako pri spontánnom štiepení, musíme aplikovať korekcie hodnôt získaných z rovníc popisujúcich systematiky zobrazené na obrázku č.3.

6.7 Izotopy einsteinia

Pri izotopoch Es, z dôvodu nedostatku experimentálnych dát, neodhadujeme parciálny polčas spontánneho štiepenia. Predpokladáme, že sa budú rozpadať, prevažne alfa alebo beta rozpadom. Pre EC a β^+ rozpad, sme využili nasledovnú rovnicu, ktorá je zobrazená na grafe č.3:

$$\log\left(T_{1/2,EC}\right) = 0.4349N - 61.297, \qquad (24)$$

a pri β^- rozpad nasledovnú systematiku, ktorá je zobrazená na grafe č.4::

$$\log\left(T_{1/2,\beta^-}\right) = -4.9767N + 784. \qquad (25)$$

Ako už bolo spomenuté, pri izotopoch s nespárovaným nukleónom, semi-empirické modely predpovedajú parciálne polčasy alfa rozpadu, ktoré môžu byť o niekoľko rádov rozdielne. Z toho dôvodu naše odhady nesú so sebou istú nepresnosť.

Nami navrhnuté rovnice, ktoré popisujú systematiky sme overlil pre izotopy zobrazené v tabuľke č.3. Odhadujeme, že hodnota celkového polčasu rozpadu izotopu $^{243}_{99}$Es je rovná 9.42 s nasledovnými vetviacimi pomermi: $b_\alpha = 55.80\%$ a $b_{EC} = 44.20\%$. Experimentálny celkový polčas je rovný 21 ± 2 s s vetviacimi pomermi: $b_\alpha = 61\%$, $b_{EC} = 39\%$ a $b_{SF} < 1.00\%$ Faktor potlačenia alfa rozpadu je rovný 3.65. Je zrejmé, že nami predpovedané hodnoty vetviacich pomerov sú porovnateľné s experimentálnymi hodnotami. Odlišné sú celkové polčasy, ktorých pomer $T^{exp}_{1/2}/T^{teo}_{1/2}$ je rovný 2.23.

Rovnicu, ktorá opisuje závislosť β^- rozpadu sme sa pokúsili overiť na izotope $^{255}_{99}$Es. Experimentálny celkový polčas je rovný 39.8 ± 1.2 s s vetviacimi pomermi: $b_\alpha = 8.00\%$, $b_{\beta^-} = 92\%$ a $b_{SF} = 4.1 \times 10^{-3}\%$ Faktor potlačenia alfa rozpadu je rovný 1.06 a pre β^- rozpad je rovný 2.23×10^{-2}. Je zrejmé, že nami predpovedaná hodnota parciálneho polčasu β^- rozpadu je rádovo odlišná od experimentálnej hodnoty. Z toho usudzujeme, že systematika, ktorú sme navrhli, nedostatočne opisuje experimentálne dáta. Z toho dôvodu sa nebudeme snažiť predpovedať izotopy, ktoré podliehajú β^- rozpadu.

Izotopy, ktorým rozpadové vlastnosti sme sa pokúsili predpovedať sú zobrazené v tabuľke č.4. Musíme

podotknúť, že pri izotope $^{241}_{99}$Es je známa hodnota celkového polčasu rozpadu rovná 8^{+6}_{-5} s ale vetviace pomermi nie sú známe. Nami predpovedaná hodnota celkové polčasu rozpadu je rovná 1.81 s s nasledovnými vetviacimi pomermi: $b_\alpha = 37.21\%$ a $b_{\beta^-} = 62.79\%$. Môžeme si všimnúť, že pomer $T^{exp}_{1/2}/T^{teo}_{1/2}$ je z intervalu $\langle 1.66, 7.75\rangle$.

Odhadujeme, že izotop $^{240}_{99}$Es bude mať celkový polčas rozpadu rovný 1.01 s s vetavicimi pomermi $b_\alpha = 4.83\%$ a $b_{\beta^-} = 95.17\%$.

popísuju systematiku

6.8 Izotopy fermia

Pre izotopy fermia sme využili nasledovnú rovnciu, ktorá popisuje systematiku spontánneho štiepenia:

$$\log\left(T_{1/2,SF}\right) = -0.0145991N^3 + 6.38068N^2 - 927,697N + 44869. \quad (26)$$

Keďže sa jedná o polynóm tretieho stupňa, v okolí $N = 160$ bude rapídne klesať ako je zrejmé z grafu č.2. Teda pre izotopy z tohoto okolia by sme museli využiť inú rovnciu. Z dôvodu nedostatku a nepresnosti experimentálnych dáta v tomto okolí sme sa rozhodli, nenavrhovať ďalšiu rovnicu a zamerať sa na izotopy v okolí $N = 140$.

Rovnice, ktoré popísuju systematiky sme overili na izotopoch $^{241}_{100}$Fm a $^{244}_{100}$Fm. Experimentálne hodnoty pre izotop $^{244}_{100}$Fm sú nasledovné: $T_{1/2} = 3.12 \pm 0.08$ ms, $b_\alpha < 1.00\%$, $b_{EC} < 2.00\%$ a $b_{SF} > 97\%$. Nami odhadované rozpadové vlastnosti sú nasledovné: $T_{1/2} = 5.33$ ms, $b_\alpha = 1.15\%$, $b_{EC} = 0.42\%$ a $b_{SF} = 98.42\%$. Keď porovnáme nami odhadované vlastnosti s experimentálnymi, môžeme si všimnúť, že hodnoty b_α a b_{SF} sú porovnateľné ale hodnota b_{EC} je o $\approx 1.5\%$ menšia ako horná hranica. Pri izotope $^{241}_{100}$Fm, keďže sa jedná o párno-párny izotop, sme využili korekciu parciálneho polčasu spontánneho štiepenia. Veľkosť korekcie sme odhadli z článku [Hoffman and Lane, 1995] na hodnotu 10^3. Experimentána hodnota celkového polčasu rozpadu je rovná 0.73 ms s nasledovnými vetviacimi pomermi: $b_\alpha < 14\%$, $b_{EC} < 12\%$ a $b_{SF} > 78\%$. Pomer experimentálne a nami predpovedaného celkového polčasu rozpadu je rovný 2.43 a vetviace pomery ležia v intervaloch, ktoré predpovedajú experimentálne hodnoty.

Izotopy, ktorým sme sa pokúsili predpovedať rozpadové vlastnosti, sú zobrazené v tabuľke č.4. Z tejto tabuľky je zrejmé, že párno-párne izotopy s počtom neutrónov menším ako 141 nebude môžné syntetizovať, keďže celkový polčas rozpadu pre izotop $^{240}_{100}$Fm je rádovo desiatky nanosekúnd. Pri párno-nepárnych izotopoch, takýto záver nemôžeme uskutočniť, keďže dochádza k rádovému predĺženiu parciálneho polčasu spontánneho štiepenia a teda hodnota $T_{1/2}$ pre izotop $^{239}_{100}$Fm by mohla byť nad μs.

6.9 Izotopy rutherfordia

Pri izotopoch rutherfordia, z dôvodu nedostatku experimentálnych dát, sme nenavrhovali rovnicu, ktorá by opisovala systematiku spontánneho štiepenia. Parciálny polčas sme odhadli, subjektívne na základe trendu experimentálnych dát. Uvedomujeme si, že tento postup nie je presný ale pre hrubý ohad je postačujúci. Takýmto spôsobom sme sa pokúsili predpovedať izotopy $^{253}_{104}$Rf a $^{264}_{104}$Rf. Systematiky spontánneho štiepenie je zobrazená na grafe č.2. Hodnotu $\log\left(T_{1/2,SF}\right)$ pri izotope $^{253}_{104}$Rf odhadujeme, že môže ležať v intervale $\langle -8.5, -7.5\rangle$. Keďže sa jedná o párno-nepárny izotop odhadujeme, že veľkosť korekcie parciálneho polčasu spontánneho štiepenia má veľkosť 10^4 [Hoffman and Lane, 1995]. Hodnoda celkové polčasu rozpadu leží v intervale $\langle 31.61, 315.45\rangle$ μs spolu s nasledovnými vetviacimi pomermi: $b_\alpha = \langle 0.02, 0.25\rangle\%$ a $b_{SF} = \langle 99.98, 99.75\rangle\%$.

Rovnaký postup sme aplikovali pri izotope $^{264}_{104}$Rf, kde predpokladáme, že hodnota $\log\left(T_{1/2,SF}\right)$ leží v intervale $\langle 4, 6.5\rangle$. Hodnota celkové polčasu rozpadu leží v intervale $\langle 5.56, 5.75\rangle$ m a hodnoty vetviacich pomerov sú nasledovné: $b_\alpha = \langle 96.66, 99.99\rangle\%$ a $b_{SF} = \langle 3.34, 0.01\rangle\%$.

7 Záver

V práci sme sa zamerali na odhad celkového polčasu rozpadu a vetviacich pomerov pre vybrané izotopy. Teoreticky sme popísali štyri semi-empirické modely, ktoré predpovedajú parciálny polčas alfa rozpadu a následne sme ich porovnali pre niektoré izotopy so $92 \leq Z \leq 100$ a $122 \leq N \leq 156$. Poukázali sme na konzistentnosť týchto modelov pri párno-párnych izotopoch. Z čoho usudzujeme, že teoretický opis alfa rozpadu je na dobrej úrovni. Taktiež sme poukázali na nesúlad týchto modelov pri niektorých vybraných izotopoch s nespárovaným nukleónom. V diskusii sme poukázali na potrebné korekcie systematík experimentálnych dát pri určovaní parciálneho polčasu spontánneho štiepenia a beta rozpadu.

Pri izotopoch fermia sme poukázali na hranice možnej syntézy. V diskusii sme predložili odhady celkových polčasov rozpadov a vetviacich pomerov nových izotopov fermia, einsteinia a rutherfordia.

Literatúra

[NDS, 2022] (2022). Nuclear data sheets. *Nuclear Data Sheets*.

[Audi et al., 2014] Audi, G., Wang, M., Wapstra, A., Kondev, F., MacCormick, M., and Xu, X. (2014). The 2012 atomic mass evaluation and the mass tables. *Nuclear Data Sheets*, 120:1–5.

[Gamow, 1928] Gamow, G. (1928). Zur quantentheorie des atomkernes. *Zeitschrift für Physik*, 51(3):204–212.

[Hoffman and Lane, 1995] Hoffman, D. C. and Lane, M. R. (1995). Spontaneous fission. *Radiochimica Acta*, 70-71(s1):135–146.

[Möller et al., 1997] Möller, P., Nix, J., and Kratz, K. (1997). Nuclear properties for astrophysical and radioactive-ion-beam applications. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 66(2):131–343.

[Moller et al., 1995] Moller, P., Nix, J., Myers, W., and Swiatecki, W. (1995). Nuclear ground-state masses and deformations. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 59(2):185–381.

[Poenaru et al., 2011a] Poenaru, D. N., Gherghescu, R. A., and Greiner, W. (2011a). Simple relationships for α-decay half-lives. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 39(1):015105.

[Poenaru et al., 2011b] Poenaru, D. N., Gherghescu, R. A., and Greiner, W. (2011b). Single universal curve for cluster radioactivities and α decay. *Phys. Rev. C*, 83:014601.

[Poenaru et al., 1980] Poenaru, D. N., Ivascu, M., and Mazilu, D. (1980). A new semiempirical formula for the alpha decay half-lives. *Journal de Physique Lettres*, 41(24):589–590.

[Poenaru et al., 2006] Poenaru, D. N., Plonski, I.-H., and Greiner, W. (2006). α-decay half-lives of superheavy nuclei. *Phys. Rev. C*, 74:014312.

[Qi et al., 2009] Qi, C., Xu, F. R., Liotta, R. J., Wyss, R., Zhang, M. Y., Asawatangtrakuldee, C., and Hu, D. (2009). Microscopic mechanism of charged-particle radioactivity and generalization of the geiger-nuttall law. *Phys. Rev. C*, 80:044326.

[Rurarz, 1982] Rurarz, E. (1982). Alpha emitters in the region from ce to os. Technical report, Institute of Nuclear Research.

[Sobiczewski et al., 1989] Sobiczewski, A., Patyk, Z., and Ćwiok, S. (1989). Deformed superheavy nuclei. *Physics Letters B*, 224(1):1–4.

[Viola and Seaborg, 1966] Viola, V. E. and Seaborg, G. (1966). Nuclear systematics of the heavy elements—ii lifetimes for alpha, beta and spontaneous fission decay. *Journal of Inorganic and Nuclear Chemistry*, 28(3):741–761.

[Wolfram-Research, 2019] Wolfram-Research (2019). Wolfram Language function.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 259–266
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jakub Filus

Štúdium možnosti izotopov z oblasti fermia (Z=100) rozpadávať sa oneskoreným štiepením po beta premene

Jakub Filús[1]*
Školiteľ: Stanislav Antalic[1‡]
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Beta oneskorené štiepenie je veľmi vzácny proces nízko energetického štiepenia. Doposiaľ bolo beta oneskorené štiepenie experimentálne pozorované v dvoch oblastiach neutrónovo deficitných jadier, a to konkrétne oblasti olova a oblasti transuránov. Zostáva otvorenou otázkou, pre ktoré izotopy z oblasti fermia (Z = 100) by bolo možné experimentálne pozorovať beta oneskorené štiepenie. Pravdepodobnosť beta oneskoreného štiepenia ($P_{\beta DF}$) kriticky závisí od rozdielu Q hodnoty výšky štiepnej bariéry. Pre výpočet Q hodnôt boli v práci využité teoretické modely: Finite-range droplet model (FRDM), a Thomas Fermi model (TF). Pre výpočet výšok štiepnych bariér boli využité teoretické modely: Finite-range liquid drop model (FRLDM), TF a Lublin-Strasbourg drop model (LSD). Teoreticky vypočítané Q hodnoty a výšky štiepnych bariér, spolu s doposiaľ známymi experimentálnymi hodnotami $P_{\beta DF}$ boli využité na určenie $P_{\beta DF}$ vybraných izotopov prvkov Bk, Es, Md, a Lr, ktorých $P_{\beta DF}$ nebola doposiaľ experimentálne zmeraná. Okrem hodnoty $P_{\beta DF}$ bol pre tieto izotopy určený taktiež počet jadier, ktoré je potrebné syntetizovať na to aby bolo experimentálne možné pozorovať ich rozpad beta oneskoreným štiepením. V práci bolo následne rozdiskutované, že medzi vhodných kandidátov, pre možné experimentálne pozorovanie beta oneskoreného štiepenia patria napríklad izotopy: ^{234}Bk a ^{254}Lr.

Kľúčové slová: beta oneskorené štiepenie, pravdepodobnosť beta oneskoreného štiepenia, Q hodnota, výška štiepnej bariéry

1. Úvod oneskoreného štiepenia po beta premene

Oneskorené štiepenie po beta premene (*βDF)* je proces nízko energetického štiepenia, ktorým sa rozpadávajú neutrónovo chudobné, prípadne neutrónovo bohaté jadrá. Samotný proces *βDF* pozostáva z dvoch krokov. V prvom kroku sa materské jadro rozpadne β premenou (β+ /*EC* v prípade neutrónovo chudobných jadier a β- v prípade neutrónovo bohatých jadier), na dcérske jadro v vzbudenom stave. V druhom kroku sa novovzniknuté dcérske jadro rozštiepi na dva fragmenty.

Na to aby mohlo dôjsť k štiepeniu musí však platiť, že excitačná energia dcérskeho jadra je porovnateľná s výškou jeho štiepnej bariéry. Ak je excitačná energia dcérskeho jadra nad úrovňou štiepnej bariéry dcérske jadro sa môže prakticky okamžite rozštiepiť. K štiepeniu môže dôjsť aj v prípade ak je hodnota excitačnej energie tesne pod úrovňou štiepnej bariéry, a to vďaka penetrácii štiepnych fragmentov cez dodatočnú potenciálovú bariéru. Hodnota dodatočnej potenciálovej bariéry sa rovná rozdielu excitačnej energie a výšky potenciálovej bariéry dcérskeho jadra. Ak je excitačná energia hlboko pod úrovňou štiepnej bariéry, pravdepodobnosť penetrácie je malá, a teda aj pravdepodobnosť samotného štiepenia je malá. V takomto prípade sa dcérske jadro namiesto štiepenia deexcituje emisiou γ kvanta.

Fakt, že excitačná energia je zhora ohraničená Q hodnotou β premeny, ktorá je pre doposiaľ známe prípady *βDF* menšia ako 12 MeV zaručuje, že *βDF* je nízkoenergetickým štiepením.

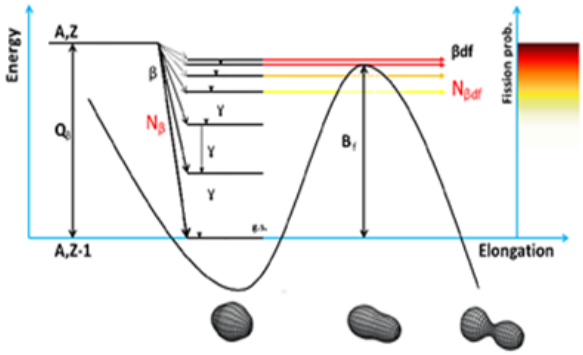
Schematické znázornenie procesu *βDF* pre jadro z neutrónovo chudobnej oblasti je znázornené na obr. 1. Čiernou krivkou je zobrazená závislosť potenciálnej energie dcérskeho jadra od jeho deformácie. Farebné spektrum na pravej strane obr. 1 zobrazuje pravdepodobnosť štiepenia. Tmavé farby, reprezentujúce vysoké pravdepodobnosti štiepenia, zodpovedajú prípadom kedy je veľkosť excitačnej energie E^* porovnateľná, prípadne vyššia ako výška štiepnej bariéry B_f. Naopak prípadom kedy je B_f výrazne väčšie ako E^* zodpovedajú bledé farby, reprezentujúce nízke pravdepodobnosti štiepenia dcérskeho jadra.

Doposiaľ bolo *βDF* experimentálne detekované v dvoch oblastiach neutrónovo chudobných jadier, a to konkrétne v oblasti olova a oblasti transuránov. Čisto na základe podmienky porovnateľne veľkej Q hodnoty beta premeny (ktorá je horným ohraničením excitačnej energie

* filis6@uniba.sk
‡ Stanislav.Antalic@fmph.uniba.sk

dcérskeho jadra) je *βDF* dovolené aj pre mnohé ďalšie neutrónovo chudobné jadrá. Avšak na to, aby bolo možne *βDF* experimentálne detekovať musí byť splnená aj ďalšia podmienka, a tou je dostatočne veľký *β* vetviaci pomer materského jadra. Príliš nízky *β* vetviaci pomer spôsobí malý počet materských jadier, rozpadajúcich sa β premenou, čo znemožní experimentálne detekovanie *βDF*.

[Andreyev et al., 2013]



Obr. 1: Graf zobrazujúci schématické znázornenie procesu βDF [Ghys et al., 2015].

2. Teoretické modely na výpočet Q hodnôt β premeny a výšok štiepnych bariér

Ako už bolo spomenuté pravdepodobnosť *βDF* kriticky závisí od *Q* hodnoty *β* premeny Q_β materského jadra a výšky štiepnej bariéry dcérskeho jadra B_f, konkrétne na ich rozdiele $Q_\beta - B_f$. Pre mnohé exotické však nie sú dostupné experimentálne zmerané hodnoty Q_β a B_f, preto na ich určenie musíme používať teoretické modely. Na určenie Q_β môžeme využiť napríklad modely: Finite-range droplet model (FRDM) [Moller et al., 1997] alebo Thomas Fermi model (TF) [Myers and Swiatecki 1994]. Na výpočet B_f je možné použiť modely: Finite-range liquid drop model (FRLDM) [Moller et al., 2009], Lublin-Strasbourg drop model (LSD) [Ivanyuk and Pomorski 2009] alebo TF model.

2.1 TF model

Thomas Fermi (TF) model je makroskopický model vychádzajúci z kvapkového modelu. TF model je možné použiť napríklad na určenie hmotnostných úbytkov a výšok štiepnych bariér. Q_β podľa TF modelu boli v tomto článku určené z hmotnostných úbytkov prebratých z [Myers and Swiatecki 1994]. Na výpočet B_f bola využitá semiempirická parametrizácia:

$$B_f = S(N,Z)F(X) \quad (1)$$

Pričom funkcia S(N,Z) je daná vzťahom:

$$S(N,Z) = A^{\frac{2}{3}}(1 - kI^2)$$

Kde $k = 1{,}9 + \frac{(Z-80)}{75}$ a $I = \frac{N-Z}{A}$. Parameter X je daný vzťahom:

$$X = \frac{Z^2}{A(1 - kI^2)}$$

Tvar funkcie F(X) závisí od hodnoty parametra X. Pre $X_1 \leq X \leq X_0$ má F(X) tvar:

$$F(X) = 0{,}000199749\,(X_0 - X)^3$$

Zatiaľ čo pre $30 \leq X \leq X_1$ má F(X) tvar:

$$F(X) = 0{,}5955532 - 0{,}124136(X - X_1)$$

Kde X_0 = 48,5428 a X_1 = 34,15 [Myers and Swiatecki 1999].

Ako už bolo spomenuté TF je makroskopický model teda sa na jadro pozerá ako na celok. Výška štiepnej bariéry a hmotnostné úbytky sú však ovplyvnené aj mikroskopickou korekciou, ktorá planie z vrstvového modelu. Táto mikroskopická korekcia nie je v TF modely zahrnutá a je potrebné ju dodatočne odpočítať od hodnoty B_f vypočítanej zo vzťahu (1). V prípade určovania Q_β podľa TF modelu je potrebné mikroskopickú korekciu k hodnotám hmotnostných úbytkov dodatočne pripočítať. Hodnoty mikroskopickej korekcie sú prebraté z [Moller et al., 1995].

2.2 LSD model

Lublin-Strasbourg drop model (LSD) využíva na výpočet na výpočet výšky štiepnej bariéry nasledovnú parametrizáciu:

$$B_f = B_{max}(Z)e^{\left\{-\left[\frac{I-I_0(Z)}{\Delta I(Z)}\right]^2\right\}} \quad (2)$$

Kde parametre $B_{max}(Z)$, $I_0(Z)$ a $\Delta I(Z)$ je možné približne vypočítať ako:

$$B_{max}(Z) \approx a_0 + a_1 Z + a_2 Z^2 10^{-2} + a_3 Z^3 10^{-4}$$
$$I_0(Z) \approx a_4 + a_5 Z 10^{-4} \quad (3)$$
$$\Delta I(Z) \approx a_6 + a_7 Z 10^{-2} + a_8 Z^2 10^{-4}$$

Koeficienty a_0 až a_8 sú uvedené v tabuľke 1 [Ivanyuk and Pomorski 2009].

Rovnako ako TF model ani LSD model v sebe nemá zahrnutú mikroskopickú korekciu a teda je znova potrebné od B_f určenej pomocou vzťahu (29) dodatočne odpočítať hodnotu mikroskopickej korekcie.

Tabuľka 1: koeficienty a_0 až a_8 pre vzťahy (30).

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
$Z < 75$	23,92	2,235	-3,816	1,128	0,2268	4,34	0,7851	-0,4141	-0,438
$Z \geq 75$	723,255	-19,6	17,7	-5,328	0,2739	-8,633	0,09067	0,6911	-0,661

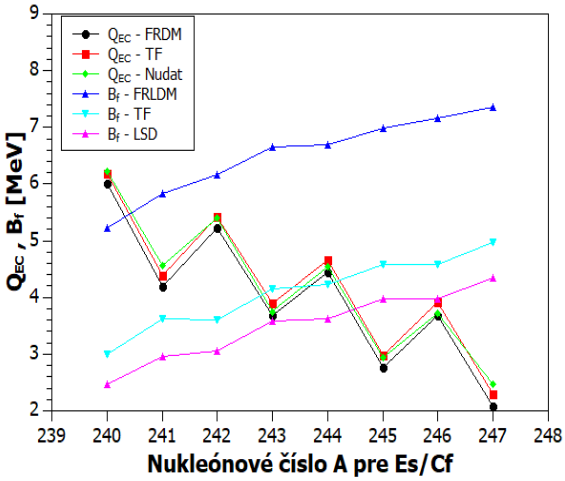
2.3 FRDM a FRLDM model

Finite-range drop model (FRDM) a Finite-range liquid drop model (FRLDM) rovnako ako TF model vychádzajú z kvapkového modelu. Hodnoty Q_β podľa FRDM modelu sú prevzaté z [Moller et al., 1997] a výšky štiepnych bariér podľa FRLDM modelu sú prevzaté z [Moller et al., 2009]. FRDM a FRLDM sú makroskopicky - mikroskopické modely, teda v sebe na rozdiel od TF a LSD modelov zohľadňujú vnútornú štruktúru jadra. Preto k nim nie je potrebné dodatočne pripočítavať respektíve odpočítavať hodnotu mikroskopickej korekcie.

2.4 Porovnanie Q_β podľa FRDM a TF modelov a porovnanie B_f podľa FRLDM, LSD a TF modelov

Obr. 2 zobrazuje porovnanie hodnôt Q_{EC} určených pomocou FRDM a TF modelov s experimentálnymi hodnotami prevzatými z [Nudat2 2022], pre neutrónovo chudobné izotopy prvku Es. Z tohto porovnanie vidíme, že TF model predpovedá mierne vyššie hodnoty Q_{EC} ako FRDM model. Avšak rozdiely medzi Q_{EC} podľa TF, FRDM modelov a samotnými experimentálnymi hodnotami Q_{EC} sú iba na úrovni niekoľko keV. Z obr. 1 ďalej vidíme, že nepárno-nepárne izotopy majú väčšie hodnoty Q_{EC} v porovnaní s ich nepárno-párnymi susedmi. Vysoká Q hodnota a fakt, že párno-párne jadrá (pri rozpade nepárno-nepárneho jadra β premenou vzniká párno-párne jadro) majú väčšiu pravdepodobnosť následného štiepenia sú dôvody, prečo bolo doposiaľ βDF detekované iba v prípade nepárno-nepárnych jadier.

Obr. 2 taktiež zobrazuje porovnanie B_f vypočítaných pomocou FRLDM, TF a LSD modelov pre neutrónovo deficitné izotopy prvku Cf. V tomto prípade sú rozdiely medzi hodnotami B_f podľa jednotlivých modelov na úrovni niekoľko MeV, teda výrazne väčšie ako tomu bolo v prípade Q_{EC}. Najväčšie hodnoty štiepnych bariér predpovedá FRLDM model, zatiaľ čo najmenšie LSD model. Rozdiel medzi štiepnymi bariérami podľa FRLDM a LSD modelov je až na úrovni 2,5 MeV. TF model predpovedá hodnoty štiepnych bariér o zhruba 0,6 MeV väčšie ako LSD model.



Obr. 2: Graf závislosti Q_{EC} od nukleónového čísla pre neutrónovo deficitné izotopy prvku Es a závislosti B_f od nukleónového čísla pre neutrónovo deficitné izotopy prvku Cf.

3. Pravdepodobnosť βDF ($P_{\beta DF}$)

Pravdepodobnosť βDF môžeme pomocou experimentálnych dát určiť na základe vzťahu:

$$P_{\beta DF} = \frac{N_{\beta DF}}{N_\beta} \qquad (4)$$

$N_{\beta DF}$ je počet dcérskych jadier rozpadajúcich sa βDF a N_β vyjadruje počet materských jadier rozpadajúcich sa β premenou. $P_{\beta DF}$ úzko súvisí s parciálnym polčasom βDF, ten je možné vypočítať pomocou vzťahu:

$$T_{1/2p\,\beta DF} = T_{1/2}\frac{N_{tot}}{N_{\beta DF}} \qquad (5)$$

$T_{1/2}$ je celkový polčas rozpadu a N_{tot} je počet všetkých jadier, ktoré sa rozpadli [Andreyev et al., 2013].

Celkový vetviaci pomer procesu, βDF ($b_{\beta DF}$) je daný vzťahom:

$$b_{\beta DF} = b_\beta P_{\beta DF} \qquad (6)$$

Kde b_β je β vetviaci pomer materského jadra a $P_{\beta DF}$ je pravdepodobnosť βDF dcérskeho jadra.

3.1. Závislosť $P_{\beta DF}$ od od rozdielu Q_{EC} a B_f (Q_{EC} - B_f)

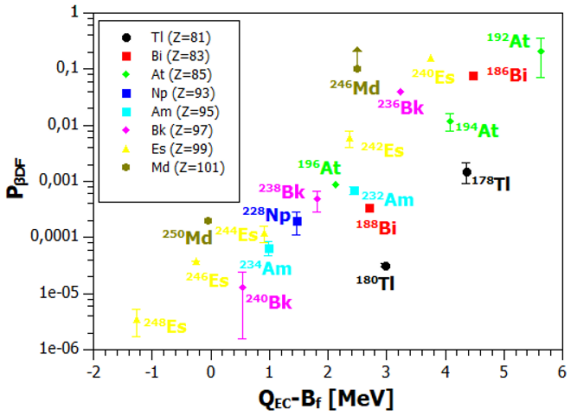
$P_{\beta DF}$ kriticky závisí od hodnoty Q_{EC} - B_f, obr. 3 zobrazuje práve túto závislosť, pričom v sebe obsahuje experimentálne zmerané hodnoty $P_{\beta DF}$ pre izotopy z transuránovej oblasti a oblasti olova. Obr.3 obsahuje Q_{EC} určené pomocou FRDM modelu a hodnoty B_f podľa FRLDM modelu (Na prípad kedy je Q_{EC} - B_f určené kombináciu modelov FRDM a FRLDM je ďalej odkazované ako na

FRDM-FRLDM model). Z obr. 3 vidíme, že FRDM-FRLMD model predpovedá, že s rastúcou hodnotou Q_{EC} - B_f rastie $P_{\beta DF}$ exponenciálne a zároveň platí, že každý prvok má svoju vlastnú exponenciálnu závislosť, na ktorej ležia jeho izotopy. Taktiež platí, že čím sú izotopy viac neutrónovo deficitné, tým majú väčšiu hodnotu Q_{EC} - B_f a teda aj väčšiu $P_{\beta DF}$. Tento fakt sme mohli predpokladať už na základe obr. 2, z ktorého vidíme, že so znižujúcim sa nukleónovým číslom rastie Q_{EC} izotopov Es a klesá B_f izotopov Cf.

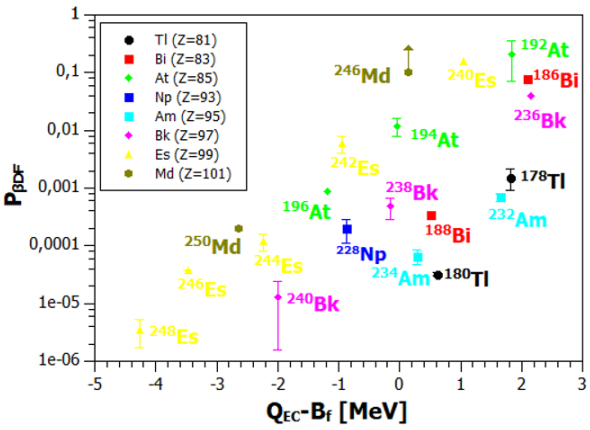
Obr. 4 taktiež zobrazuje závislosť experimentálnych hodnôt $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f avšak tentokrát sú hodnoty B_f určené pomocou LSD modelu teda využitím vzťahu (2). Hodnoty Q_{EC} v obr. 4 sú prevzaté z [Nudat2 2022]. Vidíme, že LSD model v súlade s FRDM-FRLDM modelom predpovedá exponenciálnu závislosť medzi $P_{\beta DF}$ a Q_{EC} - B_f. LSD model však predpovedá výrazne (2 – 3 MeV) vyššie hodnoty Q_{EC} - B_f, čo je spôsobené tým, že FRLDM model vo všeobecnosti predpovedá vyššie hodnoty B_f v porovnaní s LSD modelom ako už bolo ukázané pre izotopy Cf na obr. 2.

Obr. 5 znova zobrazuje závislosť $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f, v tomto prípade sú hodnoty Q_{EC} a hodnoty B_f určené pomocou TF modelu. Na určenie B_f bol využitý vzťah (1). TF model taktiež predpovedá exponenciálnu závislosť medzi $P_{\beta DF}$ a Q_{EC} - B_f. Z obr. 5 však môžeme vidieť, že v prípade TF modelu sú izotopy všetkých prvkov výrazne koncentrované okolo jednej, spoločnej exponenciálnej zvislosti. V tom sa TF model líši od FRDM-FRLDM a LSD modelov, ktoré predpovedajú, že rôzne prvky majú rôzne exponenciálne závislosti $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f.

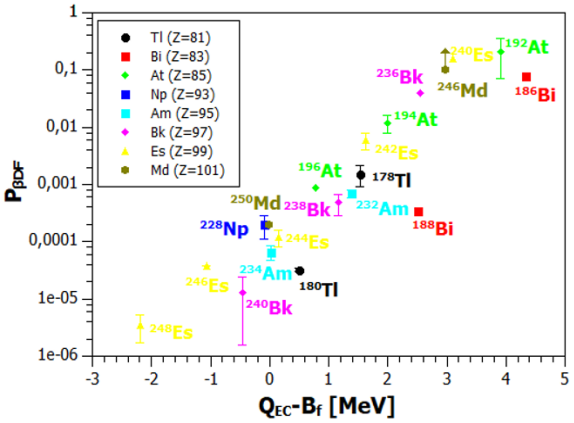
Experimentálne hodnoty $P_{\beta DF}$ použité v obrázkoch 3., 4. a 5. boli pre všetky izotopy okrem ^{236}Bk a ^{240}Es prebraté z [Andreyev et al., 2013]. Experimentálne hodnoty $P_{\beta DF}$ pre izotopy ^{236}Bk a ^{240}Es boli prebraté z [Konki et al., 2017].



Obr. 3: Graf závislosti $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f podľa FRDM-FRLDM modelu.



Obr. 4: Graf závislosti $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f podľa LSD modelu. Hodnoty Q_{EC} boli prevzaté z [Nudat2 2022].



Obr. 5: Graf závislosti $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f podľa TF modelu.

4.2. Určenie doposiaľ neznámych hodnôt $P_{\beta DF}$ pre vybrané izotopy prvkov: Es, Bk, Md, Lr

Táto časť je zameraná na určenie $P_{\beta DF}$ niektorých izotopov prvkov Bk, Md, Es a Lr, pre ktoré nie je doposiaľ známa experimentálna hodnota $P_{\beta DF}$. Závislosť známych experimentálnych hodnôt $P_{\beta DF}$ prvkov Bk, Md a Es od hodnoty Q_{EC} - B_f podľa FRDM-FRLDM modelu (obr. 3) som fitoval exponenciálnou funkciou tvaru:

$$f(x) = e^{\alpha x+\beta} \quad (7)$$

Pričom izotopy každého z prvkov Bk, Md a Es som fitoval zvlášť. Rovnaký postup som zvolil v prípade LSD modelu (obr. 4) teda znova som fitoval izotopy prvkov Bk, Es a Md zvlášť. Nevýhodou fitovania každého z prvkov zvlášť je, že vždy fitujem iba cez pomerne malý počet bodov. V prípade prvku Es máme k dispozícii experimentálne hodnoty $P_{\beta DF}$ až pre 5 izotopov, teda môžeme očakávať, že samotný fit presnejší ako v prípade prvkov Md a Bk. Pre Md

máme k dispozícii iba 2 experimentálne hodnoty $P_{\beta DF}$ z toho jedna je len dolný odhad. Musíme teda rátať s tým, že závislosť medzi $P_{\beta DF}$ a $Q_{EC} - B_f$ určená fitom cez tieto dva body môže byť značne nepresná.

V prípade ak sú hodnoty Q_{EC} - B_f určené pomocou TF modelu (obr. 5) môžeme využiť fakt, že izotopy všetkých prvkov vykazujú spoločnú exponenciálnu závislosť. To nám dovoľuje urobiť jeden spoločný fit, ktorým získame univerzálnu závislosť medzi $P_{\beta DF}$ a Q_{EC} - B_f. Výhoda TF modelu je najmä v tom, že nám popisuje závislosť $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f aj pre izotopy prvkov, pre ktoré nie sú doposiaľ známe žiadne experimentálne hodnoty $P_{\beta DF}$. Pričom modely FRDM-FRLDM a LSD sú v takom prípade nepoužiteľné, keďže ak pre daný prvok nemáme dostupné žiadne experimentálne hodnoty $P_{\beta DF}$ tak nemáme cez čo fitovať. Parametre α a β určujúce konkrétne exponenciálne závislosti $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f sú uvedené v tabuľke 2.

Tabuľka 2: Parametre α a β pre funkciu (7), určujúce závislosť medzi $P_{\beta DF}$ a Q_{EC} - B_f pre modely: FRDM/FRLDM, LSD a TF.

model	prvok	α	β
FRDM/FRLDM	Bk	1,93	-7,37
	Es	2,09	-3,04
	Md	2,17	-2,66
LSD	Bk	2,98	-12,93
	Es	2,11	-10,08
	Md	2,28	-8.42
TF	Bk, Es, Md, ...	1,8	-9,13

Na základe rovníc fitov získaných pomocou jednotlivých modelov môžeme následne určiť $P_{\beta DF}$ izotopov, ktoré nemajú doposiaľ známu experimentálnu hodnotu $P_{\beta DF}$. Tabuľky 3, 4 a 5 obsahujú takýmto spôsobom určené hodnoty $P_{\beta DF}$ podľa FRDM-FRLDM, TF a LSD modelov, (v danom poradí) pre vybrané izotopy prvkov Es, Bk a Md. V prípade TF modelu (tabuľka 4) aj pre izotopy Lr. Tabuľky 3, 4 a 5 ďalej obsahujú predpovede jednotlivých modelov pre celkový vetviaci pomer procesu βDF $b_{\beta DF}$ a počet jadier daného izotopu, ktorý je potrebné syntetizovať na to aby bolo možné pozorovať 10 rozpadov βDF, ktorý je označený ako N.

Najlepšiu zhodu medzi modelmi dostávame pri určení $P_{\beta DF}$ izotopov $^{250, 252}$Es. V prípade izotopu ^{250}Es všetky tri modely zhodne predpovedajú $P_{\beta DF}$ rádovo rovnú 10^{-7}. V prípade izotopu ^{252}Es dávajú rádovo zhodný výsledok iba modely TF a FRDM-FRLDM, ktoré predpovedajú $P_{\beta DF}$ na úrovni 10^{-6}. LSD model predpovedá $P_{\beta DF}$ pre ^{252}Es rádovo rovnú 10^{-7}, teda o jeden rád nižšiu v porovnaní s TF a FRDM-FRLDM modelmi. Pre izotopy Bk a Md sú rozdiely medzi $P_{\beta DF}$ podľa jednotlivých modelov maximálne jeden až dva rády. Zvýšená zhoda medzi jednotlivými modelmi pre izotopy Es môže byť spôsobená tým, že pre Es sme mali dostupný väčší počet experimentálnych hodnôt $P_{\beta DF}$ ako pre Bk a Md. Tým pádom aj viac bodov cez ktoré môžeme fitovať v prípade modelov FRDM-FRLDM a LSD.

Tabuľka 3: Hodnoty $P_{\beta DF}$, $b_{\beta DF}$, N, pre vybrané izotopy prvkov Es, Bk, Md, určené fitovaním závislosti experimentálnych hodnôt $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f. podľa FRDM-FRLDM modelu. Hodnoty b_β boli prebraté z [Nudat2 2022].

FRDM-FRLDM model	Q_{EC}-B_f [MeV]	$P_{\beta DF}$	b_β	$b_{\beta DF}$	N
^{250}Es	-4,96	$9{,}09\times10^{-7}$	0,97	$8{,}82\times10^{-7}$	$1{,}13\times10^{7}$
^{252}Es	-4,81	$1{,}17\times10^{-6}$	0,22	$2{,}86\times10^{-7}$	$3{,}49\times10^{7}$
^{234}Bk	3,6	0,65	0,2	0,13	76,8
^{242}Bk	-3,49	$7{,}43\times10^{-7}$	1	$7{,}43\times10^{-7}$	$1{,}35\times10^{7}$
^{248}Md	-1,45	$2{,}3\times10^{-3}$	0,42	$9{,}9\times10^{-4}$	$1{,}01\times10^{4}$
^{252}Md	-3,46	$3{,}66\times10^{-5}$	1	$3{,}65\times10^{-5}$	$2{,}74\times10^{5}$

Tabuľka 4: Hodnoty $P_{\beta DF}$, $b_{\beta DF}$, N, pre vybrané izotopy prvkov Es, Bk, Md, Lr určené fitovaním závislosti experimentálnych hodnôt $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f podľa TF modelu. Hodnoty b_β pre všetky izotopy okrem ^{252}Lr boli prebraté z [Nudat2 2022]. Hodnota b_β pre ^{252}Lr bola vypočítaná z teoretických, parciálnych polčasov rozpadu $T_{1/2\,\alpha}$ a $T_{1/2\,\beta}$, ktoré boli prevzaté z [Moller et al., 1997].

TF model	Q_{EC}-B_f [MeV]	$P_{\beta DF}$	b_β	$b_{\beta DF}$	N
^{250}Es	-3,58	$1{,}72\times10^{-7}$	0,97	$1{,}67\times10^{-7}$	$5{,}98\times10^{7}$
^{252}Es	-4,12	$6{,}46\times10^{-6}$	0,22	$1{,}42\times10^{-8}$	$7{,}03\times10^{8}$
^{234}Bk	3,89	0,12	0,2	$2{,}4\times10^{-2}$	416
^{242}Bk	-0,92	$2{,}08\times10^{-5}$	1	$2{,}079\times10^{-5}$	$4{,}81\times10^{5}$
^{248}Md	1,17	$8{,}8\times10^{-4}$	0,42	$3{,}7\times10^{-4}$	$2{,}69\times10^{4}$
^{252}Md	-1,63	$5{,}72\times10^{-6}$	1	$5{,}72\times10^{-6}$	$1{,}75\times10^{6}$
^{252}Lr	1,71	$2{,}36\times10^{-3}$	0,71	$1{,}68\times10^{-3}$	$5{,}93\times10^{3}$
^{254}Lr	0,34	$2{,}02\times10^{-4}$	0,24	$5{,}71\times10^{-5}$	$1{,}75\times10^{5}$

Problém metódy určovania $P_{\beta DF}$ pomocou fitovania exponenciálnou funkciou je v tom, že od určitej, dostatočne veľkej hodnoty Q_{EC} - B_f nám hodnota $P_{\beta DF}$ vyjde väčšia ako jedna, a teda

dostaneme nefyzikálny výsledok. Takáto situácia nastala pri výpočte $P_{\beta DF}$ podľa LSD modelu pre izotop ^{234}Bk kedy dostávame $P_{\beta DF}(^{234}\text{Bk})$ = 4,76. V takomto prípade však môžeme skutočnú hodnotu $P_{\beta DF}$ aproximovať jednotkou, teda uvažovať prípad kedy sa všetky dcérske jadra, vzniknuté β premenou materského jadra, rozštiepia. Aplikovaním takejto aproximácie na izotop ^{234}Bk dostaneme, že podľa LSD modelu je $b_{\beta DF}$ = 0,2 a N = 50.

Tabuľka 5: Hodnoty $P_{\beta DF}$, $b_{\beta DF}$, N, pre vybrané izotopy prvkov Es, Bk, Md, určené fitovaním závislosti experimentálnych hodnôt $P_{\beta DF}$ od Q_{EC} - B_f podľa LSD modelu. Hodnoty Q_{EC} a b_β boli prebraté z [Nudat2 2022].

LSD model	Q_{EC}-B_f [MeV]	$P_{\beta DF}$	b_β	$b_{\beta DF}$	N
^{250}Es	-3,58	1,73x10^{-7}	0,97	1,67x10^{-7}	5,96x10^{7}
^{252}Es	-4,12	1,18x10^{-7}	0,22	2,6x10^{-8}	3,84x10^{8}
^{234}Bk	3,89	4,76 (> 1)	0,2	0,2	50
^{242}Bk	-0,92	2,93x10^{-7}	1	2,93x10^{-7}	3,42x10^{7}
^{248}Md	1,17	3,1x10^{-3}	0,42	1,3x10^{-3}	7,69x10^{3}
^{252}Md	-1,63	7,63x10^{-6}	1	7,63x10^{-6}	1,31x10^{6}

4. Odhad počtu syntetizovaných jadier izotopov ^{254}Lr, ^{252}Lr a ^{234}Bk

Izotop ^{254}Lr bol prvý krát syntetizovaný v GSI, Darmstadt cez reakciu ^{209}Bi(^{48}Ca,3n)^{254}Lr. Teda kovové ^{209}Bi terče boli bombardované urýchlenými jadrami ^{48}Ca. Pri zrážkach dochádzalo k vytvoreniu zloženého jadra ^{257}Lr v excitovanom stave, v prípade ak sa zložené jadro deexcitovalo vyparením práve 3 neutrónov vzniklo jadro ^{254}Lr. Účinný prierez takejto reakcie je 22 nb. Hrúbka použitých terčov bola 450 µg/cm^2. Jadrá ^{48}Ca boli urýchlené cez lineárny urýchľovač UNILAC, pričom intenzita nalietavajúceho zväzku bola 1,3 pµA, teda 8,11x10^{12} dopadajúcich iónov na terč za sekundu [Antalic et al., 2008].

Na základe týchto údajov je možné vypočítať počet syntetizovaných jadier ^{254}Lr a to pomocou vzťahu:

$$N_{syn} = \sigma N_{proj} n T \qquad (8)$$

T je doba trvania produkcie, σ je účinný prierez reakcie, N_{proj} je počet dopadajúcich iónov na terč za sekundu, n je počet jadier terča pripadajúci na jednotku plochy, na jeho výpočet môžeme použiť vzťah:

$$n = f \frac{N_A}{M_m} d \qquad (9)$$

M_m je molárna hmotnosť terčových jadier, f je izotopická čistota terča, ktorú budeme ďalej uvažovať rovnú jednej, N_A = 6,022x10^{23} je Avogadrova konštanta a d je hrúbka terča. Ak budeme uvažovať čas produkcie rovný jednému týždňu, môžeme pomocou vzťahov (8) a (9) vyčítať, že počet vyprodukovaných jadier ^{254}Lr je približne 140000. D tohto výsledku musíme ešte zahrnúť transmisiu separátora. Tá závisí od pomeru hmotností terčových a projektilových jadier. Pre reakciu ^{209}Bi(^{48}Ca,3n)^{254}Lr je transmisia separátora približne 30 percent [Mazzocco et al., 2008]. Odhadovaný počet vyprodukovaných jadier ^{254}Lr je teda 42000. Podľa TF modelu však potrebujeme až 175000 jadier na to aby bolo možné pozorovať 10 rozpadov βDF (tabuľka 4). V prípade ak by sa čas produkcie predĺžil z jedného na dva týždne dostali by sme sa na úroveň 84000 syntetizovaných jadier ^{254}Lr, čo už je dosť na pozorovanie aspoň 4 až 5 rozpadov βDF.

V prípade izotopu ^{252}Lr by priama produkcia musela viesť cez reakciu ^{209}Bi(^{48}Ca,5n)^{252}Lr, avšak realizácia reakcie kedy sa zložené jadro ^{257}Lr deexcituje vyparením až 5 neutrónov je veľmi málo pravdepodobná. Účinný prierez tejto reakcie môžeme odhadnúť na základe toho, že účinný prierez reakcie ^{209}Bi(^{48}Ca,3n)^{254}Lr je σ(3n) = 22 nb a účinný prierez reakcie ^{209}Bi(^{48}Ca,4n)^{253}Lr je σ(4n) = 0,8 nb [Hessberger et al., 2009]. Vidíme teda, že σ(3n) je približne o jeden a pol rádu väčší ako σ(4n). Ak by sme ďalej predpokladali, že σ(4n) bude o jeden a pol rádu väčší ako σ(5n) dostali by sme, že σ(5n) = 0,026. Počet vyprodukovaných jadier ^{252}Lr cez reakciu ^{209}Bi(^{48}Ca,5n)^{252}Lr, pri σ(5n) = 0,026 je na úrovni 50 jadier za týždeň. Podľa TF modelu však potrebujeme až 5930 jadier ^{252}Lr na pozorovanie 10 rozpadov βDF (tabuľka 4). V tomto prípade aj keby sa doba produkcie predĺžila na dva týždne dostali by sme iba približne 100 syntetizovaných jadier ^{252}Lr, čo stále nestačí na to aby bolo možné pozorovať βDF.

Okrem priamej produkcie je možné ^{252}Lr syntetizovať aj nepriamo, ako dcérsky izotop vznikajúci po α rozpade ^{256}Db. Izotop ^{256}Db bol prvý krát syntetizovaný v GSI, Darmstadt cez reakciu ^{209}Bi(^{50}Ti,3n)^{256}Db. Účinný prierez tejto reakcie je σ = 0,19 nb, hrúbka použitých terčov bola 450 µg/cm^2 a intenzita nalietavajúceho zväzku bola 0,5 pµA, teda 3,12x10^{12} iónov dopadajúcich na terč za sekundu [Hessberger et al., 2001].

Transmisiu separátora môžeme zvona uvažovať 30 percent, keďže pomer hmotností jadier ^{209}Bi a ^{50}Ti je približne rovnaký ako pomer hmotností ^{209}Bi a ^{48}Ca. Aplikovaním rovnakého postupu ako v prípade izotopov ^{254}Lr, ^{252}Lr môžeme určiť, že za týždeň sa syntetizuje 140 jadier ^{256}Db.

Izotop ^{256}Db sa následne rozpadáva α premenou, pričom jeho α vetviaci pomer je 0,7 [Nudat2 2022]. Dostávame teda, že z 140 jadier ^{256}Db vznikne 98 jadier ^{252}Lr.

Výťažok z nepriamej produkcie ^{252}Lr je porovnateľný s počtom jadier vyprodukovaných pri priamej syntetizácii, na základe čoho môžeme usúdiť, že na rozdiel od ^{254}Lr, izotop ^{252}Lr nie je vhodným kandidátom na experimentálne pozorovanie βDF.

Izotop ^{234}Bk bol prvý krát syntetizovaný v Japonsku na lineárnom urýchľovači RILAC, cez reakciu ^{197}Au(^{40}Ar,3n)^{234}Bk. Účinný prierez tejto reakcie je σ = 0,1 nb. Hrúbka použitých terčov bola 513 μg/cm^2 a počet jadier dopadajúcich na terč bol 1,5x10^{13} častíc za sekundu [Kaji et al., 2016].

Transmisiu separátora budeme opäť uvažovať 30 percent. Využitím vzťahov (8) a (9) dostávame, že počet vyprodukovaných jadier ^{234}Bk je približne 430. Počet vyprodukovaných jadier teraz môžeme porovnať s počtom jadier potrebných na pozorovanie 10 rozpadov *βDF* z tabuliek 3, 4 a 5. Z tohto porovnania dostávame, že podľa FRDM-FRLDM a LSD modelov by pri takomto experimente bolo možné pozorovať zhruba 100 rozpadov *βDF*. Podľa TF modelu by to bolo približne 10 rozpadov *βDF*.

5. Zhrnutie

V práci boli využitím doposiaľ známych experimentálnych hodnôt $P_{\beta DF}$ a teoretických modelov: FRDM-FRLDM, LSD a TF vypočítané hodnoty $P_{\beta DF}$ pre izotopy: $^{250,\ 252}$Es, $^{234,\ 242}$Bk a $^{248,\ 252}$Md. V prípade TF modelu aj pre $^{252,\ 254}$Lr. Z hodnôt $P_{\beta DF}$ bol pre tieto izotopy následne určený počet jadier potrebný syntetizovať na experimentálne identifikovanie *βDF*. Pre izotopy $^{252,\ 254}$Lr a ^{234}Bk bol taktiež vypočítaný odhad počtu experimentálne syntetizovaných jadier. Z porovnania počtu syntetizovaných jadier a počtu potrebných jadier na pozorovanie *βDF* je možné následne usúdiť, že vhodnými kandidátmi na experimentálne pozorovanie *βDF* sú izotopy ^{254}Lr a ^{234}Bk.

Poďakovanie

Na záver by som chcel poďakovať doc. Mgr. Stanislav Antalic, PhD za cenné pripomienky, rady a trpezlivý prístup pri tvorbe práce.

Literatúra

[Andreyev et al., 2013] A. N. Andreyev, M. Huyse, and P. Van Duppen, (2013) Rev. Mod. Phys. 85, 1541.

[Ghys et al., 2015] L. Ghys, A. N. Andreyev, S. Antalic, M. Huyse, and P. Van Duppen, (2015) Phys. Rev. C 91, 044314.

[Moller et al., 1997] P. Moller, J. R. Nix, K. L. Kratz, (1997), At. Data Nucl. Data Tables 66, 131.

[Myers and Swiatecki 1994] W.D. Myers and W.J. Swiatecki, ‘‘Table of Nuclear Masses according to the 1994 Thomas-Fermi Model,’’ (1994) Lawrence Berkeley Laboratory Report No. LBL-36803.

[Moller et al., 2009] P. Moller, A. J. Sierk, T. Ichikawa, A. Iwamoto, R. Bengtsson, H. Uhrenholt and S. Aberg, (2009), Phys. Rev. C 79, 064304.

[Ivanyuk and Pomorski 2009] F. A. Ivanyuk, K. Pomorski, (2009), Phys. Rev. C 79, 054327.

[Myers and Swiatecki 1999] W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, (1999), Phys. Rev. C 60, 014606.

[Moller et al., 1995] P. Moller, J. R. Nix, W. D. Myers, and W. J. Swiatecki, (1995), At. Data Nucl. Data Tables 59, 185.

[Nudat2 2022] https://www.nndc.bnl.gov, (2022).

[Konki et al., 2017] J. Konki, J. Khuyagbaatar, J. Uusitalo, P.T. Greenlees, K. Auranen, H. Badran, M. Block, R. Briselet, D.M. Cox, M. Dasgupta, A. Di Nitto, Ch. E. Düllmann, T. Grahn, K. Hauschild, A. Herzán, R.-D. Herzberg, F. P. Heßberger, D. J. Hinde, R. Julin, S. Juutinen, E. Jäger, B. Kindler, J. Krier, M. Leino, B. Lommel, A. Lopez-Martens, D.H. Luong, M. Mallaburn, K. Nishio, J. Pakarinen, P. Papadakis, J. Partanen, P. Peura, P. Rahkila, K. Rezynkina, P. Ruotsalainen, M. Sandzelius, J. Sarén, C. Scholey, J. Sorri, S. Stolze, B. Sulignano, Ch. Theisen, A. Ward, A. Yakushev, V. Yakusheva, (2017), Phys. Lett. B 764, 265.

[Kaji et al., 2016] Daiya Kaji, Kouji Morimoto, Hiromitsu Haba, Eiji Ideguchi, Hiroyuki Koura and Kosuke Morita, (2016), Phys. J. Soc. of Japan 85, 015002.

[Mazzocco et al., 2008] M. Mazzocco, D. Ackermann, M. Block, H. Geissel, F. Herfurth, F. P. Heßberger,S. Hofmann, N. Iwasa, K. Nishio, W.R. Plaß, C. Scheidenberger, H. Weick, M. Winkler, The SHIPTRAP Collaboration, (2008), Nucl. Instr. and Meth. B 206, 3474.

[Antalic et al., 2008] S. Antalic, F.P. Heßberger, S. Hofmann, D. Ackermann, S. Heinz, B. Kindler, I. Kojouharov, P. Kuusiniemi, M. Leino, B. Lommel, R. Mann, K. Nishio, Š. Šaro, B. Streicher, B. Sulignano, and M. Venhart, (2008), Eur. Phys. J. A 38, 219.

[Hessberger et al., 2009] F. P. Heßberger, S. Hofmann, B. Streicher, B. Sulignano, S. Antalic, D. Ackermann, S. Heinz, B. Kindler, I.

Kojouharov, P. Kuusiniemi, M. Leino, B. Lommel, R. Mann, A.G. Popeko, Š. Šaro, J. Uusitalo, and A.V. Yeremim, (2009), Eur. Phys. J. A 41, 152.

[Hessberger et al., 2001] F. P Hessberger, S Hofmann, D. Ackermann, V Ninov, M. Leino, G. Munzenderg, Š. Šaro, A Lavrentev, A. G. Popeko, A.V. Yermin, Ch. Stodel, (2001), Eur. Phys. J. A 12, 57.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 267–271
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Karol Sučák

Prvkové zloženie aerosólov v atmosfére Bratislavy

Karol Sučák[1]*
Školiteľ: Mgr. Jakub Zeman, PhD.[1†]
[1] KJFB, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt

Atmosféra obklopuje každého človeka na tejto planéte. Preto je dôležité skúmať jej zloženie a zistiť dané znečistenie, ktoré vplýva nepriaznivo na naše životy. Koncentrácie prvkov v atmosfére dokážeme zistiť pomocou analýzy aerosólov. Pre túto prácu sa odbery vzoriek vykonávali prečerpávaním vzduchu cez kremenné filtre, ktoré sa chemicky spracovávali. Analýza aerosólov prebehla na lineárnom tandemovom urýchľovači pelletron, metódou PIXE. V metóde PIXE skúmame röntgenovo žiarenie. Každý prvok je reprezentovaný špecifickou energiou žiarenia. V meraniach sa ukázalo, že vysoké zastúpenie v atmosfére má viacero prvkov. Najčastejšie boli Ca, Fe a Zn. Samozrejme koncentrácie prvkov neboli konštantné pre jednotlivé obdobia. Preto sa skúmali vzťahy medzi vývojom koncentrácií prvkov v atmosfére a jednotlivými meteorologickými javmi.

Kľúčové slová: CENTA, PIXE, Aerosól

1 Úvod

Atmosféra je súčasťou každého života na našej planéte. Jej výška sa dá označiť ako nedefinovateľná. Je to z toho dôvodu, že nemá ostré ohraničenie. Výška atmosféry sa odhaduje na 200 až 400 km nad morom. V porovnaní s veľkosťou planéty Zem (6370 km) je len malá vrstva. Delí sa na viaceré časti, ktoré majú špecifický tlak a teplotu. V tejto práci je pre nás zaujímavá len najspodnejšia vrstva nazvaná troposféra, nakoľko má najväčší vplyv na život ako taký..

Vo všeobecnosti je atmosféra z drvivej väčšiny tvorená vzduchom, pričom najtypickejšie zložky sú N_2 (78,08%) a O_2 (20,95%) [Ahrens, 2009] a iné plyny (Ar, CO_2, oxidy síry, metán, …). Samozrejme vo vzduchu sa nachádzajú aj iné zložky, ktoré na rozdiel od spomínaných sa v atmosfére nenachádzajú permanentne. Tieto častice môžu byť aj v kvapalnej forme (napr. voda) alebo pevnej forme. Prvky pevného skupenstva vo vzduchu nazývame aerosóly. Veľká pozornosť aerosólom sa venuje z toho dôvodu, že sú príčinou znečistenia ovzdušia.

Zloženie, koncentrácie a hustota častíc v určitej časti atmosféry závisí od rôznych meteorologických javov. Napríklad pri lokálnom nahriatí atmosféry častice majú tendenciu sa rozpínať a vytvoriť tak redší plyn. Tento plyn stúpa do väčších nadmorských výšok a vzápätí je vystriedaný studeným, hustejším plynom. Takto dochádza k premiešaniu prvkov v atmosfére. Aj pri vyparovaní vody či pri zrážkach môže nastať presun rôznych aerosólov. Okrem vertikálneho prenosu častíc vietor prenáša plyny či pary na relatívne veľké vzdialenosti. Tieto procesy majú za následok to, že znečistenie ovzdušia môže byť rozšírené po celej planéte.

Rozlišujeme dva zdroje znečistenia ovzdušia – prirodzené a antropogénne. K prirodzenému znečisteniu dochádza napríklad vplyvom interakcie kozmického žiarenia s časticami v atmosfére, pričom sa vytvárajú rádioaktívne izotopy. Samozrejme k znečisteniu dochádza aj pri iných prírodných javoch, ako sú výbuchy sopiek alebo požiare. Antropogénne zdroje znečistenia sú vytvorené ľudskou činnosťou, pričom majoritným zdrojom je automobilová doprava a priemyselná výroba. Nemalý podiel majú aj poľnohospodárske a iné činnosti, pri ktorých dochádza k uvoľňovaniu rôznych látok do ovzdušia.

Skúmanie prvkového zloženia častíc aerosólov pozostáva z odberu vzoriek a spracovania odobraných vzoriek do formy, ktorá umožňuje ich analýzu. Pri odbere sa zvyčajne necháva prečerpávať vzduch cez rôzne filtre, ktoré sa pripravujú na merania. Je veľa metód, ktorými sa dá uskutočniť ohodnotenie vzoriek. Samozrejme záleží na tom, aké poznatky chceme získať z meraní. Keďže sa v tejto práci venujeme analýze prvkov, tak môžeme použiť metódu PIXE.

Merania sa uskutočňujú na tandemovom elektrostatickom lineárnom urýchľovači pelletron. V takomto type urýchľovača sa urýchľujú záporné ióny. Nachádza sa v laboratórium CENTA neďaleko Fakulty matematiky, fyziky a informatiky Univerzity Komenského v Bratislave.

* sucak1@uniba.sk
† jakupko.zeman@gmail.com

2 Príprava vzoriek

Vzorky sa odoberali v meteorologickej stanici, ktorá sa nachádza v areáli FMFI v Bratislave (48°09'N, 17°04'E). Vzduch sa prečerpával v dvoj týždňových intervaloch cez kremenné filtre. Približne sa za dva týždne prečerpalo $1760\,m^3$ vzduchu. Spolu prebehlo 14 odberov od 11.08.2021 do 16.03.2022.

Odobraté filtre sa nemohli priamo vložiť do urýchľovača. Dôvodom je, že tieto filtre sú prikrehké a po vystavení zväzku iónov by sa mohli prepáliť a vzorky by sa znehodnotili. Preto sa každý jeden filter musel najprv spáliť a chemicky upraviť.

Filter sa spaľoval pri teplote $800°C$ až, kým z neho nebol biely prášok. Ten sa ďalej zmiešal v kadičke s $5\,ml$ destilovanej vody, $3\,ml$ koncentrovanej HNO_3, $2\,ml\,HCl$ a $0{,}5\,ml$ peroxidu vodíka. Spálenina sa nechala v roztoku rozpúšťať približne tri dni. Potom sa prefiltrovala cez filtračný papier a nechala sa vypariť až, kým nezostala na spodku len usadenina. Na zvyšok sa po vyparení ďalej nalial $1\,ml$ $10\%\,HNO_3$ a roztok sa prelial do eppendorfky, kde sa nechal vypariť. Posledným krokom prípravy vzoriek bolo pridanie $300\,\mu l$ roztoku ytria s koncentráciou $120{,}4\,ppm$ do eppendorfky. Pomocou známej koncentrácie ytria vo vzorke sme určili koncentrácie nameraných prvkov.

Vzniknuté vzorky sa kvapkali na natiahnutú mylarovú fóliu. Používali sme dávkovanie $3 \times 2\,\mu l$. (to znamená tri kvapky po dva mikrolitre). Kvapkanie prebiehalo spôsobom, že sa najskôr kvapla prvá kvapka s daným objemom na mylar a nechala sa odpariť. Po vyparení sa kvapla na vyparený zostatok druhá kvapka s daným objemom a znovu sa nechala vypariť a takto sa to spravilo aj posledný krát. Takto pripravené vzorky boli analyzované metódou PIXE.

3 Experiment

Merania sa uskutočnili na tandemovom elektrostatickom lineárnom urýchľovači pelletron, ktorý je umiestnený v laboratórium CENTA neďaleko FMFI UK v Bratislave.

V laboratóriu sú dva zdroje záporných iónov: Alphatross a MC-SNICS. Alphatross je najčastejšie využívaný ako zdroj alfa častíc. Zdroj MC-SNICS, ktorý sa používal v našich meraniach, slúži ako zdroj protónov. V tomto zdroji sa negatívne ióny tvoria pomocou tuhých terčov. Na vyrážanie iónov z terčov slúži tekuté cézium, ktoré je nahrievané na $50°C$. Terč funguje, ako katóda a priťahuje kladné ióny uvoľnené z cézia. Z terča sú emitované všetky typy iónov, ale kladné ióny a neutrálne častice si dokážu vytrhnúť slabo viazané elektróny z kondenzovaného cézia a stať sa zápornými. Posledná dôležitá časť tohto zdroja je extraktor. Jedná sa o kladne nabitú elektródu, ktorá je pod vysokým napätím a má za úlohu vyviesť záporné ióny von zo zdroja.

Pred urýchľovaním zväzok iónov prechádza cez takzvanú nízkoenergetickú časť. Táto časť zariadenia je dôležitá z dôvodu, že nie každý ión, ktorý je emitovaný zo zdroja je žiaduci a musí byť separovaný. Prvá časť tejto zóny je elektrostatický analyzátor, ktorý má za úlohu separácie iónov podľa kritéria E/q (E je energia a q je náboj). Ďalšou časťou je elektrostatický usmerňovač. Skladá sa z dvoch paralelných rovinných elektród a má za úlohu korigovať zväzok. Skorigované ióny sa presúvajú do časti s ohýbacím magnetom. Tu dochádza k separáciám podľa kritéria p/q (p je hybnosť) a dráha iónov je vychýlená o 90°. Posledná zložka tejto časti je jednoduchá šošovka, ktorá má za úlohu fokusovať zväzok.

Prečistené ióny sú injektované do urýchľovača. Urýchľovanie na tandemovom elektrostatickom lineárnom urýchľovači funguje tak, že záporné ióny sú priťahované kladným potenciálom v strede urýchľovača. Keď sa ióny dostanú do stredu zariadenia nastane prenábojovanie. Tento proces nastáva v stripovom kanály, ktorý je napustený stripovým plynom (dusíkom), ktorý odoberá zo záporných iónov elektróny. Kladné ióny sú ďalej odpudzované a urýchľované kladným potenciálom von z urýchľovača.

Urýchlené ióny emitované z urýchľovača musia byť fokusované. V laboratóriu CENTA sa na fokusáciu používajú magnety. Najprv zväzok prechádza cez trojicu kvadrupólov, ktoré sú voči sebe pootočené o 90°. Ďalšie magnety v poradí sú smerové magnety. Jedná sa o magnetické dipóly, ktoré určujú smer zväzku. Posledná časť je magnetický usmerňovač, ktorý má za úlohu posúvať zväzok vo vertikálnom smere..

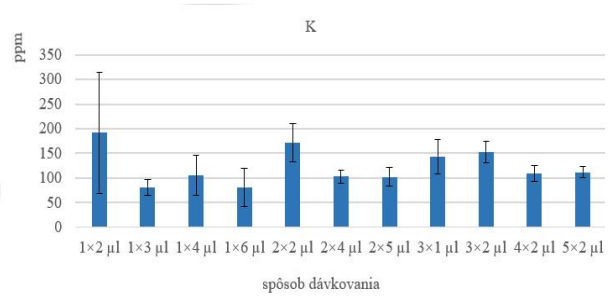
Kontrola zväzku prebieha pomocou Faradayovho detektora. Tento detektor môže fungovať v dvoch polohách: zasunutý (v trajektórii zväzku) alebo vysunutý (mimo trajektórie zväzku). Ovláda sa pomocou hydraulického zariadenia, ktoré je pripojené na počítač. V zasunutej polohe pomocou merania elektrického prúdu dokážeme zistiť intenzitu zväzku.

Kladne nabité ióny sa môžu využiť na metódy PIXE a PIGE. V metóde PIXE sledujeme RTG žiarenia emitované z atómového obalu. Takýto typ žiarenia získame tak, že nabitý ión odovzdá časť svojej energie atómu. Po získaní energie sa elektrón na nižšej hladine v atómovom obale vzbudí alebo úplne emituje. Zanecháva za sebou voľné miesto.

Keďže atóm chce šetriť energiu potrebuje sa dostať do základného stavu. Urobí to tak, že elektrón z vyššej hladiny sa presunie na nižšiu hladinu. V tomto procese sa vyžiari energia v podobe RTG kvánt. Každá hladina pre jednotlivé prvky má špecifickú energiu, podľa ktorej dokážeme identifikovať prvok. RTG žiarenie je zachytávané SDD detektorom. Pri metóde PIGE to funguje podobne. Rozdiel je v tom, že sledujeme gama žiarenie emitované z jadra atómu. Kvantá gama žiarenia sú registrované BEGe detektorom.

4 Výsledky

Predtým, ako sme začali vyhodnocovať koncentrácie prvkov vo vzduchu sme si museli určiť spôsob dávkovania vzorky na mylar. Dokopy sme vyskúšali jedenásť spôsobov dávkovania na vzorke odobratej dňa 24. mája 2017. Naše kritéria na meranie boli: čo najlepšie výsledky, čo najnižšie pozadie spektier a čo najjednoduchší spôsob dávkovania a triafania sa zo zväzkom do vzorky. Dobré výsledky vychádzali pre veľkosť kvapiek $1\,\mu l$. Tu však bol problém, že takéto kvapky vytvárajú malý terč a je problém sa do neho trafiť. Pri meraniach platilo, že čím sme kvapli väčšiu kvapku, tým boli namerané koncentrácie menšie. Mohlo to byť zapríčinené tým, že pri vyparovaní väčšej kvapky mohli s väčšou pravdepodobnosťou vzniknúť nehomogenity a pri meraniach sme sa trafili do časti s menšou koncentráciou prvkov. Veľkosť terča bola uspokojivá pre 2 μl kvapky. Aby sme znížili pravdepodobnosť nehomogenít sme kvapkali viac krát. Konkrétne sme si vybrali dávkovanie tri kvapky po 2 μl.



Obr. 1: Namerané koncentrácie draslíka pre jednotlivé spôsoby dávkovania.

Obrázok 1 znázorňuje namerané koncentrácie pre jeden prvok. V tomto konkrétnom prípade sa jedná o draslík. Z obrázka je viditeľné, že najväčšie koncentrácie sme namerali v prípade dávkovania jedna kvapka po 2 μl. Ako sa už spomínalo pri kvapkaní jednej kvapky vzniká väčšia pravdepodobnosť na nehomogénne vyparovanie. Koncentrácie ostatných prvkov boli na tom podobne ako draslík.

V meraniach sme zväzok protónov nastavili na energiu $3\,MeV$. Merania prebiehali, kým sa nezozbieralo $500\,nC$ náboja. Časovo to vychádzalo na 12 až $15\,min$.

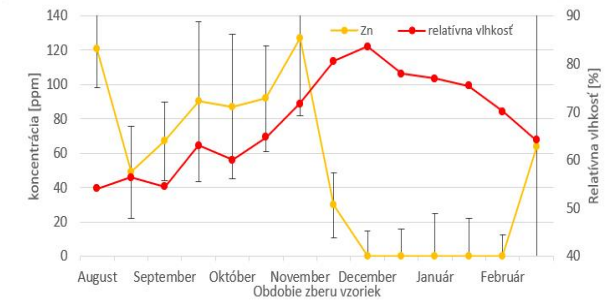
Súčasť každého merania je prirodzené pozadie. Naše merania neboli výnimkou. Okrem toho aj blank (prázdny filter) zväčšoval prirodzené pozadie, keďže pri spaľovaní a chemickom spracovaní vzoriek sme blank neodstránili z týchto procesov. Preto sme spálili a chemicky spracovali aj prázdny filter. S blankom sa zaobchádzalo ako s každou vzorkou. Po nameraní a vyhodnotení koncentrácií prvkov v blanku sme ich odčitovali od nameraných koncentrácií ostatných vzoriek. Najkoncentrovanejšie prvky v blanku boli Ca ($790{,}12 \pm 1{,}22\,ppm$), Si ($29{,}12 \pm 0{,}20\,ppm$) a Mg ($40{,}51 \pm 0{,}17\,ppm$).

Zloženia aerosólov nie sú konštantné. Koncentrácie jednotlivých prvkov záležia na zdrojoch prvkov, počasí, ročnom období či na samotnej veľkosti aerosólov. Preto sa očakávalo, že v našich meraniach sa namerajú rôzne koncentrácie každého prvku. Napríklad, pre vápnik sme určili jeho najnižšia koncentráciu a na úrovni $13{,}14 \pm 0{,}03\,ppm$ zatiaľ, čo jeho najväčšia nameraná koncentrácia bola $2033{,}70 \pm 13{,}83\,ppm$. Priemery nameraných koncentrácií prvkov, ktoré boli zaznamenané vo väčšine meraní sú vypísané v tabuľke 1.

Prvok	Koncentrácia [ppm]	Neistota [ppm]
F	5.4	1.6
Na	123.2	24.0
Mg	34.3	7.1
Al	54.4	12.2
Si	171.1	27.7
P	24.4	3.7
S	467.7	43.3
K	324.6	98.0
Ca	538.7	130.5
Ti	2.9	1.6
Cr	2.1	1.6
Fe	149.1	16.7
Ni	6.4	3.5
Cu	12.9	5.4
Zn	56.1	19.9
Pb	40.4	18.3

Tab.1: Priemerné koncentrácie nameraných prvkov

Z tabuľky 1 je viditeľné, že najväčšie zastúpenie v atmosfére majú Ca, S, K a Fe. Zdroje týchto prvkov môžu byť rôzne. Napríklad Ca a K majú vysoké zastúpenie v zemskej kôre. Takéto prvky sa zo zemín môžu uvoľniť pri stavebných činnostiach, ktoré sú v mestách bežné. Tiež sa môžu nachádzať v palivách, ktoré poháňajú dopravu či dopomáhajú k priemyselnej výrobe. Nie všetky namerané kovové prvky musia pochádzať zo vzduchu. Pri zväčšenej vlhkosti sa môžu uvoľňovať z prístroja, ktorý prečerpáva vzduch.



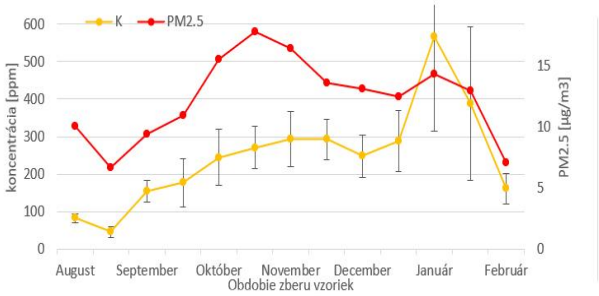
Obr. 2: Porovnanie vývoja koncentrácie Zn a relatívnej vlhkosti vzduchu (údaje o relatívnej vlhkosti vzduchu boli získané na webovej stránke meteoblue.com [Meteoblue, 2022]).

Prv, ako sa pustíme k opisu obrázka 2 je potrebné vysvetliť značenie na vodorovnej osi. Naše vzorky sme značili písmenom F a za ním číslicou. Prvá vzorka odoberaná medzi 11.8 – 25.8.2021 mala značenie F45. Ostatné dátumy prislúchajúce k daným značeniam sú znázornené v tabuľke 2.

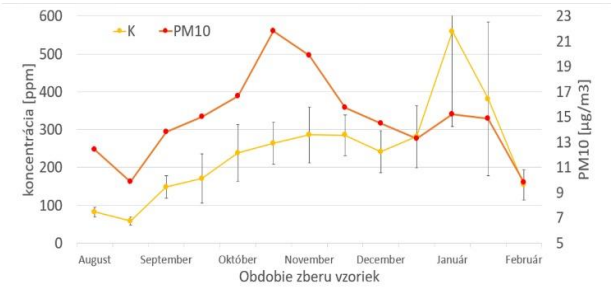
Značenie vzorky	Obdobie odberu
F45	11.8 - 25.8.2021
F46	25.8 - 8.9.2021
F47	8.9 - 22.9.2021
F48	22.9 - 6.10.2021
F49	6.10 - 20.10.2021
F50	20.10 - 3.11.2021
F51	3.11 - 17.11.2021
F52	17.11 - 1.12.2021
F53	1.12 - 15.12.2021
F54	15.12 - 29.12.2021
F55	29.12.21 - 12.1.2022
F56	12.1 - 26.1.2022
F57	26.1 - 9.2.2022
F58	9.2 - 23.2.2022

Tab.2: Značenie jednotlivých vzoriek, ktoré boli odoberané v danom období.

Obrázok 2 porovnáva vývoj relatívnej vlhkosti vzduchu a koncentrácie vybraného prvku. V tomto prípade sme zobrazili vývoj koncentrácie zinku. Tento prvok sa vybral z dôvodu, že prvé tri mesiace vývoj koncentrácie kopíroval vývoj relatívnej vlhkosti. Potom došlo k ráznej zmene a namerané koncentrácie boli buď minimálne alebo boli rovnaké ako koncentrácie prvkov nachádzajúcich sa v blanku. Táto výrazná zmena môže poukazovať k zmenám jednotlivých zdrojov. Vzorky F53 až F57 sa odoberali v najchladnejších mesiacoch (december a január). To by mohlo zapríčiniť pozastavenie stavebných prác v okolí a tým by sa mohla znížiť koncentrácia Zn v atmosfére.



Obr. 3: Porovnanie vývoja koncentrácie K a $PM_{2,5}$ (údaje o koncentráciách $PM_{2,5}$ sa získali na webovej stránke Shmu [Shmu, 2022]).



Obr. 4: Porovnanie vývoja koncentrácie K a PM_{10}. (údaje o koncentráciách PM_{10} sa získali na webovej stránke Shmu [Shmu, 2022]).

Na obrázkoch 3 a 4 je porovnaný vývoj koncentrácií draslíka s koncentráciami $PM_{2,5}$ a PM_{10}. Skratka PM znamená časticová hmota (Particulate Matter). Indexové číslo pri skratke naznačuje veľkosť častíc (napr. 2,5 znamená, že častica je menšia ako 2,5 μm). S koncentráciami PM sa určuje atmosférické znečistenie. Z obrázkov 3 a 4 vidieť, že koncentrácia draslíka sa správa v čase tak, ako sa správajú PM. Na obrázkoch chýba hodnota F58 z dôvodu, že bola príliš veľká a ostatné body už neboli také výrazné. Konkrétna koncentrácia K tejto vzorky je $1142{,}41 \pm 7{,}52\ ppm$. Čo sa týka $PM_{2,5}$ a PM_{10} ich koncentrácie k tomuto obdobiu boli 8,7 a 10,8 $\mu g/m^3$. Síce PM tiež narástli, však ich zväčšenie koncentrácie nebolo také výrazné ako

v prípade koncentrácie K. Rôzne publikácie [Ivošević et al., 2015], [Paulo et al., 2015] uvádzajú, že v mestských oblastiach je jedným z najväčších zdrojov PM automobilová doprava. S týmto poznatkom to môžeme dedukovať tak, že prvky, ako draslík prevažne pochádzajú z dopravy.

5 Diskusia

Dvojtýždňové odbery so ziskom jedného filtra sú celkom riskantné. Filter alebo rovno vzorka by sa pri manipulácii mohla znehodnotiť a nebola by za ňu náhrada. V týchto meraniach sa to našťastie neudialo. Dokonca, keď sa nameralo spektrum s vysokým pozadím tak, pri opakovanom meraní sa toto pozadie znížilo a píky boli viditeľnejšie. Takže, čo sa týka samotných meraní a spracovávaní vzoriek sa nevyskytovali nejaké výrazne problémy na to, aby sme mali pochybnosti o nameraných údajoch. K pocitu dobrých meraní prispel aj fakt, že každú vzorku sme zmerali viac krát a výsledky boli podobné voči sebe.

Pri vyhodnocovaní koncentrácií pomocou porovnávania nameraných údajov s koncentráciou ytria $120\,ppm$ by sa mohli ľahko stať nezhody s realitou. Napríklad v atmosfére sa môže vyskytovať ytrium i, keď sa jedná o vzácny prvok. Tento fakt by zmenil koncentráciu ytria a tým pádom pri vyhodnocovaní by sme podhodnotili ostatné prvky. Tiež pri meraniach sa mohlo stať, že vzorka bola nehomogénne vyparená a triafali sme miesto s nižšou koncentráciou ytria. Lepšie vyhodnotenie koncentrácie prvkov by bolo pomocou porovnávania so štandardom.

Najviac uspokojivé bolo porovnávanie zmien koncentrácií prvkov s vývojom meteorologických javov. Počasie hrá veľkú úlohu v koncentráciách prvkov v atmosfére. Preto prvky so stálym zdrojom by sa mali chovať ako tieto javy. Takto sme vedeli ohodnotiť napríklad spomínaný zinok, ktorého koncentrácia rapídne klesla počas dvoch zimných mesiacov. Pripomienka by mohla byť, že početnosti pre zinok sme namerali nízke z dôvodu, že sme urobili chyby pri meraniach. Je síce pravda, že vzorky F53, F54 a F57 sme merali v jeden deň a v podstate sme nenamerali žiadny zinok, ale vzorky F55, F56 a F58 sme tiež merali v jeden deň a dvoch prípadoch sme namerali nízku koncentráciu zatiaľ, čo v poslednej vzorke výrazne stúpla. Výrazný pokles koncentrácie bol už zaznamenaný pri vzorke F52. Preto predpokladáme, že merania prebehli správne.

6 Záver

Vzorky z našich meraní sa získali v troch rôznych ročných obdobiach. Keďže sa jedná na našej fakulte o novú metódu analýzy aerosólov, tak sme vyvinuli metódu prípravy a vyhodnocovania vzoriek. Zaznamenal sa časový vývoj koncentrácií. Tento vývoj pre jednotlivé aerosóly a ich koncentrácie zabezpečujú zmeny počasia. Samozrejme okrem toho najväčší vplyv na koncentrácie má samotný zdroj. V tejto práci sme si ukázali, že najčastejšie prvky v atmosfére sú Ca, S, K a Fe.

Poďakovanie

Touto cestou by som sa chcel poďakovať môjmu školiteľovi Jakubovi Zemanovi za odborné rady, pomoc pri riešení vzniknutých problémov a za jeho trpezlivosť. Ďalšia veľká vďaka patrí Ivanovi Kontuľovi, ktorý nám pomáhal pri spaľovaní filtrov a samozrejme všetkým ostatným ľuďom, ktorí nám priamo alebo nepriamo pomohli s touto prácou.

Literatúra

[Ješkovský, 2009] Miroslav Ješkovský (2009). Gama-spektrometria nízkych aktivít. Bratislava: *Fakulta matematiky, fyziky a informatiky, Univerzita Komenského, Bratislava* 2009, 144 pages.

[Ahrens, 2009] C. Donald Ahrens (2009). Meteorology Today: An introduction to weather, climate, and the environment. Ninth edition. USA: *Brooks/Cole, Cengage Learning* 2009, 621 pages. ISBN-13: 978-0-495-55573-5

[Meteoblue, 2022] Archív počasia: Bratislava (2022) meteoblue: weather close to you Dostupné na: < https://www.meteoblue.com/sk/po%C4%8Dasie/historyclimate/weatherarchive/bratislava_slovensk%c3%a1-republika_3060972?fcstlength=1m&year=2022&month=4>

[Shmu, 2022] Kvalita ovzdušia (2022) Slovenský hydrometeorologický ústav, Ministerstvo životného prostredia Slovenskej republiky. Dostupné na: <https://www.shmu.sk/sk/?page=2381>

[Ivošević et al., 2015] Tatjana Ivošević, Ivica Orlić, Iva Bogdanović Radović (2015). Long term fine aerosol analysis by XRF and PIXE techniques in the city of Rijeka, Croatia. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B.* 363 (2015) 119 – 123

[Paulo et al., 2015] Paulo Artaxo , Andrea D. Castanho, Marcia A. Yamasoe, José Vanderlei Martins, Karla M. Longo (1999). Analysis of atmospheric aerosols by PIXE: the importance of real time and complementary measurements. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B.* 150: 312 – 321

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 272
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Terézia Eckertová, Karol Holý, Monika Müllerová, Radoslav Böhm, Ivan Sýkora, Jozef Masarik

Theoretical and experimental approaches to the study of ^{222}Rn emanation from soils

Terézia Eckertová[1]* Karol Holý[1]♣ Monika Müllerová[1] Radoslav Böhm[1] Ivan Sýkora[1] Jozef Masarik[1]

[1] Department of nuclear physics and biophysics, FMPI CU, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

An emanation of ^{222}Rn from soil is the key process within the radon releases from solid structure of soil grains into soil pores, from where it can migrate and then exhalate into the atmosphere. The fraction of released ^{222}Rn expresses an emanation coefficient (K_e), which ranges for soils in wide interval of values, from 0.1 to 0.5. Its value depends on several parameters (distribution of ^{226}Ra in soil grains, their size and shape, porosity, moisture, etc.), but the extent of their effect on ^{222}Rn emanation is not exactly known and their individual impact is still being investigated through various mathematical models and is checked by various experimental measurements as well.

In this paper, we investigate the effect of moisture for different soil grain sizes on ^{222}Rn emanation from soils using a multi-grain model with results verified by experimental determination of K_e using the accumulation method [Holý et al., 1995]. To improve an accuracy of the modelled emanation coefficient, we upgraded the basic multi-grain model by considering several so-called planes of target grains surrounding the central radon emitting grain and we adjusted the moisture distribution in soil pores as well [Eckertová et al., 2022]. We considered different homogeneous ^{226}Ra distributions in a source grain, a surface distribution where radium was distributed on a surface of the grain and a subsurface distribution. While the radon has a maximum range in quartz R_{max} = 38.7 nm, which components most of soil grains, radium can be distributed in layer of thickness R_{max} or 2xR_{max} below the surface of the grain.

The obtained data show a good agreement between the theoretical and measured courses of the ^{222}Rn emanation coefficient depending on moisture content (Figure 1). Predominant soil texture of real soils falls into a range of the grain size limits of modelled courses. Both samples, *Clayey loam luvisol* and L*oam umbrisol* are formed from a great part of silty particles which fall into a grain size interval 2 – 10 µm. Sands of *Sandy loam umbrisol* agree with 10 – 400 µm grain interval.

The K_e values of clayey loam soil satisfy the surface ^{226}Ra distribution and the moisture can significantly increase the K_e from the minimum value at zero moisture to the saturation about 56 %.

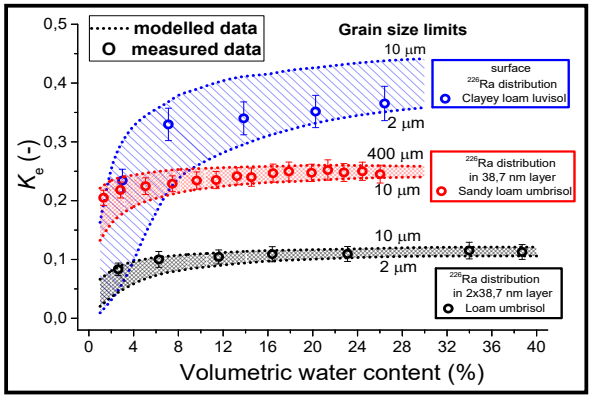


Figure. 1: Graph of modelled and measured data od K_e dependence on moisture for different soil samples.

For soils composed mainly of sandy particles, the K_e values correspond to the subsurface distribution of ^{226}Ra and the effect of moisture is less significant. The K_e values from the minimum at dried sample increase roughly about 10 % for each 5 % of moisture.

This work shown that modelling of K_e can be an effective tool for determining K_e dependence on soil moisture if the grain size and the ^{226}Ra distribution in grains are well known.

Funding

This study was funded by Scientific Grant Agency of Ministry of Education of Slovak Republic and Slovak Academy of Sciences (VEGA projects No. 1/0086/22 and No. 1/0019/22) and Grants of CU for the Young Researches (grant UK/177/2022).

References

[Holý et al., 1995] Holý, K., Sýkora, I., Chudý, M. et al. (1995). Radionuclide content in some building materials and their radon exhalation. *J. Radioanal. Nucl. Chem. Letters*. 199(4): 251 – 263.

[Eckertová et al., 2022] Eckertová, T., Böhm, R., Holý, K.. (2022). Study of the influence of soil moisture and grain size on radon emanation from soil using an advanced multi-grain model. *Radiat. Prot. Dosim*. Accepted for publication.

* eckertova3@uniba.sk

♣ supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 273
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Mohammad Alem Sultani

A new approach for determination of mixing layer height using radon

Mohammad Alem Sultani[1]* Martin Bulko[1] Karol Holý[1§] Jozef Masarik[1§] Monika Müllerová[1]
[1]Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

The mixing layer height (MLH) is a critical parameter for interpreting and modeling air pollution and greenhouse gas emissions. It is the lower component of the atmospheric boundary layer (ABL), with a thickness varying from hundreds to kilometers. In this work, the MLH was determined based on radon activity concentration (RAC) continuously measured using a scintillation chamber in the year 2020 at the Faculty of Mathematics, Physics, and Informatics in Bratislava. RAC has nearly a sinusoidal daily variation, with maximum concentration in the early morning and minimum concentration in the late afternoon. The nature of being a noble and radioactive gas makes radon (^{222}Rn) a useful atmospheric tracer. An ideal box model which was introduced by [1] and recently improved by [2, 3] was considered for the calculation of MLH. This model is based on the mass balance relation which assumes the radon exhalation rate to be constant, the radon concentrations vary only vertically, and the mixing of radon is homogenous within the box. Based on mass balance relation the following conditions are considered:

1) If the MLH is shrinking (i.e., when $h_{i+1} < h_i$)

$$h_{i+1} = \frac{\varphi(1-e^{-\lambda\Delta t})}{\lambda(C_{i+1}-C_i e^{-\lambda\Delta t})} \qquad (1)$$

2) If the MLH is expanding (i.e., when $h_{i+1} > h_i$)

$$h_{i+1} = \frac{\frac{\varphi}{\lambda}(1-e^{-\lambda\Delta t})+h_i e^{-\lambda\Delta t}(C_i-C_i^r)}{C_{i+1}-C_i^r e^{-\lambda\Delta t}} \qquad (2)$$

Where $C_i[Bqm^{-3}]$ and h_i [m] are the radon concentration and MLH at time t_i respectively, $\varphi[Bqm^{-2}s^{-1}]$ is radon exhalation rate and $\lambda[0.0076h^{-1}]$ is the radon decay constant, $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ (i.e. 2h in our experiment) and $C_i^r = C_{min}e^{-\lambda(t_{i+1}-t_{min})}$ is the radon concentration in residual layer (RL). C_{min} is the minimum concentration from previous day.

3) If the $h_{i+1} > h_{max}$ (h_{max} is the maximum height recorded in the previous day), the condition 2 is modified as:

$$h_{i+1} = \frac{\frac{\varphi}{\lambda}(1-e^{-\lambda\Delta t})+h_i C_i e^{-\lambda\Delta t}+(h_{max}-h_i)C_i^r e^{-\lambda\Delta t}}{C_{i+1}} \qquad (3)$$

Using relation (1), (2) and (3), the MLH was calculated, and the result are discussed below.

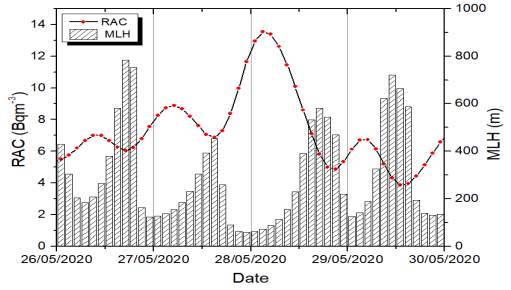


Fig. 1: Daily variation of MLH with RAC.

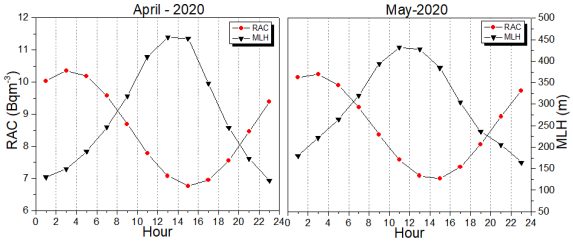


Fig.2: Composite diurnal variations of MLH and RAC averaged over a month.

It was observed that the MLH follows a daily pattern with a maximum in the late afternoon, usually around (13:00–15:00) i.e., when the ABL is deepest and well mixed, and a minimum in the early morning; usually around (1:00-3:00) i.e., when the ABL is stable and shallowest. Based on our radon data the MLH ranged from 50 to 1500 m.

Funding

This study was funded by the Scientific Grant Agency of the Ministry of Education of the Slovak Republic and Slovak Academy of Science (Vega projects: No. 1/0086/22 and No. 1/0019/2022).

References

[1] Fontan et al. (1979). Une methode de mesure de la stabilite verticale de l'atmosphere pres du sol. BLM, 17(1), 3-14.
[2] Sesana et al. (2003). Long period study of outdoor radon concentration in Milan and correlation between its temporal variations and dispersion properties of atmosphere. JER, 65(2), 147-160.
[3] Vecchi et al. (2019). Radon-based estimates of equivalent mixing layer heights: A long-term assessment. AE, 197, 150-158.

* sultani1@uniba.sk
§ **Supervisor**

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 274
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jozef Mišt

Study of ^{182}Pt via β decay of ^{182}Au

Jozef Mišt[1*]

Supervisor: Boris Andel[1†]

[1]Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

In this work we present the preliminary results of the analysis of the experimental data with production of neutron-deficient isotope ^{182}Au ($Z = 79$). Study of exotic isotopes far from the stability line provides opportunity to examine significant phenomena of nuclear structure and radioactive decay, such as β-delayed fission and shape coexistence.

Isotope ^{182}Au undergoes β decay, feeding excited states in its daughter nucleus ^{182}Pt. Our first goal is to establish detailed scheme of the levels populated by this decay. From this scheme and transition intensities new information about β-feeding, log ft values and subsequently level spins and parities of ^{182}Pt can be deduced. This isotope also manifests a shape coexistence [Davidson et al., 1999], which we plan to further investigate.

The experiment was performed at the ISOLDE facility at CERN [Catherall et al., 2017], where ^{182}Au was produced by the proton-induced spallation of uranium. As the detection system, IDS (ISOLDE Decay Station) [IDS, 2022] was used.

β decay of ^{182}Au to ^{182}Pt is followed by emission of γ quanta or internal conversion electrons. Four HPGe clover detectors, each consisting of four individual crystals, were employed to detect these γ and X-rays. Energy and efficiency calibrations of these detectors were performed with ^{152}Eu and ^{241}Am sources. Due to unwanted shift of energy calibration over time, detectors had to be calibrated by using already known γ-ray peaks of high intensity and low energy uncertainty from ^{182}Au and its decay products. Several separate calibrations were performed to cover the whole duration of data taking for ^{182}Au.

To create γ-ray spectra, add-back was used for all four crystals within each detector. The γ-γ coincidences were analysed between these four detectors. To populate coincidence matrix, only γ quanta within the time window of 200 ns of each other were considered.

From spectra created by gating γ-γ matrix by known γ lines, the transition cascades were deduced.

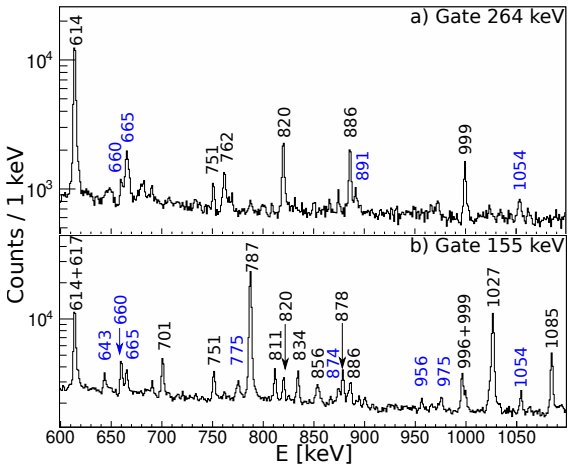


Figure 1: Spectra of γ rays in coincidence with a) 264-keV transition ($4_1^+ \rightarrow 2_1^+$), b) 155-keV transition ($2_1^+ \rightarrow 0_1^+$) of ^{182}Pt. Transitions highlighted in blue are new.

Each of these spectra were background subtracted. An example is shown in Fig. 1.

Our analysis of coincidence spectra confirmed most of transitions and levels for β decay of ^{182}Au reported in [Davidson et al., 1999]. Moreover, thanks to larger statistics in comparison to previous study, we have identified many new levels and transitions so far, extending currently known level scheme of ^{182}Pt.

References

[Catherall et al., 2017] Catherall, R., Andreazza, W., Breitenfeldt, M., Dorsival, A., Focker, G. J., Gharsa, T. P., J, G. T., Grenard, J.-L., Locci, F., Martins, P., Marzari, S., Schipper, J., Shornikov, A., and Stora, T. (2017). The ISOLDE facility. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, 44:094002.

[Davidson et al., 1999] Davidson, P., Dracoulis, G., Kibédi, T., Byrne, A., Anderssen, S., Baxter, A., Fabricius, B., Lane, G., and Stuchbery, A. (1999). Non-yrast states and shape co-existence in light pt isotopes. *Nuclear Physics A*, 657:219–250.

[IDS, 2022] IDS (2022). ISOLDE Decay Station. `https://isolde-ids.web.cern.ch/`. Accessed: 6/4/2022.

*`jozef.mist@fmph.uniba.sk`
†`boris.andel@fmph.uniba.sk`

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 275
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Viktoria Benkova, Monika Müllerová

Variácie radónu na pracovisku s vysokou koncentráciou radónu

Viktória Benková[1*] Monika Müllerová[‡§]
[1]FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2]FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

V súčasnosti je nemalá pozornosť venovaná hromadeniu radónu vo vnútornej atmosfére a to hlavne kvôli jeho vysokej radiačnej záťaži populácie z prírodných zdrojov. Je všeobecne známe, že radón v tomto smere obsadzuje prvenstvo a pokrýva až 50% celkovej ročnej efektívnej dávky jedinca. Súčasné epidemiologické štúdie predpokladajú lineárny nárast riziku vzniku rakoviny o 16% na 100 Bq.m^{-3} objemovej aktivity radónu (Darby, 2005).

Objemová aktivita radónu vo vnútorných priestoroch je časovo aj priestorovo variabilná. Vo všeobecnosti sa mení v závislosti od troch procesov a to od rýchlosti prísunu radónu, násobnosti výmeny ovzdušia a rádioaktívnej premeny radónu.

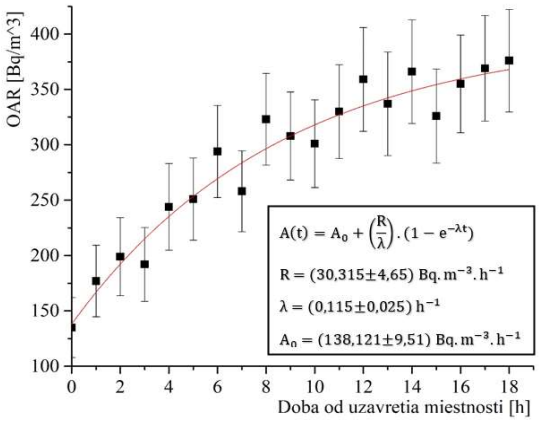
V prvom priblížení je pozornosť sústredená na prvé dva javy. Ich priebeh je závislý od tlakového rozdielu medzi vonkajším a vnútorným prostredím, čo významne ovplyvňuje okamžitú hodnotu objemovej aktivity radónu vo vnútornom prostredí (Baskaran, 2016).

Najvýznamnejším zdrojom zvýšenej aktivity radónu v uzavretom priestore je stavebné podložie. S nedostatočnou izoláciou a aktívnym nasávaním pôdneho vzduchu môže koncentrácia radónu presahovať stanovený limit a pracovisko tak môže byť vyradené z prevádzky. Medzi ďalšie zdroje radónu vo vnútornej atmosfére patrí stavebný materiál, vonkajší vzduch, voda alebo iné prírodné plyny.

Okrem charakteru zdroja závisí množstvo radónu od ďalších parametrov, ako je konštrukcia stavby, režim využívania priestoru a atmosférické a sezónne vplyvy. Miera vetrania a meteorologické podmienky sú zodpovedné za denné a sezónne variácie vo vnútornom prostredí (Baskaran, 2016).

Monitorovanie radónu prebiehalo v historickej budove mestského úradu počas obdobia december 2020 až november 2021. Kontinuálne meranie radónu vo vnútornej atmosfére bolo uskutočnené pomocou radónového detektoru TERA od spoločnosti Tesla (tesla.cz, 2018).

Hodnoty objemovej aktivity radónu počas jednotlivých mesiacov sa pohybovali v rozmedzí 139 až 628 Bq.m^{-3}, pričom najnižší denný priemer aktivity radónu bol nameraný v mesiaci február a maximum bolo dosiahnuté v novembri. Podľa denného časového intervalu pracovnej doby boli analyzované nárastové krivky objemovej aktivity radónu, na základe ktorých bolo možné odhadnúť ventilačnú rýchlosť λ a rýchlosť prísunu radónu R do vnútorných priestorov pracoviska. Obr. 1 zobrazuje analýzu objemovej aktivity radónu $A(t)$ počas vybraného dňa v mesiaci október s počiatočnou aktivitou A_0 v čase $t = 0$.



Obr. 1: Nárastová krivka OAR v mesiaci október

Literatúra

[Baskaran, M. 2016] Baskaran, M. (2016). Radon: A Tracer for Geological, *Geophysical and Geochemical Studies*. Springer International Publishing Switzerland. ISBN 978-3-319-21328-6. s. 8-21.

[Darby, S. et al. 2005] Darby, S. et al. (2005). Radon in homes and risk of lung cancer: collaborative analysis of individual data from 13 *European case-control studies*. In British Medical Journal. 2005, vol. 330

[tesla.cz, 2018] Radónový program TERA od spoločnosti Tesla: Technický popis a návod k obsluze, v. 1 2018. Dostupné online: https://www.tesla.cz/mereni-koncentrace-radonu/

*viktoria.benkova@fmph.uniba.sk
‡monika.mullerova@fmph.uniba.sk
§ Školiteľ

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 276
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Barbora Achbergerová, Karol Holý, Monika Müllerová

Variation of ^{222}Rn and CO_2 concentrations in the air of homes

Barbora Achbergerová[1]* Karol Holý[1†§] Monika Müllerová[1‡§]
[1] Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMPI CU, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

The concentration levels of ^{222}Rn and CO_2 in the outdoor atmosphere do not pose a significant and immediate threat to human health. On the other hand, they create a significant risk and negative impact on the health of the population in the indoor air of buildings where people currently spend at least 3/4 of their time. Therefore, more attention is paid to the concentrations of ^{222}Rn and CO_2 which accumulate in indoor air. The radon activity concentration (RAC) of 300 Bq/m^3 is considered to be the critical limit for ^{222}Rn, and the CO_2 concentration limit is considered to be 1,000 ppm, above which the feeling of drowsiness and of being out of breath is manifested [Kominek, 2018]. The main source of ^{222}Rn and CO_2 in houses is their exhalation from soil and materials. Another source of CO_2 is the respiration itself. The specific concentrations of ^{222}Rn and CO_2 that we can measure in the indoor air of buildings depend on the temperature, humidity, material used in the construction, room ventilation, etc.

The paper presents the results of long-term simultaneous measurement of ^{222}Rn and CO_2 in the indoor air of two different parts of a family house in the district of Pezinok. AlphaGUARD was used for continuous ^{222}Rn measurement and continuous CO_2 measurement was performed with a Vaisala Carbon Dioxide Meter GM70. To compare the accuracy of the ^{222}Rn concentration determination, we used two RamaRn track detectors per room, from which we obtained one average value of RAC (and uncertainty) per room.

The obtained data of ^{222}Rn and CO_2 concentrations from the simultaneous measurement show daily variations and a certain dependence on various external influences, such as the ventilation rate of the measured room. The specific values of CO_2 concentration also increased due to the different ways of using the house, which occurred in this measurement at Christmas in the 1st room, where the measured maximum CO_2 value exceeded 2,500 ppm, and when working with wines in the 2nd room, where the maximum CO_2 value exceeded 2,000 ppm. In the monitored house, we measured the maximum RAC value exceeding 500 Bq/m^3 in the 2nd room. The values in the 1st room did not exceed 200 Bq/m^3. The track detectors measured the RAC of 100 Bq/m^3 in the first room and 195 Bq/m^3 in the second. These data are in good agreement with the average RAC values obtained from continuous measurements.

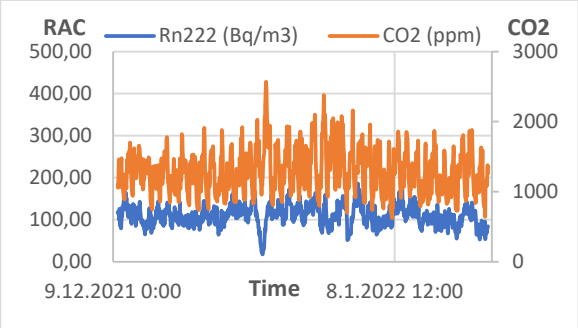


Fig. 1: Graph of RAC and CO2 dependence on time in the first room (in the living room)

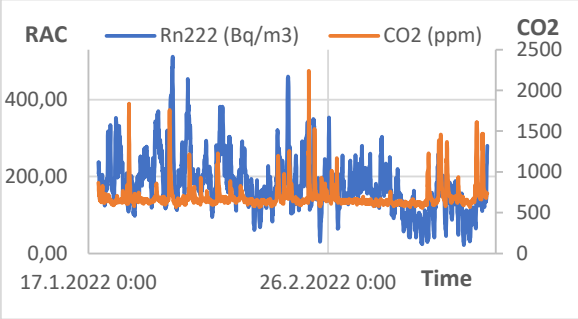


Fig. 2: Graph of RAC and CO2 dependence on time in the second room (in the cellar)

Acknowledgements

This study was funded by Scientific Grant Agency of Ministry of Education of Slovak Republic and Slovak Academy of Sciences (VEGA project No. 1/0086/22 and VEGA project No. 1/0019/22).

References

[Kominek., 2018] K.,W.(2018). *Koncentrácia oxidu uhličitého v panelových domoch po obnove | ASB.sk* [online] [accessed. 04/12/2022]. Dostupné na: https://www.asb.sk/biznis/sprava-budov/obnova-bytovych-domov/koncentracia-oxidu-uhliciteho-v-panelovych-domoch-po-obnove

* achbergerova4@uniba.sk
† karol.holy@fmph.uniba.sk
‡ monika.mullerova@fmph.uniba.sk
§ supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 277
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Alžbeta Brandýsová, Martin Bulko, Karol Holý, Monika Müllerová

Prediction of the areas with increased indoor radon levels in the Slovak Republic

Alžbeta Brandýsová[1*] Martin Bulko[1] Karol Holý[1§] Monika Müllerová[1]
[1] Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMPI CU, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

The results of many scientific studies have indicated that high soil radon activity concentration (RAC) can be a precursor of its increased indoor levels. Therefore, the need for determination of the radon risk in inhabited areas is required due to adverse effects of the exposure from ^{222}Rn and its short-lived decay products (mostly alpha emitters ^{218}Po and ^{214}Po) on human lungs via their inhalation. Those areas, where elevated values of (RAC) in dwellings are reached due to natural reasons (geogenic ^{222}Rn) are generally known as "radon-prone areas" (RPAs) [Bossew, 2014]. As the nationwide indoor RAC survey with the aim of searching for those areas is too expensive as well as time-consuming, many authors proposed new innovative approaches for determining the radon potential (RP) of the soil using soil characteristics.

In this study, the Slovak Republic was divided into several localities in order to determine the RP prediction. For these purposes, the Neznal RP was used [Neznal et al., 2004] with specifically modified categorization of RP values according to the pilot study [Bulko et al., 2021]. For calculation RP values, the measurements of RAC in the soil air at a depth of 0.8 m and soil gas permeability available in the database of the SGIoDŠ [SGIoDŠ, 2020] were used. Localities with low population density (mountain areas) were not included in the predictions due to the absence of measurements.

According to rescaled maps of RP, most of the territory of SR was classified with low or medium radon risk, but several localities predicted as RPAs were revealed and specific municipalities located in those areas were determined. In that municipalities, the reference level (RL) of 300 Bq.m^{-3} as indoor RAC per year is predicted to be exceeded. That leads to the need to perform indoor RAC measurements there within the National Radon Action Plan of SR as a protection of the population against high effective doses from ^{222}Rn. A comparison with already performed in-situ indoor RAC measurements in predicted RPAs indicates that predicted rescaled RP values could be a reliable tool for detecting areas with significant number of houses with indoor RAC above the RL.

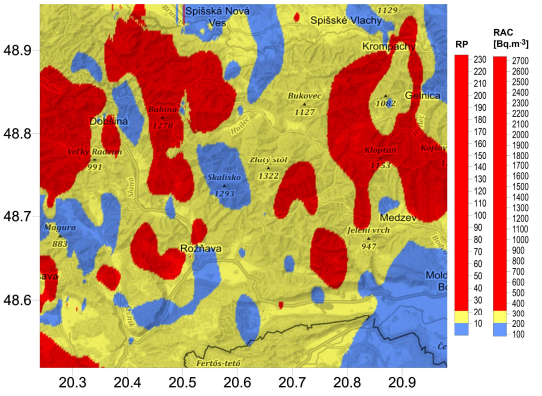


Figure 1: RP prediction for the Rožňava region (red areas mean RPAs). RAC [Bq.m^{-3}] are predicted indoor radon concentration.

The results were subsequently analyzed with data for standardized bronchial and lung cancer mortality for individual districts of the SR (in 1996 – 2018) and the conservative estimate of the effective dose to the population was predicted too.

Funding

This study was funded by Scientific Grant Agency of Ministry of Education of Slovak Republic and Slovak Academy of Sciences (VEGA projects: No. 1/0213/18 and No. 1/0086/22) and Grant of CU for the Young Researches (grant No. G-22-30-00).

References

[Bossew, 2014] Bossew, P. (2014). Determination of radon prone areas by optimized binary classification. *J. Envir. Radioact*. 129: 121-132.

[Neznal et al, 2004] Neznal, M. et al. (2004). The new method for assessing the radon risk of building sites. Prague:*Czech Geol. Survey* p. 48.

[Bulko et al., 2021] Bulko, M., Holý, K., Brandýsová, A. et al. (2021). Study of the possibility of using radon potential maps for identification of areas with high indoor radon concentration. *J. Radioanal. Nucl. Chem*. 1-7.

[SGIoDŠ, 2020] Map Server of the SGIDŠ. http://pl.geology.sk/mapportal/#/aplikacie/tiles.

* Alzbeta.Brandysova@fmph.uniba.sk
§ supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 278
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Ján Király, Monika Müllerová

Variácie radónu v pôdnom vzduchu pred FMFI v roku 2021

Ján Király[1]*
Školiteľ: Monika Müllerová
[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Radónu (^{222}Rn) v pôde sa pozornosť venuje najmä kvôli možnej radiačnej záťaži obyvateľstva pri jeho prenikaní do obytných priestorov, ale aj potenciálnemu využitiu v environmentálnych štúdiách, ako stopovača transportu iných plynov, či dokonca pri predpovedaní zemetrasení. Keďže koncentrácia radónu v pôde vykazuje krátkodobé a dlhodobé variácie, pre správnu interpretáciu nameraných údajov je potrebné poznať súvislosti medzi koncentráciami radónu v pôdnom vzduchu a meteorologickými parametrami ako zrážky, tlak a teplota.

Väčšina radónu v atmosfére pochádza práve z pôdneho vzduchu. V nej sa ako súčasť hornín a minerálov vyskytujú dlhožijúce materské produkty radónu, urán (^{238}U) a rádium (^{226}Ra). Rádioaktívnou premenou týchto prvkov vzniká radón, ktorý má s dobou polpremeny 3,82 dňa veľkú šancu migrovať a dostať sa až do atmosféry. Na to, koľko radónu sa z pôdy dokáže uvoľniť má vplyv niekoľko faktorov, ako napríklad typ pôdy, veľkosť pôdnych zŕn, či vlhkosť[1]. Ak sa radón dostane do voľnej atmosféry, vplyvom vzdušných prúdení sa rozptýli a jeho koncentrácia nedosahuje veľké hodnoty. Ak sa ale radón začne hromadiť v uzavretom priestore, v ktorom sa zdržiavajú ľudia, zvyšuje sa radiačná dávka daného obyvateľstva na nebezpečné hodnoty[2]. Spôsoby, akým zabrániť radónu vniknúť cez základy budovy do interiéru, sú napríklad minimalizácia kontaktu stavby s podložím, vytvorenie podtlaku podložia oproti tlaku v interiéry, správne odvetrávanie vnútorných priestorov, či protiradónová izolácia. Je ale dôležité vedieť aj to, aké koncentrácie radónu majú potenciálne základové pôdy a vyhodnotiť tak radónové riziko[3].

V predkladanej práci ŠVK sú spracované dáta z kontinuálnych meraní objemovej aktivity radónu v pôdnom vzduchu pred FMFI UK z roku 2021. Merania boli vykonané za pomoci kontinuálneho detektora na báze scintilačnej komory Lucasovho typu. Zároveň sú spracované aj ročné dáta meteorologických parametrov, teda množstva zrážok, veľkosti tlaku vzduchu a teploty vzduchu a vyhodnotený ich vplyv na objemovú aktivitu radónu v pôde.

Analyzované dáta ukazujú, že objemová aktivita radónu vykazuje denné aj sezónne variácie. Pre každý mesiac z roku sú vyhodnotené priemerné hodnoty dvojhodinových meracích intervalov a z nich následne denná variácia pre daný mesiac. Ukázalo sa, že v letných mesiacoch objemová aktivita radónu dosahuje minimá, keď sa pohybuje v rozmedzí 7000-8000 Bq/m^3, zatiaľ čo v zimných mesiacoch vystúpila až na vyše 11000 Bq/m^3. Pre porovnanie, absolútne minimum priemernej objemovej aktivity radónu v pôde bolo namerané v júli o 13-tej hodine a dosahovalo hodnotu 7770 Bq/m^3, absolútne maximum v decembri v priemere 15-tych hodín, s hodnotou 11327 Bq/m^3 .

Najväčšia amplitúda dennej vlny bola pozorovaná v mesiaci apríl, keď rozdiel medzi najvyššou a najnižšou dennou hodnotou objemovej aktivity bol 322 Bq/m^3. Naopak najmenší rozdiel bol v mesiaci júl, kedy tento rozdiel dosahoval hodnotu 66 Bq/m^3.

Vplyv meteorologických parametrov na objemovú aktivitu v pôde je zrejmý najmä pri vplyve teploty. S rastúcou teplotou, ktorá má najvyššie hodnoty v letných mesiacoch, klesá hodnota objemovej aktivity radónu v pôde, ktorá v tomto období dosahuje minimá, naopak v najchladnejších mesiacoch dosahuje objemová aktivita radónu maximálne hodnoty. Mesiacom, v ktorom bola maximálna priemerná teplota bol júl a v tomto mesiaci bola priemerná objemová aktivita radónu najnižšia.

Literatúra

[1] Matoš, M., ^{222}Rn v pôdnom vzduchu a jeho využitie pre štúdium exhalácie CO_2 z pôdy. Diplomová práca, FMFI UK, Bratislava 1998.
[2] Chudý P., Analýza objemovej aktivity radónu v pôdnom vzduchu v lokalitách s vysokým radónovým rizikom. Bakalárska práca, FMFI UK, Bratislava 2017.
[3] Brisudová A., Terestriálne rádionuklidy a ich aplikácie. Bakalárska práca, FMFI UK, Bratislava 2018.

* kiraly10@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 279
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Adam Sitarčík

Investigation of ^{182}Tl via an alpha decay of ^{186}Bi

Adam Sitarčík[1*]

Supervisor: Stanislav Antalic[1†]

Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

The region of neutron-deficient isotopes from near vicinity of the closed proton shell $Z = 82$ and neutron midshell $N = 104$ houses a variety of phenomena emerging from the effects of the nuclear structure. Additional effects of unpaired nucleons in odd-odd nuclei give rise to complex α decay patterns and a multitude of populated levels. This is the case of, for example, even-A bismuth isotopes such as ^{188,190}Bi studied in [Andreyev et al., 2003a]. The single α decay and coincident $\alpha-\gamma$ spectra of ^{186}Bi suggested a similar pattern with two isomeric states decaying to excited levels in ^{182}Tl [Andreyev et al., 2003b].

Preliminary results from two separate experiments, performed at the velocity filter SHIP, are presented. For the production of the nuclei of interest, the complete-fusion reactions were employed, with the beam provided by the UNILAC working in pulse mode (15 ms OFF/5 ms ON). In the first experiment, the reaction ^{93}Nb(^{95}Mo, $2n$)^{186}Bi was measured at $E_{lab}(^{95}\mathrm{Mo}) = 419$ and 438 MeV in front of the target. The second experiment used the reaction ^{144}Sm(^{46}Ti, $p3n$)^{186}Bi at $E_{lab}(^{46}\mathrm{Ti}) = 239$ MeV in front of the target. After separation by the SHIP, the evaporation residues were implanted into 16 strip, position-sensitive silicon detector. Germanium HPGe detector in the form of a single coaxial crystal (first exp.) or a fourfold clover (second exp.) was placed behind the implantation detector, to measure X rays and γ quanta (for further details see e. g. [Hofmann and Münzenberg, 2000]).

The combination of data from both experiments offered a threefold increase of the statistics in comparison to the aforementioned study [Andreyev et al., 2003b], where the reaction from the former experiment was studied. In total, around 12500 α decays assigned to ^{186}Bi were detected between beam-pulses . We tentatively identified three new levels populated after an α decay of ^{186}Bi based on the total $Q_\alpha + E_\gamma$ value. Further, a coincidence between 132 and 97 keV gamma signals was observed, suggesting a possible cascade in ^{186m1}Bi.

A complexity of α-decay spectra coincident to certain γ signals suggests a strong influence of the α+CE summing effects emerging from highly converted coincident transitions. By considering these summing effects, we were able to tentatively determine and assign four converted transitions in cascades with the gating γ signals as well as energies of feeding α decays. A spectrum of γ signals in coincidence with $E_\alpha = 7050 - 7500$ keV is in fig. 1.

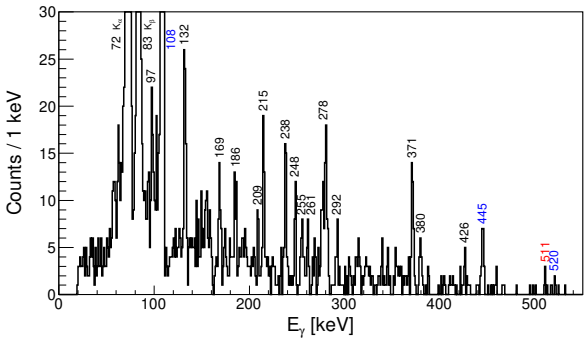


Figure 1: Spectrum of γ signals gated by the coincident α signals in range $7050 - 7500$ keV, from combined data of the two experiments. Prominent γ lines are labeled with the corresponding energies. Transitions in blue were assigned with their corresponding E_α values in [Andreyev et al., 2003b]. Value in red (511 keV) corresponds to the annihilation peak.

Relevant details of the analysis and a discussion of the results will be presented in the talk. The preliminary scheme of ^{182}Tl levels populated after an α decay of ^{186}Bi will be presented as well.

References

[Andreyev et al., 2003a] Andreyev, A. N. et al. (2003a). α-decay spectroscopy of light odd-odd bi isotopes-i: 188,190Bi nuclei. *Eur. Phys. J. A*, 18(1):39–54.

[Andreyev et al., 2003b] Andreyev, A. N. et al. (2003b). α-decay spectroscopy of light odd-odd bi isotopes-ii: 186Bi and the new nuclide 184Bi. *Eur. Phys. J. A*, 18(1):55–64.

[Hofmann and Münzenberg, 2000] Hofmann, S. and Münzenberg, G. (2000). The discovery of the heaviest elements. *Rev. Mod. Phys*, 72(3):733.

*adam.sitarcik@fmph.uniba.sk
†stanislav.antalic@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 280–288
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Martina Javorníková, Ján Filo

Prúdenie v medzikruží medzi sústrednými kruhovými rúrkami

Martina Javorníková[1*]

Školiteľ: Ján Filo[1†]

Katedra matematickej analýzy a numerickej matematiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: Explicitné riešenia ľubovoľného systému parciálnych diferenciálnych rovníc priťahujú veľkú pozornosť. Špeciálne to platí pre Navier-Stokesove rovnice, ktoré sú základom pri popise prúdenia tekutín. Cieľom tohto príspevku je analýza jedného explicitného riešenia Navier-Stokesových rovníc, ktoré modeluje prúdenie nestlačiteľnej tekutiny v medzikruží medzi sústrednými kruhovými rúrkami.

Kľúčové slová: Navier-Stokesove rovnice, prúdenie v rúrke, cylindrické súradnice, explicitné riešenie

1 Úvod

Základom pri popise prúdenia tekutín sú Navier-Stokesove rovnice, ktorým sa budeme venovať v tejto práci. Špeciálne sa pozrieme na jedno explicitné riešenie, ktoré modeluje prúdenie v medzikruží medzi sústrednými kruhovými rúrkami. Motiváciou pre túto prácu je prvá časť 3. kapitola knihy [1, *The Navier-Stokes equation of flows and exact solutions*] s názvom *Circular pipe flow*. Ako sa spomína v tejto knihe, Navier-Stokesove rovnice sú všeobecne uznávané ako vynikajúci model pohybu reálnych tekutín vrátane vzduchu a vody. Tento systém nelineárnych parciálnych diferenciálnych rovníc využíva množstvo inžinierov, matematikov, fyzikov, chemikov, biológov, geológov a meteorológov.

Ak v kartézskej súradnicovej sústave (x,y,z) označíme zložky rýchlosti (u,v,w), potom rovnica kontinuity, ktorá charakterizuje nestlačiteľnosť uvažovanej tekutiny je tvaru

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0$$

a Navier-Stokesove rovnice uvažujeme v tvare

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}+X+\nu\Delta u,$$
$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+w\frac{\partial v}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}+Y+\nu\Delta v,$$
$$\frac{\partial w}{\partial t}+u\frac{\partial w}{\partial x}+v\frac{\partial w}{\partial y}+w\frac{\partial w}{\partial z}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+Z+\nu\Delta w,$$

kde Δ je Laplaceov operátor a zložky X, Y, Z sú objemové sily, ktoré pôsobia na tekutinu, napríklad gravitácia. V rovniciach sa vyskytujú aj parametre, ktoré určujú fyzikálne vlastnosti tekutiny, konkrétne ρ - hustota a ν - kinematická viskozita.
Následne tieto rovnice prevedieme do cylidrickej súradnicovej sústavy (r,θ,z) pomocou vzťahov (1) a (2):

$$x=r\cos\theta,\ y=r\sin\theta,\ r\geq 0,\ 0\leq\theta\leq 2\pi, \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} u\\ v\\ w\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix} v_r\\ v_\theta\\ v_z\end{pmatrix}. \quad (2)$$

Po dlhšom počítaní dostávame rovnicu kontinuity

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rv_r)+\frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}+\frac{\partial v_z}{\partial z}=0 \quad (3)$$

a Navier-Stokesove rovnice v cylidrickej súradnicovej sústave v tvare

$$\begin{aligned}&\frac{\partial v_r}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_r}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_r}{\partial\theta}+v_z\frac{\partial v_r}{\partial z}-\frac{v_\theta^2}{r}\\ &=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}+F_r+\nu\left(\nabla^2 v_r-\frac{v_r}{r^2}-\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}\right),\\ &\frac{\partial v_\theta}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial\theta}+v_z\frac{\partial v_\theta}{\partial z}+\frac{v_r v_\theta}{r}\\ &=-\frac{1}{\rho}\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial\theta}+F_\theta+\nu\left(\nabla^2 v_\theta+\frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial\theta}-\frac{v_\theta}{r^2}\right),\\ &\frac{\partial v_z}{\partial t}+v_r\frac{\partial v_z}{\partial r}+\frac{v_\theta}{r}\frac{\partial v_z}{\partial\theta}+v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\\ &=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}+F_z+\nu\nabla^2 v_z,\end{aligned}$$

kde

$$\nabla^2 f(r,\theta,z)=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial f}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 f}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

a pre F_r,F_θ,F_z platí

$$F_r=Xcos\theta+Ysin\theta,$$

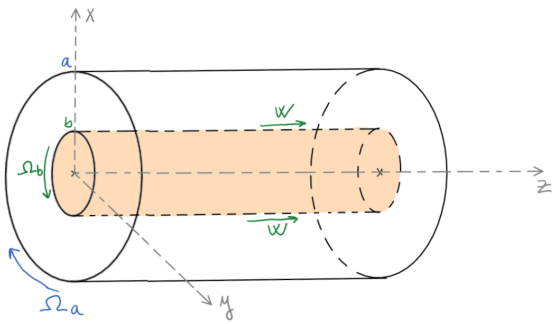
$$F_\theta=-Xsin\theta+Ycos\theta,$$

*javornikova4@uniba.sk
†jan.filo@fmph.uniba.sk

$$F_z = Z.$$

Vďaka tomuto tvaru vieme lepšie počítať zložky rýchlosti v konkrétnom valcovom objekte, čo bude našou ďalšou úlohou.

2 Matematický model



Obr. 1: Matematický model

Majme dve sústredné do seba vložené rúrky o polomeroch $r = a,\ r = b$, kde $0 < b < a$. Predpokladajme, že rúrky sa pohybujú paralelným posuvným pohybom alebo rotačným pohybom okolo spoločnej osi. Nevylučujeme, že tieto dva pohyby prebiehajú súčasne. Predpokladajme tiež, že zložky rýchlosti sú nezávislé od premenných θ a z, teda platí $v_r = v_r(r,t)$, $v_\theta = v_\theta(r,t)$ a $v_z = v_z(r,t)$. Za týchto predpokladov z rovnice kontinuity (3) dostaneme

$$v_r(r,t) = \frac{m(t)}{r}, \tag{4}$$

pričom budeme predpokladať, že $m(t)$ je daná funkcia. Fyzikálne si to môžeme predstaviť tak, že steny rúrok sú priepustné s tokom daným vzťahom (4). Navier-Stokesove rovnice sa zjednodušia na

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}, \tag{5}$$

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r v_\theta}{r} = \nu\left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2}\right), \tag{6}$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}\right). \tag{7}$$

Pre prúdenie spomínané vyššie vyžadujeme podmienky na hraniciach

$$v_\theta(a,t) = a\Omega_a(t),\ v_\theta(b,t) = b\Omega_b(t), \tag{8}$$

$$v_z(a,t) = 0,\ v_z(b,t) = W(t) \tag{9}$$

a pre jednoduchosť budeme uvažovať nulové počiatočné podmienky, t.j.

$$v_\theta(r,0) = 0,\ v_z(r,0) = 0 \qquad b < r < a. \tag{10}$$

Spolu s rovnicou pre tlak

$$p = -P(t)z + \tilde{P}(r,t), \tag{11}$$

kde $\Omega_a(t)$, $\Omega_b(t)$, $W(t)$ a $P(t)$ sú dané funkcie. Rovnice (5) až (7) spolu s podmienkami (8) až (11) sa dajú v **stacionárnom** prípade vyriešiť explicitne. Tomuto prípadu sa budeme teraz venovať trochu podrobnejšie.

3 Stacionárne riešenie

Rovnica kontinuity

$$v_r = \frac{m}{r}, \tag{12}$$

je daná pre danú konštantu m a Navier-Stokesové rovnice prejdú do tvaru

$$v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_\theta^2}{r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r}, \tag{13}$$

$$v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_r v_\theta}{r} = \nu\left(\frac{\partial^2 v_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial r} - \frac{v_\theta}{r^2}\right), \tag{14}$$

$$v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}\right). \tag{15}$$

Rovnica pre tlak, ktorá nezávisí od času je

$$p = -Pz + \tilde{P}(r), \tag{16}$$

kde P je daná konštanta. Okrajové podmienky sa zmenia na tvar

$$v_\theta(a) = a\Omega_a,\ v_\theta(b) = b\Omega_b \tag{17}$$

$$v_z(a) = 0,\ v_z(b) = W. \tag{18}$$

kde Ω_a, Ω_b, W sú dané konštanty. Tento systém sa rozpadne na tri separátne problémy a to

1. Rovnica (14) s podmienkami (17),
2. Rovnica (15) s podmienkami (18) a následne sa
3. z rovnice (13) dopočíta tlak p.

Ako bolo vyššie spomenuté, tento systém rovníc sa dá vyriešiť explicitne, avšak riešenie závisí od čísla

R, ktoré má tvar $R = m/\nu$. Pri hľadaní riešení uvedených problémov, ktoré tu pre obmedzený rozsah príspevku neuvádzame, treba osobitne uvažovať prípady $R = -2,\ R = 0,\ R = 2,\ R \notin \{-2,0,2\}$. Na riešenie vyšie uvedených obyčajných diferenciálnych rovníc sa použijú štandardné metódy, napr z knihy [2] .V knihe [1, str. 48] autori píšu, že $R = m/\nu$ je Reynoldsovo číslo, hoci interpretácia tvaru explicitných riešení v súvislosti s Reynoldsovým číslom je pre nás nejasná.

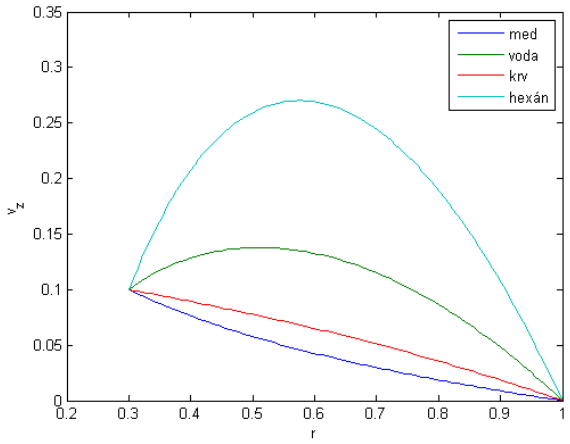
3.1 R=0

Stacionárne riešenie Navier-Stokesových rovníc pre $m = 0$ a teda aj $R = 0$ je v tvare:

$$\begin{aligned}
v_r(r) &= 0,\\
v_\theta(r) &= \frac{a^2b^2(\Omega_b-\Omega_a)}{a^2-b^2}\frac{1}{r}+\frac{a^2\Omega_a-b^2\Omega_b}{a^2-b^2}r,\\
v_z(r) &= \frac{ln(r/a)}{ln(b/a)}\left(\frac{P}{4\rho\nu}(b^2-a^2)+W\right)\\
&\quad +\frac{P}{4\rho\nu}(a^2-r^2),\\
p(r,z) &= -Pz-\rho\frac{a^4b^4(\Omega_b-\Omega_a)^2}{(a^2-b^2)^2}\frac{1}{r^2}\\
&\quad +2\rho\frac{a^2b^2(\Omega_b-\Omega_a)(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)}{(a^2-b^2)^2}lnr\\
&\quad +\rho\frac{(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)^2}{2(a^2-b^2)^2}r^2.
\end{aligned}$$

Predpokladajme, že $\Omega_a = 0,\ \Omega_b = 0$, z toho vyplýva, že $v_\theta(r) = 0$, inými slovami, prúdenie tekutiny je spôsobené iba tlakom a rýchlosťou posuvného pohybu rúrky s polomerom $r = b$, teda W. Za týchto predpokladov sa pozrieme bližšie na profil rýchlosti v smere osi z pre rôzne tekutiny. Obr. 2 popisuje priebeh funkcie $v_z(r)$, kde $b \le r \le a$ s parametrami $a = 1\ cm,\ b = 0.3\ cm,\ W = 0.1\ cm/s,\ P = 1\ N/m^3,\ T = 36°C$ pre vodu, med, krv a hexán. Hodnoty fyzikálnych konštánt sú z [6]. Z Obr. 2 si môžeme všimnúť, že med, ktorý má z daných tekutín najväčšiu viskozitu sa najmenej prispôsobuje zmenám ovplyvnených vonkajšími vplyvmi, zatiaľ čo hexán s najmenšou viskozitou má malú mieru odporu deformovať sa. Preto je maximálna rýchlosť medu na hranici $r = b$ a maximálna rýchlosť hexánu či vody je vzdialená od hraníc.

tekutina	$\rho\ [g/cm^3]$	$\nu\ [mm^2/s]$
voda	0.9937	0.7095
med	1.4198	1407.3
krv	1.0444	2.70
hexán	0.649	0.4314



Obr. 2: Graf funkcie $v_z(r)$ pre rôzne tekutiny.

Pre lepšie grafické znázornenie prevedieme toto riešenie do kartézskej súradnicovej sústavy pomocou vzťahov (1) a (2) a dostaneme zložky rýchlosti u,v,w závislé od (x,y,z) a tlak $p(x,y,z)$

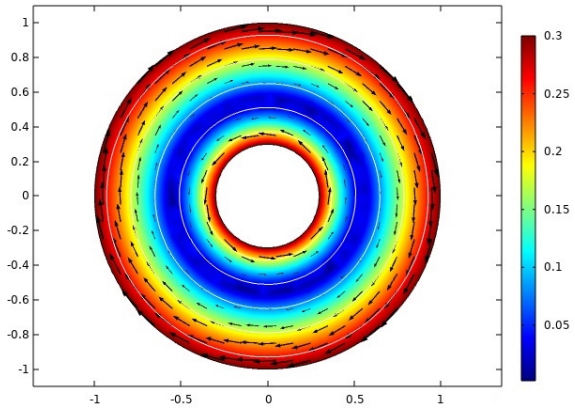
$$\begin{aligned}
u &= -\frac{y}{x^2+y^2}\frac{a^2b^2(\Omega_b-\Omega_a)}{a^2-b^2}\\
&\quad -y\frac{a^2\Omega_a-b^2\Omega_b}{a^2-b^2},\\
v &= \frac{x}{x^2+y^2}\frac{a^2b^2(\Omega_b-\Omega_a)}{a^2-b^2}\\
&\quad +x\frac{a^2\Omega_a-b^2\Omega_b}{a^2-b^2},\\
w &= \frac{ln(\sqrt{x^2+y^2}/a)}{ln(b/a)}\left(\frac{P}{4\rho\nu}(b^2-a^2)+W\right)\\
&\quad +\frac{P}{4\rho\nu}(a^2-(x^2+y^2)),\\
p &= -Pz-\rho\frac{a^4b^4(\Omega_b-\Omega_a)^2}{(a^2-b^2)^2}\frac{1}{x^2+y^2}\\
&\quad +2\rho\frac{a^2b^2(\Omega_b-\Omega_a)(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)}{(a^2-b^2)^2}\\
&\quad \times ln\sqrt{x^2+y^2}\\
&\quad +\rho\frac{(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)^2}{2(a^2-b^2)^2}(x^2+y^2).
\end{aligned}$$

Uvažujme prípad kedy $W = 0,\ p = 0$, to znamená prípad kedy rúrky vykonávajú iba rotačný pohyb. Obr. 3

Tabuľka 1: Hodnoty parametrov pre Obr. 3 a Obr. 4.

	$a[cm]$	$b[cm]$	$\Omega_a[s^{-1}]$	$\Omega_b[s^{-1}]$
Obr. 3	1	0.3	-0.3	1
Obr. 4	1	0.3	0.3	0.3

zobrazuje rez rovinou (x,y,z) pre fixné z vektorového poľa rýchlosti danej zložkami (u,v,w) s parametrami zapísanými v Tab. 1. Veľkosť šípiek vektorového poľa predstavuje veľkosť rýchlosti prúdenia v jednotlivých bodoch. Keďže zložka rýchlosti v_r je nulová, tak tekutina nepriteká ani neodteká, inými slovami hranica je nepriepustná, čo nám potvrdzuje aj tvar prúdnic. Prúdnice sú myslené čiary, ktorých dotyčnice v ľubovoľnom bode určujú smer rýchlosti prúdenia. Na Obr. 3 sú znázornené bielymi krivkami, v tomto prípade sústrednými kružnicami. Na hraniciach $r=a, r=b$ je rýchlosť najväčšia no $\Omega_a > 0$ a $\Omega_b < 0$, to spôsobuje, že rúrky na rozdiel od Obr. 4 sa točia do opačných strán.

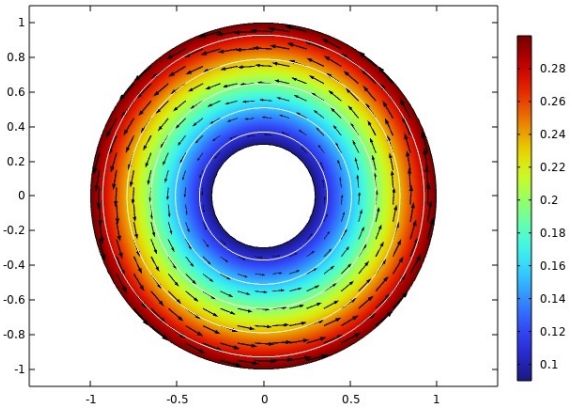


Obr. 3: Vektorové pole $(u(x,y,z), v(x,y,z), 0)$ pre $R = 0$, $\Omega_a < 0$ a $\Omega_b > 0$.

3.2 R=2

Zložky rýchlosti (v_r, v_θ, v_z) v cylindrických súradniciach sú

$$
\begin{aligned}
v_r(r) &= m/r, \\
v_\theta(r) &= \frac{a^2b^2(a^2\Omega_b - b^2\Omega_a)}{a^4-b^4}\frac{1}{r} + \frac{a^2\Omega_a - b^2\Omega_b}{a^4-b^4}r^3, \\
v_z(r) &= \frac{P}{2\rho\nu}\left(a^2 lna - r^2 lnr\right) \\
&\quad -\frac{P}{2\rho\nu}\left(\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}(a^2 lna - b^2 lnb)\right) \\
&\quad +\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}W, \\
p(r,z) &= -Pz + -\rho\frac{m^2}{2r^2} - \rho\frac{a^4b^4(a^2\Omega_b - b^2\Omega_a)^2}{2(a^4-b^4)^2}\frac{1}{r^2} \\
&\quad +\rho\frac{a^2b^2(a^2\Omega_b - b^2\Omega_a)(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)}{(a^4-b^4)^2}r^2 \\
&\quad +\rho\frac{(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)^2}{6(a^4-b^4)^2}r^6
\end{aligned}
$$



Obr. 4: Vektorové pole $(u(x,y,z), v(x,y,z), 0)$ pre $R = 0$, $\Omega_a, \Omega_b > 0$.

a zodpovedajúce zložky rýchlosti u,v,w závislé od (x,y,z) a tlak $p(x,y,z)$ sú

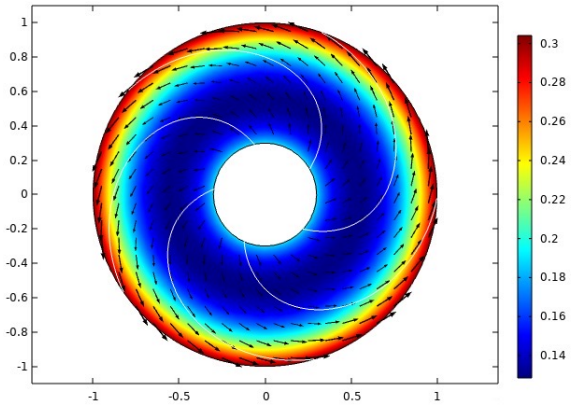
$$
\begin{aligned}
u &= \frac{mx}{x^2+y^2} - \frac{y}{x^2+y^2}\frac{a^2b^2(a^2\Omega_b - b^2\Omega_a)}{a^4-b^4} \\
&\quad -y(x^2+y^2)\frac{a^2\Omega_a - b^2\Omega_b}{a^4-b^4}, \\
v &= \frac{my}{x^2+y^2} - \frac{x}{x^2+y^2}\frac{a^2b^2(a^2\Omega_b - b^2\Omega_a)}{a^4-b^4} \\
&\quad -x(x^2+y^2)\frac{a^2\Omega_a - b^2\Omega_b}{a^4-b^4}, \\
w &= \frac{P}{2\rho\nu}\left(a^2 lna - (x^2+y^2)ln(\sqrt{x^2+y^2})\right) \\
&\quad -\frac{P}{2\rho\nu}\left(\frac{(x^2+y^2)-a^2}{b^2-a^2}(a^2 lna - b^2 lnb)\right) \\
&\quad +\frac{r^2-a^2}{b^2-a^2}W, \\
p &= -Pz - \rho\frac{m^2}{2(x^2+y^2)} \\
&\quad -\rho\frac{a^4b^4(a^2\Omega_b - b^2\Omega_a)^2}{2(a^4-b^4)^2}\frac{1}{(x^2+y^2)}
\end{aligned}
$$

Tabuľka 2: Hodnoty parametrov pre Obr. 5.

	$a[cm]$	$b[cm]$	$\Omega_a[s^{-1}]$	$\Omega_b[s^{-1}]$	m
Obr. 5	1	0.3	0.3	0.3	0.05

$$+\rho\frac{a^2b^2(a^2\Omega_b-b^2\Omega_a)(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)}{(a^4-b^4)^2}r^2$$
$$+\rho\frac{(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)^2}{6(a^4-b^4)^2}r^6.$$

Znova uvažujme prípad kedy $W=0,\ p=0$, to znamená, že tekutina je uvedená do pohybu iba vďaka rotačnému pohybu rúrok. Parametre pre Obr. 5 sú zapísané v Tab. 2. Keďže zložka rýchlosti v_r nie je nulová, tak tekutina priteká do oblasti cez menšiu rúrku a vyteká von z oblasti cez väčšiu. Tento jav môžeme sledovať aj na Obr. 5 a Obr. 6, kde prúdnice nie sú sústredné kružnice ale iné krivky.



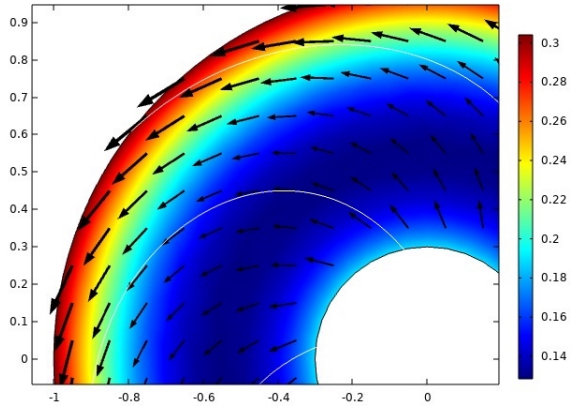
Obr. 5: Vektorové pole $(u(x,y,z),v(x,y,z),0)$ pre $R=2$.

V ďalšom bez podrobnejšieho popisu uvedieme explicitné riešenia zodpovedajúce hodnotám $R=-2$ a všeobecnému R.

3.3 R=-2

Zložky rýchlosti (v_r,v_θ,v_z) v cylindrických súradniciach sú

$$\begin{aligned} v_r(r) &= m/r,\\ v_\theta(r) &= \frac{b^2\Omega_b lna-a^2\Omega_a lnb}{ln(a/b)}\frac{1}{r}+\frac{a^2\Omega_a-b^2\Omega_b}{ln(a/b)}\frac{lnr}{r},\\ v_z(r) &= \frac{P}{8\nu\rho}(a^2-r^2)+(a^{-2}-r^{-2})\frac{W}{a^{-2}-b^{-2}}\end{aligned}$$



Obr. 6: Pohľad zblízka na Obr. 5.

$$\begin{aligned} &-(a^{-2}-r^{-2})\frac{P}{8\nu\rho}\frac{a^2-b^2}{a^{-2}-b^{-2}},\\ p(r,z) &= -Pz-\rho\frac{m^2}{2r^2}-\rho\frac{(b^2\Omega_b lna-a^2\Omega_a lnb)^2}{(ln(a/b))^2}\frac{1}{r^2}\\ &-\rho\frac{2(b^2\Omega_b lna-a^2\Omega_a lnb)(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)}{(ln(a/b))^2}\\ &\times\left(\frac{1}{2r^2}lnr+\frac{1}{4r^2}\right)\\ &-\rho\frac{(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)^2}{(ln(a/b))^2}\left(\frac{(lnr)^2+lnr}{2r^2}+\frac{1}{4r^2}\right).\end{aligned}$$

a zodpovedajúce zložky rýchlosti u,v,w závislé od (x,y,z) a tlak $p(x,y,z)$ sú

$$\begin{aligned} u &= \frac{mx}{x^2+y^2}-\frac{y}{x^2+y^2}\frac{b^2\Omega_b lna-a^2\Omega_a lnb}{ln(a/b)}\\ &-\frac{y}{x^2+y^2}\frac{(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)ln(\sqrt{x^2+y^2})}{ln(a/b)},\\ v &= \frac{my}{x^2+y^2}+\frac{x}{x^2+y^2}\frac{b^2\Omega_b lna-a^2\Omega_a lnb}{ln(a/b)}\\ &+\frac{x}{x^2+y^2}\frac{(a^2\Omega_a-b^2\Omega_b)ln(\sqrt{x^2+y^2})}{ln(a/b)},\\ w &= \frac{P}{8\nu\rho}(a^2-(x^2+y^2))\\ &+\left(a^{-2}-\frac{1}{x^2+y^2}\right)\frac{W}{a^{-2}-b^{-2}}\\ &-\left(a^{-2}-\frac{1}{x^2+y^2}\right)\frac{P}{8\nu\rho}\frac{a^2-b^2}{a^{-2}-b^{-2}},\\ p &= -Pz-\rho\frac{m^2}{2(x^2+y^2)}\\ &-\rho\frac{(b^2\Omega_b lna-a^2\Omega_a lnb)^2}{(ln(a/b))^2}\frac{1}{x^2+y^2}\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&-\rho\frac{2(b^2\Omega_b lna - a^2\Omega_a lnb)(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)}{(ln(a/b))^2}\\
&\times\left(\frac{1}{2(x^2+y^2)}ln\sqrt{x^2+y^2}+\frac{1}{4(x^2+y^2)}\right)\\
&-\rho\frac{(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)^2}{(ln(a/b))^2}\\
&\times\left(\frac{(ln\sqrt{x^2+y^2})^2+ln\sqrt{x^2+y^2}}{2(x^2+y^2)}+\frac{1}{4(x^2+y^2)}\right).
\end{aligned}
$$

3.4 $\mathbf{R}\notin\{-2,0,2\}$

Zložky rýchlosti (v_r, v_θ, v_z) v cylindrických súradniciach sú

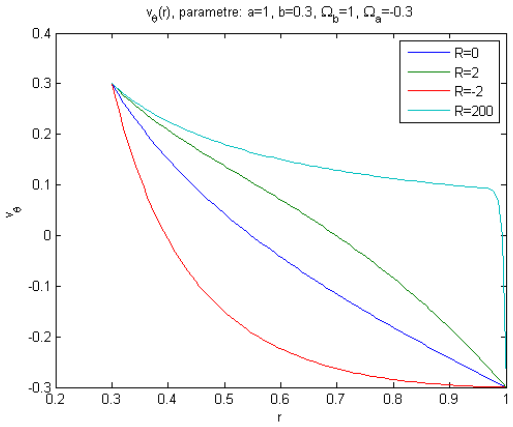
$$
\begin{aligned}
v_r(r) &= m/r,\\
v_\theta(r) &= \frac{a^2b^2(a^R\Omega_b - b^R\Omega_a)}{a^{R+2}-b^{R+2}}\frac{1}{r}+\frac{a^2\Omega_a - b^2\Omega_b}{a^{R+2}-b^{R+2}}r^{R+1},\\
v_z(r) &= \frac{P}{\nu\rho 2(2-R)}(a^2-r^2)+(a^R-r^R)\frac{W}{a^R-b^R}\\
&\quad -(a^R-r^R)\frac{P}{\nu\rho 2(2-R)}\frac{(a^2-b^2)}{a^R-b^R},\\
p(r,t) &= -Pz-\rho\frac{m^2}{2r^2}-\rho\frac{a^4b^4(a^R\Omega_b - b^R\Omega_a)^2}{2(a^{R+2}-b^{R+2})^2}\frac{1}{r^2}\\
&\quad +\rho\frac{2a^2b^2(a^R\Omega_b - b^R\Omega_a)(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)}{R(a^{R+2}-b^{R+2})^2}r^R\\
&\quad +\rho\frac{(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)^2}{(2R+2)(a^{R+2}-b^{R+2})^2}r^{2R+2}
\end{aligned}
$$

a zodpovedajúce zložky rýchlosti u, v, w závislé od (x, y, z) a tlak $p(x, y, z)$ sú

$$
\begin{aligned}
u &= \frac{mx}{x^2+y^2}-\frac{y}{x^2+y^2}\frac{a^2b^2(a^R\Omega_b - b^R\Omega_a)}{a^{R+2}-b^{R+2}}\\
&\quad -y(x^2+y^2)^{R/2}\frac{a^2\Omega_a - b^2\Omega_b}{a^{R+2}-b^{R+2}},\\
v &= \frac{my}{x^2+y^2}-\frac{x}{x^2+y^2}\frac{a^2b^2(a^R\Omega_b - b^R\Omega_a)}{a^{R+2}-b^{R+2}}\\
&\quad -x(x^2+y^2)^{R/2}\frac{a^2\Omega_a - b^2\Omega_b}{a^{R+2}-b^{R+2}},\\
w &= \frac{P}{\nu\rho 2(2-R)}(a^2-(x^2+y^2))\\
&\quad +(a^R-(x^2+y^2)^{R/2})\frac{W}{a^R-b^R}\\
&\quad -(a^R-(x^2+y^2)^{R/2})\frac{P}{\nu\rho 2(2-R)}\frac{(a^2-b^2)}{a^R-b^R},\\
p &= -Pz-\rho\frac{m^2}{2(x^2+y^2)}\\
&\quad -\rho\frac{a^4b^4(a^R\Omega_b - b^R\Omega_a)^2}{2(a^{R+2}-b^{R+2})^2}\frac{1}{x^2+y^2}\\
&\quad +\rho\frac{2a^2b^2(a^R\Omega_b - b^R\Omega_a)(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)}{R(a^{R+2}-b^{R+2})^2}\\
&\quad \times(x^2+y^2)^{R/2}\\
&\quad +\rho\frac{(a^2\Omega_a - b^2\Omega_b)^2}{(2R+2)(a^{R+2}-b^{R+2})^2}(x^2+y^2)^{R+1}.
\end{aligned}
$$

Obr. 3 až Obr. 6 sú vykreslené použitím systému COMSOL Multiphysics podľa [4].

Na záver tejto časti uvedieme porovnanie profilov $v_\theta(r)$ a $v_z(r)$ v závislosti od hodnôt R. Na Obr. 7 sme zvolili parametre $\Omega_a = -0.3$ a $\Omega_b = 0.3$, to znamená, že rúrky vykonávajú rotačný pohyb do opačných strán. To môžeme vidieť aj na priebehu funkcie $v_\theta(r)$, pre ktorú platí $v_\theta(b) > 0$ a $v_\theta(a) < 0$. Na Obr. 8 sme zvolili parameter $W = 1$, to znamená, že vnútorná rúrka s polomerom $r = b$ vykonáva posuvný pohyb o rýchlosti $W = 1$. Keďže sme zvolili nulový tlak, teda $P = 0$, rýchlosť pohybujúcich sa tekutín je na hranici $r = b$ najväčšia.

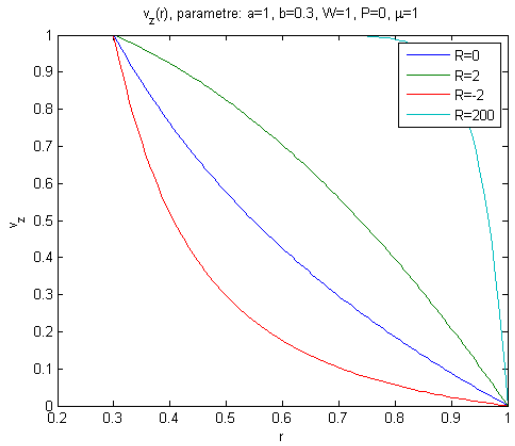


Obr. 7: Profily rýchlosti $v_\theta(r)$ v závislosti od R

4 Nestacionárne riešenie

V tejto časti budeme uvažovať len prípad, že steny rúrok sú nepriepustné, t.j. $m(t) \equiv 0$. Ak sa pozrieme na systém (4) až (11), vidíme, že aj v nestacionárnom prípade sa rozpadne na tri separátne problémy:

1. Rovnica (6) pre v_θ s podmienkami (8) a $(10)_1$,
2. Rovnica (7) pre v_z s podmienkami (9) a $(10)_2$, a následne je možné
3. z rovnice (5) dopočítať tlak p.



Obr. 8: Profily rýchlosti $v_z(r)$ v závislosti od R

V prvých dvoch častiach 5. kapitoly knihy [1, *The Navier-Stokes equation of flows and exact solutions*] s názvami *Impulsive pipe flow and Periodic pipe flow* je uvažovaný len problém pre v_z, popisujúci prúdenie v trubke a nie medzi dvoma rúrkami.
My budeme v oboch prípadoch riešiť naše problémy numericky, pomocou sofvéru MATLAB. Na odporúčanie [5] použijeme funkciu *PDEPE*, ktorá je založená na diskretizovaní intervalov $r \in [b,a]$, $t \in [0,T]$, $T > 0$. Teda

$$b = r_0 < r_1 < \ldots < r_n = a, \quad 0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_m = T,$$

kde $n, m > 0$ sú nami zvolené čísla. Obyčajné diferenciálne rovnice, vyplývajúce z diskretizácie v priestore sú riešené programom a následne pomocou nich získame približné riešenia v časoch $t_0, t_1, \ldots, t_n$. Funkcia *PDEPE* vracia hodnoty riešenia na sieti danej bodmi

$$\begin{array}{ccccc} (r_1,t_1) & (r_1,t_2) & (r_1,t_3) & \cdots & (r_1,t_m) \\ (r_2,t_1) & (r_2,t_2) & (r_2,t_3) & \cdots & (r_2,t_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (r_n,t_1) & (r_n,t_2) & (r_2,t_3) & \cdots & (r_n,t_m). \end{array}$$

Následne diskretizujeme $\theta \in [0,2\pi]$ a prevedieme tieto dáta do kartézskych súradníc pomocou vzťahov

$$X_{ik} = r_i \cos(\theta_k), \quad Y_{ik} = r_i \sin(\theta_k)$$

$$\begin{aligned} u(X_{ik},Y_{ik},t_j) &= -v_\theta(r_i,t_j)\sin(\theta_k) \\ v(X_{ik},Y_{ik},t_j) &= v_\theta(r_i,t_j)\cos(\theta_k) \\ w(X_{ik},Y_{ik},t_j) &= v_z(r_i,t_j) \end{aligned}$$

kde $i = 1,2,\ldots,n$, $j = 1,2,\ldots,m$ a $k = 1,2,\ldots,l$.

4.1 Problém pre v_θ

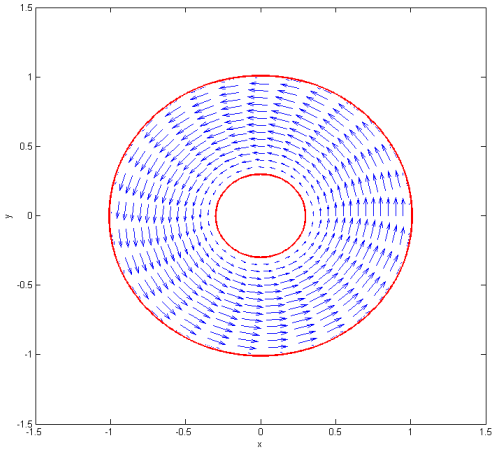
Uvažujme rovnicu (6) pre v_θ s podmienkami (8) a $(10)_1$. Ako bolo vyššie spomenuté, tento problém vyriešime pomocou softvéru MATLAB a funkcie *PDEPE* pre $n = 15, m = 40, T = 4\pi$ a nasledovných hodnôt

$$0.3cm = r_1 < r_2 < \ldots < r_{15} = 1cm$$

$$0 = t_1 < t_2 < \ldots < t_{40} = 4\pi.$$

S okrajovými podmienkami (8), kde $\Omega_a(t)$ zvolíme ako periodickú funkciu a $\Omega_a(t)$ ako nulovú funkciu.

$$\Omega_a(t) = -0.3\sin(t), \quad \Omega_b(t) = 0.$$

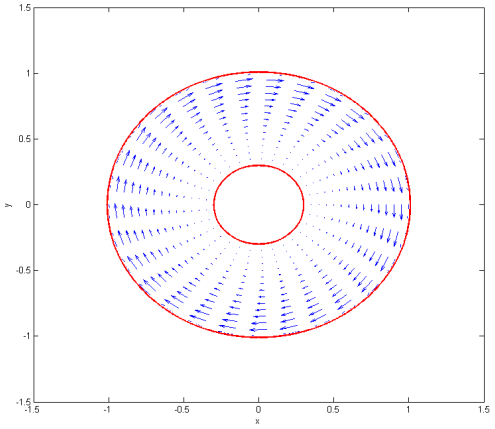


Obr. 9: Vektorové pole $(u(x,y,z,t_{20}), v(x,y,z,t_{20}), 0)$ v čase $t_{20} = 2\pi$.

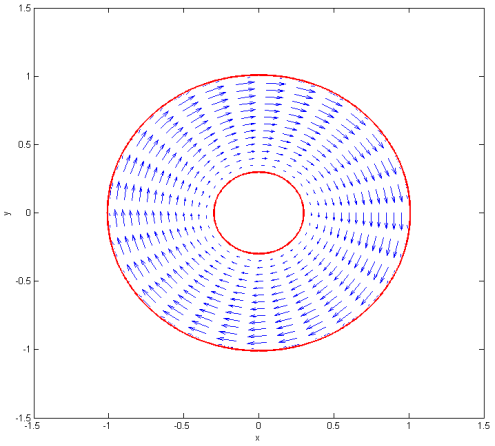
Výsledok pre tento problém môžeme sledovať na Obr. 9 až Obr. 11 pre jednotlivé časy:

$$t_{20} = 2\pi, \quad t_{21} = 2\pi + \frac{1}{40}\pi, \quad t_{25} = \frac{5}{2}\pi.$$

Na týchto obrázkoch je zobrazený prierez dvoch do seba vložených rúrok o polomeroch $a = 1cm$, $b = 0.3cm$ a v ich medzikruží je zobrazené vektorové pole rýchlosti v_θ. Veľkosť šípiek predstavuje rýchlosť prúdenia. Na základe nami zvolených podmienok na hranici si môžeme všimnúť, že prúdenie tekutiny je spôsobené iba rotačným pohybom väčšej rúrky a čím je r bližšie k b, tým je rýchlosť v_θ menšia, čo môžeme sledovať aj na veľkosti šípiek.
Na ilustráciu riešenia sme zvolili konkrétne časy t_{20}, t_{21}, t_{25} z dôvodu, aby sme videli časový úsek na



Obr. 10: Vektorové pole $(u(x,y,z,t_{21}),v(x,y,z,t_{21}),0)$ v čase $t_{21} = 2\pi + \frac{1}{40}\pi$.



Obr. 11: Vektorové pole $(u(x,y,z,t_{25}),v(x,y,z,t_{25}),0)$ v čase $t_{25} = \frac{5}{2}\pi$.

ktorom sa smer pohybu vonkajšej rúrky mení. Konkrétne v čase $t_{20} = 2\pi$ je rýchlosť rotačného pohybu na hranici $r = b$ nulová, lebo $\Omega_a(2\pi) = 0$ a na Obr. 9 vidíme, ako sa prúdenie tekutiny v medzikruží snaží prispôsobiť tejto zmene. A následne na Obr. 10 a Obr. 11 vidíme ako prúdenie tekutiny zmenilo smer.

4.2 Problém pre v_z

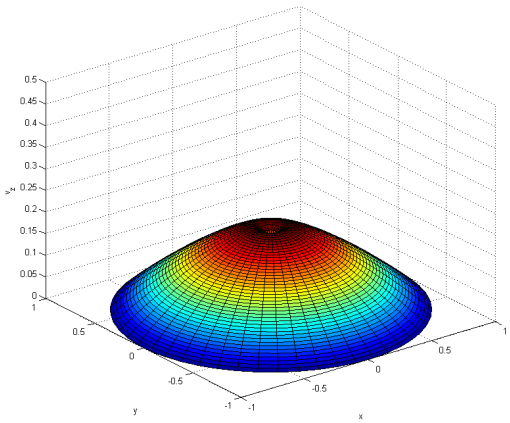
Uvažujme rovnicu (7) pre v_z s podmienkami (9) a $(10)_2$ a $p = -Pz + f(t)z$, kde $f(t)$ je periodická funkcia. Motivácia pre túto formu tlaku je článok od J. R. Womersley [3, *Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known*], ktorý študoval prietok krvi v žilách. Problém budeme riešiť s parametrami $n = 50, m = 40, T = 4\pi$ a hodnotami:

$$0.01cm = r_1 < r_2 < \ldots < r_{50} = 1cm$$

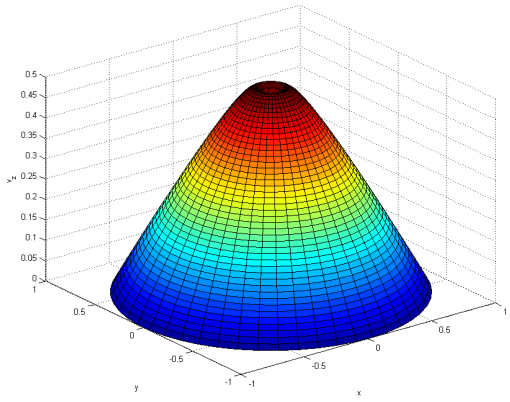
$$0 = t_1 < t_2 < \ldots < t_{40} = 4\pi.$$

Predpokladajme, že $W = 0$, takže prúdenie tekutiny je spôsobené iba tlakom:

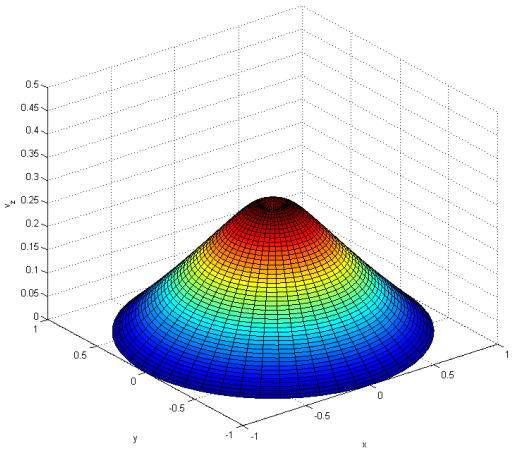
$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{1-\cos t}{2}.$$



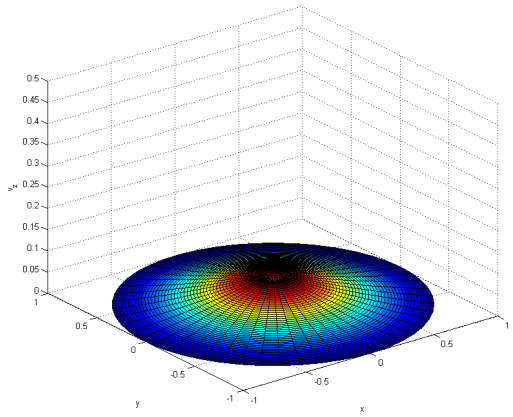
Obr. 12: Vektorové pole $(0,0,w(x,y,z,t_6))$ v čase $t_6 = \frac{1}{2}\pi + \frac{1}{40}\pi$.



Obr. 13: Vektorové pole $(0,0,w(x,y,z,t_{10}))$ v čase $t_{10} = \pi$.



Obr. 14: Vektorové pole $(0,0,w(x,y,z,t_{17}))$ v čase $t_{17}=\frac{3}{2}\pi+\frac{1}{20}\pi$.



Obr. 15: Vektorové pole $(0,0,w(x,y,z,t_{20}))$ v čase $t_{20}=2\pi$.

Výsledok pre tento problém, konkrétne pre priebeh sústrených rúriek môžeme sledovať na Obr. 12 až Obr. 15 pre

$$t_6=\frac{1}{2}\pi+\frac{1}{40}\pi,\ \ t_{10}=\pi,\ \ t_{17}=\frac{3}{2}\pi+\frac{1}{20}\pi,\ \ t_{20}=2\pi,$$

kde veľkosť rýchlosti v_z v jednotlivých bodoch môžeme sledovať na osi z a taktiež nám pomáha aj farebné znázornenie. Modrá farba znázorňuje malú rýchlosť, červená znázorňuje veľkú rýchlosť v porovnaní s tou najmenšou.
Na ilustráciu riešenia sme zvolili konkrétne časy t_6, t_{10}, t_{17}, t_{20} z dôvodu, aby sme videli časový úsek na ktorom sa tlak p mení. V čase $t_{10}=\pi$ je tlak p najväčší a teda aj maximálna rýchlosť je najväčšia, čo môžeme vidieť aj na Obr. 13. Tlak p sa s narastajúcim časom zmenšuje a s ním aj rýchlosť prúdenia, až v čase $t_{20}=2\pi$ je tlak nulový a prúdenie sa postupne prispôsobuje tejto zmene.

Literatúra

[1] RILEY N., DRAZIN P. : *The Navier-Stokes equations: a classification of flows and exact solutions*, Cambridge: Cambridge University Press, 2006, ISBN-13 978-0-521-68162-9

[2] KLUVÁNEK I., MIŠÍK L., ŠVEC M. : *Matematika pre štúdium technických vied 2. diel*, Bratislava: Alfa, 1970, 816s.

[3] WOMERSLEY J. R. : *Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known*, J Physiol, 1955, 553–563

[4] HUNDERTMARK A. : *Osobná komunikácia*, hundertmark@uni-landau.de

[5] MIHALA P. : *Osobná komunikácia*, patrik.mihala@fmph.uniba.sk

[6] PAAR ANTON GmbH, https://wiki.anton-paar.com/en/tables/

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 289–297
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Radka Kovarovičová

Fourierovo spektrum rovinných kriviek

Radka Kovarovičová*

Školiteľ: Daniel Ševčovič†

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: Fourierovo spektrum ponúka veľa možností a priestoru na skúmanie zaujímavých a nepoznaných javov. Cieľom príspevku bola základná analýza Fourierových spektier rovinných kriviek, kde sme sa venovali príkladom pre Fourierove spektrum parametrizácie krivky a Fourierove dĺžkové spektrum krivky. Ich vlastnosti sme ukázali na príkladoch parametrizácií jednotkového kruhu a následne ich dokázali . Našu pozornosť sme sústredili aj na závislosť spektra vzhľadom na afinné transformácie, kde sme ukázali vzťahy, ktoré platia pri posune a otočení krivky v rovine. V ďalšej časti sme si vybrali niekoľko parametrizovaných kriviek a vypočítali oba typy spektier pomocou vytvorených programovacích kódov v softvéri Matlab. Výsledné absolútne koeficienty Fourierových spektrier sme zobrazili pomocou grafov a porovnali. Ako posledné sme sa venovali jednoznačnosti spektra krivky. Okrem iného sme vyslovili vlastný názor ako odpoveď na otázku, či je možné nájsť dve krivky s identickým Fourierovým dĺžkovým spektrom.

Kľúčové slová: Fourierovo spektrum, Fourierove koeficienty, parametrizácia, krivka

1 Úvod

Analýza je široký pojem, ktorého hlavnou úlohou býva väčšinou detailnejšie skúmanie vlastností, rozbor daného javu či rozklad na jednotlivé prvky. Základnej ale aj rozšírenej analýze sa v tejto práci budeme venovať aj my. Jej výsledkami by sme tak chceli rozšíriť už známe poznatky a obohatiť ich o nové tvrdenia a dôkazy.

Pojmy Fourierovo spektrum, Fourierove koeficienty či Fourierov rad sú známe slovné spojenia. Všeobecnou znalosťou je, že Fourierov rad slúži na popísanie periodického správania sa funkcie, pričom využívame goniometrické funkcie- sínus a cosínus. V takomto zápise ďalej rozoznávame tzv. Fourierove koefienty, ktoré môžu mať rôzny tvar závislý od zadania formy Fourierovho radu.

*r.kovarovicova@gmail.com
†sevcovic@fmph.uniba.sk

V práci sa zameriavame na Fourierov dĺžkové spektrum krivky spolu s Fourierovým spektrom parametrizácie krivky. Pri výpočtoch a analyzovaní daných kriviek budeme pracovať len s parametrizáciami skúmaných kriviek. Na konci analýzy ukážeme a dokážeme ne(závislosť) Fourierovho spektrum od danej parametrizácie. Predstavíme si zmeny spektra, ktoré nastávajú pri afinných transformáciách. Konkrétne sa budeme bližšie venovať posunutiu a otočeniu krivky v rovine. Pomocou univerzálnych programovacích kódov na rátanie Fourierových koeficientov pre vybrané parametrizované krivky, sa pozrieme na Fourierovo spektrum parametrizácie krivky a Fourierovo dĺžkové spektrum krivky. Pomocou grafov pristúpime k porovnaniu týchto dvoch spektrier a ich hlbšej analýze.

Na záver sa venujeme k ešte stále nezodpovedanej otázke: " Určuje Fourierovo dĺžkové spektrum jednoznačne krivku?" Pomocou tvrdení o jednoznačnosti Fourierovho spektra parametrizácie krivky a našich analyzovaných príkladov sa na ňu pokúsime nájsť odpoveď a vytvoriť priestor na ďalšiu diskusiu.

2 Fourierove rady

V práci sústredíme pozornosť na tri typy Fourierových radov. Dva z nich sú známe rady v trigonometrickej forme a v exponenciálnej forme [Duoandikoetxea, 2011], [Tolstov, 1976], v článku súhrnne označované ako Fourierovo spektrum parametrizácie krivky. Novým a menej známym je Fourierov rad pre funkciu závislú od uhla [Ševčovič and Trnovská, 2015], [Ševčovič and Trnovská, 2015], inak povedané Fourierovo dĺžkové spektrum krivky.

2.1 Fourierov rad v trigonometrickej forme

Definícia 1. *Nech $f : [-l,l] \to \mathbb{R}$ je Riemannovsky integrovateľná funkcia. Pod Fourierovým radom funkcie f na $[-l,l]$ rozumieme funkcionálny rad*

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\frac{\pi n x}{l}) + b_n \sin(\frac{n\pi x}{l}). \qquad (1)$$

Fourierove koeficienty tohto trigonometrického radu počítame nasledovne:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)dx, \\ a_n &= \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\cos(\frac{\pi nx}{l})dx, \\ b_n &= \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} f(x)\sin(\frac{\pi nx}{l})dx. \end{aligned}$$

Fourierov rad k funkcii f má potom tvar:

$$f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos(\frac{\pi nx}{l}) + b_n\sin(\frac{n\pi x}{l}).$$

V prípade $f:[0,T]\to\mathbb{R}$ a f je $T-$ periodická, dostávame

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\cos\frac{2\pi nx}{T} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n\sin\frac{2\pi nx}{T}, \quad (2)$$

kde Fourierove koeficienty rátame nasledovne

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{2}{T}\int_0^T f(x)dx, \\ a_n &= \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\cos\frac{2\pi nx}{T}dx, \\ b_n &= \frac{2}{T}\int_0^T f(x)\sin\frac{2\pi nx}{T}dx. \end{aligned}$$

2.2 Fourierov rad v exponenciálnej forme

Ide o známe vyjadrenie trigonometrických funkcií pomocou Eulerových vzorcov

$$\begin{aligned} \cos x &= \frac{e^{ix}+e^{-ix}}{2}, \\ \sin x &= \frac{e^{ix}-e^{-ix}}{2i}. \end{aligned}$$

Periodickú funkciu $f(x)$ s periódou T pre Fourierov rad v exponenciálnom tvare poznáme ako

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{i\frac{2\pi nx}{T}},$$

kde neznámy koeficient c_n je

$$c_n = \frac{1}{T}\int_0^T f(x)e^{-i\frac{2\pi nx}{T}}dx.$$

2.3 Fourierov rad pre funkciu závislú od uhla

Nech je $\sigma:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ 2π-periodická funkcia, $\sigma\in W^{2,2}_{per}(0,2\pi)$. Reprezentovaná môže byť komplexným Fourierovým radom

$$\sigma(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\sigma_k e^{ik\nu},$$

kde

$$\sigma_k = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} e^{-ik\nu}\sigma(\nu)d\nu$$

sú Fourierove komplexné koeficienty. Keďže $\sigma(\nu)$ uvažujeme ako reálnu funkciu, máme $\sigma_{-k}=\overline{\sigma}_k$ pre každé $k\in\mathbb{Z}$ a $\sigma_0\in\mathbb{R}$. Treba si uvedomiť, že pre $\sigma\in W^{2,2}_{per}(0,2\pi)$ máme $\sigma(\nu)+\sigma''(\nu) = \sum_{k=-\infty}^{\infty}(1-k^2)\sigma_k e^{ik\nu}$ v norme Lebesguovho priestoru $L^2(0,2\pi)=W^{0,2}_{per}(0,2\pi)$.
Môžeme vyjadriť energiu rozhrania

$$\begin{aligned} L_\sigma(\Gamma) &= \int_\Gamma \sigma(\nu)ds = \sum_{k=-\infty}^{\infty}\sigma_k\int_\Gamma e^{ik\nu}ds = c_0\sigma_0 \\ &+ 2\Re\sum_{k=1}^{\infty}\overline{c}_k\sigma_k, \end{aligned}$$

kde komplexné koeficienty

$$c_k = \int_\Gamma e^{-ik\nu}ds, k\in Z$$

tvoria tzv. Fourierovo dĺžkové spektrum krivky Γ.
Pri rátaní našich príkladov budeme taktiež uvažovať nasledovnú definíciu:

Definícia 2. *Nech je Γ C^1 hladká krivka v rovine. Fourierovým dĺžkovým spektrom krivky Γ rozumieme množinu $\{c_k : k\in Z\}$ všetkých Fourierových komplexných koeficientov definovaných ako*

$$c_k = \int_\Gamma e^{-ik\nu}ds = \int_\Gamma (t_1 - it_2)^k ds,$$

kde $t=(t_1,t_2)^T=(\cos\nu,\sin\nu)^T$ je dotykový vektor k Γ.

Poznámka : Pri počítaní spektier kriviek budeme označovať Fourierove koeficienty spektra parametrikácie krivky ako $\tilde{c}_n$ (Fourierov rad v trigonometrickej a komplexnej forme) a koeficienty Fourierovho dĺžkového spektra krivky (Fourierov rad pre funkciu závislú od uhla) ako c_n.

3 Analýza príkladov

Jednou z ťažiskových častí tejto práce je práve analýza príkladov. Na výpočtoch spektra parametrizovaného jednotkového kruhu si ukážeme a dokážeme, aké vlastnosti platia pre Fourierovo spektrum parametrizácie krivky a Fourierovo dĺžkové spektrum krivky. Pre jednoduchosť a stručnosť výsledkov využijeme len numerické rátanie v Matlabe.

3.1 Fourierovo spektrum parametrizácie krivky

Ako prvé budeme uvažovať základnú parametrizáciu jednotkového kruhu. Jeho spektrum si vypočítame pre Fourierov rad v trigonometrickej a exponenciálnej forme.

- $\Gamma = \{(\cos 2\pi u, \sin 2\pi u)^T, u \in [0,1]\}$.
  Inými slovami to znamená, že $x_1(u) = \cos 2\pi u$ a $x_2(u) = \sin 2\pi u$, kde $T = 1$. Podľa predošlých zadefinovaní rátame teda nasledujúce integrály

$$\begin{aligned} a_0 &= \int_0^1 \cos(2\pi u)du, \\ a_n &= 2\int_0^1 \cos(2\pi u)\cos(2nu\pi)du, \\ b_n &= 2\int_0^1 \cos(2\pi u)\sin(2nu\pi)du. \end{aligned}$$

  V Matlabe sme si nechali vypísať len prvých 5 koeficientov:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0, \\ [a_1,a_2,a_3,a_4,a_5] &= [1,0,0,0,0], \\ [b_1,b_2,b_3,b_4,b_5] &= [0,0,0,0,0]. \end{aligned}$$

  V komplexných číslach vyzerá parametrizácia jednotkového kruhu nasledovne:

- $\Gamma = \{e^{i2\pi u}, u \in [0,1]\}$.
  Vieme, že v prípade Fourierovho radu v exponenicálnej forme rátame len jeden typ koeficientu, a to koeficient $\tilde{c}_n$, ktorý sme si vyššie zadefinovali. Pre zadanie tohto príkladu vyzerá nasledovne:

$$\tilde{c}_n = \int_0^1 e^{i2\pi u}e^{-i2\pi nu}du$$

  Tento príklad sme vypočítali pre $n = 0,1,2,3,4$:

$$[\tilde{c}_0,\tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\tilde{c}_3,\tilde{c}_4] = [0,1,0,0,0].$$

  Pokračovať budeme opäť jednotkovým kruhom len s rozdielnou parametrizáciou. Zvolili sme ju nasledovne:

- $\Gamma = \{(\cos 2\pi u^2, \sin 2\pi u^2)^T, u \in [0,1]\}$.
  Pri tejto parametrizácii máme $x_1(u) = \cos 2\pi u^2$ a $x_2(u) = \sin 2\pi u^2$. Rátali sme teda nasledujúce integrály

$$\begin{aligned} a_0 &= \int_0^1 \cos(2\pi u^2)du, \\ a_n &= 2\int_0^1 \cos(2\pi u^2)\cos(2nu\pi)du, \\ b_n &= 2\int_0^1 \cos(2\pi u^2)\sin(2nu\pi)du. \end{aligned}$$

  Jednotlivé koeficienty sme vypočítali v Matlabe a výsledky pre $n = 0,1,2,3,4,5$ boli nasledovné:

$$\begin{aligned} a_0 &= 0.2441, \\ [a_1,a_2,a_3,a_4,a_5] &= [0.4673, 0.2492, 0.0305, \\ &\quad 0.0056, 0.0017], \\ [b_1,b_2,b_3,b_4,b_5] &= [0.8670, -0.1332, -0.0660, \\ &\quad -0.0253, -0.0120]. \end{aligned}$$

  Tak isto ako pred tým, pre identickú parametrizáciu si koeficienty jednotkového kruhu vypočítame aj pre exponenciálny tvar.

- $\Gamma = \{e^{i2\pi u^2}, u \in [0,1]\}$.
  Opäť rátame koeficient $\tilde{c}_n$, tentokrát s inou funkciou $f(u)$:

$$\tilde{c}_n = \int_0^1 e^{i2\pi u^2}e^{-i2\pi nu}du.$$

  Dané koeficienty pre $n = 0,1,2,3,4$ vyšli nasledovne:

$$\begin{aligned} [\tilde{c}_0,\tilde{c}_1,\tilde{c}_2,\tilde{c}_3,\tilde{c}_4] &= [0.2441 + 0.1717i, 0.4383 \\ &\quad -0.7799i, 0.2441 + 0.1717i, \\ &\quad 0.0290 + 0.0871i, 0.0051 \\ &\quad +0.0386i]. \end{aligned}$$

Po výsledkoch spektra pre jednotkový kruh, kde sme sa zaoberali dvomi rôznymi parametrizáciami jednotkového kruhu, je zrejmé, že Fourierovo spektrum parametrizácie krivky je závislé od parametrizácie. Skúmali sme jednu a tú istú krivku s rozdielnymi zápismi parametrizácií. Vidíme, že Fourierove koeficienty našej prvej a druhej zvolenej

parametrizácie jednotkového kruhu sa nezhodujú ani pre trigonmetrický tvar Fourierovho radu, ani pre komplexný. Pre ucelenie analýzy sme náš výsledok naformulovali ako tvrdenie a následne ho dokázali.

Poznámka: Počítanie Fourierových koeficientov len pre prvú zložku funkcie je dostatočné na ukázanie toho, že spektrum krivky je závislé od parametrizácie. Koeficienty pre druhú zložku preto nepočítame, nasledoval by totiž analogický postup a rovnaký výsledok.

Tvrdenie 3.1.1. *Nech $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ je nekonštantná 1-periodická funkcia s Fourierovými koeficientami $\tilde{c}_n$. Potom existuje reparametrizácia s koeficientami $\tilde{c'}_n$ taká, že aspoň pre jedno n sa $\tilde{c}_n \neq \tilde{c'}_n$.*

Dôkaz. Zoberieme funkciu $\phi(u) = u^p$ a pozrieme sa na Fourierov koeficient

$$F(p,n) = \int_0^1 f(u^p) e^{-in2\pi u} du,$$

kde derivácia podľa p

$$\frac{\partial F}{\partial p}(p,u) = \int_0^1 f'(u^p) u^p \ln u e^{-in2\pi u}\, du.$$

Predpokladáme pomocou sporu: Ak by sa paricálna derivácia

$$\frac{\partial F}{\partial p}(p,u)|_{p=1} = 0$$

pre každé n, tak potom

$$\int_0^1 f'(u) u \ln u e^{-in2\pi u}\, du = 0$$

pre každé n. Z toho vyplýva, že funkcia $f'(u)u\ln u$ musí byť nulová, lebo má nulové Fourierove koeficienty pre všetky n, teda platí $f'(u) = 0$. Tu nastáva spor.
V závere teda vieme tvrdiť, že existuje také n, že

$$\frac{\partial F}{\partial p}(p,n_0)|_{p=1} \neq 0,$$

a tým pádom $F(p,n_0)$ je nekonštantná funkcia, teda závisí od p v okolí bodu p. Inými slovami jej koeficienty sa menia s parametrom p, teda výsledné Fourierove koeficienty závisia od reparametrizácie. □

3.2 Fourierovo dĺžkové spektrum krivky

Pre možné porovnanie budeme uvažovať opäť dve parametrizácie jednotkoého kruhu. Pred samotným počítaním je ešte potrebné vyjadriť výraz $e^{-in\nu}$ [Ševčovič and Trnovská, 2015]. Už vieme, že

$$c_n = \int_\Gamma e^{-in\nu} ds,$$

kde ν je uhol krivky v danom bode. Platí

$$e^{-in\nu} = (e^{-i\nu})^n = (\cos\nu - i\sin\nu)^n = (t_1 - it_2)^n,$$

kde sa t_1 a t_2 dá vyjadriť, pokiaľ krivku ν máme parametrizovanú pomocou nejakej funkcie $x(u)$. Funkcia $x(u)$ je dvojzložková so zložkami $x_1(u)$ a $x_2(u)$.
T je vektor:

$$T = \frac{x'(u)}{\|x'(u)\|}.$$

Dostávame teda

$$\begin{aligned} c_n &= \int_\Gamma e^{-in\nu} ds = \int_\Gamma (t_1 - it_2)^n ds \\ &= \int_\Gamma \left(\frac{x_1'(u) - ix_2'(u)}{\sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2}} \right)^n \\ &\quad \sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2} du, \end{aligned}$$

kde $ds = \sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2} du$.

Ako prvý príklad sme zvolili identickú parametrizáciu z časti 3.1.

- $\Gamma = \{(\cos 2\pi u, \sin 2\pi u)^T, u \in [0,1]\}$.
  V tomto prípade máme $x_1 = \cos 2\pi u$ a $x_2 = \sin 2\pi u$ a teda $x_1' = -2\pi \sin(2\pi u)$ a $x_2' = 2\pi\cos(2\pi u)$. Dosadíme a dostávame

$$\begin{aligned} c_n &= \textstyle\int_\Gamma e^{-in\nu} ds = \int_\Gamma (t_1 - it_2)^n ds \\ &= \textstyle\int_\Gamma \left(\frac{x_1'(u) - ix_2'(u)}{\sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2}} \right)^n \sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2} du \\ &= \textstyle\int_0^1 \left(\frac{(-2\pi\sin(2\pi u) - i2\pi\cos(2\pi u)}{\sqrt{(-2\pi\sin(2\pi u))^2 + (2\pi\cos(2\pi u))^2}} \right)^n \\ &\quad \sqrt{(-2\pi\sin(2\pi u))^2 + (2\pi\cos(2\pi u))^2} du. \end{aligned}$$

  Numericky sme si tento príklad vypočítali v Matlabe, kde nám koeficienty pre $n = 0,1,2,3,4$ vyšli

$$[c_0, c_1, c_2, c_3, c_4] = [6.2832, 0, 0, 0, 0].$$

  Pre druhú parametrizáciu jednotkového kruhu sme postupovali obdobne:

- $\Gamma = \{(\cos 2\pi u^2, \sin 2\pi u^2)^T, u \in [0,1]\}$.
  V tomto prípade máme $x_1 = \cos 2\pi u^2$ a $x_2 = \sin 2\pi u^2$ a teda $x_1' = -4\pi u \sin(2\pi u^2)$ a $x_2' = 4\pi u \cos(2\pi u^2)$. Dosadíme a dostávame

$$c_n = \int_\Gamma e^{-ipv} ds = \int_\Gamma (t_1 - it_2)^n ds$$
$$= \int_\Gamma \left(\frac{x_1'(u) - ix_2'(u)}{\sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2}} \right)^n \sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2} du$$
$$= \int_0^1 \left(\frac{-4\pi u \sin(2\pi u^2) - i4\pi u \cos(2\pi u^2)}{\sqrt{-4\pi u \sin(2\pi u^2))^2 + (4\pi u \cos(2\pi u^2))^2}} \right)^n$$
$$\sqrt{(-4\pi u \sin(2\pi u^2))^2 + (4\pi u \cos(2\pi u^2))^2} du.$$

  V Matlabe koeficienty c_n pre $n = 0,1,2,3,4$ vyšli nasledovne:

$$[c_0, c_1, c_2, c_3, c_4] \quad = \quad [6.2832, 0, 0, 0, 0].$$

Z týchto prvotných výsledkov je zrejmé, že spektrá tejto krivky vyšli pre dve rôzne parametrizácie identickej krivky totožné. Pre $n = 0$ to bola hodnota 2π, keďže

$$c_0 = \int_\Gamma \sqrt{x_1'(u^2) + x_2'(u)^2} du$$

je všeobecne vždy dĺžka krivky.

Pre ucelenie našej analýzy sme zadefinovali náš výsledok ako tvrdenie a následne ho dokázali.

Tvrdenie 3.2.1. *Nech Γ je C^1 hladká krivka. Potom Fourierove dĺžkové spektrum je nezávislé od parametrizácie.*

Dôkaz. Nech Γ je daná krivka, ktorú máme parametrizovanú pomocou nejakej funkcie $x(u)$, ktorá má dve zložky $x_1(u)$ a $x_2(u)$.
Pri reparametrizácii prechádzame od $u \to v$, čo je nejaká funkcia $\varphi(u)$. Dostávame teda

$$x(u) = \tilde{x}(v) = \tilde{x}(\varphi(u))$$

a

$$\frac{\partial x(u)}{\partial u} = \frac{\partial \tilde{x}}{\partial v} \varphi'(u).$$

Derivovaný výraz nahradíme novým výrazom, čiže deriváciou podľa novej parametrizácie. Násobené je to konštantou $\varphi'(u)$, teda pre každé pevné u tu dôjde k nejakému násobku. Treba si uvedomiť, že $dv = \varphi'(u)du$. Dosadíme

$$\int_\Gamma \left(\frac{\tilde{x}_1'(v)\varphi'(u) - i\tilde{x}_2'(v)\varphi'(u)}{\sqrt{(\tilde{x}_1'(v)\varphi'(u))^2 + (\tilde{x}_2'(v)\varphi'(u))^2}} \right)^n$$
$$\sqrt{(\tilde{x}_1'(v)\varphi'(u))^2 + (\tilde{x}_2'(v)\varphi'(u))^2} \frac{1}{\varphi'(u)} dv$$

$$\int_\Gamma \left(\frac{\varphi'(u)(\tilde{x}_1'(v) - i\tilde{x}_2'(v))}{\varphi'(u)\sqrt{(\tilde{x}_1'(v))^2 + (\tilde{x}_2'(v))^2}} \right)^n$$
$$\varphi'(u)\sqrt{(\tilde{x}_1'(v))^2 + (\tilde{x}_2'(v))^2} \frac{1}{\varphi'(u)} dv$$

$$\int_\Gamma \left(\frac{(\tilde{x}_1'(v) - i\tilde{x}_2'(v))}{\sqrt{(\tilde{x}_1'(v))^2 + (\tilde{x}_2'(v))^2}} \right)^n \sqrt{(\tilde{x}_1'(v))^2 + (\tilde{x}_2'(v))^2} dv$$

a vidíme, že integrál zostal rovnaký pri ľubovoľnej parametrizácii. Koeficienty c_n sú teda nezávislé od parametrizácie. Závisia len od geometrickej vlastnosti krivky. □

4 Závislosť spektra vzhľadom na afinné transformácie

V analýze spektra budeme porkačovať aj v tejto časti práce. Zaujímalo nás správanie a prípadné zmeny spektra pri afinných transformáciách- otočení a posunutí.

4.1 Spektrum a posun krivky v rovine

Vezmeme si ľubovoľnú krivku Γ. Zadefinujeme si ju ako parametrizovanú krivku všeobecne zapísanú ako

$$\Gamma = \{x(u), u \in [0,1]\}.$$

Jej posun v rovine si následne označíme ako $\tilde{\Gamma}$ a obdobne si jej zápis zadefinujeme ako v predošlej časti:

$$\tilde{\Gamma} = \{\tilde{x}(u), u \in [0,1]\},$$

kde $\tilde{x}(u) = x(u) + b$. Parameter b určuje posun v rovine pre danú krivku.

Vieme, že koeficient c_n

$$c_n = \int_\Gamma e^{-ipv} ds = \int_\Gamma (t_1 - it_2)^n ds$$
$$= \int_\Gamma \left(\frac{x_1'(u) - ix_2'(u)}{\sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2}} \right)^n \sqrt{x_1'(u)^2 + x_2'(u)^2} du.$$

Keďže platí

$$\tilde{x}'(u) = x(u),$$

tak pre koeficienty c_n bude platiť rovnosť

$$c_n(\tilde{\Gamma}) \quad = \quad c_n(\Gamma).$$

Tento výsledok môžeme zapísať pomocou nasledujúceho tvrdenia:

Tvrdenie 4.1.1. *Nech Γ je C^1 hladká krivka. Pri posune krivky Γ v rovine sa spektrum krivky zachováva.*

4.2 Spektrum a otočenie krivky v rovine

Opäť budeme uvažovať ľubovoľnú krivku Γ zapísanú ako

$$\Gamma = \{x(u), u[0,1]\}.$$

Pre otočenú krivku budeme uvažovať zápis v tvare

$$\begin{aligned}\tilde{\Gamma} &= \{\tilde{x}(u), u \in [0,1]\},\\ \tilde{\Gamma} &= \{Qx(u), u \in [0,1]\},\end{aligned}$$

kde Q je ortogonálna matica otočená o uhol φ, so zložkami

$$Q = \begin{pmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi\\ \sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}. \tag{3}$$

V praxi to bude vyzerať nasledovne. Zoberieme si vektor $(1,0)^T$ a uhol otočenia $\varphi = \frac{\varphi}{2}$. Spolu s prenásobením s ortogonálnou maticou Q dostávame

$$\mathrm{Q}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\frac{\pi}{2} & -\sin\frac{\pi}{2}\\ \sin\frac{\pi}{2} & \cos\frac{\pi}{2}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}.$$

Náš výsledok by sme mohli zapísať do nasledujúceho tvrdenia:

Tvrdenie 4.2.1. *Nech Γ je C^1 hladká krivka. Pre parametrizovanú funkciu $x(u)$ platí, že pri otočení tejto krivky Γ v rovine sa zápis jej parametrizovanej funkcie zmení nasledovne :*

$$\tilde{x}(u) = Qx(u).$$

Zároveň pre koeficienty nového spektra platí

$$c_{n\ nove} = e^{-in\varphi}c_n.$$

Dôkaz. Nech Q je konštantná matica, potom

$$\begin{aligned}\tilde{x}'(u) &= Qx'(u)\\ \sqrt{\tilde{x}_1'(u)^2+\tilde{x}_2'(u)^2} &= \|\tilde{x}'(u)\|_2 = |Qx'(u)\|\\ &= \|x'(u)\|,\end{aligned}$$

kde $\|\tilde{x}'(u)\|_2$ je euklidovská norma a Q je ortogonálna matica, ktorá zachováva dĺžky.

Ďalej sa pozrieme ako sa transformujú výrazy $\tilde{x}_1'(u)$ a $\tilde{x}_2'(u)$

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1'(u) &= \begin{pmatrix}\cos\varphi & -\sin\varphi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1'(u)\\ x_2'(u)\end{pmatrix}\\ &= \cos\varphi x_1'(u) - \sin\varphi x_2'(u)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{x}_2'(u) &= \begin{pmatrix}\sin\varphi & \cos\varphi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_1'(u)\\ x_2'(u)\end{pmatrix}\\ &= \sin\varphi x_1'(u) + \cos\varphi x_2'(u).\end{aligned}$$

Potom

$$\begin{aligned}\tilde{x}_1'(u) - i\tilde{x}_2'(u) &= \cos\varphi x_1'(u) - \sin\varphi x_2'(u)\\ &\quad -i(\sin\varphi x_1'(u) + \cos\varphi x_2'(u))\\ &= (\cos\varphi - i\sin\varphi)x_1'(u)\\ &\quad -i(\cos\varphi - i\sin\varphi)x_2'(u)\\ &= (\cos\varphi - i\sin\varphi)(x_1'(u) - ix_2'(u))\\ &= e^{i\varphi}(x_1'(u) - ix_2'(u).\end{aligned}$$

Vieme, že pre koeficienty c_n pôvodnej krivky platí:

$$c_n = \int_\Gamma \left(\frac{x_1'(u) - ix_2'(u)}{\sqrt{x_1'(u)^2+x_2'(u)^2}}\right)^n \sqrt{x_1'(u)^2+x_2'(u)^2}du,$$

Koeficienty $c_{n\ nove}$ nového spektra otočenej krivky v rovine budú vyzerať ako:

$$\begin{aligned}c_{n\ nove} &= \int_\Gamma \left(\frac{\tilde{x}_1'(u) - i\tilde{x}_2'(u)}{\sqrt{\tilde{x}_1'(u)^2+\tilde{x}_2'(u)^2}}\right)^n\\ &\quad \sqrt{\tilde{x}_1'(u)^2+\tilde{x}_2'(u)^2}du\\ &= \int_\Gamma \left(\frac{\tilde{x}_1'(u) - i\tilde{x}_2'(u)}{\|x'\|}\right)^n \|x'\|du\\ &= e^{-in\varphi}c_n\end{aligned}$$

□

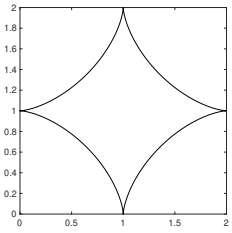
5 Výpočet spektra uzavretých kriviek v rovine

V tejto časti pristúpime k porovnaniu analyzovaných spektier. V Matlabe sme si skonštruovali dva programovacie kódy na všeobecné rátanie Fourierovho spektra parametrizácie krivky a Fourierovho dĺžkového spektra. Potrebné bolo zadať parametrizáciu krivky, počet koeficientov, ktoré sme chceli vypočítať a počet deliacich bodov. Vybrali sme si 4 zaujímavé krivky a ich parametrizované zápisy.

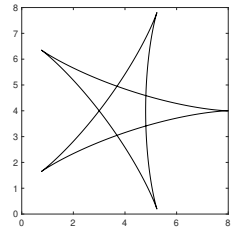
5.1 Asteroida

Zápis jej parametrizácie:

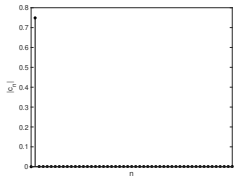
$$\begin{aligned}x_1 &= \cos^3(2\pi u)\\ x_2 &= \sin^3(2\pi u).\end{aligned}$$



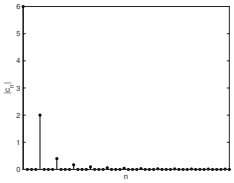
Obr. 1: Asteroid.



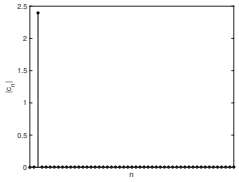
Obr. 2: Hviezda.



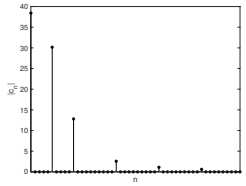
(a) Absolútne koeficienty Fouriervho spektra parametrizácie asteroidy



(b) Absolútne koeficienty Fourierovho dĺžkového spektra asteroidy



(a) Absolútne koeficienty Fouriervho spektra parametrizácie hviezdy



(b) Absolútne koeficienty Fourierovho dĺžkového spektra hviezdy

Pre koeficienty Fourierovho spektra parametrizácie nám vyšiel nenulový len jeden absolútny koeficient, tak ako v prípade kruhu to bol koeficient $\tilde{c}_1$. Všimnúť si môžeme, že majú podobný zápis parametrizácie. Vo výsledku sa odrazila jednotková frekvencia a to práve "vystúpeným" nenulovým koeficientom $\tilde{c}_1$. Na druhej strane pre Fourierovo dĺžkové spektrum asteroidy vidíme nenulové koefienty pre $n = 4,8,12,....$ Je teda naozaj možné pozorovať, že spektrum odráža fakt, že asteroida sa skladá zo štyroch vrcholov (teda geometrickú vlastnosť krivky). Vidíme , že v tomto prípade je naozaj spektrum nezávislé od parametrizácie, ako sme dokázali v časti 3.2. Pre $n = 0$ dostávame vždy dĺžku krivky.

5.2 Hviezda

Zápis jej parametrizácie:

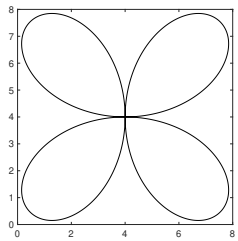
$$\begin{aligned} x_1 &= 2,4\cos(2\cdot 2\pi u) + 1,6\cos\left(3\frac{2\cdot 2\pi u}{2}\right) \\ x_2 &= 2,4\sin(2\cdot 2\pi u) - 1,6\sin\left(3\frac{2\cdot 2\pi u}{2}\right). \end{aligned}$$

Pre Fourierovo spektrum parametrizácie sme dostali jeden nenulový koeficient, a to $\tilde{c}_2$. Zo zápisu jeho parametrizácie si môžeme všimnúť dvojkovú frekvenciu, ktorá sa opäť preukázala v grafe pre absolútne koeficienty tohto spektra. Dĺžkové spektrum nám opať vypočítalo dĺžku tejto krivky, teda koeficient c_0. Päťcípa hviezda následne v grafe "zdôraznila" koeficienty $c_5, c_{10}, c_{20}, c_{30}....$ Ide o podobné správanie koeficientov ako pri predošlom asteroide.

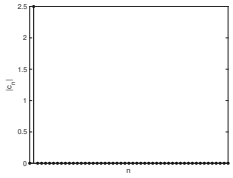
5.3 Štvrolístok

Zápis jeho parametrizácie:

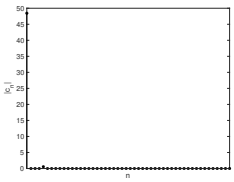
$$\begin{aligned} x_1 &= 5\sin(2\cdot 2\pi u)\sin(2\pi u) \\ x_2 &= 5\sin(2\cdot 2\pi u)\cos(2\pi u). \end{aligned}$$



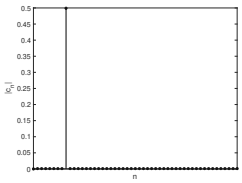
Obr. 3: Štvorlístok.



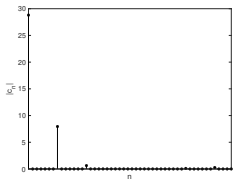
(a) Absolútne koeficienty Fouriervho spektra parametrizácie štvorlístka



(b) Absolútne koeficienty Fourierovho dĺžkového spektra štvorlístka



(a) Absolútne koeficienty Fouriervho spektra parametrizácie kvetu



(b) Absolútne koeficienty Fourierovho dĺžkového spektra kvetu

Absolútny koeficient $\tilde{c}_1$ je pre Fourierovo spektrum parametrizácie nenulový. Zo zápisu parametrizácie, od ktorej výsledné spektrum závisí, by sme mohli očakávať koeficient $\tilde{c}_2$. Nie je tomu však z toho dôvodu, že v zápise parametrizácie vidíme vzorec trigonometrických funkcií:

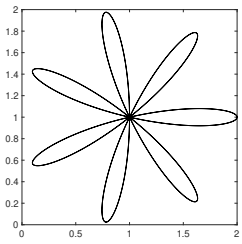
$$\cos(\alpha)\cos(\beta) = \frac{\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)}{2}, \qquad (4)$$

kde príde k sčítaniu a odčítaniu $2\cdot 2\pi$ a 2π. Je to dôsledok "nešťastnej" parametrizácie, od ktorej je toto spektrum prísne závislé. Pre dĺžkové spektrum štvorlístka vyšla jemne nad nulou hodnota c_4. Tento koeficient opäť nezohľadňuje parametrizáciu, ale len geometrické vlastnosti štvorlíska.

5.4 Kvet

Zápis jeho parametrizácie:

$$\begin{aligned} x_1 &= \cos(7\cdot 2\pi u)\cos(2\pi u) \\ x_2 &= \cos(7\cdot 2\pi u)\sin(2\pi u). \end{aligned}$$



Obr. 4: Kvet.

Máme tu opäť podobný zápis parametrizácie ako pre štvorlístok. Absolútne koeficienty Fourierovho spektra teda opäť premietajú vzorec 4. V tomto prípade príde k sčítaniu a odčítaniu $7\cdot 2\pi$ a 2π a vďaka tomu vidíme výrazne nenulový koeficient $\tilde{c}_8$. Dĺžkové spektrum odráža vlastnosť, že náš kvet pozostáva zo siedmich lupeňov a teda nenulové koeficienty (okrem c_0, ktorý predstavuje dĺžku krivky) sú c_7 a c_{14}.

6 Jednoznačnosť spektra

Zaujímavou otázkou pre hlbšiu analýzu je, či spektrum krivky je naozaj jednoznačné a či je možné nájsť dve krivky s identickým Fourierovým dĺžkovým spektrom. Sú teda dve možnosti, ktoré sa nám ponúkajú- buď existujú dve rôzne krivky, ktoré majú rovnaké spektrum alebo spektrum jednoznačne definuje krivku (až na posun v rovine). Na túto otázku prirodzene existuje odpoveď buď áno, alebo nie. Pre jednoznačnosť dĺžkového spektra krivky nie je táto otázka ešte zodpovedaná. Pre Fourierovo spektrum parametrizácie krivky vieme, že jednoznačnosť platí [Planetmath, 2013].

Tvrdenie 6.0.1. *Ak reálna funkcia f, Riemannovsky integrovateľná na intervale $[-\pi,\pi]$, môže byť vyjaderná ako suma trigonometrického radu*

$$f(u) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nu + b_n\sin nu), \qquad (5)$$

kde rozvoj $a_1+b_1+a_2+b_2+a_3+b_3+\ldots$ koeficientov absolútne konverguje, potom rad (5) rovnomerne konverguje na intervale a je možné ich integrovať člen po člene. To isté platí aj pri rozvojoch, ktoré dostaneme násobením rovnice (5) $\cos nx$ a $\sin nx$. Vý-

sledky integrovania sú pre koeficienty a_n a b_n , kde

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\cos(nu)f(u)du \\ b_n &= \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\sin(nu)f(u)du, \end{aligned}$$

unikátne hodnoty pre ľubovoľné n. Teda, Fourierov rad funkcie f je jednoznačný.

Vidíme, že podľa prechádzajúceho tvrdenia, je Fourierov rad funkcie f vždy jednoznačný a teda nie je možné nájsť dve rôzne krivky pre jedno spektrum parametrizácie.

Ako to je ale v prípade dĺžkového spektra krivky? Je možné aj v tomto prípade tvrdiť, že neexistujú dve rôzne spektrá pre jednu krivku?

Na základe našej vykonanej analýzy a štúdia, ktoré sme venovali Fourierovým radom a Fourierovmu spektru je dôveryhodné domnievať sa, že jednoznačnosť platí aj v tomto prípade. Rigorózny dôkaz však nemáme a nie sú k nemu známe ani žiadne literatúrne odkazy, ktoré by toto tvrdenie potvrdili alebo vyvrátili.

7 Zhrnutie

Analýza Fourierových radov je zaujímavou témou plnou nepreskúmaných a skrytých javov. Opačné vlastnosti, ktoré platia pre Fourierovo spektrum parametrizácie a Fourierovo dĺžkové spektrum krivky sú jednými z nich. Výsledky ich koeficientov prevedené do grafov ukázali ďalší pohľad na ne a taktiež potvrdili predošlé tvrdenia. Okrem toho sme mohli vidieť k akým zmenám spektra prichádza pri afinných transformáciách. V závere bola jednoznačnosť spektra krivky akýmsi podnetom na hlbšie premýšľanie ale aj poskytnutím priestoru na ďalšiu, rozšírenejšiu analýzu.

Poďakovanie

Ďakujem môjmu školiteľovi prof. RNDr. Danielovi Ševčovičovi, DrSc. za rady, nápady, pomoc a konštruktívne pripomienky pri písaní práce a článku.

Literatúra

[Duoandikoetxea, 2011] Duoandikoetxea, J. (2011). *Fourier Analysis*. American Mathematical Society, United States of America.

[Planetmath, 2013] Planetmath (2013). *Uniqueness of Fourier expansion*. https://planetmath.org/uniquenessoffourierexpansion, citované: 4.3.2022.

[Ševčovič and Trnovská, 2015] Ševčovič, D. and Trnovská, M. (2015). Solution to the inverse Wulff problem by means of the enhanced semidefinite relaxation method. *J. Inverse Ill-Posed Probl.*, 23(3):263–285.

[Tolstov, 1976] Tolstov, G. (1976). *Fourier series*. Dover Publications, New York.

[Ševčovič and Trnovská, 2015] Ševčovič, D. and Trnovská, M. (2015). Application of the enhanced semidefinite relaxation method to construction of the optimal anisotropy function. *IAENG Int. J. Appl. Math.*, 45(3):227–234.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 298–303
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Dávid Wilsch

Steiner triple systems, Steiner loops and Bol-Moufang identities

Dávid Wilsch[1*]

Supervisor: Martin Mačaj[1†]

Katedra algebry a geometrie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: Steiner triple systems can be used to define other objects such as Steiner loops, Steiner algebras, colourings of cubic graphs using Steiner configurations and more. Using methods of J. D. Phillips and P. Vojtěchovský: The varieties of loops of Bol-Moufang type, we show that Steiner loops fall into two classes according to which identities of Bol-Moufang type they satisfy. These classes are groups and C-loops, the groups being precisely those obtained from projective Steiner triple systems. We also compare our results with similar results about Steiner algebras and colourings by Steiner systems.

Keywords: Steiner triple systems, block design, Steiner loop, loops of Bol-Moufang type

1 Steiner triple systems

The main object of this article comes from combinatorial design theory. It is a field of discrete mathematics that studies finite sets equipped with some structure. We will highlight one concept from combinatorial design theory in particular and that is block designs. These consist of a set and a family of subsets called blocks. We can choose these blocks such that they satisfy certain rules. Steiner triple systems, or STS in short, are one example of a family of block designs as described in the following definition.

Definition 1. *Steiner triple system is a pair* (V,B) *where* V *is a non-empty finite set,* B *is a set of* 3*-element subsets of* V *and any pair of elements from* V *lies in exactly one subset belonging to* B*.*

The elements of V are called vertices or points while the elements of B are called blocks. We will denote a Steiner triple system containing n vertices by $STS(n)$. However this notation is not unique, as we will see later.

1.1 Small examples

There are two trivial Steiner triple systems, $STS(1)$ and $STS(3)$. They have zero and one block respectively. Then there is $STS(7)$. This object is also called the Fano plane and it is a rather well known incidence structure since it is the finite projective plane of order 2. The next smallest example of a Steiner triple system is $STS(9)$, which is the affine plane of order 3.

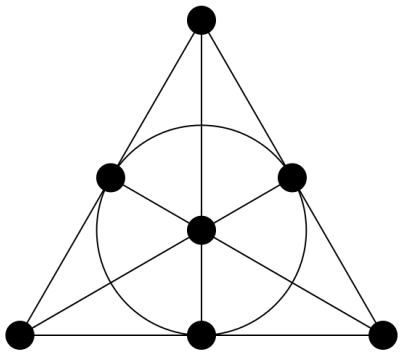


Figure 1: $STS(7)$ or the Fano plane

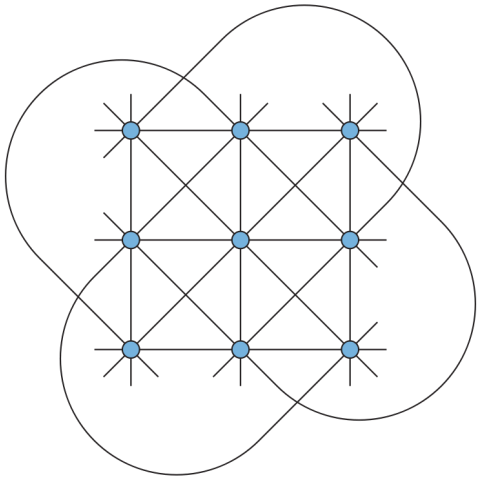


Figure 2: $STS(9)$ or the affine plane of order 3

1.2 Brief history

Steiner triple systems can be first seen in the works of Plücker from 1835. [Plücker, 1835] While he was studying algebraic curves, he noticed that a non-singular cubic curve has nine points of inflection over

*wilsch@fmph.uniba.sk
†macaj@dcs.fmph.uniba.sk

an algebraically closed field. Moreover, he noticed that they lie on 12 lines, each of these lines contains three points of inflection and each pair of points lies on exactly one line. This is basically the $STS(9)$. Later, in the recreational mathematics magazine The Lady's and Gentleman's Diary, its editor Wesley S. B. Woolhouse asked the question: "How many triads can be made out of n symbols, so that no pair of symbols shall be comprised more than once amongst them?" [Woolhouse, 1846] This obviously relates to Steiner triple systems.

Thomas P. Kirkman wrote a paper titled On a problem in combinations [Kirkman, 1847], published in 1847 in Cambridge and Dublin Mathematical Journal. The paper discussed the existence of $STS(n)$, it showed for what n there are none and it contained a way to construct STS for each suitable order. While working on this paper, Kirkman noticed that the blocks of $STS(15)$ can be split into groups in such a way, that each group contains all 15 points exactly once. In Lady's and Gentleman's Diary from 1850 he posed a problem based on this: "Fifteen young ladies in a school walk out three abreast for seven days in succession; it is required to arrange them daily, so that no two shall walk twice abreast." [Kirkman, 1850]

Some other names that appear in the history of the study of Steiner triple systems are M. Reiss, E. Netto, E. H. Moore, R. C. Bose and T. Skolem.

1.3 Existence of Steiner triple systems

As was mentioned before, the question of existence of STS was already fully solved by Kirkman in the 19th century. The following theorem describes the existence condition on order.

Theorem 1. *$STS(n)$ exists if and only if $n \equiv 1$ (mod 6) or $n \equiv 3$ (mod 6).*

The fact that the condition is necessary can be reached by a simple counting argument. To prove the other implication it is enough to construct $STS(n)$ for all n satisfying the condition. It can be done directly using two constructions, one for each residue class. There is a simple construction of $STS(6k+3)$ due to Bose, while the construction of $STS(6k+1)$ originating from Skolem is a bit more involved. On the other hand, we can construct $STS(n)$ recursively by starting from a small number of examples and applying a couple of constructions which take a particular STS and generate a bigger one.

1.4 Two notable infinite families of Steiner triple systems

Take $n \geq 2$ and let $V = (\mathbb{Z}_2)^n \setminus \{0\}$. Then define B to consist of blocks of type $\{a, b, a+b\}$, where a and b are different. It is easy to prove that this is a $STS(2^n - 1)$. We will call these the projective STS, because the blocks are lines in projective space over $\mathbb{Z}_2$, that is, V contains all one-dimensional subspaces of $(\mathbb{Z}_2)^n$, whereas B contains all two-dimensional subspaces of $(\mathbb{Z}_2)^n$.

Now take $n \geq 1$ and let $V = (\mathbb{Z}_3)^n$. In order to get a Steiner triple system we can take blocks to be all lines in affine space over $\mathbb{Z}_3$, i.e. $B = \{\langle v \rangle + u; v, u \in (\mathbb{Z}_3)^n\}$. This construction results in a $STS(3^n)$ and these objects are called affine STS. For $n = 2$ we get the aforementioned $STS(9)$.

1.5 Number of non-isomorphic Steiner triple systems

There is a natural way to define isomorphism between block designs. It is a bijection between the sets of points that maps blocks of the first design to the blocks of the second design. This allows us to ask the question how many non-isomorphic STS are there for each order. We will denote the number of non-isomorphic $STS(n)$ by $N(n)$.

It is obvious that both trivial Steiner triple systems, $STS(1)$ and $STS(3)$, are unique. The same holds true for $STS(7)$ and $STS(9)$. This is less clear but it can be shown by checking several cases. Things are more interesting for bigger orders. There are two non-isomorphic $STS(13)$ and eighty non-isomorphic $STS(15)$. The second result was both proved by enumeration and checked by computer. Next possible order is 19 and the newest result from 2004 obtained by computers is that $N(19) = 11,084,874,829$.

The precise count for any larger order is not known, although there is some work being done on $N(21)$. However, there exist some lower and upper bounds and it was proved that the number of non-isomorphic STS grows exponentially. [Keevash, 2016]

Theorem 2. *For $v \equiv 1$ (mod 6) and $v \equiv 3$ (mod 6) we have*

$$N(v) = (v/e^2 + o(v))^{v^2/6}.$$

For other v we have $N(v) = 0$.

2 Quasigroups and loops

The structure of Steiner triple systems can be used to define a binary operation on the set of points. In order to properly characterize the resulting object, we will state the following definitions.

Definition 2. *Quasigroup $(Q,*)$ is a finite set Q together with a binary operation $*$, such that the equations $a*x=b$ and $y*a=b$ have a single solution for all $a,b\in Q$.*

A quasigroup with an identity element is called a loop.

Quasigroup Q is semi-symmetric if all $x,y\in G$ satisfy the equation $x(yx)=y$. Commutative semi-symmetric quasigroups are called totally symmetric.

There is a one-to-one correspondence between quasigroups and Latin squares. The multiplication table of a quasigroup is always a Latin square and each Latin square is the multiplication table of some quasigroup.

Given a STS, there is a natural way to define multiplication between its points: $a*b=c$ if $\{a,b,c\}$ is a block in the STS. To fully define this binary operation we still need to determine what is $x*x$ going to be. One way to do this is to add an identity element e satisfying $e*x=x*e=x$ for all x. Then define $x*x$ to be e. The loops that can be obtained in this way are called Steiner loops.

It is relatively easy to show that this definition results in a totally symmetric loop. For a fixed pair of points a,b there is a unique block $\{a,b,c\}$ which contains them. Then the solution of both $a*x=b$ and $y*a=b$ is the point c and nothing else. The identity element is there by definition. Commutativity is also obviously satisfied. To verify the semi-symmetric relation, let $\{a,b,c\}$ be a block. Then $a(ba)=ac=b$. If either x or y in the equation $x(yx)=y$ is equal to the identity, then it is obviously satisfied.

We have shown how to construct a totally symmetric loop starting from a given STS. This process can be done in reverse as well. First remove the identity element and then define blocks to be $\{a,b,a*b\}$ for all $a\neq b$. Thus there is a one-to-one correspondence between Steiner triple systems and totally symmetric loops. We can use this fact along with the theorem about the existence of STS, to prove that a totally symmetric loop of order n exists if and only if $n\equiv 2 \pmod 6$ or $n\equiv 4 \pmod 6$.

It is easy to see that STS are isomorphic if and only if their corresponding Steiner loops are isomorphic. Based on this, the number of non-isomorphic Steiner loops of order n is precisely the number of non-isomorphic Steiner triple systems of order $n-1$.

3 Hierarchy of varieties of Bol-Moufang type

It turns out that most Steiner loops are not associative. However, they do have certain structure and they do satisfy some other identities. Therefore it may be useful to study various different identities, see how they relate to each other and under what conditions are they satisfied. We will be referring to a paper by Phillips and Vojtěchovský [Phillips and Vojtěchovský, 2005] where the authors classify identities of Bol-Moufang type.

Identity $\varphi=\psi$ is said to be of Bol-Moufang type if it contains only one binary operation, both φ and ψ contain four variables of which there are three distinct variables, and the variables in φ and ψ appear in the same order. For example $x((yy)z)=((xy)y)z$ is an identity of Bol-Moufang type.

Each identity defines a variety of loops in which all elements satisfy this identity. If two identities define the same variety, we will call them equivalent. If we can transform one identity to another one by simply renaming the variables and/or exchanging the left and the right side, then these two identities are definitely equivalent. By applying this rule, the authors reduced the total number of different identities down to 60. By further consideration, the identities can be split into 14 equivalence classes. In the paper the authors add one more variety to simplify certain arguments and they denote this new variety by $3PA$.

Most of these varieties were already known and named. Only the last four varieties didn't have a name before. The paper continues by studying the inclusions between these varieties. If one identity implies the second, that means the first variety is contained within the second variety. The paper also includes examples of loops that prove that these are proper subsets. The result is the following diagram. If variety V is contained in U, then it is depicted above and joined by a line.

Lemma 1. *Inclusions between loops of Bol-Moufang type and 3PA loops hold as depicted in Figure 3.*

Table 1: Loops of Bol-Moufang type and 3PA loops.

name	abbrev.	defining identity
Groups	GR	$x(yz) = (xy)z$
Extra loops	EL	$x(y(zx)) = ((xy)z)x$
Moufang loops	ML	$(xy)(zx) = (x(yz))x$
Left Bol loops	LB	$x(y(xz)) = (x(yx))z$
Right Bol loops	RB	$x((yz)y) = ((xy)z)y$
C-loops	CL	$x(y(yz)) = ((xy)y)z$
LC-loops	LC	$(xx)(yz) = (x(xy))z$
RC-loops	RC	$x((yz)z) = (xy)(zz)$
Left alt. loops	LA	$x(xy) = (xx)y$
Right alt. loops	RA	$x(yy) = (xy)y$
Flexible loops	FL	$x(yx) = (xy)x$
Left nuc. sq. loops	LN	$(xx)(yz) = ((xx)y)z$
Middle nuc. sq. loops	MN	$x((yy)z) = (x(yy))z$
Right nuc. sq. loops	RN	$x(y(zz)) = (xy)(zz)$
3-power assoc. loops	3PA	$x(xx) = (xx)x$

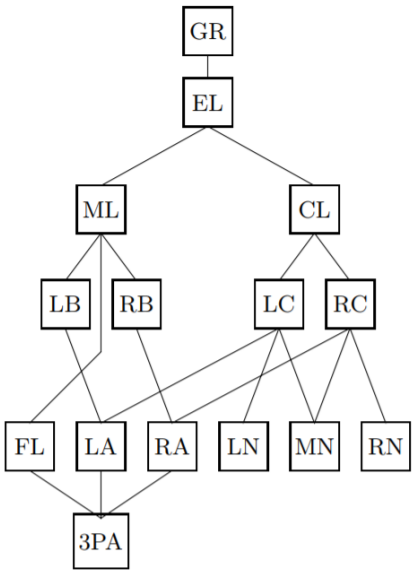


Figure 3: Hierarchy of loops of Bol-Moufang type and 3PA loops.

4 Hierarchy of Steiner loops

Now we will take a look at how Steiner loops fit into the classification from the previous section. These results come from this article's author's bachelor thesis [Wilsch, 2019].

Theorem 3. *Steiner loops are CL, LC, RC, FL, LA, RA, LN, MN, RN and 3PA.*

Proof. The defining identity for C-loops is $x(y(yz)) = ((xy)y)z$. By applying total symmetry to both sides we get $x(y(yz)) = xz = ((xy)y)z$. This proves that Steiner loops satisfy the identity and thus are C-loops.

From the inclusions in the hierarchy of varieties of Bol-Moufang type we see that C-loops are contained in LC, RC, LA, RA, LN, MN, RN and 3PA. Therefore Steiner loops are contained there as well.

The defining identity for flexible loops is $x(yx) = (xy)x$. By applying total symmetry to both sides we get $x(yx) = y = (xy)x$ and so Steiner loops are contained within flexible loops. □

The remaining types of varieties are GR, EL, ML, LB, RB. The following theorem deals with them.

Theorem 4. *The following statements are equivalent:*

(i) Steiner loop S is a group.

(ii) Steiner loop S is an extra loop.

(iii) Steiner loop S is a Moufang loop.

(iv) Steiner loop S is a left Bol loop.

(v) Steiner loop S is a right Bol loop.

Proof. From the presented hierarchy we already know that groups are extra loops, extra loops are Moufang loops and finally Moufang loops are left and right Bol loops. To complete the proof we just need to show that if a Steiner loop is left or right Bol loop, then it is a group as well.

LB $\iff$ RB: The defining identity for LB is $x(y(xz)) = (x(yx))z$. After interchanging the left with the right side and using commutativity of Steiner loops we get $z((xy)x) = ((zx)y)x$. This is the same equation read backwards. Then we can simply rename the variables and we obtain $x((yz)y) = ((xy)z)y$, the defining identity of RB. This proves that those two identities are equivalent.

RB $\Rightarrow$ GR: The defining identity of RB is $x((yz)y) = ((xy)z)y$. Total symmetry implies $(yz)y = z$ and therefore the identity reduces down to $xz = ((xy)z)y$. By multiplying both sides by y from the right and using $(ay)y = a$ we get $(xz)y = (xy)z$. We can apply commutativity to both sides to obtain $(zx)y = z(xy)$ which is obviously the identity for associativity. This proves that totally symmetric right Bol loops are groups. □

We applied the classification from the previous section to Steiner group and it collapsed into two types, groups and C-loops. There remains a question whether these are actually two different types or

do they collapse into one? First consider loops that are constructed from projective STS described in 1.4. The points are non-zero vectors in $(\mathbb{Z}_2)^n$. We first add the identity element, i.e. the zero vector. Blocks are of the form $\{a,b,a+b\}$ and so the loop operation is simply vector addition. The corresponding Steiner loop is $((\mathbb{Z}_2)^n,+)$, which is of course a group.

On the other hand, not all Steiner loops are groups. To demonstrate this, remember the construction of affine STS in 1.4. For $n=2$ we get the $STS(9)$. The corresponding Steiner loop of size 10 is not associative because

$$[(0,0)*(1,1)]*(0,1)=(2,2)*(0,1)=(1,0)$$

and

$$(0,0)*[(1,1)*(0,1)]=(0,0)*(2,1)=(1,2).$$

The following blocks were used during the calculation:

$$\{(0,0);(1,1);(2,2)\}=\{\langle(1,1)\rangle+(0,0)\}$$
$$\{(0,1);(1,0);(2,2)\}=\{\langle(1,2)\rangle+(0,1)\}$$
$$\{(0,1);(1,1);(2,1)\}=\{\langle(1,0)\rangle+(0,1)\}$$
$$\{(0,0);(1,2);(2,1)\}=\{\langle(1,2)\rangle+(0,0)\}$$

The next step is characterization of those Steiner loops which are groups. We already know that Steiner loops constructed from projective STS are among them. It turns out that these are the only ones.

Theorem 5. *A Steiner loop S is a group if and only if its corresponding STS is isomorphic to the projective $STS(2^n-1)$ for some n.*

Proof. Assume that the Steiner loop S is a group. Every element is of order 2 since $x*x=e$. That means S is isomorphic to $((\mathbb{Z}_2)^n,+)$ for some n. Then the corresponding STS are isomorphic too and the STS constructed from S is isomorphic to the projective $STS(2^n-1)$.

The reverse implication follows from previous discussion. □

For each $v\equiv 1 \pmod 6$ and $v\equiv 3 \pmod 6$ there is at least one $STS(v)$. Therefore there is at least one Steiner loop of order n for $n\equiv 2 \pmod 6$ and $n\equiv 4 \pmod 6$. For other orders there are no Steiner loops. There exists a unique (up to isomorphism) associative Steiner loop of order 2^k for every k. There are no associative Steiner loops for other orders.

5 Other results about projective Steiner triple systems

The conclusion of the previous chapter was that projective STS are in some way exceptional. Results of a similar character can be found in other papers.

Assume that we have a cubic graph G and a STS S. We can use points of S to colour the edges of G. If there is such a colouring that for all vertices the colours of their incident edges form a triple in S, then we say that G is S-edge-colourable. This leads to the question: Which graphs G can be coloured by certain STS? This question was investigated in [Kráľ et al., 2010] and it contains the following theorem along with its proof.

Theorem 6. *Let G be a cubic graph and S a non-trivial point-transitive Steiner triple system. If S is projective, then G is S-edge-colourable if and only if G is bridgeless. If S is affine, then G is S-edge-colourable if and only if G has no bipartite end. If S is neither projective nor affine, then G is always S-edge-colourable.*

Here we again see projective Steiner triple systems being different in some way; they are limited in what graphs they can colour. In this theorem even affine Steiner triple systems form a special case.

Another area we want to mention is the study of Steiner triple algebras. For a given STS (V,B), a Steiner triple algebra over a field K is a K-algebra A with a basis V such that if $\{a,b,c\}$ form a block in B, then $ab=\pm c$. These objects are studied in [Gardner, 2021] and the following theorem is stated and proved.

Theorem 7. *If (V,B) is a projective STS, then a K-vector space with basis V becomes an associative algebra A under a product defined by the conditions:*

1. *$a^2=\sum_{v\in V} v$ for each $a\in V$,*
2. *$ab=-c$ for every $\{a,b,c\}\in B$.*

Moreover, A is commutative with identity $\sum_{v\in V} v$. Every associative Steiner triple algebra arises in this way.

We can see some similarities between results in this theorem and results from the previous section of this article. Namely, associative Steiner triple algebras are only those constructed from projective STS in a specific way. This construction also requires that

the square of every element is equal to the identity, just like in Steiner loops.

6 Conclusion

We have described the concepts of a Steiner triple system and Steiner loop. We have also presented results about the hierarchy of varieties of Bol-Moufang type. Then we applied this hierarchy to Steiner loops. The result was that all Steiner loops are flexible C-loops and that some Steiner loops are groups as well. The characterization of these associative Steiner loops was very simple: they are Steiner loops constructed from projective Steiner triple systems. At the end, we compared our results to some other results which also focus on projective Steiner triple systems.

Acknowledgments

Thanks go to the supervisor Doc. RNDr. Martin Mačaj, PhD. for his helpful advice during writing of both the original bachelor thesis and of this article.

The author received partial support from VEGA 1/0423/20.

References

[Gardner, 2021] Gardner, B. (2021). Steiner triple algebras. *Acta Mathematica Universitatis Comenianae*, 90(1):27–42.

[Keevash, 2016] Keevash, P. (2016). Counting steiner triple systems. *Proc. 7th European Congress of Mathematics*, page 459–482.

[Kirkman, 1847] Kirkman, T. P. (1847). On a problem in combinations. *Cambridge and Dublin Math. J.*, 2:191–204.

[Kirkman, 1850] Kirkman, T. P. (1850). Query vi. *Lady's and Gentleman's Diary*, 147:48.

[Kráľ et al., 2010] Kráľ, D., Máčajová, E., Pór, A., and Sereni, J.-S. (2010). Characterisation results for steiner triple systems and their application to edge-colourings of cubic graphs. *Canadian Journal of Mathematics*, 62(2):355–381.

[Phillips and Vojtěchovský, 2005] Phillips, J. D. and Vojtěchovský, P. (2005). The varieties of loops of bol-moufang type. *Algebra Universalis*, 54:259–271.

[Plücker, 1835] Plücker, J. (1835). *System der analytischen Geometrie*. Duncker und Humboldt, Berlin.

[Wilsch, 2019] Wilsch, D. (2019). Steinerovské systémy trojíc. Bc Thesis, Comenius University in Bratislava, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics.

[Woolhouse, 1846] Woolhouse, W. S. B. (1846). Prize question 1760. *Lady's and Gentleman's Diary*.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 304
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jakub Hrdina

Properties of the cone of non-negative polynomials and duality

Jakub Hrdina[1*] Mária Trnovská[1†‡]

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Polynomial optimization problems are problems of optimizing a multivariate polynomial over the feasible set defined by a finite number of polynomial inequalities. It encompasses many problems within various fields of mathematics, e.g. binary optimization, mixed-integer linear programming, global optimization and partial differential inequalities. Problems of polynomial optimization can be equivalently reformulated as problems over the convex cone of non-negative polynomials. We study the geometric and topological properties of a cone of non-negative polynomials on a given set and the respective dual cone.

Denote $\mathbb{R}[x]_d$ ($d \in \mathbb{N}_0$, $x \in \mathbb{R}^n$) the vector space of all multivariate (n-variate) polynomials of degree at most d and

$$C_{n,d}(K) := \{p \in \mathbb{R}[x]_d \mid p(x) \geq 0, \;\; x \in K\}$$

the set of all multivariate polynomials non-negative on $\emptyset \neq K \subseteq \mathbb{R}^n$.

The set $C_{n,d}(K)$ has a conic structure.

Proposition 1. *Let $K \subseteq \mathbb{R}^n$ be a non-empty set. The set $C_{n,d}(K)$ is a convex cone.*

In the following proposition we will show that $C_{n,d}(K)$ is a closed solid cone. Moreover, under the additional condition placed on the set K, it is also a pointed cone. Part a) and c) in Proposition 2 can be found in [Fawzi, 2017] and [Blekherman, 2012] for $K = \mathbb{R}^n$. A similar statement to part b) is mentioned in [Lasserre, 2015].

Proposition 2. *Let $d \in \mathbb{N}$. The convex cone $C_{n,d}(K)$ is*

a) closed in $\mathbb{R}[x]_d$,

b) pointed, if $int(K) \neq \emptyset$,

c) solid.

The dual cone of $C_{n,d}(K)$ can be represented as follows $C_{n,d}(K)^* := \{q \in \mathbb{R}[x]_d \mid \langle p, q \rangle \geq 0, \;\; p \in \mathbb{R}[x]_d\}$. The properties of $C_{n,d}(K)^*$ directly follow from the general theory of dual cones (see [Boyd and Vandenberghe, 2004, Chapter 2.6] and Bipolar theorem [Rockafellar, 1970]) and Proposition 2. They are included in the following proposition.

Proposition 3. *For the dual cone $C_{n,d}(K)^*$ the following statements hold.*

a) $C_{n,d}(K)^*$ is a closed convex cone in $\mathbb{R}[x]_d$,

b) $C_{n,d}(K)^*$ is pointed,

c) if $int(K) \neq \emptyset$, then $C_{n,d}(K)^*$ is solid,

d) $C_{n,d}(K)^{**} = C_{n,d}(K)$.

We also include the dual cone theorem. Note that a similar characterization of $C_{1,d}(K)^*$ was proved in [Fawzi, 2017] with additional assumption $K = \mathbb{R}^n$. Another characterization of $C_{n,d}(\mathbb{R}^n)^*$ using linear functionals was proved in [Blekherman, 2012].

Theorem 1. *Let $C_{n,d}(K)$ be a cone of non-negative polynomials on K of degree at most d ($d \in \mathbb{N}$). Then*

$$C_{n,d}(K)^* = cl\left(cone\left[\sum_{\alpha \in \mathbb{N}^n_d} t^\alpha x^\alpha \mid t \in K\right]\right).$$

References

[Blekherman, 2012] Blekherman, G. (2012). Non-negative polynomials and sum of squares. *Journal of the American Mathematical Society*, 25:617–635.

[Boyd and Vandenberghe, 2004] Boyd, S. and Vandenberghe, L. (2004). *Convex Optimization*. Cambdridge University Press, New York NY.

[Fawzi, 2017] Fawzi, H. (2017). Topic in convex optimisation (lent 2017) (lecture notes).

[Lasserre, 2015] Lasserre, J. B. (2015). *An Introduction to Polynomial and Semi-Algebraic Optimization*. Cambdridge University Press, New York NY.

[Rockafellar, 1970] Rockafellar, R. T. (1970). *Convex Analysis*. Princeton University Press, Princeton NJ.

*hrdina8@uniba.sk
†trnovska@fmph.uniba.sk
‡Supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 305
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Štefánia Glevitzká

Vertex-transitive closures of graphs

Štefánia Glevitzká[1*] Martin Bachratý[1†‡]

[1] Department of Mathematical Analysis and Numerical Mathematics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Department of Mathematics and Descriptive Geometry, SvF STU, Radlinského 11, 810 05 Bratislava

All graphs considered here are assumed to be finite and simple. A *vertex-transitive closure* of a graph Γ is a vertex-transitive supergraph of Γ on the same vertex set. The *vertex-transitive number* of Γ, denoted by $d_{vt}(\Gamma)$, is the smallest possible degree of a vertex-transitive closure of Γ. These two concepts were first introduced in [Bachratý and Širáň, 2015].

In general, a graph can have more than one vertex-transitive closure. In fact, even a vertex-transitive closure of the minimum possible degree is not necessarily unique, as illustrated in Figure 1. On the other hand, the vertex-transitive number of a graph is always uniquely determined.

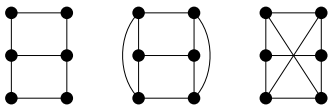


Figure 1: Domino graph and its two vertex-transitive closures of degree 3

In our work, we estimate (and in some cases also determine) vertex-transitive numbers for graphs with maximum degree at most 2. We also prove some necessary conditions for a graph to have a unique vertex-transitive closure.

Since the only graphs with maximum degree 0 are edgeless graphs, it can be easily seen that all such graphs have the vertex-transitive number equal to 0. For each graph Γ of order n with maximum degree 1 it can be easily checked that $d_{vt}(\Gamma) = 1$ for n even and $d_{vt}(\Gamma) = 2$ for n odd. We have also shown that every graph Γ of order n with maximum degree 2 is a spanning subgraph of a Cayley graph $Cay(\mathbb{Z}_n, \{1,-1,2,-2\})$, and hence $d_{vt}(\Gamma) \in \{2,3,4\}$. Figure 2 shows the graph $C_6 \oplus P_3 \oplus K_1 \oplus K_2$ as a spanning subgraph of $Cay(\mathbb{Z}_{13}, \{1,-1,2,-2\})$.

Let Γ be a graph of order n with maximum degree 2. If n is odd, then the problem of determining the vertex-transitive number of Γ reduces to the problem of checking whether $d_{vt}(\Gamma) = 2$. We proved that this is true if and only if Γ is acyclic, or if all cycles of Γ have the same length k and the set of acyclic components of Γ can be partitioned into subsets with k vertices. The decision problem whether a graph satisfies the second condition turns out to be NP-complete. For n even, we have characterised some infinite families of graphs with vertex-transitive number 3.

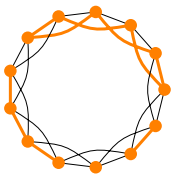


Figure 2: Graph $C_6 \oplus P_3 \oplus K_1 \oplus K_2$ as a spanning subgraph of $Cay(\mathbb{Z}_{13}, \{1,-1,2,-2\})$

If a graph has a unique vertex-transitive closure, then this closure must be the complete graph. Equivalently, a graph Γ of order n has a unique vertex-transitive closure if and only if $d_{vt}(\Gamma) = n-1$. We have shown that if this is the case, then Γ has at least $n-1$ edges for n even and at least $n-2$ edges for n odd. Both of these bounds are sharp. Examples of graphs with a unique vertex-transitive closure and the smallest possible number of edges (namely, $n-1$ for n even and $n-2$ for n odd) are shown in Figure 3.

Figure 3: Star graph S_n and graph $S_{n-1} \oplus K_1$

We have also shown that for each pair of integers n and d satisfying $n \geq 3$ and $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor \leq d \leq n-1$ there exists a graph Γ of order n and maximum degree d such that $d_{vt}(\Gamma) = n-1$. Furthermore, for every graph Γ of order $n \geq 3$ with maximum degree strictly smaller than $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ we have $d_{vt}(\Gamma) \leq n-3$.

References

[Bachratý and Širáň, 2015] Bachratý, M. and Širáň, J. (2015). Polarity graphs revisited. *Ars Math. Contemp.*, 8:55–67.

*glevitzka1@uniba.sk
†martin.bachraty@stuba.sk
‡Supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 306
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Terézia Fulová, Mária Trnovská

Solving Procrustes problems using semidefinite programming tools

Terézia Fulová[1*] Mária Trnovská[1†]

[1] Department of Applied Mathematics and Statistics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

A Procrustes problem (PP) is a matrix approximation problem that searches for a transformation matrix of the given dataset to fit another dataset.

Consider the PP of the form

$$\begin{array}{ll} \min & f(X) := \|W \circ (C - AXB)\|_F^2 \\ \text{s.t.} & X \in \mathscr{P}, \end{array} \tag{1}$$

where $A \in \mathscr{R}^{p\times m}, B \in \mathscr{R}^{n\times q}, W, C \in \mathscr{R}^{p\times q}$ are the data and $X \in \mathscr{R}^{m\times n}$ is the matrix variable. Here $\circ$ denotes the Hadamard (element-wise) product. The weight matrix W determines, which submatrix of $C - AXB$ is minimized w.r.t. the Frobenius norm, if all elements of W equal to 1, then the objective can be written as $\|C - AXB\|_F^2$.

We aim to use the SDP approach to deal with the Frobenius norm in the general program (1). Hence we equivalently reformulated (1) to the following problem

$$\begin{array}{ll} \min & f(X,Z) := tr(Z) \\ \text{s.t.} & X \in \mathscr{P} \\ & \begin{pmatrix} I & (W \circ (C - AXB))^T \\ W \circ (C - AXB) & Z \end{pmatrix} \succeq 0. \end{array} \tag{2}$$

If the transformation matrix X is defined by non-convex quadratic constraints involved in the feasible set $\mathscr{P}$, they can be represented with the SDP and rank constraints. Note that non-convex matrix constraints include e.g. orthogonal constraints $XX^T = I$ and projection constraints $PP^T = P$.

To solve rank-constrained SDPs, we can apply the SDP relaxation, or the convex iteration algorithm ([Dattorro, 2016]), which we modified to find a better low-rank solution than the SDP relaxation.

OPPs are a well-known subclass of PPs with $\mathscr{P} = \{X \mid XX^T = I_m\}$ representing orthogonal transformations. If $det(X) = 1$ then the orthogonal matrix denotes data rotation.

For the *balanced* OPP ($m = n$, $B = I$, $W = \mathbf{1}\mathbf{1}^T$), an optimal solution can be obtained via SVD decompositon. More interesting cases arise, if $m \neq n$ (*unbalanced* OPPs), if B is a general matrix (*weighted* PPs), or if $W \neq \mathbf{1}\mathbf{1}^T$ (PPs with *unspecified targets*). All these cases are covered by the SDP approach.

*terezia.fulova@fmph.uniba.sk
†trnovska@fmph.uniba.sk

To demonstrate the performance of the SDP approach, consider an illustrative example from [Gower and Dijksterhuis, 2004]. Given datasets A, $C \in \mathscr{R}^{20\times 2}$ denoting locations from an ancient map and a modern map respectively, the task is to evaluate the accuracy of the ancient map by transforming its locations such that they fit the modern map.

We applied the SDP approach to solving (1) for finding an orthogonal transformation (rotation). Afterwards we computed the scaling factor and translation to minimize deviations. Results are displayed in Figure 1.

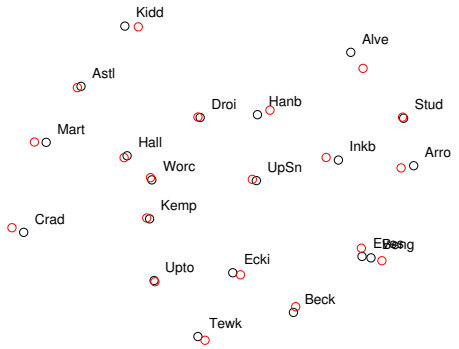


Figure 1: Transformed data from the ancient map (red) fitting data from the modern map (black).

The SDP relaxation succeeded in finding optimal solutions for balanced OPPs, and can be improved by the modified convex iteration algorithm. Furthermore, we validated these results for generated OPPs of different types, and it has shown that it works even for more complicated cases. To conclude, the SDP approach gives satisfactory results for OPPs and may be applied to a wider class of PPs of the form (1).

References

[Dattorro, 2016] Dattorro, J. (2016). Strong forms of non-singularity. *2nd edition, Meboo Publ.USA, Stanford University*.

[Gower and Dijksterhuis, 2004] Gower, J. C. and Dijksterhuis, G. B. (2004). Procrustes problems. *Oxford University Press*.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 307
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Alex Babiš, Beata Stehlíková

Vyhodnocovanie výkonností vybraných modelov z triedy GARCH procesov pri predikovaní Value-at-risk

Alex Babiš[1*] Beáta Stehlíková[1†‡]

[1]Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Value-at-risk predstavuje finančnú mieru rizika spojenú s ekonomickými stratami na finančných trhoch. Ak r_t predstavuje logaritmický výnos v čase t, potom Value-at-Risk definujeme ako $VaR_\alpha = inf\big(x|P(r_t > x) \geq (1-\alpha)\big)$. Podhodnotenie môže viesť k tomu, že na prípadné straty nemusíme byť kapitálovo pripravení. Naopak nadhodnotenie pre nás znamená, že držíme väčší objem kapitálu, pričom sa pripravujeme o možnosť jeho investovania.

Finančné dáta sa vyznačujú obdobiami nekonštantnej disperzie, preto sú častým nástrojom na modelovanie modely z triedy GARCH procesov [Teräsvirta, 2009]. Základným rozdelením je normálne rozdelenie. Na modelovanie ťažkých chvostov sme použili Studentovo t rozdelenie. Zvyšné zvolené rozdelenia sú šikmé normálne rozdelenie, ktoré nám dovolí modelovať asymetriu v rozdelení výnosov a šikmé Studentovo t rozdelenie, ktoré nám zasa umožní modelovať súčasne ťažké chvosty aj asymetriu. V prípade GARCH procesov sme, okrem základného GARCH procesu, vybrali IGARCH a FIGARCH proces, ktoré dokážu zohľadniť perzistenciu volatility a 3 modely, ktoré sú schopné zachytávať rôzny vplyv pozitívnych a negatívnych šokov, menovite EGARCH, T-GARCH a GJR-GARCH. Skupinu vybraných GARCH procesov uzatvára CS-GARCH, ktorý nám dovoľuje rozdielne modelovať krátkodobé a dlhodobé zmeny v dynamike volatility. Výsledné modely sú teda kombináciou niektorého zo 4 rozdelení výnosov a niektorej zo 7 špecifikácií dynamiky volatility daných konkrétnym GARCH procesom.

Backtesting Value-at-risk je súbor postupov, ktorý kvantifikuje adekvátnosť metód využitím historických údajov [Zhang and Nadarajah, 2018]. Kupiecov test porovnáva hladinu spoľahlivosti s pozorovanou frekvenciou prekročení. Test nezávislosti testuje nezávislosť prekročení. Dynamický kvantilový test tiež overuje nezávislosť prekročení, ale uvažuje hlbšiu minulosť. Christoffersenov test testuje frekvenciu prekročení spolu s nezávislosťou.

Pracujeme s dátami o 46 európskych akciách v období 2018 – 2021, ktoré tvoria európsky EURO STOXX 50 index. Pri odhadovaní parametrov a predikovaní Value-at-risk na budúci deň postupujeme pomocou metódy posuvného okna s dĺžkou 504 dní.

Už pri malom počte dát neočakávame, že by sme našli podmnožinu modelov, ktoré by boli lepšie ako ostatné vzhľadom na všetky kritéria a všetky dáta. Vhodná agregácia parciálnych výsledkov získaných pre každé kritérium môže viesť k výraznému zjednodušeniu. Agregované kritériá následne môžu byť použité ako vstupy do metód špecificky navrhnutých na vytvorenie finálnej skupiny – v istom zmysle – najlepších modelov.

Literatúra

[Teräsvirta, 2009] Teräsvirta, T. (2009). An introduction to univariate GARCH models. In *Handbook of financial time series,* pages 17–42, Springer, Berlin, Heidelberg.

[Zhang and Nadarajah, 2018] Zhang, Y. and Nadarajah, S. (2018). A review of backtesting for value at risk. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, *47:*3616–3639.

* alexbabis96@gmail.com
† stehlikova@fmph.uniba.sk
‡ Školiteľ

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 308
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Erika Lettrichová

Stochastické modelovanie špecifických mier plodnosti

Erika Lettrichová*

Školiteľ: Gábor Szűcs†

Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstrakt: Práca sa zaoberá modelovaním špecifickej miery plodnosti v slovenskej populácii. Cieľom práce bolo nájsť pre sledovanú populáciu najvhodnejší stochastický model. Efektívnosť modelov sme posudzovali pomocou upraveného Bayesovho informačného kritéria (ozn. BIC), kým ich kvalitu sme vyhodnocovali na základe charakteristík odhadnutých rezíduí.

Kľúčové slová: stochastické modely, špecifická miera plodnosti, Leeho model.

1 Stochastické modely

Špecifická miera plodnosti je relatívny analytický demografický ukazovateľ, ktorý udáva počet živonarodených detí ženám v určitom veku k strednému stavu žien v tom istom veku.

1.1 Spôsob tvorby modelov

Pri modelovaní špecifickej miery plodnosti sme vyskúšali 8 rôznych modelov. Prvý model, ktorý sme označili ako **M1A** bol základný Leeho model, ktorý bol predstavený v článku [Lee, 1992]. Postupným pridávaním časových, vekových a kohortných parametrov sme sa tento model snažili vylepšiť, a tak získať model, ktorý čo najpresnejšie popisoval zvolené populácie.

1.2 Odhadovanie parametrov

Vo veľkej časti práce sme sa zaoberali odhadovaním parametrov modelov, preto sme popísali spôsob ich odhadovania. Nech $x \in \chi$ a $t \in \tau$, kde $\chi = \{x_1, x_2, \ldots, x_k\}$, $k \in N$ predstavuje množinu vekov žien a $\tau = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$, $n \in N$ je množina sledovaných kalendárnych rokov. Pre každé x a t sme definovali $\mathrm{FP}(x,t)$, ktoré predstavuje priemernú veľkosť x-ročnej ženskej populácie v roku t. Ďalej sme definovali $\mathrm{LB}(x,t)$, ktoré predstavuje priemerný počet živonarodených detí x-ročným ženám počas kalendárneho roku t. Predpokladali sme, že $\mathrm{LB}(x,t)$, $\forall x \in \chi, t \in \tau$, sa riadi podľa Poissonovho rozdelenia pravdepodobnosti s parametrom $\mathrm{FP}(x,t)\, f(x,t)$, kde $f(x,t)$ predstavuje špecifickú mieru plodnosti vo veku x a v kalendárnom roku t. Množinu parametrov, ktoré sme odhadovali pre každý model, sme označili Φ. Následne sme $f(x,t)$ označili ako $f(x,t;\Phi)$, keďže každý model je závislý od parametrov. Potom za platnosti predpokladu o Poissonovom rozdelení logaritmus funkcie vierohodnosti má tvar:

$$\ell(\Phi;\mathrm{LB},\mathrm{FP}) = \sum_{t\in\tau}\sum_{x\in\chi} (\mathrm{LB}(x,t)\ln[\mathrm{FP}(x,t)f(x,t;\Phi)] - \mathrm{FP}(x,t)f(x,t;\Phi) - \ln[\mathrm{LB}(x,t)!]),$$

kde LB a FP sú matice pozorovaní. Parametre sme odhadovali pomocou stochastickej optimalizácie – maximalizáciou logaritmu funkcie vierohodnosti.

2 Výsledky pre slovenskú populáciu

Vhodnosť modelov pre stochastické modelovanie špecifickej miery plodnosti sme sa rozhodli skúmať na slovenskej populácii. Pre spoľahlivosť výpočtov sme vekový interval zvolili v rozmedzí 18 – 42 rokov. Časové obdobie v rozmedzí rokov 1960 – 2019. Maximálnu mediánovú hodnotu logaritmu funkcie vierohodnosti dosiahol model **M7B**. Pri tomto modeli sme však odhadovali 179 parametrov, čo negatívne ovplyvnilo BIC hodnotu. Na základe veľkosti BIC kritéria nám ako najvhodnejší model pre slovenskú populáciu vyšiel model **M6B**. Pre vizuálne posúdenie nezávislosti odhadnutých rezíduí sme použili tzv. tepelné mapy. Ak hypotéza platí a rezíduá sú nezávislé, tepelná mapa by mala mať náhodný vzor, podobný bielemu šumu. Testy, ktoré sme použili na overenie normality odhadnutých rezíduí, boli Jarque-Bera test, Shapirov-Wilkov test a Kolmogorovov-Smirnovov test.

Literatúra

[Lee, 1992] Lee, R. D. (1992). Modeling and forecasting the time series of us fertility: Age distribution, range, and ultimate level. *Journal of the American Statistical Association*, 87:659–671.

*lettrichova11@fmph.uniba.sk
†gabor.szucs@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 309
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Jozef Rajník, Davide Mattiolo, Giuseppe Mazzuoccolo, Gloria Tabarelli

On d-dimensional nowhere-zero r-flows on a graph

Jozef Rajník[1*] Davide Mattiolo[2†] Giuseppe Mazzuoccolo[3‡] Gloria Tabarelli[4§]

[1] Department of Computer Science, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Department of Mathematics, Paderborn University, Germany
[3] Dipartimento di Informatica, Università degli Studi di Verona, Italy
[4] Dipartimento di Matematica, Università di Trento, Italy

A *flow*, or more precisely a Γ-*flow*, on a graph G, which is one of widely-studied notions, is an orientation of the edges of G together with an mapping which assigns to each edge a value from an Abelian Group Γ in such a way that for each vertex, the sum of the incoming values equals to the sum of the outcoming values. One of the most common flow is an *(integer) nowhere-zero k-flow* which is a $\mathbb{Z}$-flow using values from $\{1,2,\ldots,k-1\}$. It can be extended to a *circular nowhere-zero r-flow* which is an $\mathbb{R}$-flow using values from the interval $[1,r-1]$. One of the famous conjectures of graph theory, the Tutte's 5-flow conjecture, claims that every bridgeless graph has a nowhere-zero 5-flow.

In this talk we study a *d-dimensional nowhere-zero r-flow*, or an (r,d)-NZF for short, which is a flow using the vectors of $\mathbb{R}^d$ whose (Euclidean) norm lies in the interval $[1,r-1]$. This is a natural generalization of several notions already considered in the literature like circular nowhere-zero flows (i.e. $d=1$), complex flows or unit vector flows [Thomassen, 2014]. We mainly consider the parameter $\phi_d(G)$, called the *d-dimensional flow number* of a bridgeless graph G, which is the minimum of the real numbers r such that G admits an (r,d)-NZF.

For every bridgeless graph G, by the 6-flow theorem we have $\phi_1(G) \leq 6$ [Seymour, 1981] and in [Thomassen, 2014] it is observed that $\phi_7(G) = 2$. Moreover, if the 5-flow conjecture holds then $\phi_1(G) \leq 5$, while a conjecture by Jain suggests that $\phi_d(G) = 2$, for all $d \geq 3$ [Jain, 2007]. Here, we address the problem of finding a possible upper-bound in the case $d = 2$. The study of the case $d = 2$ naturally follows from the fact that this case is not covered by the aforementioned conjectures. We focus our attention mainly on the cubic graphs, because if every bridgeless cubic graph admits an $(r,2)$-NZF, then also every bridgeless admits an $(r,2)$-NZF.

Using results of Seymour [Seymour, 1981] we show that each bridgeless graph has a $(1+\sqrt{5},2)$-NZF. To obtain a better bound on the 2-dimensional flow number we discuss relations between this problem and some well-known conjectures. We prove that if a cubic graph G has an oriented k-cycle double cover, then $\phi_2(G) = 2$, $\phi_2(G) \leq 1+\sqrt{2}$ or $\phi_2(G) \leq \Phi^2$, if k is equal to 3, 4 or 5, respectively, where $\Phi = (1+\sqrt{5})/2$ denotes the Golden Ratio. Hence if the oriented 5-cycle double cover conjecture holds, then $\phi_2(G) \leq \Phi^2$ for each bridgeless graph G. This also means that each 3-edge-colourable cubic graph admits a $(1+\sqrt{2},2)$-NZF, since it has an oriented 4-cycle double cover. Thus to establish an upper bound on the 2-dimensional flow number the hard case consists of bridgeless cubic graphs with no 3-edge-colouring, also called *snarks*.

Finally, we propose a geometric method of describing an $(r,2)$-NZF of a cubic graph in a compact way and applying it in some instances. Besides others, we provide a $(1+\sqrt{7/3},2)$-NZF of the Petersen graph – the smallest snark.

Acknowledgments

This work has been supported by the Comenius University Grant for Young Researchers UK/402/2021.

References

[Jain, 2007] Jain, K. (2007). Unit vector flows. `http://garden.irmacs.sfu.ca/op/unit_vector_flows`. Reference posted by M. DeVos on March 7th, 2007. Accessed on April 13, 2022.

[Seymour, 1981] Seymour, P. (1981). Nowhere-zero 6-flows. *J. Combin. Theory Ser. B*, 30:130–135.

[Thomassen, 2014] Thomassen, C. (2014). Group flow, complex flow, unit vector flow, and the (2 + ε)-flow conjecture. *J. Comb. Theory B*, 108:81–91.

*`rajnik@dcs.fmph.uniba.sk`
†`davide.mattiolo@univr.it`
‡`giuseppe.mazzuoccolo@univr.it`
§`gloria.tabarelli@univr.it`

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 310
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Petra Macková

Anisotropic singularities of solutions of the fast diffusion equation

Petra Macková[1*] Marek Fila[1†‡]

[1] Department of Applied Mathematics and Statistics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

The aim of this project is to study a class of positive singular solutions of the fast diffusion equation

$$u_t = \Delta u^m, \qquad x \in \mathbb{R}^n \setminus \{\xi(t)\}, \quad t > 0, \tag{1}$$

with an initial condition

$$u(x,0) = u_0(x), \qquad x \in \mathbb{R}^n \setminus \{\xi(0)\}. \tag{2}$$

We assume that $n \geq 2$, $m \in (0,1)$, and $\xi : [0,\infty) \to \mathbb{R}^n$ is a given function with suitable properties. Moreover, $u(x,t) \to \infty$ as $x \to \xi(t)$ for all $t \geq 0$.

Let $S^{n-1} := \{x \in \mathbb{R}^n : |x| = 1\}$ denote the unit $(n-1)$-sphere and set $r := |x - \xi(t)|$, and $\omega := (x - \xi(t))/|x - \xi(t)|$ for all $t \geq 0$. Let $\lambda > 0$ and $\alpha \in C^{2,1}(S^{n-1} \times [0,\infty))$ be positive.

We study positive solutions with the persistent singular behavior of the form

$$u(x,t) = \alpha(\omega,t) r^{-\lambda} + o(r^{-\lambda}) \quad \text{as} \quad r \to 0, \tag{3}$$

for $\omega \in S^{n-1}$ and $t \geq 0$. We say that if $\alpha(\omega,t)$ depends on the space variable ω, the corresponding solution u has an anisotropic singularity, otherwise it is asymptotically radially symmetric.

Let u be given by (3) and assume that $\xi(t) \equiv \xi_0$, i.e. the singularity is standing. Formally, we compute

$$\begin{aligned} u_t &= \alpha_t r^{-\lambda} + o(r^{-\lambda}), \\ \Delta u^m &= \big(\Delta_\omega \alpha^m - m\lambda(n-2-m\lambda)\alpha^m\big) r^{-m\lambda-2} \\ &\quad + o(r^{-m\lambda-2}), \end{aligned} \tag{4}$$

where Δ_ω denotes the Laplace-Beltrami operator on S^{n-1}. The leading term is different in each of the three cases: $\lambda > m\lambda + 2$, $\lambda < m\lambda + 2$, $\lambda = m\lambda + 2$.

Here, we focus on the case $\xi(t) \equiv \xi_0$ and $\lambda > m\lambda + 2$, equivalently $\lambda > 2/(1-m)$. The leading term in (4) is u_t, hence, we set $\alpha = \alpha(\omega)$. For such ξ, λ, and α, in [Fila et al., 2022] we construct new types of solutions which satisfy (1)-(2) pointwise and have an anisotropic singular behavior of the form (3). Depending on parameters, either these solutions solve the original equation in the distributional sense, i.e.

$$u_t = \Delta u^m \quad \text{in} \quad \mathscr{D}'(\mathbb{R}^n \times (0,\infty)), \tag{5}$$

or they are not locally integrable in space-time. The first case occurs if $\lambda < n$, $0 < m < m_c := (n-2)/n$, and $n \geq 3$, the latter if $\lambda \geq n$.

In the critical case $\lambda = 2/(1-m)$ for $\xi(t) \equiv \xi_0$, the terms u_t and Δu^m are balanced. This leads us to an initial value problem

$$\alpha_t(\omega,t) = \Delta_\omega \alpha^m(\omega,t) + A\alpha^m(\omega,t), \tag{6}$$

$$\alpha(\omega,0) = \alpha_0(\omega) > 0, \tag{7}$$

where $\omega \in S^{n-1}, 0 < t < T$, $T \in (0,\infty]$, and $A = 2mn(m-m_c)/(1-m)^2$. By proving the existence of a positive classical solution α of (6)-(7) for some $T > 0$, we obtain a positive classical solution of (1)-(2) of the form $u(x,t) = \alpha(\omega,t)|x - \xi(t)|^{-\lambda}$, where $x \in \mathbb{R}^n \setminus \{\xi(t)\}$ and $0 < t < T$. In [Fila et al., 2022], we provide some examples of such solutions, but otherwise leave it as an open problem.

If $\lambda < m\lambda + 2$, then the leading term in (4) is Δu^m and further analysis shows that parameters satisfy $\lambda = (n-2)/m$, $m > m_c$, and $n \geq 3$. Moreover, $\alpha = \alpha(t)$. The existence of the corresponding asymptotically radially symmetric solutions for $m > m_* := (n-2)/(n-1)$ and $\xi(t) \not\equiv \xi_0$ was established in [Fila et al., 2019]. In [Fila et al., 2022], we explained that if $\xi(t) \equiv \xi_0$, the proof of the existence theorem in [Fila et al., 2019] is valid also for $m_c < m \leq m_*$, and we extended the qualitative analysis of these solutions.

Acknowledgments

This work was supported by VEGA grant 1/0339/21 and by Comenius University grant UK/111/2021.

References

[Fila et al., 2022] Fila, M., Macková, P., Takahashi, J., and Yanagida, E. (2022). Anisotropic and isotropic persistent singularities of solutions of the fast diffusion equation. *arXiv preprint arXiv:2111.08068 [math.AP]*.

[Fila et al., 2019] Fila, M., Takahashi, J., and Yanagida, E. (2019). Solutions with moving singularities for equations of porous medium type. *Nonlinear Analysis*, 179:237–253.

*petra.mackova@fmph.uniba.sk
†fila@fmph.uniba.sk
‡Supervisor

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 311–319
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Róbert Belanec

Controlling image synthesis by finding feature representations in latent space of generative model

Róbert Belanec[1*] Peter Lacko[1†‡]

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: In our work, we present a method of controlled realistic image generation to generate facial composites from a known set of features, similar to a police draftsman. For this purpose, we have used a pre-trained StyleGAN2 [Karras et al., 2020b] generator to generate realistic images and a convolutional neural network classifier to label the facial characteristics in generated images. To find the correct facial characteristic in the latent space of StyleGAN2, we have used a linear regression algorithm, assuming a linear relationship between StyleGAN2 input noise vectors and the predicted facial features of the convolutional neural network classifier. After finding the feature-modifying vector for multiple facial characteristics, we were able to modify the generator output successfully (e.g. adding eyeglasses or age). In some generated and modified images, the desired facial features did not manifest. This probability of not getting an image with the desired set of attributes can be minimized by generating more images and choosing the image most similar to the desired image. We have created an implementation of a controllable generation method that is capable of controlling the StyleGAN2 generator based on a set of features. Based on the evaluation, we think that our implementation is a step towards automated police facial composites.

Keywords: generative models, controlled image synthesis, latent feature extraction

1 Introduction

People often use drawing or painting as a method of information representation. Looking back, we can see that our predecessors often used drawing as a communication method. We can also assume that face recognition using our eyes is one of the abilities that we have used from the time of our ancient predecessors, as we are more familiar with recognizing faces when we see them drawn or painted. Today, we can use a variety of drawing software to express our thoughts or to capture and store visual information, so we can recall it later or share it with other people. Good examples of passing drawn information are police facial composites. A person describes another person to the police draftsman and the police draftsman draws the facial composite.

In the past decade, we have witnessed a significant advancement in generative models mainly because of the invention of Generative Adversarial Networks (GANs)[Goodfellow et al., 2014]. The task of this generative model is to learn the mapping from a certain latent (hidden) space to a meaningful image space based on a given image distribution.

Most common GAN model architectures use two neural networks, called a generator and a discriminator. The task of the generator is to generate an image that is unrecognizable (we cannot tell if it was generated by a generator or it is a real picture from the dataset). The discriminator has the task of determining whether the image was generated by the generator by comparing it with the real image from the dataset. Both the generator and the discriminator are performing unsupervised learning, where the generator is trying to fool the discriminator, and the discriminator is trying to outsmart the generator. As stated in [Goodfellow et al., 2014] by playing this adversarial min-max game, the generator learns how to produce realistic images from random noise vector.

The primary GAN architecture has gone through a series of improvements and in the year of writing this paper, we can see GANs that are able to generate images almost indistinguishable from camera shot images. Among current image generating, state-of-the-art models, which are based on GAN architecture are StyleGAN [Karras et al., 2019, Karras et al., 2020b, Karras et al., 2020b, Karras et al., 2021], StyleSwin [Zhang et al., 2021] and ProjectedGAN [Sauer et al., 2021].

To be able to create images with custom facial characteristics, but still maintain the high fidelity of generated images, we propose a framework based on the StyleGAN2 generator for searching and editing

*belane6@uniba.sk
†peter.lacko@fmph.uniba.sk
‡Supervisor

semantic features of generated images. As the authors mentioned in [Shen et al., 2020], this method can also be combined with the inverse transformation of GAN, to achieve semantic feature editing for real images (not generated by GAN).

2 Related work

Most current state-of-the-art GAN designs focus primarily on increasing the fidelity of generated images [Brock et al., 2018, Karras et al., 2019, Karras et al., 2020b, Karras et al., 2020b, Sauer et al., 2022], rather than controlling the output. In the paper [Karras et al., 2021] the authors of StyleGAN improved their StyleGAN2 architecture, introducing StyleGAN3. GAN architectures have also been used for other applications, such as image editing or video generation [Zhu et al., 2020, Cheng et al., 2020, Chu et al., 2020].

Our goal is to control the output generated by the GAN generator, therefore we need to know the properties of their latent space or we need to include information about the classes of each image while training GAN [Tanjim et al., 2022, Zhang et al., 2018]. In our work, we focus primarily on controlling the output after the training without including the information about classes, because it is faster and less resource-demanding for high-fidelity images.

The latent space of generative models is often treated as a Riemannian manifold [Arvanitidis et al., 2017, Chen et al., 2018, Kuhnel et al., 2018]. Some of the latest works focus mainly on the extraction of features from the latent space by supervised methods or by trying to find a nonlinear relationship between different parts of the latent space and generated outputs [Voynov and Babenko, 2020, Mukherjee et al., 2019, Weder et al., 2021]. Currently, several methods [Bau et al., 2018, Sharma et al., 2012, Shen et al., 2020, Jahanian et al., 2019, Broad et al., 2021] have been found for controlling the generative process, but the principle of image synthesis is still not fully known or understood.

3 Semantic features control

In this section, we present a method that we have designed to control the output of the StyleGAN2 generator by finding a feature-modifying vector in the latent space of the pre-trained StyleGAN2 generator.

As we mentioned in the section 1, the GAN generator generates images from vector Z. Here $Z \subseteq \mathbb{R}^d$ says, that GAN is generating images from d-dimensional space, generated from Gaussian distribution. StyleGAN2 operates with a 512-dimensional space; therefore $d = 512$. We can also represent the generator as a function $g : Z \to X$ that maps the 512-dimensional latent space into a certain image space X, where each sample x has certain semantic features (i.e. eyeglasses, smile, beard). We also have a scoring function $f_s : X \to S$, where $S \subseteq R^m$ represents our semantic feature space with m features. We can therefore determine the score of some semantic feature of vector Z by simply applying $f_s(g(Z))$.

As the authors stated in [Shen et al., 2020] when interpolating two random noise vectors z_1 and z_2 the resulting image synthesis (and its semantic features) changes gradually, forming a direction from z_1 to z_2. The authors also made an assumption that there exists a hyperplane with a unit normal vector $n \in \mathbb{R}^d$ that acts as a separation boundary between two semantic features. We can therefore improve the semantic score $f_s(g(Z))$ by moving the vector Z in the direction of n with $Z_{new} = Z + \alpha n$. Analogically, we can add multiple features with $Z_{new} = Z + A \cdot N$, where $A = [\alpha_1, ..., \alpha_m]$ is a vector of linear coefficients that are equivalent to the strength of each feature and $N = [n_1, ..., n_m]$ is a matrix of boundary features of size m, where m is the number of features. In the following sections, we refer to the vector n as a feature-modifying vector, as it contains information about a semantic feature.

Our method of controlled generation can be divided into the following steps (this principle is shown in figure 1):

1. Finding a latent space distribution by training a generator
2. Training a convolutional neural network classifier with the characteristics that we want to control
3. Classifying samples generated by our generator with our trained classifier
4. Using regression algorithm to regress a feature-modifying vector

This method can be probably applied to any GAN-type generator. If we have a pre-trained generator and

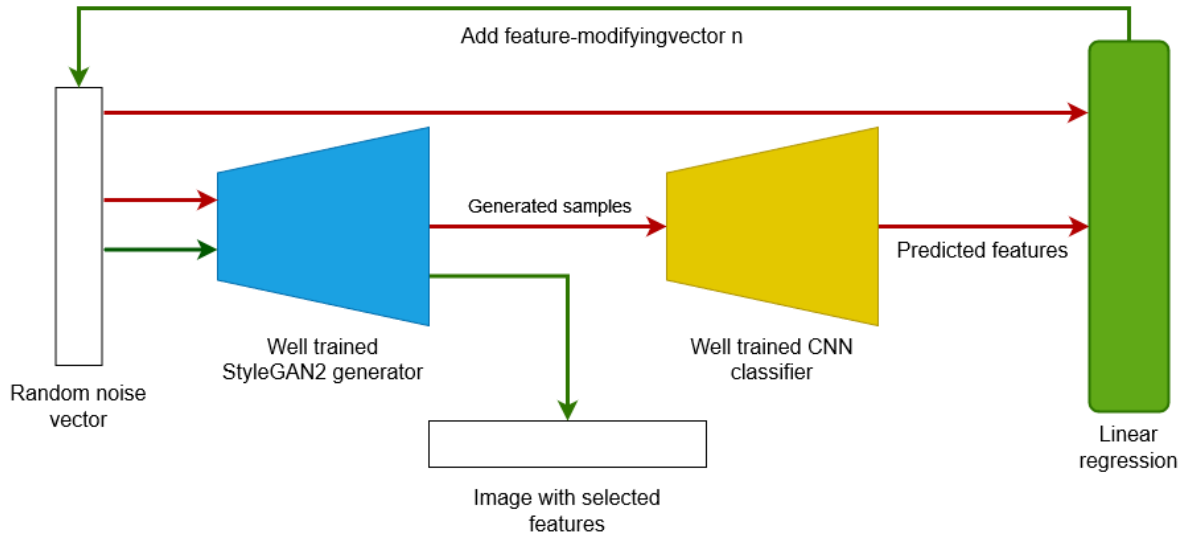


Figure 1: The flowchart represents our method of controlling the StyleGAN2 generator. The red line is representing the flow before the random noise vector is modified, the green line is presenting the flow after the random noise vector is modified with regressed feature-modifying vector n

a pre-trained convolutional neural network classifier, steps 1. and 2. can be skipped.

The first part of finding a feature-modifying vector will be a trained model StyleGAN2, which we are going to use to transform vector Z to a human face image, which is explained in the next section.

3.1 StyleGAN2 generator

To generate high-quality image samples, we have used pre-trained weights for a state-of-the-art generator from StyleGAN2[1] model. These weights were provided by Nvidia Labs and were trained on FFHQ[2] dataset to get images with 1024x1024 resolution. As an input, the StyleGAN2 generator takes a vector of 512 random real numbers.

An important step while generating images is to save random noise vectors along with the generated images, in order that we know which image is generated from which random noise vector. It will be crucial later in subsection 3.3. We managed to generate 256 000 image samples to classify in the next part.

[1]https://github.com/NVlabs/stylegan2
[2]https://github.com/NVlabs/ffhq-dataset

Figure 2: Samples generated by StyleGAN2 with config-f-ffhq pre-trained configuration.

3.2 Image classification

The second part of our approach is to label the generated images to generate pairs (Z,Y) where Z is a set of n random noise vectors and Y is a set of n labels. Each label can have k values, depending on the count of characteristics that we have selected to predict. In our first attempt, we managed to predict whether a person in the generated image is wearing eyeglasses using a convolutional neural network (CNN) classifier [LeCun et al., 1989].

We have trained our models on CelebA dataset [Liu et al., 2015], which contains 202,599 face images of 178x218 resolution and with 40 binary attribute annotations per image. To classify the im-

ages generated from StyleGAN2, we needed to resize them from 1024x1024 resolution to 178x218.

To predict facial characteristics for the generated images, we have used the InceptionV3 [Szegedy et al., 2016] base model, partially trained on the Imagenet dataset [Russakovsky et al., 2015]. Since the InceptionV3 model is larger, we will disable learning for the first 52 layers. After that, we have added the global average pooling layer, a dense layer with 1024 neurons and ReLU activation function, a dropout (0.5) layer, a dense layer with 512 neurons and ReLU activation function, and as an output, a dense layer with 1 neuron and sigmoid activation function. While training, we used the Adam optimizer and the binary cross-entropy loss function.

Our next attempt at image classification was to train a multi-label classifier on five different attributes from the CelebA dataset (Eyeglasses, Smiling, Male, No_Beard, and Young). For this purpose, we have used the InceptionV3 architecture again, but on top, we have added only the global-average-pooling layer and output dense layers of 5 neurons with a sigmoid activation function. For training, we have used the Adam optimizer with a learning rate of 0.0001. Compared to previous classifier models, we did not disable learning for any of the InceptionV3 layers. A summarized test result comparison of trained models can be seen in table 1.

3.3 Feature-modifying vector regression

The last step of finding a feature-modifying vector to modify the output of StyleGAN2 is finding a relationship between the input random noise vectors Z and predicted features Y. In this part, it is crucial for regression algorithms to have both random noise vectors and labels sorted in a way that y_i is a label of an image generated from vector z_i. This method of using linear regression is similar to the one used in the article[GUAN, 2018] about TL-GAN[3].

Our first attempt was to fit a linear regression on Z and Y, therefore finding a linear relationship. For input vectors $Z = z_1, z_2, ..., z_n$ and feature labels vector $Y = y_1, y_2, ..., y_n$ found relationship could be represented by a mathematical function with model of form $Y = X\beta + \varepsilon$. Where β is a dimensional parameter vector that contains a coefficient for each dimension and ε is an error. Fitting the linear regression model, therefore, means estimating the regression coefficients β, such that error $\varepsilon = Y - X\beta$ is minimized. After fitting the regression, we have extracted transposed β from regression, which is the representation of our feature-modifying vector.

As experimentation, our second attempt was to fit a linear regression on Z and $arctanh(Y)$, to see whether we achieve a better result when transforming the labels to the inverse hyperbolic tangent and we proceeded in the same steps as in the previous paragraph.

Before we modify the input vector Z, we normalize the feature-modifying vector, so we can rescale the feature-modifying vector without changing its direction. After finding and normalizing the feature-modifying vector we modified random noise vectors Z like $Z_{new} = Z + \beta n$, where n is a step (from 0 to 1) of adding a feature to the noise vector.

4 Evaluation

In this section, we will present the results of our method to control StyleGAN2 output and evaluate them. We begin with simple methods evaluating controlled generation using a single attribute and end with evaluating controlled generation with 5 different attributes using combinations of 1 to 3 different attributes.

4.1 User experiment

To evaluate more difficult attributes like age, gender, or smile, we have decided to conduct a small user experiment consisting of a single questionnaire. This questionnaire contained 3 sections of images. The first section contained 18 generated images with a single characteristic (eyeglasses), the second section contained 18 generated images with two characteristics (male, beard), and the third section contained 18 generated images with added three characteristics (female, smile, young). The first half of these generated images was generated by adding vector n fitted by linear regression without transforming the features predicted by the classifier (Linear), the second half was generated by adding vector n fitted by linear regression with transforming the features predicted by the classifier using the arctanh function (Arctanh). An example of adding three features to the person on the image using the arctanh method can be seen in figure 3.

[3] https://github.com/SummitKwan/transparent_latent_gan

	InceptionV3 (single attribute)	InceptionV3 (five attributes)
Accuracy (test)	99.63%	75.90%
F1 (test)	0.972	0.948

Table 1: Test result comparison of trained models

Figure 3: Example of adding three attributes - female, smiling, and young. feature-modifying vector n was regressed transforming labels from classifier using the arctanh function. On the left is an image generated from the input noise vector without added regressed feature-modifying vector n, on the right is an image with added regressed feature-modifying vector n.

On each page of our questionnaire is a single image with 1-3 questions (first category - 1 question, second category - 2 questions, third category - 3 questions). Adding three characteristics simultaneously, Questions are asking the respondents to determine whether the image is containing characteristics that were added to the input noise vectors. We have also added images from CelebA dataset to validate the reliability of respondents (every 10th image). For our questionnaire, we have chosen the Google Forms application.

4.2 Evaluation hypothesis

To properly specify our hypothesis, we first need to specify when we can accept whether a person on the image has a characteristic. Therefore we are going to say that a person on the image has a characteristic only if 80% of respondents selected this characteristic. If the most common answer is below 80% of the total answers, we will ignore that answer for that image.

Now we are able to say that, we were successful in controlling the StyleGAN2 output if 75% of generated images contained all of the desired characteristics. In other words, if more than 2 of 9 images are generated with wrong features, we are able to say that we were not able to control StyleGAN2 generation using the corresponding method.

4.3 Evaluation questionnaire results

At the time of writing this section, our questionnaire was answered by 107 respondents. To evaluate if we were successful in controlling StyleGAN2 image generation, we have to count images with desired features and divide it by the total number of images.

Before we did the counting, we had to remove the answers for the image characteristic where the most common answer was below 80% of the total answers for a characteristic of an image. This problem did not occur with eyeglasses characteristic because it is easy for a human to see if a person has eyeglasses, but it occurred with features like gender or age because everyone has different perceptions of these concepts. An answer example with the most common answer below 80% of the total answers can be seen in figure 4. After removing cases with the most common answer below 80%, we counted the successful images (images that contained the desired characteristic) per each characteristic at first. This comparison can be seen in table 2. To have even concrete validation, we can accept the answer only if each desired attribute is recognized by the respondent. For this purpose, we lower our acceptance of a single feature answer, therefore accepting the most common answer even if it is below 80%. Tables with compared results can be seen in table 3.

Overall our results from the questionnaire in controlled StyleGAN2 image generation were over our expectations. They mirror not only the success rate of adding a single attribute but also multiple attributes simultaneously. In our opinion, our evaluation results are good, but there is also a space for improvements.

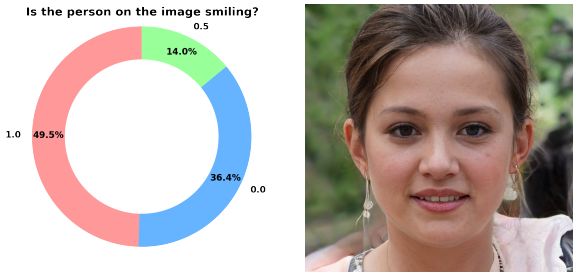


Figure 4: Pie chart of answers from our questionnaire corresponding to the image on the right. Value 1.0 means that the respondent thinks, that person on the image is smiling, value 0.5 means that the respondent is unsure whether the person on the image is smiling, and value 0.0 means that the respondent thinks that the person on the image is not smiling.

	Eyeglasses
Linear	55.56%
Arctanh	66.67%

	Male	Beard
Linear	100.0%	50.0%
Arctanh	100.0%	100.0%

	Smile	Female	Young
Linear	100.0%	100.0%	100.0%
Arctanh	100.0%	100.0%	100.0%

Table 2: Success ratio (images contained desired set of features to the total number of images with the most common answer over 80%). Comparison of Linear (not transformed generated images labels) and Arctanh (transformed generated imaged labels using the arctanh function) methods for attributes Eyeglasses (top left table), Male and Beard (top right table) and Smile, Female and Young attributes.

	Eyeglasses
Linear	55.56%
Arctanh	66.67%

	Male and Beard
Linear	55.56%
Arctanh	88.89%

	Smile, Female and Young
Linear	100.0%
Arctanh	100.0%

Table 3: Success ratio (images contained desired set of features to the total number of images). Comparison of Linear (not transformed generated images labels) and Arctanh (transformed generated imaged labels using the arctanh function) methods for attributes Eyeglasses (top left table), Male and Beard (top right table) and Smile, Female and Young attributes.

5 Conclusion

In our paper, we present an approach to the controlled generation of realistic human faces using a StyleGAN2 generator. This approach consists of generating StyleGAN2 images, labeling them with a convolutional neural network classifier, and using linear regression to regress the feature-modifying vector n for each corresponding feature. In other words, we are finding a linear relationship between random noise vectors and the labels of images generated from these random noise vectors. After regressing the feature-modifying vector n to change the generated output, we have added a regressed feature-modifying vector n to random noise vectors.

To evaluate our approach we have conducted a user experiment which consisted of a questionnaire, that asked respondents to label images with a set of features. This experiment helped us to see if we were able to generate images with a fixed set of features. We measured the success ratio of controlling generated images (how many images have the desired set of features) for the two methods Linear (not transformed generated images labels) and Arctanh (transformed generated imaged labels using the arctanh function) methods for attributes Eyeglasses (top left table).

From the section 4.3, we can see that, as we added more features that correlate with each other, we achieved better results. We assume that by adding more correlating features to the image, we manage to move input noise vector even more to the imagined desired area in StyleGAN2 latent space.

In some generated and modified images, the desired features did not manifest (around 34% while adding a single attribute). This probability of not getting an image with the desired set of features can be minimized by generating more images and choosing the most resembling the desired image.

Controlling a single feature (eyeglasses), we did not meet the requirements of our hypothesis from subsection 4.2, but we can at least see that the Arctanh method was more successful. Controlling the two features (Male and Beard), we managed to meet the requirements only for the Artanh method. While controlling the three features, we succeeded in both methods on each generated image.

To show how adding a single feature is affecting the generated result, we created a transition of images for each feature that can be seen in figure 5. In the

images can be also seen a slight feature entanglement, mostly at the No_Beard feature. We can see that the No_Beard feature is slightly changing the gender of the person on the image.

We have created an implementation of a method for controllable generation, which is capable of controlling the StyleGAN2 generator based on a set of features. Based on the section 4, we have shown that our implementation can be used to generate police facial composites in real-time. Of course, there are still many parts to be worked on.

6 Future work

Our first main task in the near future will be replacing linear regression with an algorithm, that can estimate nonlinear relationships, to see if the results of controlling will improve.

Our second main task to focus on in the near future will be to train a classifier that will be able to accurately predict all of the 40 features contained in CelebA dataset, so we can provide more features to generate from. To minimize the impact of an inaccurate classifier, we can only choose the images with the highest accuracy as the authors did in [Shen et al., 2020].

We would also like to explore different methods of finding feature directions in StyleGAN2 latent space, for example, using PCA that the authors introduced in the paper [Härkönen et al., 2020]. Another good approach to try would be to search the latent space using greedy algorithms like hill climbing. We are also thinking about mapping the 512-dimensional StyleGAN2 latent space using a self-organizing map (SOM) [Kohonen, 1990].

References

[Arvanitidis et al., 2017] Arvanitidis, G., Hansen, L. K., and Hauberg, S. (2017). Latent space oddity: on the curvature of deep generative models. *arXiv preprint arXiv:1710.11379*.

[Bau et al., 2018] Bau, D., Zhu, J.-Y., Strobelt, H., Zhou, B., Tenenbaum, J. B., Freeman, W. T., and Torralba, A. (2018). Gan dissection: Visualizing and understanding generative adversarial networks. *arXiv preprint arXiv:1811.10597*.

[Broad et al., 2021] Broad, T., Leymarie, F. F., and Grierson, M. (2021). Network bending: Expressive manipulation of deep generative models. In *International Conference on Computational Intelligence in Music, Sound, Art and Design (Part of EvoStar)*, pages 20–36. Springer.

[Brock et al., 2018] Brock, A., Donahue, J., and Simonyan, K. (2018). Large scale gan training for high fidelity natural image synthesis. *arXiv preprint arXiv:1809.11096*.

[Chen et al., 2018] Chen, N., Klushyn, A., Kurle, R., Jiang, X., Bayer, J., and Smagt, P. (2018). Metrics for deep generative models. In *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, pages 1540–1550. PMLR.

[Cheng et al., 2020] Cheng, Y., Gan, Z., Li, Y., Liu, J., and Gao, J. (2020). Sequential attention gan for interactive image editing. In *Proceedings of the 28th ACM International Conference on Multimedia*, pages 4383–4391.

[Chollet, 2017] Chollet, F. (2017). Xception: Deep learning with depthwise separable convolutions. In *2017 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, pages 1800–1807.

[Chu et al., 2020] Chu, M., Xie, Y., Mayer, J., Leal-Taixé, L., and Thuerey, N. (2020). Learning temporal coherence via self-supervision for gan-based video generation. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 39(4):75–1.

[Dowson and Landau, 1982] Dowson, D. and Landau, B. (1982). The fréchet distance between multivariate normal distributions. *Journal of Multivariate Analysis*, 12(3):450–455.

[Goodfellow et al., 2014] Goodfellow, I., Pouget-Abadie, J., Mirza, M., Xu, B., Warde-Farley, D., Ozair, S., Courville, A., and Bengio, Y. (2014). Generative adversarial nets. *Advances in neural information processing systems*, 27.

[GUAN, 2018] GUAN, S. (2018). Generating custom photo-realistic faces using ai. https://blog.insightdatascience.com/generating-custom-photo-realistic-faces-using-ai-d170b1b59255.

[Härkönen et al., 2020] Härkönen, E., Hertzmann, A., Lehtinen, J., and Paris, S. (2020). Ganspace: Discovering interpretable gan controls.

[Jahanian et al., 2019] Jahanian, A., Chai, L., and Isola, P. (2019). On the" steerability" of generative adversarial networks. *arXiv preprint arXiv:1907.07171*.

[Karras et al., 2020a] Karras, T., Aittala, M., Hellsten, J., Laine, S., Lehtinen, J., and Aila, T. (2020a). Training generative adversarial networks with limited data. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 33:12104–12114.

[Karras et al., 2021] Karras, T., Aittala, M., Laine, S., Härkönen, E., Hellsten, J., Lehtinen, J., and Aila, T. (2021). Alias-free generative adversarial networks. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 34.

[Karras et al., 2019] Karras, T., Laine, S., and Aila, T.

(2019). A style-based generator architecture for generative adversarial networks.

[Karras et al., 2020b] Karras, T., Laine, S., Aittala, M., Hellsten, J., Lehtinen, J., and Aila, T. (2020b). Analyzing and improving the image quality of stylegan.

[Kohonen, 1990] Kohonen, T. (1990). The self-organizing map. *Proceedings of the IEEE*, 78(9):1464–1480.

[Kuhnel et al., 2018] Kuhnel, L., Fletcher, T., Joshi, S., and Sommer, S. (2018). Latent space non-linear statistics. *arXiv preprint arXiv:1805.07632*.

[LeCun et al., 1989] LeCun, Y., Boser, B., Denker, J. S., Henderson, D., Howard, R. E., Hubbard, W., and Jackel, L. D. (1989). Backpropagation applied to handwritten zip code recognition. *Neural Computation*, 1(4):541–551.

[Liu et al., 2015] Liu, Z., Luo, P., Wang, X., and Tang, X. (2015). Deep learning face attributes in the wild. In *Proceedings of International Conference on Computer Vision (ICCV)*.

[Mukherjee et al., 2019] Mukherjee, S., Asnani, H., Lin, E., and Kannan, S. (2019). Clustergan: Latent space clustering in generative adversarial networks. In *Proceedings of the AAAI conference on artificial intelligence*, volume 33, pages 4610–4617.

[Russakovsky et al., 2015] Russakovsky, O., Deng, J., Su, H., Krause, J., Satheesh, S., Ma, S., Huang, Z., Karpathy, A., Khosla, A., Bernstein, M., Berg, A. C., and Fei-Fei, L. (2015). ImageNet Large Scale Visual Recognition Challenge. *International Journal of Computer Vision (IJCV)*, 115(3):211–252.

[Sauer et al., 2021] Sauer, A., Chitta, K., Müller, J., and Geiger, A. (2021). Projected gans converge faster. *Advances in Neural Information Processing Systems*, 34.

[Sauer et al., 2022] Sauer, A., Schwarz, K., and Geiger, A. (2022). Stylegan-xl: Scaling stylegan to large diverse datasets. *arXiv preprint arXiv:2202.00273*.

[Sharma et al., 2012] Sharma, A., Kumar, A., Daume, H., and Jacobs, D. W. (2012). Generalized multiview analysis: A discriminative latent space. In *2012 IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pages 2160–2167. IEEE.

[Shen et al., 2020] Shen, Y., Gu, J., Tang, X., and Zhou, B. (2020). Interpreting the latent space of gans for semantic face editing. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 9243–9252.

[Szegedy et al., 2016] Szegedy, C., Vanhoucke, V., Ioffe, S., Shlens, J., and Wojna, Z. (2016). Rethinking the inception architecture for computer vision. In *Proceedings of the IEEE conference on computer vision and pattern recognition*, pages 2818–2826.

[Tanjim et al., 2022] Tanjim, M., Sinha, R., Singh, K. K., Mahadevan, S., Arbour, D., Sinha, M., Cottrell, G. W., et al. (2022). Generating and controlling diversity in image search. In *Proceedings of the IEEE/CVF Winter Conference on Applications of Computer Vision*, pages 411–419.

[Voynov and Babenko, 2020] Voynov, A. and Babenko, A. (2020). Unsupervised discovery of interpretable directions in the gan latent space. In *International conference on machine learning*, pages 9786–9796. PMLR.

[Weder et al., 2021] Weder, S., Schonberger, J. L., Pollefeys, M., and Oswald, M. R. (2021). Neuralfusion: Online depth fusion in latent space. In *Proceedings of the IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 3162–3172.

[Zhang et al., 2021] Zhang, B., Gu, S., Zhang, B., Bao, J., Chen, D., Wen, F., Wang, Y., and Guo, B. (2021). Styleswin: Transformer-based gan for high-resolution image generation. *arXiv preprint arXiv:2112.10762*.

[Zhang et al., 2018] Zhang, H., Xu, T., Li, H., Zhang, S., Wang, X., Huang, X., and Metaxas, D. (2018). Stackgan++: Realistic image synthesis with stacked generative adversarial networks.

[Zhu et al., 2020] Zhu, J., Shen, Y., Zhao, D., and Zhou, B. (2020). In-domain gan inversion for real image editing. In *European conference on computer vision*, pages 592–608. Springer.

Figure 5: Transitions from unmodified image (most left) to the most modified image (most right). Each row represents a different added feature. The step of each added feature is 0.2 (0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1).

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 320
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Dana Škorvánková, Adam Riečický, Martin Madaras

Automatic Estimation of Anthropometric Human Body Measurements

Dana Škorvánková* Adam Riečický† Martin Madaras‡

Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

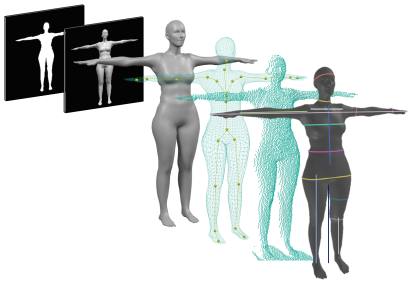


Figure 1: Human data representations included in the generated synthetic dataset.

The anthropometric body measurements estimation is an emerging problem in the context of various applications, such as garment manufacturing, ergonomics, or biometrics. An automated pipeline would prevent us from manual tape measuring of the human body, and bring consistency in body measuring. Aside from natural human error, or inaccuracies caused by manual measuring, there is an ambiguity across various body measuring standards. Most existing approaches employ 2D images as input data [Tejeda and Mayer, 2021]. Also, there are several methods proposing the engagement of 3D body scans [Yan et al., 2020].

In order to sufficiently train a machine learning model, a large amount of human body data annotated with ground truth body measurements is essential. In general, there are no such large-scale benchmark datasets publicly available for research purposes at the moment. To address this problem, we introduce a large-scale synthetic dataset of various body shapes in standard body pose, using parametric human body model, along with corresponding point clouds, grayscale and silhouette images, skeleton data, and 16 annotated body measurements, as illustrated in Figure 1. To obtain the ground-truth measurements, we established a skeleton-guided annotation pipeline, which can easily be extended to compute more complex and task-specific body dimensions.

*dana.skorvankova@fmph.uniba.sk
†riecicky@skeletex.xyz
‡madaras@skeletex.xyz

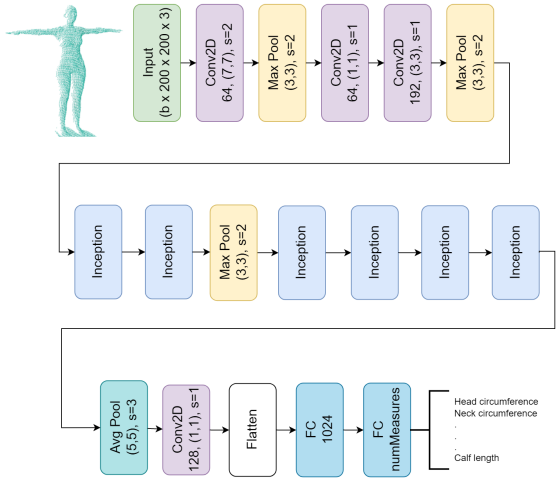


Figure 2: Our network architecture for a grid-structured point cloud input.

In our work, we examine various 2D and 3D input human body data representations, along with their impact on the ability of a neural network to extract accurate values of body measurements on the output. We show the grid-structured point clouds are an effective input data format to use for the task, as they preserve both spatial topology and depth information. For the structured point cloud input, we utilize a GoogLeNet-inspired architecture with dimension reduced inception modules to regress the values for the pre-defined set of body measurements. We evaluate our approach using the generated dataset, and report that our model achieves an average error of 4.5 mm.

References

[Tejeda and Mayer, 2021] Tejeda, Y. G. and Mayer, H. A. (2021). A neural anthropometer learning from body dimensions computed on human 3d meshes. *2021 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)*, pages 1–8.

[Yan et al., 2020] Yan, S., Wirta, J., and Kämäräinen, J.-K. (2020). Anthropometric clothing measurements from 3d body scans. *Machine Vision and Applications*, 31.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 321
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Daniel Kyselica, Jiří Šilha, Roman Ďurikovič

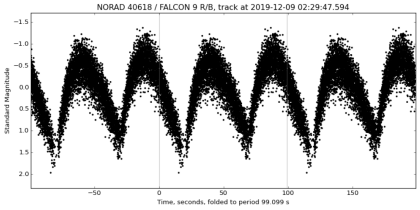
Space objects characterization through light curves

Daniel Kyselica[1]*, Roman Ďurikovič[1]†‡, Jiří Šilha[2]§

[1] Katedra aplikovanej informatiky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra astronómie, fyziky Zeme a meteorológie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

1 Motivation

Space debris population is constantly increasing and its regular monitoring allows to secure safety operation in space for manned and satellites missions. Primary source of training data for our work are publicly available light curves from Mini Mega Tortora (MMT) which is wide-field monitoring system with nine channels for optical observations of the sky. Light curve of an object contains consecutive observation of object's flux in time.



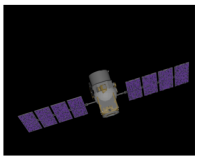
2 CNN

We trained a convolutional neural network based on ResNet architecture to classify light curve from three classes of rocket bodies: Falcon 9, Atlas 5 and Delta 4. Due to insufficient amount of suitable training data network is not able to learn characteristics of all classes.

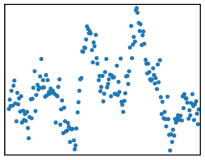
		Predicted labels		
		Falcon 9	Atlas 5	Delta 4
True labels	Falcon 9	147	41	6
	Atlas 5	95	807	7
	Delta 4	13	18	11

3 Synthetic light curves generation

We are presenting system capable of generating synthetic light curve with use of open source modeling and rendering software Blender. Using python API for Blender script was creating modeling movement of Sun, observer, and moving object. Sun and observer realistic movements include Earth's rotation aroundits axis and Sun. Movement of orbiting object around Earth is described by Keplerian elements. Another parameters are axis of object rotation and its period. To create light curve, total intensity is computed for each rendered frame representing flux measurement in time.



Calipso satellite in modeling software Blender. Model obtained from



Synthetic light curve of one rotation period of Calipso satellite.

4 Conclusion

We presented here use of CNN for light curve classification. Moreover principle of creating synthetic data for training purposes using Blender. This approach has its limits. In rendering process errors may occure due tu big differences between size and distance between objects. In future work we will focus on time performance of synthetic data generation for example by using NVISII python library and using real and synthetic data in learning process (transfer learning).

References

[Kerr et al., 2021] Kerr, E., Falco, G., Maric, N., Petit, D., Talon, P., Petersen, E., Dorn, C., Eves, S., Sánchez-Ortiz, N., Gonzalez, R. D., et al. (2021). Light curves for geo object characterisation. In *8th European Conference on Space Debris*.

[Yao and Chang-yin, 2021] Yao, L. and Chang-yin, Z. (2021). The basic shape classification of space debris with light curves. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, 45(2):190–208.

*daniel.kyselica@fmph.uniba.sk
†Roman.Durikovic@fmph.uniba.sk
‡Supervisor
§jiri.silha@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 322
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Martin Čavarga, Andrej Ferko

Shrink-Wrapping of Mesh Surfaces via Lagrangian Evolution

Martin Čavarga* Andrej Ferko

Department of algebra and geometry, FMFI UK

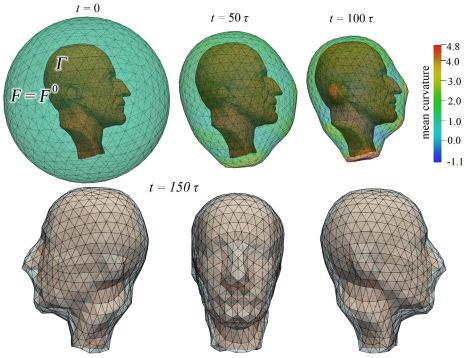


Figure 1: After computing signed distance field (SDF) of the *Bust of Max Planck* mesh Γ with voxel resolution $152 \times 176 \times 161$ an evolution of surface F (with initial condition F^0 as a geodesic icosahedron with subdivision level 3) is run with $N_t = 150$ time steps of length $\tau = 0.01$.

Methods based on diffusion often produce natural-looking shapes. Considering an *obstacle* for such process we simulate objects wrapped by a surface foil. We provide an outline of a shrink-wrapping algorithm of triangular meshes wrapping onto general polygonal meshes, with a sequence of pre-processing steps for computing the distance field.

Let F be a parametrization of an evolving surface in $\mathbb{R}^3$. Our model is based on a non-linear parabolic initial value problem

$$\partial_t F = \epsilon \Delta_{g_F} F + \eta N + v_T \ , \quad F(\cdot, 0) = F^0, \qquad (1)$$

where Δ_{g_F} is the Laplace-Beltrami operator with respect to the current surface metric g_F, N is the outward-pointing unit normal to F, and ϵ, η are control functions for the two main components of evolution in the normal direction [2]:

$$\epsilon(d) := C_1\big(1 - \mathrm{e}^{-d^2/C_2}\big) \ , \quad C_1, C_2 > 0, \qquad (2)$$

$$\eta(d) := Cd\big((-\nabla d \cdot N) - D\sqrt{1 - (\nabla d \cdot N)^2}\big),$$
$$C > 0, \ D \geq 0, \qquad (3)$$

where d is the distance field of input surface $\Gamma \subset \mathbb{R}^3$. v_T represents tangential movement.

The discrete model of surface evolution uses a semi-implicit finite 2-volume scheme of (1), and is therefore subject to stability constraints. Our theoretical contribution is a heuristic based on time step size τ and finite 2-volume measures $\mu(V)$ of an evolving mesh with different levels of recursive 4-to-1 edge subdivision.

Under the simplified assumption with $\epsilon \equiv 1$, $\eta \equiv 0$ we need to scale the evolving surface by factor

$$\phi = \sqrt[3]{\tau/\mu_r(V)}, \qquad (4)$$

where $\mu_r(V)$ is the mean measure of co volumes V of an expected *geodesic icosahedron* F^r with radius $r > 0$ at stopping time $t_s > 0$. Since individual areas of finite volume elements V covering F^r are approximately equal, we put

$$\mu_r(V) = 4\pi r^2 / N_V^s,$$

where

$$N_V^s = \big(N_E^0(4^s - 1) + 3N_V^0\big)/3. \qquad (5)$$

Lagrangian evolution is first tested against ground truth with three numerical experiments for convergence rate, as in [3]. Likewise, model (1) is tested on the experimental data set of polygonal meshes for stability evaluation with scaling factor (4) and afterwards for final results [1] (see Fig. 2).

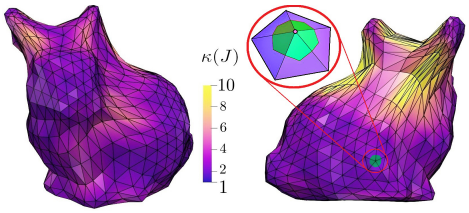


Figure 2: The condition number $\kappa(J)$ of the Jacobian J of map $\mathrm{Conv}(\{(0,0),(1,0),(0,1)\}) \mapsto \mathrm{Conv}(\{v_0^{u,v}, v_1^{u,v}, v_2^{u,v}\})$ (from unit triangle to the plane representation of each mesh triangle) evaluated at mesh vertices of a shrink-wrapped *Stanford bunny*. A 2-volume V around a mesh vertex is shown in green.

References

[1] M. Čavarga, *Advection-driven shrink-wrapping of triangulated surfaces*, in CESCG Proceedings, url: `https://cescg.org/wp-content/uploads/2022/04/Cavarga-Advection-Driven-Shrink-Wrapping-of-Triangulated-Surfaces-3.pdf`, 2022.

[2] M. Huska, M. Medľa, K. Mikula, and S. Morigi, *Lagrangian evolution approach to surface-patch quadrangulation*, Applications of Mathematics, 66 (2021), pp. 1–43.

[3] K. Mikula, M. Remešíkova, P. Sarkoci, and D. Ševčovič, *Manifold evolution with tangential redistribution of points*, SIAM Journal on Scientific Computing, 36 (2014), pp. A1384–A1414.

*Martin.Cavarga@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 323
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Beata Pavlovičová

Modelovanie kameniva a jeho geometrických vlastností

Beata Pavlovičová*

Školiteľ: Pavel Chalmoviansky†

Katedra algebry a geometrie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

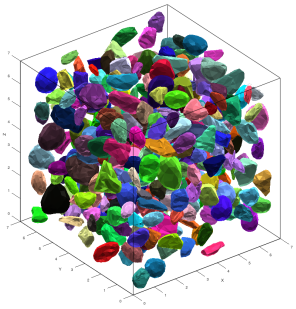
V tomto článku prezentujeme metodiku vytvorenia realistického 3D modelu kameniva zo vzorky a jeho rozmiestnenia do nádoby. Prvým krokom je získanie 3D modelu zrna kameniva, ktoré je reprezentované všeobecným mnohostenom v $\mathbb{E}^3$. Z nasnímaných fotografií reálnych vzoriek vznikne využitím fotogrametrickej metódy vo voľne dostupnom softvéri trojuholníkové pletivo reprezentujúce objekt. Pletivo je ďalej optimalizované, sú vyplnené diery, vynechané nesúvislé časti a počet vrcholov je redukovaný. Takto získané dáta tvoria databázu tvarov zŕn kameniva.

V druhom kroku sú dáta spracované v algoritme, v ktorom sú zrná z databázy umiestňované do nádoby v tvare kocky. Zrno je pred vložením do nádoby náhodne rotované a škálované tak, aby spĺňalo príslušnosť k vopred určenej veľkostnej frakcií. Následne proces pokračuje náhodným umiestnením zrna do nádoby pričom požadujeme, aby sa jednotlivé zrná nepretínali.

Kontrola prienikov nekonvexných mnohostenov je realizovaná postupne na viacerých úrovniach:

1. Prienik axiálnych obálok mnohostenov.
2. Prienik axiálnych obálok trojuholníkov.
3. Prienik trojuholníkových pletív.

Kontrola prieniku axiálnych obálok objektov je výpočtovo nenáročný test. Pracuje iba s jednoduchými nerovnosťami porovnávajúcimi príslušné súradnice rohových bodov axiálnych obálok. Pri kontrole prieniku pletív algoritmus pracuje s dvoma trojuholníkmi T_1 a T_2. Najprv sa overí, či vrcholy trojuholníka T_1 ležia v opačných polpriestoroch vzhľadom na rovinu určenú T_2. Body X a Y sa určia ako prieniky hrán trojuholníka T_1 s rovinou určenou T_2. Následne sa pomocou parametrických vyjadrení skúmajú prieniky úsečky XY s hranami trojuholníka T_2. Ak nenastane prienik zŕn, kontroluje sa, či neleží jedno vo vnútri druhého. Využíva sa metóda sledovania polpriamky vedenej z vrchola zrna. Nepárny počet prienikov polpriamky s druhým zrnom znamená, že zrno leží vo vnútri druhého. Algoritmus končí, keď počet za sebou neúspešných pokusov umiestniť zrno do nádoby dosiahne vopred určené číslo. Na obr.1 možno vidieť model vytvorený naším algoritmom.



Obr. 1: Model vytvorený pomocou nášho algoritmu.

	Index plochosti (%)	Tvarový index (%)	Medzerovitosť (%)
Vzorka	7.93	9	45
Model	54.25	7.6	80.32

Tab. 1: Stanovené hodnoty reálnej vzorky a modelu.

Na vzniknutom modeli kameniva sú vypočítané geometrické vlastnosti ako sú index plochosti, tvarový index a zrnitosť, ktorá opisuje skladbu zŕn podľa príslušnej veľkostnej frakcie. Vyhodnocované sú aj fyzikálne charakteristiky ako napr. medzerovitosť, ktorá opisuje percentuálny podiel objemu medzier v nádobe naplnenej kamenivom. Tieto vlastnosti a ich porovnanie s hodnotami stanovenými na reálnej vzorke kameniva manuálnym meraním môžeme vidieť v tabuľke 1.

V ďalšej práci sa plánujeme zamerať na optimalizáciu spomínaných kritérií kvality, najmä medzerovitosti, vzhľadom na reálny model. Cieľom je upraviť algoritmus tak, aby bol model vytvorený na základe podstatných fyzikálnych princípov.

Literatúra

[Svoboda et al., 2005] Svoboda, L., Bažantová, Z., Myška, M., Novák, J., Tobolka, Z., Vávra, R., Vimmová, A., and Výborný, J. (2005). *Stavebné materiály*. Jaga.

[Xie and Feng, 2019] Xie, H. and Feng, J. (2019). Implementation of numerical mesostructure concrete material models: A dot matrix method. *Materials*, 12(23).

*pavlovicova25@uniba.sk
†Pavel.Chalmoviansky@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 324
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Kristína Korecová

Triangulácia implicitne definovanej plochy

Kristína Korecová*

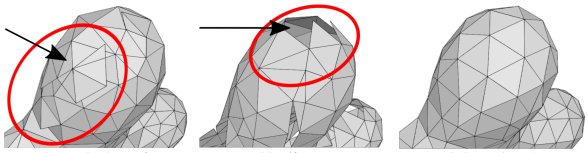
Školiteľ: Pavel Chalmovianský†

Katedra algebry a geometrie, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

V tomto článku opisujeme algoritmus triangulácie regulárnych častí implicitne definovanej plochy zadanej rovnicou $f(x,y,z) = 0$, využívajúc princípy metódy známej ako *marching triangles* [Hilton et al., 1997]. Nový trojuholník **N** vytvorený z okrajovej hrany **e** trojuholníkovej siete **M** je vytvorený v rovine už existujúceho trojuholníka obsahujúceho hranu **e**. Nový vrchol **x** je premietnutý na plochu v smere $\nabla f(x,y,z)$ využívajúc *Newtonovu-Rhapsonovu metódu*. Nový trojuholník sa môže pretínať s už existujúcimi trojuholníkmi alebo sa nový vrchol môže nachádzať v blízkosti iného vrchola. Blízkosť iného vrchola je riešená viacerými spôsobmi pripínania na existujúce vrcholy. Na problém pretínania bola navrhnutá *Delaunayova podmienka* [Hilton et al., 1997] odvodená ako aproximácia *Delaunayovej vlastnosti*.

Podmienka P1. *(Delaunayova) Trojuholník* **N** *môžeme pridať do* **M** *iba vtedy, ak sa z doterajšej množiny vrcholov siete žiadny vrchol trojuholníka s rovnakou orientáciou ako* **N** *nenachádza vo vnútri gule prechádzajúcej cez vrcholy* **N** *so stredom v strede* **C** *opísanej kružnice trojuholníka* **N**.

Overovanie P1 iba pre novovzniknutý trojuholník spôsobuje prekrývanie trojuholníkov v sieti (obr. 1a), preto bolo navrhnuté overovať P1 aj pre existujúce trojuholníky [Akkouche and Galin, 2001]. Overovanie P1 pre každý trojuholník však môže viesť k nepridaniu vhodného trojuholníka a vzniku rozsiahlych dier (obr. 1b). V našej práci sme odvodili podmienku P2 založenú na polohe ťažiska, ktoré vystihuje polohu trojuholníka presnejšie ako stred opísanej kružnice. Táto podmienka nezaručuje nepretínanie trojuholníkov, no vo veľkej miere ho eliminuje, odmietanie vhodných trojuholníkov je takisto menej časté ako pri prístupe overujúcom P1 pre všetky trojuholníky. Algoritmus je rozdelený na dve časti, v prvej časti overujeme P1 pre novovzniknutý trojuholník a P2 pre ostatné trojuholníky (obr. 1c). V druhej časti uzatvárame zostávajúce diery. Na obr. 1 vidíme výsledky po prvej časti algoritmu.



a) prekrývanie trojuholníkov | b) diery | c) korektná triangulácia

Obr. 1: a) P1 pre novovzniknutý trojuholník, b) P1 pre všetky trojuholníky, c) P1 pre novovzniknutý trojuholník a P2 pre ostatné trojuholníky.

Podmienka P2. *Trojuholník* **N** *môžeme pridať do* **M** *iba vtedy, ak sa v okolí vrchola* **x** *nenachádza ťažisko* **T** *už existujúceho trojuholníka, okolie vrchola* **x** *sme experimentálne určili ako* $\frac{3}{5}\mathbf{p}$*, kde* **p** *je polomer opísanej kružnice.*

Pre vytvorenie prvého trojuholníka je na vstupe bod, ktorý sa nachádza v blízkosti plochy. Z kolmého priemetu tohto bodu vytvoríme prvú hranu v smere dotyčnice v náhodnom smere. Následne vytvoríme prvý trojuholník využívajúc gradient plochy v strednom bode hrany. V práci sme sa zaoberali tvorbou triangulácie aj pre plochy orezané axiálnou obálkou a testovali sme aj niektoré existujúce metódy adaptívnej triangulácie. Algoritmus sme implementovali v jazyku C++ a navrhli sme 8 kritérií kvality triangulácie, ktoré sme vyhodnotili na vytvorených modeloch. V ďalšej práci plánujeme rozšíriť algoritmus pre niektoré typy algebraických variet so singularitami. Cieľom je navrhnúť numerický výpočet singularít pre niektoré typy algebraických variet a tiež navrhnúť adaptívny prístup zohľadňujúci lokálnu krivosť plochy.

Literatúra

[Akkouche and Galin, 2001] Akkouche, S. and Galin, E. (2001). Adaptive implicit surface polygonization using marching triangles. In *Computer Graphics Forum*, volume 20, pages 67–80. Wiley Online Library.

[Hilton et al., 1997] Hilton, A., Illingworth, J., et al. (1997). Marching triangles: Delaunay implicit surface triangulation. *University of Surrey*.

*korecova2@uniba.sk
†pavel.chalmoviansky@uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 325–331
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Benedek Bukor, Juraj Tekel

Simple systems in 3D noncommutative quantum mechanics

Benedek Bukor[1] * Juraj Tekel[2†‡]

[1] FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra teoretickej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: In this paper, we examine energy spectra of two well-known quantum systems in standard quantum mechanics (QM) affected by introducing a noncommutative (NC) structure into the systems' configuration space. NC structure blurs the configuration space at short distances and the parameter in charge of describing the extent of this blur is λ. In the present case, we investigate the bound states of electron in the NC Coulomb potential and NC 3D isotropic harmonic oscillator. Since complete analytic result for the latter potential is unattainable, the radial WKB approximation is adopted. We calculate the energy of electron in the NC Coulomb potential of arbitrary-order and energy of the NC 3D isotropic harmonic oscillator of the second order in λ.

Keywords: noncommutative quantum mechanics, Planck's scale physics, radial WKB approximation

1 Introduction

NC models became popular during the 1980s in the connection with the endeavor to develop the Theory of Everything, where the quantization of gravity is required. If we attempt to incorporate general relativity and quantum mechanics, we unavoidable reach the deduction that two points of space separated by a distance at the Planck's scale ($\lambda \approx 10^{-35}$ m) cannot be distinguished. A lot of success was reached in this field of the physics, however, the complete noncommutative quantum field theory is still under construction.

In this work, we test the consequences of the NC geometry in the energy spectrum of two quantum systems: the bound states of electron in the Coulomb potential and the 3D isotropic harmonic oscillator. The energy levels of the former have already been calculated exactly, whereas the latter remained an uncharted area of physics until now.

This contribution is organized as follows. In section 2, we make acquaintance with the basic techniques of our tools: the radial WKB (Wentzel–Kramers–Brillouin) method and the mathematics in NC geometry. We present the exact known result of the discrete energy spectrum in the hydrogen atom considering NC space. Due to the difficulty of calculations for the NC 3D isotropic harmonic oscillator, we utilized the radial WKB approximation in sections 3 and 4. Both of the potentials have been investigated by this method. In section 3, we recovered for the NC Coulomb potential exactly the same modified energy spectrum which had been derived already in [1]. In section 4, we calculated for the NC 3D isotropic harmonic oscillator the first non-zero correction to the energy levels.

*bukor2@uniba.sk
†juraj.tekel@fmph.uniba.sk
‡Supervisor

2 Preliminaries

In this section, we provide some indispensable preliminaries for what follows in further sections. To keep this report as short as possible, we concentrate on the notions and expressions which will be directly used. A more thorough review of the topics of standard QM and NCQM can be found in [1, 2].

2.1 Review of standard QM

Our starting point, the time-independent Schrödinger equation, looks like

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(r)\right]\Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r})\,. \tag{1}$$

Both the Coulomb potential $V_C(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$ and the 3D isotropic harmonic potential $V_H(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2$ are rotationally invariant and thus are the respective Hamiltonian operators. Hence, the wave function $\Psi(\mathbf{r})$ is reasonably sought in a separated form

$$\Psi(\mathbf{r}) = R_l(r)Y_{lm}(\vartheta,\varphi)\,, \tag{2}$$

where l is the quantum number corresponding to the angular momentum, m is the quantum number corresponding to the third component of angular momentum and $Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$ is the standard spherical harmonic function. The r-dependent function $R_l(r)$ satisfies the

radial Schrödinger equation[1]

$$0 = R''(r) + \frac{2}{r}R'(r) + \\ + \frac{2m}{\hbar^2}\left(E - V(r) - \frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right)R(r)\,. \quad (3)$$

In the case of the Coulomb potential V_C, the equation of the radial part is

$$R''(\rho) + \frac{2}{\rho}R'(\rho) + \left(-\varepsilon + \frac{2}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2}\right)R(\rho) = 0\,, \quad (4)$$

where $\varepsilon = \frac{E}{-\frac{1}{2}mc^2\alpha^2}$ is the dimensionless energy, $\rho = \frac{r}{a_B}$ is the dimensionless radial coordinate, $a_B = \frac{\hbar}{mc\alpha}$ is the Bohr radius and $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar c}$ is the fine-structure constant. The formula for the discrete energy levels is

$$E_N = -\frac{1}{2}mc^2\alpha^2\frac{1}{N^2}\,,\ N = l+1,\ l+2,\ \ldots\,; \quad (5)$$

for the complete solution of (4), see [2].

In the case of the 3D isotropic harmonic oscillator with potential V_H, the equation of the radial part is

$$R''(\xi) + \frac{2}{\xi}R'(\xi) + \left(2\varepsilon - \xi^2 - \frac{l(l+1)}{\xi^2}\right)R(\xi) = 0\,, \quad (6)$$

where $\varepsilon = \frac{E}{\hbar\omega}$ is the dimensionless energy and $\xi = \frac{r}{\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}}$ is the dimensionless radial coordinate, for the complete solution of (6), see [3].

2.2 Radial WKB approximation and its demonstration on the 3D isotropic harmonic oscillator

The WKB method is a technique for obtaining approximate solution to the time-independent Schrödinger equation, see [4,5].

In the '1D' WKB approximation, the wave function $\psi(x)$ is defined for $x \in \mathbb{R}$, whereas for rotationally invariant potentials the radial wave function $R(r)$ is defined for $r \in \mathbb{R}_0^+$; hence the 'standard' WKB method cannot be used directly. To avoid this problem, region $0 \le r < \infty$ can be mapped to $-\infty < x < \infty$ by the bijective transformation[2] $r = e^x$. The radial wave function is being searched in a form

$$R(r = e^x) \to R(x) = U(x)e^{f(x)}\,, \quad (7)$$

where the function $f(x)$ is chosen such that the first derivative of $U(x)$ disappears from the radial Schrödinger equation (3). In the present case, $f(x) = -x/2$, thus we get

$$0 = U''(x) + \\ + \frac{e^{2x}}{\hbar^2}\underbrace{2m\left(E - V(e^x) - \frac{(l+\frac{1}{2})^2\hbar^2}{2me^{2x}}\right)}_{p^2(e^x)}U(x)\,. \quad (8)$$

Hence, the momentum $p(r)$ of the particle can be picked out:

$$p(r) = \sqrt{2m\left(E - V(r) - \frac{(l+\frac{1}{2})^2\hbar^2}{2mr^2}\right)}\,, \quad (9)$$

to be substituted to the WKB condition

$$\frac{1}{\hbar}\int_{r_1}^{r_2} \mathrm{d}r\, p(r) = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi\,,\ n \in \mathbb{Z}_0^+\,, \quad (10)$$

where the limits of the integration $\{r_1, r_2;\ 0 < r_1 < r_2\}$ are defined by relation $p(r_1) = p(r_2) = 0$. Equation (10) is a condition on energy levels E.

We can check the validity and the precision of this method on the potential V_H. Using equations (9) and (10), we get

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2}\frac{\mathrm{d}t}{t}\sqrt{-t^2 + 2\varepsilon t - \left(l + \frac{1}{2}\right)^2}\,, \quad (11)$$

where we used the substitution $\xi^2 = t$. For further calculations we take advantage of the following integral:

$$\int_{c_1}^{c_2}\frac{\mathrm{d}x}{x}\sqrt{(x-c_1)(c_2-x)} = \frac{\pi}{2}\left(\sqrt{c_2} - \sqrt{c_1}\right)^2\,, \quad (12)$$

see [5]. Thus, we get

$$\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi = \frac{\pi}{2}\left[\varepsilon - \left(l + \frac{1}{2}\right)\right]\,. \quad (13)$$

From the previous equation we regain the accurate energy spectrum for 3D isotropic harmonic oscillator:

$$(E_{nl})_{\mathrm{WKB}} = \hbar\omega\left(2n + l + \frac{3}{2}\right) = E_{nl}\,, \quad (14)$$

[1] In particular cases, it will be more convenient to tackle the radial wave function $R_l(r)$ in a form $R_l(r) = K_l(r)r^l$ where the term r^l describes the behaviour of $R_l(r \to 0)$.

[2] Since x is an auxiliary variable, we will not pay attention to its physical dimension.

see [3]. Quantum number n is independent from the orbital quantum number l; the obtained formula leads to the same degeneracy of energy levels and the same parity of states as we would have recovered if separation of variables in cartesian coordinate system had been utilized. However, we must admit that we recovered the exact energy spectrum by the merest chance. It cannot be forgotten that the WKB method works the best for large momentum, small de Broglie wavelength $\left(\mathrm{d}\lambda_{\text{de Broglie}}/\mathrm{d}x \ll 2\pi\right)$ and hence for large quantum numbers: n and l (in the present case).

2.3 Quantum mechanics in noncommutative space

In the next two subsections, we will focus on the relations which describe the mathematics in NCQM. For more details we refer the interested readers to original paper [1].

In standard QM, physical quantities are represented by hermitian operators acting on the states of the Hilbert space $\mathscr{H}$ – on the wave functions. In QM with NC coordinates, this idea is still preserved, but the NC wave functions are composed of operators acting in the auxiliary Fock space. The NC space $\mathbb{R}^3_\lambda$ can be described by a model of concentric fuzzy spheres with increasing radius. The commutator of coordinates is defined as

$$[x_i, x_j] = 2i\lambda\varepsilon_{ijk}x_k \ , \tag{15}$$

where the parameter λ describes the fuzziness of the space structure[3]. The Fock space is accompanied by two sets of creation $a^\dagger$ and annihilation a operators; their commutation relations look like

$$\left[a_\alpha, a^\dagger_\beta\right] = \delta_{\alpha\beta} \ , \ \left[a_\alpha, a_\beta\right] = \left[a^\dagger_\alpha, a^\dagger_\beta\right] = 0 \ , \tag{16}$$

with $\alpha, \beta \in \{1,2\}$.

The appealing fact is that all the operators of all the relevant physical quantities can be constructed with this choice of the operators $a^\dagger$ and a.

The definition of position operator[4]

$$x_j = \lambda\sigma^j_{\alpha\beta}a^\dagger_\alpha a_\beta \ , \ j \in \{1,2,3\} \tag{17}$$

obeys commutator (15), σ^j is the corresponding Pauli matrix.

The magnitude of the position vector is defined as

$$r = \lambda\left(a^\dagger_\alpha a_\alpha + 1\right) \ ; \tag{18}$$

for further calculations we take the advantage of the operator

$$\tilde{r} = \lambda\left(a^\dagger_\alpha a_\alpha\right) \ . \tag{19}$$

The wave functions $\Psi(x_j)$ can be expressed instead of x_j in terms of $a^\dagger$ and a in the way:

$$\Psi = \sum C_{m_1m_2n_1n_2}(a^\dagger_1)^{m_1}(a^\dagger_2)^{m_2}(a_1)^{n_1}(a_2)^{n_2} \ . \tag{20}$$

The number of $a^\dagger$ and a are equal in the definition of x_j, thus they must be equal in the expression for Ψ, too, so $m_1+m_2 = n_1+n_2$, where $\{m_1, m_2, n_1, n_2\} \in \mathbb{Z}^+_0$. Moreover, for the arrangement of operators $a^\dagger$ and a, the normal ordering is imposed by hand.

The NC analogy of the method of separation the variables in standard QM (2) leads to the separated form

$$\Psi_{lm} = \lambda^l \sum_{(lm)} \frac{(a^\dagger_1)^{m_1}(a^\dagger_2)^{m_2}}{m_1!m_2!} : \mathscr{K}_l(\tilde{r}) : \frac{a_1^{n_1}(-a_2)^{n_2}}{n_1!n_2!} \ , \tag{21}$$

where $\mathscr{K}_l(\tilde{r})$ is the NC analogy of the radial wave function $K_l(r)$, related to $R_l(r)$ by $R_l(r) = K_l(r)r^l$, constructed in the same way as (20), and between the colon marks normal ordering is needed. The summation goes over all quantum numbers $l = m_1+m_2 = n_1+n_2$ and $m = 1/2\,(m_1-m_2-n_1+n_2)$.

The action of the operator $\hat{r}$ from (18) on the wave function[5] in (21) can be calculated:

$$\hat{r}\Psi_{lm} = \lambda^l \sum_{(lm)} \frac{(a^\dagger_1)^{m_1}(a^\dagger_2)^{m_2}}{m_1!m_2!} : \left[(\tilde{r}+\lambda l+\lambda)\mathscr{K} + \lambda\tilde{r}\mathscr{K}'\right] : \frac{a_1^{n_1}(-a_2)^{n_2}}{n_1!n_2!} \ , \tag{22}$$

where $\mathscr{K} \equiv \mathscr{K}_l(\tilde{r})$ and similarly for derivatives.

The definition of the Laplace operator in $\mathscr{H}_\lambda$ is[6]

$$\hat{\Delta}_\lambda\Psi = -\frac{1}{\lambda r}\left[\hat{a}^\dagger_\alpha, [\hat{a}_\alpha, \Psi]\right] \ ; \tag{23}$$

[3] Note that we would have a similar looking commutation relation for a single fuzzy sphere. The difference is that in that case, operator (18) would be restricted to have a fixed value, restricting us onto a subset of the Fock space. Here, we allow any value of r, leading to spheres of all radii.

[4] The operators acting on the states of the Fock space are marked without hat.

[5] The operators acting on the states of the Hilbert space $\mathscr{H}_\lambda$ are marked with hat.

[6] Note that in this case the creation and annihilation operators are rewarded with hat since in the presence case they act on the wave function. We want to stress that marking the operator with hat is independent from the operator itself, the decisive factor is whether the operator is understood as acting on the states of the Fock space or the Hilbert space $\mathscr{H}_\lambda$.

the action of the operator $\left[\hat{a}_\alpha^\dagger,[\hat{a}_\alpha,\,\cdot\,]\right]$ on the wave function in (21) is

$$\left[\hat{a}_\alpha^\dagger,[\hat{a}_\alpha,\Psi_{lm}]\right]=\lambda^l\sum_{(lm)}\frac{(a_1^\dagger)^{m_1}(a_2^\dagger)^{m_2}}{m_1!m_2!}$$
$$:\left[-\lambda\tilde{r}\mathscr{K}''-2(l+1)\lambda\mathscr{K}'\right]:\frac{a_1^{n_1}(-a_2)^{n_2}}{n_1!n_2!}\,. \quad (24)$$

Putting together our knowledge of the NC potential and the NC Laplace operator, we acquire the Hamiltonian operator $\hat{H}_\lambda$ in the form

$$\hat{H}_\lambda\Psi\equiv\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\hat{\Delta}_\lambda+V(\hat{r})\right]\Psi\,. \quad (25)$$

2.4 Exact solution of the NC Coulomb potential

Based on (25), the NC analog of the Schrödinger equation with the Coulomb potential V_C in $\mathbb{R}^3_\lambda$ is

$$\frac{\hbar^2}{2m\lambda\,r}\left[\hat{a}_\alpha^\dagger,[\hat{a}_\alpha,\Psi]\right]-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}\Psi=E\Psi\,. \quad (26)$$

Multiplying[7] the previous equation with $\hat{r}$ and inserting (24) and (22), we get

$$:\tilde{\rho}\mathscr{K}''+[-\varepsilon\sigma\tilde{\rho}+2(l+1)]\mathscr{K}'+$$
$$+[-\varepsilon\tilde{\rho}-\varepsilon\sigma(l+1)+2]\mathscr{K}:\;=0\,, \quad (27)$$

where $\tilde{\rho}$ is the dimensionless operator $\tilde{r}$ from (19), and this equation is the radial Schrödinger equation in NCQM expressed with $\mathscr{K}$. Equation (27) can be interpreted in the way that the configuration of the operators on the left side results in a zero operator. In the case we remove the colon marks, we get the differential equation

$$\rho K''+[-\varepsilon\sigma\rho+2(l+1)]K'+$$
$$+[-\varepsilon\rho-\varepsilon\sigma(l+1)+2]K=0\,, \quad (28)$$

for an ordinary function K of an ordinary variable ρ. The claim is that one obtains solution to (27) by replacing ρ in the solution to (28) with operator $\tilde{\rho}$, see [1].

The solution of (28) for the radial wave function $K(\rho)$ results in hypergeometric function, and the exact energy spectrum of the bound states is

$$E_N^\lambda=\frac{\hbar^2}{m\lambda^2}\left(1-\sqrt{1+\frac{m^2c^2\alpha^2}{\hbar^2}\frac{\lambda^2}{N^2}}\right)\,. \quad (29)$$

[7] Expression $\frac{1}{\tilde{r}}$ can be interpreted as the inverse operator to the operator $\hat{r}$.

One can see that the energy levels calculated in standard QM increase due to the effect of the NC space structure. Taking the limit $\lambda\to 0$ we recover the energy spectrum (5) in QM.

3 Solution of NC Coulomb potential by WKB approximation

Utilizing relation $K\rho^l=R$ and introducing $\sigma=\lambda/a_B$, equation (28) is obtained in the form

$$R''(\rho)+\left(\frac{2}{\rho}+\sigma(-\varepsilon)\right)R'(\rho)+$$
$$+\left(-\varepsilon+\frac{2}{\rho}-\frac{l(l+1)}{\rho^2}+\sigma\frac{-\varepsilon}{\rho}\right)R(\rho)=0\,, \quad (30)$$

which is the analog of the radial Schrödinger equation in NCQM. Substitution $\rho=e^x$ is used again to rewrite the dimensionless radial equation and provided that we consider the radial wave function in the form of (7) where $f(x)=\frac{1}{2}(\sigma\varepsilon e^x-x)$, the previous equation simplifies to

$$0=U''(x)+$$
$$+e^{2x}\underbrace{\left(-\varepsilon+\frac{2}{e^x}-\frac{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{e^{2x}}-\sigma^2\frac{\varepsilon^2}{4}\right)}_{\kappa^2(e^x)}U(x)\,, \quad (31)$$

and $U'(x)$ term disappears. From this equation one can find the dimensionless momentum of the electron κ, which goes to the WKB condition (10), so we get

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi=\int_{\rho_1}^{\rho_2}\mathrm{d}\rho\,\underbrace{\sqrt{-\varepsilon+\frac{2}{\rho}-\frac{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{\rho^2}-\sigma^2\frac{\varepsilon^2}{4}}}_{\kappa(\rho)}\,. \quad (32)$$

Using a little algebra, the previous equation becomes

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi=\int_{\rho_1}^{\rho_2}\frac{\mathrm{d}\rho}{\rho}\sqrt{\varepsilon\left(1+\frac{\sigma^2}{4}\varepsilon\right)}\times$$
$$\times\sqrt{-\rho^2+\frac{2}{\varepsilon\left(1+\frac{\sigma^2}{4}\varepsilon\right)}\rho-\frac{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{\varepsilon\left(1+\frac{\sigma^2}{4}\varepsilon\right)}}\,, \quad (33)$$

where (12) can be utilized. Thus,

$$\pi\left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\left(1+\frac{\sigma^2}{4}\varepsilon\right)}}-\left(l+\frac{1}{2}\right)\right]=\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi\,. \quad (34)$$

We can express $\varepsilon > 0$ from the previous equation and by introducing a new quantum number $N \equiv (n+l+1) \in \mathbb{N}$ we shall write the final formula

$$(\varepsilon_N^{\sigma})_{\mathrm{WKB}} = -\frac{2}{\sigma^2}\left(1-\sqrt{1+\frac{\sigma^2}{N^2}}\right) . \tag{35}$$

Switching back to quantities with dimension, we get

$$\left(E_N^{\lambda}\right)_{\mathrm{WKB}} = \frac{\hbar^2}{m\lambda^2}\left(1-\sqrt{1+\frac{m^2c^2\alpha^2}{\hbar^2}\frac{\lambda^2}{N^2}}\right) . \tag{36}$$

By WKB approximation we recovered the same modified energy spectrum as (29).

4 Solution of 3D isotropic harmonic oscillator by WKB approximation

Based on (25), the NC analog of the Schrödinger equation with isotropic harmonic oscillator potential V_H in $\mathbb{R}^3_\lambda$ is

$$\frac{\hbar^2}{2m\lambda r}\left[\hat{a}_\alpha^\dagger,[\hat{a}_\alpha,\Psi]\right]+\frac{1}{2}m\omega^2\hat{r}^2\Psi = E\Psi . \tag{37}$$

It is inevitable to calculate the action of operator $\hat{r}^3$ on the wave function Ψ_{lm}, with the help of (22), we get

$$\begin{aligned}\hat{r}^3\Psi_{lm} \equiv \hat{r}\left(\hat{r}\left(\hat{r}\Psi_{lm}\right)\right) = \lambda^l \sum_{(lm)} \frac{(a_1^\dagger)^{m_1}(a_2^\dagger)^{m_2}}{m_1!m_2!} :\Big[\tilde{r}^3\mathscr{K}+\lambda\Big(3(l+2)\tilde{r}^2\mathscr{K}+3\tilde{r}^3\mathscr{K}'\Big)+\\ +\lambda^2\Big(\left(3l^2+9l+7\right)\tilde{r}\mathscr{K}+6\left(l+2\right)\tilde{r}^2\mathscr{K}'+3\tilde{r}^3\mathscr{K}''\Big)+\\ +\lambda^3\Big(\left(l+1\right)^3\mathscr{K}+\left(3l^2+9l+7\right)\tilde{r}\mathscr{K}'+3\left(l+2\right)\tilde{r}^2\mathscr{K}''+\tilde{r}^3\mathscr{K}'''\Big)\Big]:\frac{a_1^{n_1}\left(-a_2\right)^{n_2}}{n_1!n_2!} .\end{aligned} \tag{38}$$

By the introduction of $\sigma = \lambda/\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ – the dimensionless parameter, equation (37) thus yields the radial Schrödinger equation in the NC configuration space in the following form:

$$\begin{aligned}0 = R''+\frac{2}{\xi}R'-\frac{l(l+1)}{\xi^2}R-\xi^2R+2\varepsilon R+\sigma\left(2\varepsilon R'+\frac{2\varepsilon R}{\xi}-3\xi^2R'-6\xi R\right)+\\ +\sigma^2\Big(-3\xi^2R''-12\xi R'-7R\Big)+\sigma^3\left(-\xi^2R'''-6\xi R''-7R'-\frac{R}{\xi}\right) .\end{aligned} \tag{39}$$

Analogously to the described method in subsection 2.2, we substitute $\xi = e^x$ and find the proper $f(x)$ in (7) such that $U'(x)$ term will not be present. By neglecting all the higher terms in the parameter σ, we acquire the previous equation in the form

$$0 = U''(x)+e^{2x}\underbrace{\frac{2\left(\varepsilon-\frac{e^{2x}}{2}-\frac{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{2e^{2x}}+\frac{\sigma^2}{2}\left[\frac{27}{4}e^{4x}-\varepsilon^2-15\varepsilon e^{2x}+5+9l(l+1)\right]\right)}{1-12\sigma^2e^{2x}}}_{\kappa^2(e^x)}U(x) . \tag{40}$$

One can see that $\kappa^2(e^x)$ does not depend on σ^1, the first corrections emerge with the terms directly proportional to σ^2. This indicates that the first correction in energy spectrum comes by the factor σ^2. By neglecting all the terms in the orders $3,4,\ldots$ of the parameter σ, formula for $\kappa^2(\xi)$ can be written in the following form:

$$\begin{aligned}\kappa^2(\xi) = 2\Big(\varepsilon-\frac{\xi^2}{2}-\frac{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{2\xi^2}+\frac{\sigma^2}{8}\big[8-\\ -4\varepsilon^2-12l(l+1)+36\varepsilon\xi^2-21\xi^4\big]\Big) .\end{aligned} \tag{41}$$

Hence, the WKB condition is attained:

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi = \int_{\xi_1}^{\xi_2}\mathrm{d}\xi\sqrt{2\varepsilon-\xi^2-\frac{\left(l+\frac{1}{2}\right)^2}{\xi^2}+\frac{\sigma^2}{4}\left[8-4\varepsilon^2-12l(l+1)+36\varepsilon\xi^2-21\xi^4\right]} . \tag{42}$$

We take the advantage of further simplification of substitution $\xi^2 = t$ to get the previous equation in a more straightforward form to calculate the integral:

$$\begin{aligned}\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi = \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{2}\sqrt{21}\right)\int_{t_1}^{t_2}\frac{\mathrm{d}t}{t}\times\\ \times\sqrt{-\frac{4}{21\sigma^2}\left(l+\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{8}{21\sigma^2}\varepsilon+\frac{8}{21}-\frac{4}{21}\varepsilon^2-\frac{12}{21}l(l+1)\right)t+\left(\frac{36}{21}\varepsilon-\frac{4}{21\sigma^2}\right)t^2-t^3} .\end{aligned} \tag{43}$$

One can see that there is a cubic algebraic expression lurking under the square root. Calculating the roots of equation $\kappa(t)=0$, we attain three solutions $\{t_1,t_2,t_0;\ t_0<0<t_1<t_2\}$:

$$t_0=-\frac{4}{21\sigma^2}-\frac{2\varepsilon}{7}+ \\ +\sigma^2\left(4\varepsilon^2-\frac{9l(l+1)}{4}-\frac{53}{16}\right)+\dots\,,$$

$$t_1=\left(\varepsilon-\frac{1}{2}\sqrt{4\varepsilon^2-(2l+1)^2}\right)+ \\ +\sigma^2\left(\frac{\varepsilon\left[64\varepsilon^2-60l(l+1)-59\right]}{16\sqrt{4\varepsilon^2-(2l+1)^2}}- \right. \\ \left.-2\varepsilon^2+\frac{1}{32}\left[36l(l+1)+53\right]\right)+\dots\,,$$

$$t_2=\left(\varepsilon+\frac{1}{2}\sqrt{4\varepsilon^2-(2l+1)^2}\right)+ \\ +\sigma^2\left(\frac{\varepsilon\left[-64\varepsilon^2+60l(l+1)+59\right]}{16\sqrt{4\varepsilon^2-(2l+1)^2}}- \right. \\ \left.-2\varepsilon^2+\frac{1}{32}\left[36l(l+1)+53\right]\right)+\dots\,.$$

The limits of integration are defined by $\{t_1,t_2\}$. Taking the limit $\sigma\to 0$, for $\{t_1,t_2\}$ we recover the roots of the quadratic algebraic expression under the square root in (11), and the third root disappears from the standard QM because t_0 approaches to $-\infty$.

The integral in (43) can be rewritten by introducing new variables $q=t/t_1$, $q_0=t_0/t_1$ and $q_2=t_2/t_1$. To calculate this integral, software Mathematica gave us a hand:

$$t_1^{3/2}\int_1^{q_2}\frac{\mathrm{d}q}{q}\sqrt{(q-q_0)(q-1)(q_2-q)}= \\ =t_1^{3/2}\frac{2}{3\sqrt{q_2-q_0}}\left[3q_0\Pi\left(\frac{q_2-1}{q_2}\middle|\frac{q_2-1}{q_2-q_0}\right)- \right. \\ -[q_0(-q_0+q_2+1)+2q_2]K\left(\frac{q_2-1}{q_2-q_0}\right)- \\ \left.-(q_0-q_2)(q_0+q_2+1)E\left(\frac{q_2-1}{q_2-q_0}\right)\right]\,, \quad (44)$$

where E is the complete elliptic integral, K is the complete elliptic integral of the first kind and Π is the complete elliptic integral of the third kind, see [6]. The validity of this result was verified by numerical integration, too.

Applying this integral to (43), rewriting the original variables and neglecting all the terms in orders $3,4,\dots$ of the parameter σ, we proceed to the equation

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)\pi=\frac{\pi}{2}\left[\varepsilon-\left(l+\frac{1}{2}\right)\right]+ \\ +\sigma^2\frac{\pi}{128}\left[4\varepsilon^2-12l(l+1)+85\right]\,. \quad (45)$$

Generally, for further calculations an expansion of ε in the small perturbation of σ would have been presented. However, (45) is just a quadratic equation for ε, we simply write down the only positive root up to the terms in the 2nd order of σ:

$$(\varepsilon_{nl}^{\sigma})_{\mathrm{WKB}}=\left(2n+l+\frac{3}{2}\right)+ \\ +\frac{\sigma^2}{32}\left[4\left(l^2-2ln-3n-2n^2\right)-47\right]+\dots\,. \quad (46)$$

In the acquired formula, we demand from the correction in energy to be on a perturbative scale, thus $n,l\ll\sigma^{-1}$. On the other hand, we once again emphasize that WKB approximation works the best for large energy-defining quantum numbers, thus $n,l\gg 1$. Since $\sigma\approx 10^{-25}$, our two conditions do not contradict[8].

We vow that the modified energy spectrum up to the first non-zero modification due to the NC structure of space looks like

$$\left(E_{nl}^{\lambda}\right)_{\mathrm{WKB}}=\hbar\omega\left(2n+l+\frac{3}{2}\right)+ \\ +\lambda^2\frac{m\omega^2}{32}\left[4\left(l^2-2ln-3n-2n^2\right)-47\right]+\dots\,. \quad (47)$$

The first remark to the acquired formula is that the energy is now dependent on the mass of the particle m, which was expected due to dimensional reasons. Next, the energy levels do not shift only in one direction: e.g. energy level defined

[8] We need order estimation of the typical distance $\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$. Between potential applications of this theoretical prediction we will hint at the Lennard-Jones intermolecular potential $V_{LJ}(r)=4V_0\left[\left(\frac{s}{r}\right)^{12}-\left(\frac{s}{r}\right)^{6}\right]$, where $V_0\approx$ meV is the dispersion energy and $s\approx$ Å is the size of the atom. The potential can be expanded around the equilibrium distance r_0, which is defined by relation $V'_{LJ}(r_0)=0$, to get $V''_{LJ}(r_0)=m\omega^2$, which results for $m\approx 10^{-27}$ kg estimation $\omega\approx 10^{13}\ \mathrm{s}^{-1}$, hence $\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}\approx 10^{-10}$ m.

by $n=0$, $l=0$ decreases, i.e. $\left(E_{00}^{\lambda}\right)_{\mathrm{WKB}} < E_{00}$, whereas energy level defined by $n=0$, $l=4$ increases, i.e. $\left(E_{04}^{\lambda}\right)_{\mathrm{WKB}} > E_{04}$. Eventually, taking the limit $\lambda \to 0$ we recover the energy spectrum (14) in QM. Although we used an approximation method, for standard QM the derived energy spectrum (14) happened to be correct. Hence, we can be optimistic that the modified energy formula (47) is correct for the whole spectrum, too.

5 Conclusion

To conclude, let us summarize our results. We have analyzed by radial WKB method the modification of energy levels in NCQM to the standard QM spectra of the bound states in Coulomb potential and 3D isotropic harmonic oscillator. Despite the WKB method being just an approximation, we obtained the exact same modified energy levels for the Coulomb potential as in [1]. Being elated by the precision of the WKB approximation, we have acquired the first non-zero correction in the energy spectrum of the 3D isotropic harmonic oscillator, which comes with the modification in order 2 of the parameter of the space-noncommutativity λ.

The NC predictions do not refute the experimentally verified QM results, since taking the limit $\lambda \to 0$ both QM and NCQM coincide. However, the potential noncommutativity of the configuration space of the 3D isotropic harmonic oscillator would appear in the spectrum of the molecular vibration, molar heat capacity of diatomic gas and the heat capacity of solid materials. Obviously, today the effect of noncommutativity in the experimental data would be beyond the effect of other more significant perturbations. However, provided that we will succeed in excluding all the disturbances in the measurement and carry it out with adequate sensitive gauges, the noncommutativity could be in principle experimentally exposed.

It remains an open problem to calculate the 3^{rd} order terms of λ in the energy spectrum of 3D isotropic harmonic oscillator, since during the manipulations with (39) all the terms in order $3,4,\ldots$ of λ got neglected. In addition, 3D harmonic oscillator can be described in an algebraic way through $SU(3)$ group and when considering NC space structure this approach could happen to be more amenable. Moreover, to find further measurable effects of the NC space structure, it would be pleasing to apply our model to the Cornwell potential, which describes the potential between two quarks, where the effect of NC space structure would be in principle observable in the masses of the quarkonium states.

Acknowledgments

BB acknowledges the support by Faculty of mathematics, physics and informatics from the *Jednorazové mimoriadne štipendium* scheme. Work of JT was supported by VEGA 1/0703/20 grant *Quantum structure of spacetime*.
Both of us benefited from discussions with P. Prešnajder, S. Kováčik and F. Herman.

References

[1] V. Gáliková, S. Kováčik, P. Prešnajder: *Quantum Mechanics in Noncommutative Space*, Acta Physica Slovaca 65, No.3, 153-234 (2015).

[2] J. Pišút, L. Gomolčák, V. Černý: *Úvod do kvantovej mechaniky*, Knižničné a edičné centrum FMFI UK, 2008.

[3] J. Branson: *Quantum Physics*, UCSD lecture notes, 2003.

[4] Y. B. Band, Y. Avishai: *Quantum Mechanics with Applications to Nanotechnology and Information Science*, Academic Press, 2012.

[5] D. J. Griffiths: *Introduction to Quantum Mechanics*, Prentice Hall, 1995.

[6] V. Prasolov, Y. Solovyev: *Elliptic Functions and Elliptic Integrals*, American Mathematical Society, 1997.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 332–341
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Natália Džalaiová, Michal Mereš

Strangeness production in Xe–Xe collisions at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}} = 5.44$ TeV with the ALICE experiment at the LHC

Natália Džalaiová[1*] Michal Mereš[1†‡]

[1]Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: One of the leading areas of high-energy physics studies is the study of a strongly interacting matter, quark-gluon plasma (QGP). Strangeness enhancement is originally proposed as a signature of such a state. In this work, the production of multi–strange (Ξ^- and Ω^-) baryons and their anti-particles measured by ALICE at LHC in Xe–Xe collisions at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}} = 5.44$ TeV is investigated. The p_{T} spectra obtained at mid-rapidity have been studied in interval $0.6 < p_{\mathrm{T}} < 5$ GeV/c and $1 < p_{\mathrm{T}} < 5$ GeV/c, respectively, with centrality varying from the most central to the most peripheral collisions (up to 90%). Comparison of obtained data with pp, p–Pb and Pb–Pb systems would help to investigate the microscopic origin of enhanced strangeness production, which is not known yet.

Keywords: multi–strange baryons, invariant mass spectra, raw yield, corrected yield

1 Standard Model

Elementary constituents of matter and their interactions are studied by the field called particle physics. What people considered as the most fundamental constituents varied in the history as our understanding of universe and nature developed. Based on the most recent and recognized theory, standard model (SM), elementary particles can be divided into three different categories [Halzen and Martin, 1984]:

- spin $\frac{1}{2}$ particles, fermions. These particles are considered to be matter constituents and are classified into two families each containing 6 particles:
  - leptons - electron, electron neutrino, muon, muon neutrino, tau, tau neutrino;
  - quarks - up, down, charm, strange, top and bottom;
- spin 1 particles, bosons. These particles are included in SM as force carriers and they form a familly of gauge bosons. Fundamental particles with interactions they give rise to is listed bellow:
  - electromagnetic force - photon;
  - weak force - Z and W boson;
  - strong force - gluon;
- spin 0 particle, Higgs boson. All the elementary particles introduced within SM have zero mass. Observed non – zero mass of the particles is acquired by spin $\frac{1}{2}$ and 1 particle's interaction with Higgs field.

All the SM particles are schematically shown in Figure 1.

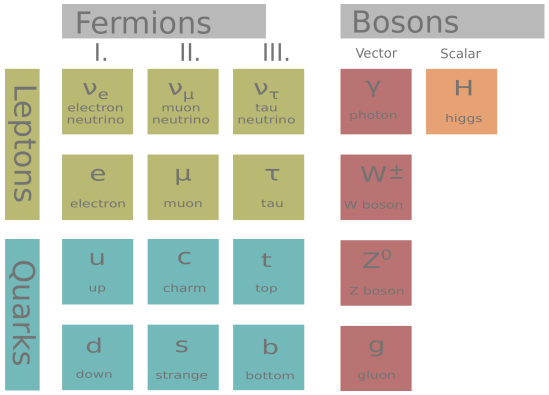


Figure 1: Standard model particles.

Based on the experimental facts, SM accounts for the following [Bohm et al., 2001]:

- quarks are bound in hadrons. This is caused by **confinement**, one of the properties of the strong interaction. During interactions, quarks hadronize and form jets;
- **color** is the charge of the strong interaction related to $SU(3)_C$ symmetry. As quarks, gluons cannot be observed as free, they exist as partons;

*zacharova45@uniba.sk
†michal.meres@fmph.uniba.sk
‡Supervisor

- global $SU(2)_W \times U(1)_Y$ symmetry accounts for current–current structure of the electroweak interaction. Corresponding charges are weak isospin and hypercharge;
- experimentally measured masses of the weak vector bosons were 80 GeV and 91 GeV;
- radiative corrections must be included in the theory of quantum electrodynamics.

Once quantum electrodynamics was well established, other theories followed phenomenological considerations. Symmetry assumption of theories embedded in SM led to important experimental discoveries. Concepts of currents and vector particles are included in quantized gauge theories, so called Yang – Mills theories, in which the requirement of invariance to local transformations has led to interaction fields, that were also confirmed experimentally.

2 Strangeness and Quark–Gluon Plasma

Particles observed in experiment as a result of heavy–ion collisions are strongly interacting (hadronic) particles composed of quarks. To probe the properties and signals of QGP, quarks, qluons and their composites must be understood. Two recognizable forms of colorless bound states exist: baryons, having three valence quarks, and mesons, which are quark–antiquark bound states.

Since u and d quarks are identical in terms of strong interaction, the hadronic states they create possess a symmetry called isospin I. Quantity of interest in heavy–ion collisions is strange quark content (strangeness S) of produced hadrons as strangeness enhancement was one of the first proposed signatures of the QGP [Koch et al., 1986]. Conventionally, strangeness content of baryons (hyperon number) is considered to be negative and strange mesons are called antikaons $\overline{K}(s\bar{q})$.

2.1 Strangeness production in Heavy–Ion Collisions

To study QGP we must be able to determine, whether the reaction involves confined hadronic particles only, or the color–deconfined quarks and gluons were created during the course of the interaction. Since QGP exist only temporarily and in the end hadronizes, it might seem that reactions involving deconfined state are analogous to reactions involving hadron phase only. Thus substantial effort must be addressed to select observable quantities that depend on the properties of the collision stage when QGP was created, providing us an information in final hadronic state.

Due to low mass, u and d quarks are produced as quark–antiquark pairs easily. In the QGP, additional flavor, strangeness is abundantly produced. Strange quark mass and the predicted temperature at which hadrons deconfine are estimated to have the same magnitude. From this follows that strange quark production rate is dependent on the conditions, structure, and dynamics of the QGP. From all the $s\bar{s}$ production mechanisms shown in Figure 2, gluon–fusion has found to be the leading one. In the final stage of the collision, all the elementary particles within the fireball hadronize into collision products and are detected in the experiment through various techniques.

Figure 2: Feynman diagrams of the lowest order in strong coupling constant for strangeness production processes from the left: quark–antiquark annihilation, and three gluon fusion processes.

Extensive research on strangeness production shows that the abundances of strange particles relative to pions in heavy ion collisions from top RHIC (Relativistic Heavy–Ion Collider) to LHC (Large Hadron Collider) energies do not show a significant dependence on either the initial volume (collision centrality) or the initial energy density (collision energy) [col. ALICE, 2017]. With the exception of the most peripheral collisions, particle ratios are found to be compatible with those of a hadron gas in thermal and chemical equilibrium and can be described using a grand-canonical statistical model [Cleymans et al., 2006]. In peripheral collisions, where the overlap of the colliding nuclei becomes very small, the relative yields of strange particles to pions decrease and tend toward those observed in pp collisions, for which a statistical models have also been developed to describe strangeness production in small systems [Becattini and Manninen, 2008].

One of the most important strangeness enhancement observation in was in pp collisions. Result shows (Figure 3) increasing trend of hyperon to pion ratio with charged particle mulitpicity density at mid-rapidity. As no significant dependence on the centre-of-mass energy is observed at the LHC for inclusive inelastic collisions, the origin of strangeness production in hadronic collisions is apparently driven by the characteristics of the final state rather than by the collision system or energy [col. ALICE, 2017].

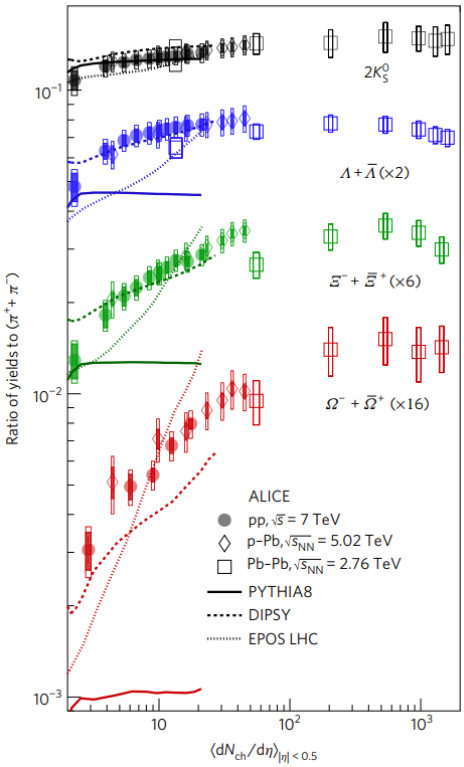


Figure 3: p_T integrated strange particle yield ratios to pion yield for pp, p-Pb and Pb-Pb collision systems measured at ALICE experiment as a function of charged particle multiplicity density at mid-rapidity. In the Figure also predictions by theoretical models are shown [col. ALICE, 2017]

3 The ALICE Experiment

3.1 The LHC Facility

The Large Hadron Collider (LHC) at CERN [Evans and Bryant, 2008] is the world's most advanced facility for fundamental particle studies. Its construction was accepted in 1996 proposed with energy $\sqrt{s}$=14 TeV for pp and $\sqrt{s_{NN}}$ = 5.5 TeV for heavy–ion beams. LHC is a two–ring–superconducting–hadron accelerator and collider constructed in the cavity which is 26.7 km long. The LHC is connected to the CERN accelerator complex, shown in Figure 4, that among other serves as an injector.

Before injection into LHC, particles are accelerated by a series of devices. For heavy–ions, the sequence is the following: first acceleration is provided by the linear accelerator LINAC3. The Low Energy Ion Ring (LIER) is employed as an ion storage and cooler unit. Further acceleration is completed by Proton Synrotron (PS) and Super Proton Synrotron (SPS). Protons gain their energy first at LINAC4 that injects particles to Proton Synchrotron Booster (PSB) followed by PS and finally to SPS.

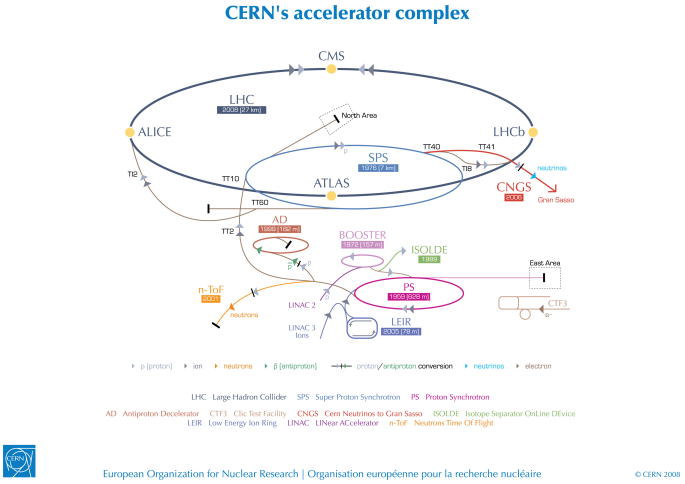


Figure 4: CERN's accelerator complex [CERN,].

There are 4 major experiments with different aims build at LHC interaction points: ALICE, ATLAS, CMS and LHCb.

3.2 The ALICE Detector

The construction of ALICE experiment is designed to fulfill requirements to study quantum chromodynamics, strong interactions of matter and the QGP presumably in heavy–ion collisions. Broad analyses for all the collision products, hadrons, electrons, muons, and photons are possible with high multiplicities [col. ALICE, 2014a]. Besides heavy–ion Pb–Pb studies at high energies, the experiment also has dedicated programs to take data from light–ion and pp

collisions with decreased energy. Thus it is covering a range of energy density as well as different interaction volume. Data collected in pp runs are used as a reference for heavy–ion collisions. With dimensions of 16×16×26 m and weight of roughly 10^4 t, the ALICE detector is classified into sectors:

- **central barrel** which is used for the detection of hadrons, electrons, and photons. Detectors in the central part are inserted in a strong magnetic field 0.5 T generated by a solenoid magnet and are covering polar acceptance from 45 to 135^o (the corresponding pseudo-rapidity interval is -0.9 $< \eta <$ 0.9). The aim of these detectors is precise vertex reconstruction, tracking, particle identification and momentum measurement. The following detectors are located in the central barrel and are listed from the inner most detector to the outer one:
  - Inner Tracking System (ITS);
  - Time Projection Chamber (TPC);
  - Transition Radiation Detector (TRD);
  - Time of Flight (TOF);
  - High Momentum Particle Identification Detector (HMPID);
  - PHOton Spectrometer (PHOS) and
  - ElectroMagnetic CALorimeter (EMCAL).
- **muon spectrometer** covers 2–9^{o}of polar acceptance (-4.0 $< \eta <$ -2.5). It contains a complex arrangement of absorbers, a large dipole magnet, and fourteen planes of tracking and triggering chambers.
- **forward detectors** have the purpose to trigger and provide global characteristics of the events. The following detectors are placed at small polar angles
  - Zero Degree Calorimeter (ZDC) as a triggering device and for impact parameter determination;
  - Photon Multiplicity Detector (PMD) determines photon multiplicity and dispersion of photons coming from the collision;
  - Forward Multiplicity Detector (FMD) determines the multiplicity of the collision;
  - Time Zero (T0) measures with high precision (10^{-11} s) the event time and
  - V0 for background rejection, multiplicity determination and triggering system.

A schematic layout of the experiment is shown in Figure 5.

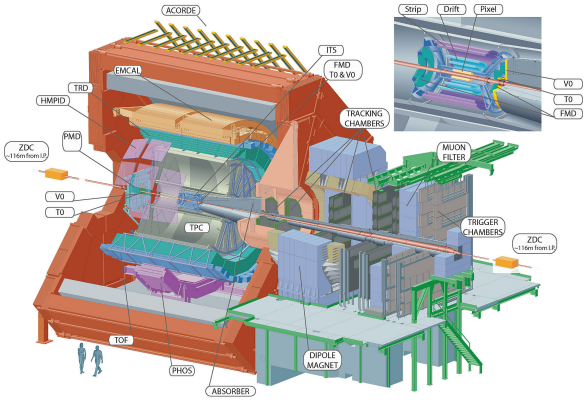


Figure 5: Layout of ALICE Experiment [col. ALICE, 2014a].

4 Cascade Identification by Topological Reconstruction

In this analysis, the interest is in the production and reconstruction of the following multi-strange particles: Ξ^-(dss), $\overline{\Xi}^+$($\bar{\text{d}}\bar{\text{s}}\bar{\text{s}}$), Ω^- (sss) and $\overline{\Omega}^+$ ($\bar{\text{s}}\bar{\text{s}}\bar{\text{s}}$) also known as cascades. A schematic representation of typical cascade weak decay is shown in Figure 6 for particles. Antiparticle tracks in a magnetic field have opposite curvature and for shortness their most probable decay channels with important characteristics are presented in Table 4. π and K in cascade decays are referred to as bachelor particles. Λ particle further disintegrates via weak interaction into a pair of charged particles, which due to opposite charge have opposite curvature in the magnetic field and are called V^0 (see Figure 6).

As mentioned in Section 3, the ALICE experiment uses its ITS and the TPC for charged particle tracking. The arrangement of the first ITS layer (distance from the interaction point) and the cascade's short decay length make it impossible to detect these particles directly. Instead, their decay products (charged V^0s and bachelors) are detected and reconstructed.

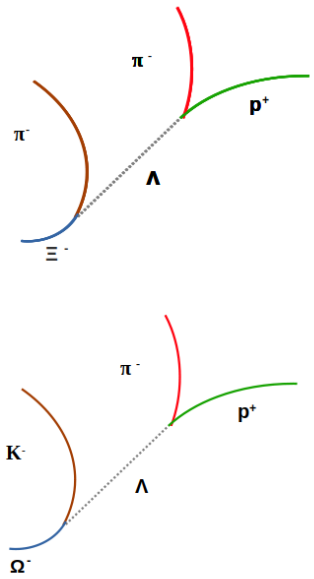


Figure 6: Cascade decay in a magnetic field. Upper plot shows the decay of Ξ^-, in lower plot decay of Ω^- is shown.

Table 1: Mass, decay channel, branching ratio (B.R.) and path length $c\tau$ for Ξ and Ω are recorded. For completeness we also list properties of Λ, as it is decay product of both cascades.

Particle	Mass (MeV/c^2)	Decay channel	B.R.(%)	$c\tau$ (cm)
Λ	1115.68	$\Lambda \to p+\pi^-$	63.9	7.89
$\overline{\Lambda}$	1115.68	$\overline{\Lambda} \to \overline{p}+\pi^+$	63.9	7.89
Ξ^-	1321.71	$\Xi^- \to \Lambda+\pi^-$	99.887	4.91
$\overline{\Xi}^+$	1321.71	$\overline{\Xi}^+ \to \overline{\Lambda}+\pi^+$	99.887	4.91
Ω^-	1672.45	$\Omega^- \to \Lambda+K^-$	67.8	2.46
$\overline{\Omega}^+$	1672.45	$\overline{\Omega}^+ \to \overline{\Lambda}+K^+$	67.8	2.46

4.1 Topological reconstruction

Reconstruction procedure used for cascade analysis is based on the assumption that every charged decay product can be detected. Firstly, Λ decay products (V^0s) are reconstructed and linked with one bachelor particle obtaining the cascade candidate. In this procedure, so called **topological reconstruction**, particle association is subject of fulfilling a set of geometrical and kinematical conditions, schematically shown in Figures 7- 10.

The Λ particle is reconstructed as a combination of two secondary tracks with opposite curvature. A minimal impact parameter to primary vertex criterium is applied for both charged tracks to ensure that these tracks are actually secondary (Figure 7). Another selection condition applied on secondary tracks depicted in the same Figure is the distance of closest approach (DCA) between the two tracks. Once the V^0 particles are identified, only the vertices inside a given fiducial volume are kept (Figure 8). The final check for the V^0s is the momentum orientation of the Λ particle. This is performed by applying a criterium on the cosine of the angle between the momentum vector of the Λ and a vector connecting the cascade vertex to the V^0 vertex position (Figure 9); this ensures that the selected Λ comes from the cascade vertex.

The next step is the invariant mass calculation of the reconstructed V^0 pair under the hypothesis of a Λ particle. The theoretical equation is given by

$$m^2_{\text{theo}}(\Lambda) = (E_\pi + E_\text{p})^2 - (\vec{p}_\pi + \vec{p}_\text{p})^2, \qquad (1)$$

which can be expressed in terms of quantities measured in the experiment

$$m^2_{\text{exp}}(\Lambda) = (\sqrt{m^2_\pi + \vec{p}^2_{\text{neg}}} + \sqrt{m^2_\text{p} + \vec{p}^2_{\text{pos}}})^2 - (\vec{p}_{\text{neg}} + \vec{p}_{\text{pos}})^2. \qquad (2)$$

To obtain the experimental mass under the hypothesis of a reconstructed Λ particle, the masses of π and p given by the value of the particle data group (PDG) are used in the equation 2. The result of the reconstruction is an invariant mass spectrum of the Λ particle distributed in a peak structure for which the width is determined by the detector resolution (Figure 10). Furthermore, an invariant mass window is defined in which the reconstructed V^0 particles are accepted as decay products of Λ particle.

The cascade identification follows a very similar procedure. V^0 particles that fulfilled all the selection criteria are linked with bachelor particles. The impact parameter of the bachelor must be large enough to have a good rejection of primary particles. Again, the DCA between the cascade decay products (bachelor and Λ candidate) must be small enough, and a check of the pointing angle for the cascade candidate is performed. Finding the cascade is limited to a fiducial region as well as to a final criterium that the V^0 vertex is further away than the cascade vertex from the primary vertex (PV).

By this procedure we obtain cascade candidates that are superimposed on the background that has the same topology as real cascade particles. The final goal is to separate the signal from the background,

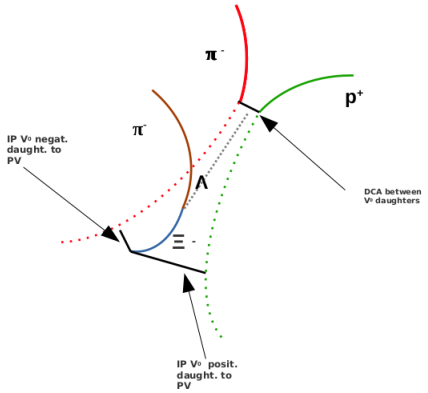


Figure 7: Topological reconstruction. Minimal impact parameter to primary vertex and distance of closest approach criteria shown in schematic representation.

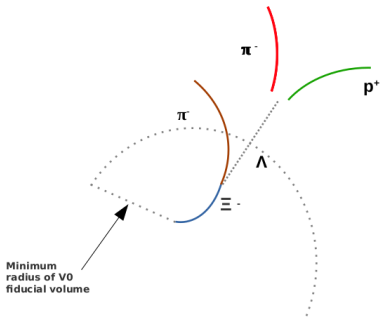


Figure 8: Topological reconstruction. Fiducial volume selection criterium shown in schematic representation.

which is done by another invariant mass calculation, this time for cascades

$$m^2_{\mathrm{exp}}(\Xi^-) = (\sqrt{m^2_\Lambda + \vec{p}^{\,2}_{\mathrm{V}^0}} + \sqrt{m^2_\pi + \vec{p}^{\,2}_{\mathrm{bach}}})^2 - (\vec{p}_{\mathrm{V}^0} + \vec{p}_{\mathrm{bach}})^2, \quad (3)$$

$$m^2_{\mathrm{exp}}(\Omega^-) = (\sqrt{m^2_\Lambda + \vec{p}^{\,2}_{\mathrm{V}^0}} + \sqrt{m^2_{\mathrm{K}} + \vec{p}^{\,2}_{\mathrm{bach}}})^2 - (\vec{p}_{\mathrm{V}^0} + \vec{p}_{\mathrm{bach}})^2. \quad (4)$$

$\vec{p}_{\mathrm{V}^0}$ (vector sum of V^0s momenta) and $\vec{p}_{\mathrm{bach}}$ are measured experimentally and the masses used in calculations are extracted from the PDG tables.

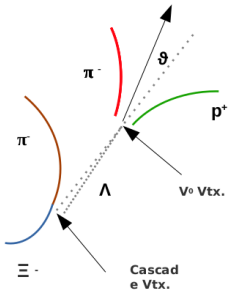


Figure 9: Topological reconstruction. Cosine of the angle between the momentum vector of the Λ and vector connecting the cascade vertex to the V^0 vertex position selection criterium shown in schematic representation.

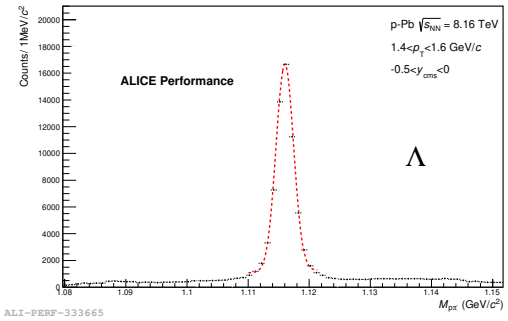


Figure 10: Topological reconstruction. Reconstructed invariant mass spectrum of the Λ particle.

5 Results

Data from short Xe–Xe runs (280234, 280235) from 2017 was analyzed, using pass 1 reconstruction. Events selected for analysis met minimum-bias trigger selection, were required to have at least one contributor in the primary vertex and location of primary vertex was supposed to lie within $|z| < 10$ cm.

5.1 Multiplicity Selection

Centrality of the event was determined employing V0 detectors detecting particles within $2.8 < \eta < 5.1$ and $-3.7 < \eta < -1.7$. AliMultSelection framework was used to obtain amplitudes classified in percentiles of the selected events. Following centrality classes were analyzed

- Ξ : [0,10], [10,30], [30,60], [60,90];

- Ω : [0,90].

5.2 Signal Extraction

The signal was extracted in the p_{T} binning

- Ξ : 0.6, 0.8, 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8, 2.2, 2.6, 3.0, 3.4, 4.0, 5.0 GeV/c;
- Ω : 1.0, 1.4, 1.8, 2.2, 2.6, 3.0, 3.6, 4.2, 5.0 GeV/c.

All the candidates that passed topological and quality criteria (Table 2) were categorized into corresponding centrality and p_{T} bins. In such a classification invariant mass distribution for both particles was obtained, Figure 11 and Figure 12. Here, for shortness, centrality integrated (0–90%) Ξ and Ω invariant mass distributions are presented. In both plots, signal is extracted as a sum of the particle and antiparticle candidates.

Table 2: Topological selection criteria for cascade analysis.

Selection Criteria	Values
DCA (cascade daughters)	$< 1.0\ \sigma$
Cascade cos(PA)	>0.98
Cascade radius	>1.0 cm
V^0 invariant mass window	± 0.005 GeV/c^2
DCA (V^0 daughters)	$< 1.0\ \sigma$
V^0 cos(PA)	> 0.98
DCA (V^0 – PV)	> 0.1 cm
DCA (bach – PV)	> 0.1 cm
Other selection criteria	
Rapidity interval	$\lvert y\rvert < 0.5$
Proper lifetime	$< 3\times c\tau$
$N_{\mathrm{TPCclusters}}$	≥ 70
$N_{\mathrm{crossedrows}}$	≥ 70
$N_{\mathrm{crossed}}/N_{\mathrm{findable}}$	≥ 0.8
TPC dE/dx selection	$< 4\ \sigma$

Data are fit with a sum of Gaussian distribution that models peak and second order polynomial models background. Yield is then extracted in invariant mass window around $\mu\pm 4\sigma$ obtained from fit by performing bin counting in this window followed by background subtraction (from fit) in the same peak window.

Covariance matrix from the fit to evaluate statistical uncertainty for background was obtained

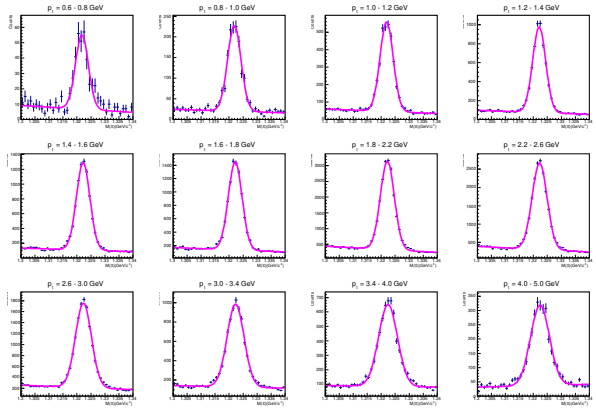


Figure 11: $\Xi^- + \overline{\Xi}^+$ signal extraction in 0–90% centrality class with fit for all p_{T} bins.

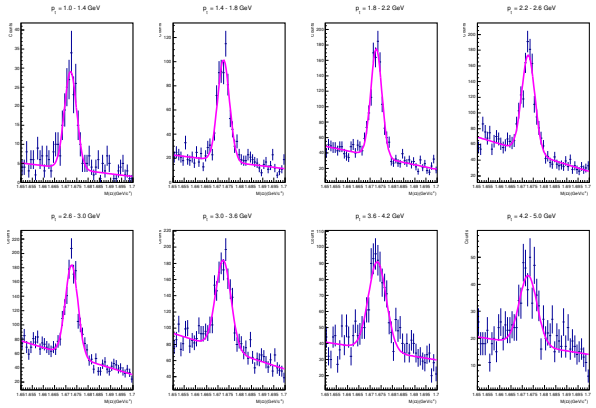


Figure 12: $\Omega^- + \overline{\Omega}^+$ signal extraction in 0–90% centrality class with fit for all p_{T} bins.

$\delta_{\mathrm{background}}$ and statistical error for bin count was evaluated as a square root of bin count in a given window $\delta_{\mathrm{integral}}$. Total statistical uncertainty was calculated as

$$\delta_{\mathrm{stat}} = \sqrt{\delta^2_{\mathrm{background}} + \delta^2_{\mathrm{integral}}}. \qquad (5)$$

By procedure described above raw yields for particles were obtained, Figure 13 and Figure 14.

5.3 Acceptance × Efficiency Determination

Acceptance × efficiency correction factor was calculated using Monte Carlo simulations with the same selection criteria application as were applied to data. For each particle and antiparticle $N_{\mathrm{reconstructed+associated}}(p_{\mathrm{T}})$ evaluation, bin content in the $\mu\pm 4\sigma$ peak window defined by fits (see Section 5.2) was calculated. Then efficiency for particle

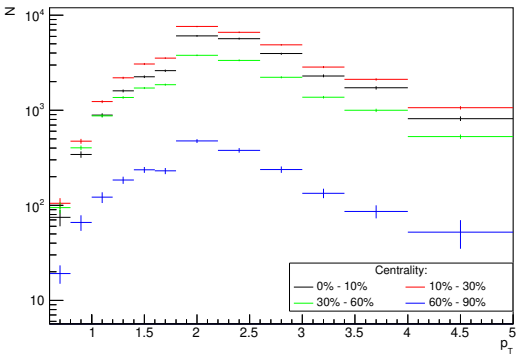


Figure 13: Raw yield $\Xi^- + \overline{\Xi}^+$

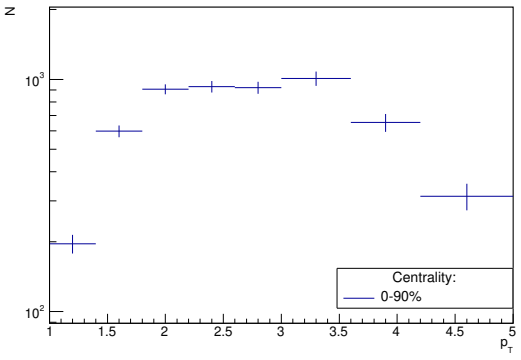


Figure 14: Raw yield $\Omega^- + \overline{\Omega}^+$

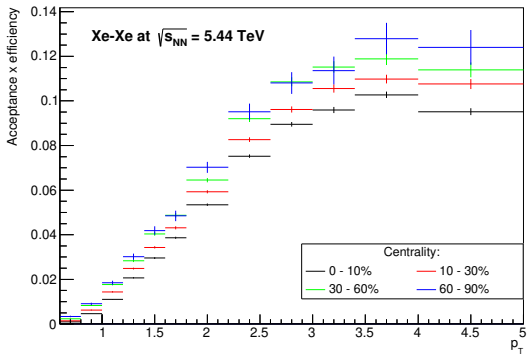


Figure 15: Acceptance $\times$ efficiency for $\Xi^- + \overline{\Xi}^+$

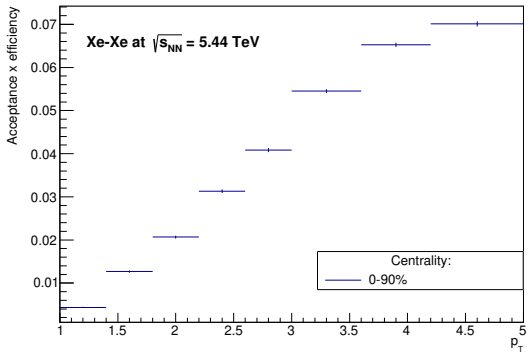


Figure 16: Acceptance $\times$ efficiency for $\Omega^- + \overline{\Omega}^+$

(antiparticle) is given as

$$\varepsilon = \frac{N_{\text{reconstructed+associated}}(p_{\text{T}})}{N_{\text{generated primaries}}(p_{\text{T}})}. \quad (6)$$

To determine the multiplication factor for yield of the sum of particle and antiparticle, weighted average was used. Uncertainties for acceptance $\times$ efficiency were calculated assuming binomial distribution. Correction factors for both particles in studied multiplicity intervals are presented in Figure 15 and Figure 16.

5.4 Systematic Uncertainties

Systematic uncertainties due to the choice of topological selection criteria were estimated. The workflow was run over raw data with different topological selection criteria values and a value for each criterium that vary the raw yield for more than 2% was identified. In order to reach as high as possible statistical precision, calculations were performed in integrated centrality class for both particles. Relative systematic uncertainties for both particles due to this source are shown in Figure 17 and Figure 18. A cut to the Roger-Barlow uncertainty [Barlow, 2002] of 1σ was applied.

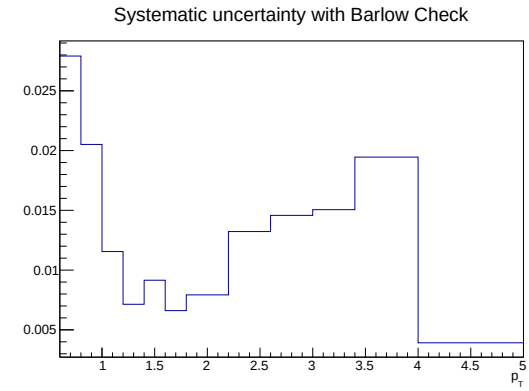


Figure 17: Relative systematic uncertainty for $\Xi^- + \overline{\Xi}^+$

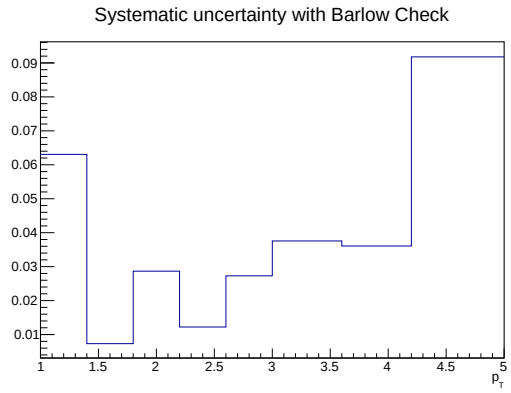


Figure 18: Relative systematic uncertainty for $\Omega^- + \overline{\Omega}^+$

5.5 Preliminary Corrected Yield

Below, corrected p_{T} spectra (Figure 19 and Figure 20) for acceptance $\times$ efficiency factor normalized to the number of events are shown. Error bars illustrate statistical uncertainties only. This result is preliminary and will be used to obtain integrated yield and mean transverse momentum for each particle and each centrality class. The p_{T} distribution of Ξ particle have progressively decreasing character with decreasing centrality of the collision. For both particles we observe hardening of p_{T} spectrum. A similar observations were reported for p–Pb [col. ALICE, 2014b] and Pb–Pb collisions and are typical collective behaviour at high multiplicity. In heavy–ion collisions these observations are successfully described by models based on relativistic hydrodynamics.

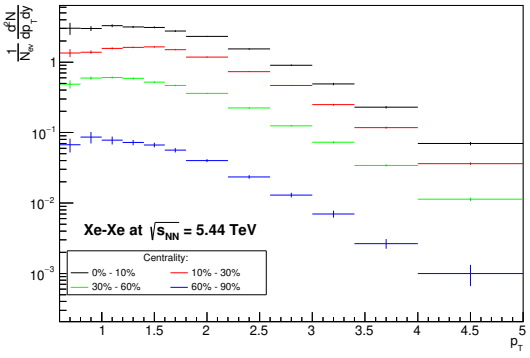


Figure 19: Corrected yield $\Xi^- + \overline{\Xi}^+$

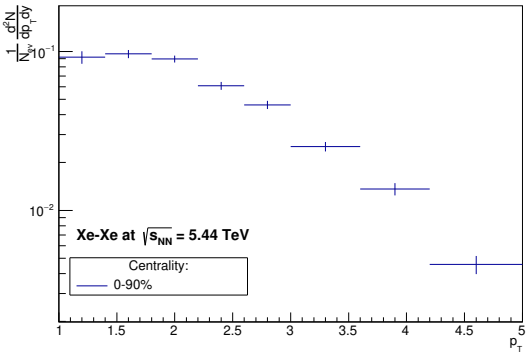


Figure 20: Corrected yield $\Omega^- + \overline{\Omega}^+$

6 Conclusion

To sum up, the measurement of multi–strange baryon production in heavy–ion Xe–Xe collisions at the LHC have been presented. Transverse momentum spectra obtained in mid-rapidity interval for $\Xi^- + \overline{\Xi}^+$ and $\Omega^- + \overline{\Omega}^+$ particles at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}} = 5.44$ TeV have been measured in four centrality intervals for Ξ particle and in one interval for Ω. The spectra were compared with published results and were found to be in a good agreement. Enhanced production of strange particles as a function of the charged–particle multiplicity density ($\mathrm{dN_{ch}/d}\eta$) has so far not been published in Xe–Xe collisions. The corrected spectra will be further fit by suitable fitting function (Blast-wave and/or Levi-Tsalis function) in order to get integrated yield and average p_{T} for strangeness enhancement observation.

Acknowledgments

My deepest gratitude belongs to my supervisor, Michal Mereš.

References

[Barlow, 2002] Barlow, R. (2002). Systematic errors: Facts and fictions.

[Becattini and Manninen, 2008] Becattini, F. and Manninen, J. (2008). Strangeness production from sps to lhc. *J. Phys. G*, 35:104013.

[Bohm et al., 2001] Bohm, M., Denner, A., and Joos, H. (2001). Gauge theories of the strong and electroweak interaction.

[CERN,] CERN. Cern acellerator complex, https://home.cern/science/accelerators/accelerator-complex/panoramas.

[Cleymans et al., 2006] Cleymans, J., Kraus, I., Oeschler, H., Redlich, K., and Wheaton, S. (2006). Statistical model predictions for particle ratios at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}}$ =5.5 tev. *Phys. Rev. C*, 74:034903.

[col. ALICE, 2014a] col. ALICE (2014a). Multi–strange baryon production at mid–rapidity in pb–pb collisions at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}}$ = 2.76 tev. *Phys. Lett. B*, 728:216–227.

[col. ALICE, 2014b] col. ALICE (2014b). Multiplicity dependence of pion, kaon, proton and lambda production in p–pb collisions at $\sqrt{s_{\mathrm{NN}}}$ =5.02 tev. *Phys. Lett. B*, 728:25–38.

[col. ALICE, 2017] col. ALICE (2017). Enhanced production of multi-strange hadrons in high-multiplicity proton-proton collisions. *Springer Science and Business Media LLC*, 13:535–539.

[Colella, 2014] Colella, D. (2014). Study of multi-strange baryon production with alice at the lhc energies. *PhD. Thesis*.

[Evans and Bryant, 2008] Evans, L. and Bryant, P. (2008). Lhc machine. *Journal of Instrumentation*, 3:S08001–S08001.

[Halzen and Martin, 1984] Halzen, F. and Martin, A. (1984). Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics. *John Wiley and Sons*.

[Koch et al., 1986] Koch, P., Muller, B., and Rafelski, J. (1986). Strangeness in relativistic heavy ion collisions. *Phys. Rep*, 142:167–262.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 342–347
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Vladimír Kráľovič, Peter Maták

Infrared finiteness of the NLO corrections to leptogenesis

Vladimír Kráľovič[‡]

Peter Maták[1] [†]

Katedra teoretickej fyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: The higher-order corrections to the *CP*-violating processes within the seesaw type-I model of leptogenesis include the heavy neutrino and lepton scatterings with top quarks. Those are considered massless, and therefore the reaction rates of these processes are infrared divergent. The main goal of the work is to study the cancellations of the infrared-divergent pieces of the cross-sections using the Kinoshita-Lee-Nauenberg theorem recently discussed in the literature.

1 Introduction

As far as we know, matter in the present-day universe is comprised almost entirely of baryonic matter, while the antibaryonic matter is instantly annihilated away. This should not be the case, as the Big Bang should have produced equal amounts of matter and antimatter. This matter generation asymmetry can be explained in multiple ways. However, we will be focusing on a model in which all particle species are in thermal equilibrium at one point in time. Then, they depart from equilibrium due to the universe expanding and cooling. For the subsequent matter asymmetry to occur, there are three necessary conditions (Sakharov conditions [Sakharov, 1967]) for the production of matter and antimatter at different rates: baryon number violation (to produce an excess of baryons over anti-baryons), *C*-symmetry and *CP*-symmetry violations (so that processes generating more baryons over anti-baryons are not counter-balanced by opposite processes), and interactions out of thermal equilibrium (the rate of reactions generating baryon asymmetry must be less than the universe's rate of expansion).

In the following sections, we will discuss how we can use the *S*-matrix unitarity constraint to simplify computations of reactions rates in the Boltzmann equation. Then we apply this approach to the type-I seesaw model of leptogenesis. In addition to that, we also introduce the Sokhotski-Plemelj theorem, which will prove useful in the treatment of specific Feynman diagrams appearing in calculations.

2 *S*-matrix unitarity

The *S*-matrix unitarity condition, $SS^\dagger = S^\dagger S = 1$, written in terms of the transition matrix

$$T_{fi} = \mathrm{i}(\delta_{fi} - S_{fi}) = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) M_{fi} \qquad (1)$$

for the initial state $|i\rangle$ and the final state $|f\rangle$ leads to the relation

$$T^\dagger_{fi} = T_{fi} - \mathrm{i} \sum_n T^\dagger_{fn} T_{ni}. \qquad (2)$$

From Eq. (2) and the *CPT* symmetry of our quantum theory, the *CP* asymmetry $\Delta|T_{fi}|^2 = |T_{fi}|^2 - |T_{if}|^2$ can be written as [Kolb and Wolfram, 1980]

$$\Delta|T_{fi}|^2 = 2\Im \sum_n T_{in} T^\dagger_{nf} T_{fi} - \left| \sum_n T^\dagger_{fn} T_{ni} \right|^2 \qquad (3)$$

Now, combining these two equations we obtain the expansion [Blažek and Maták, 2021a]

$$\begin{aligned} \Delta|T_{fi}|^2 = &+ \sum_n (\mathrm{i}T_{in}\mathrm{i}T_{nf}\mathrm{i}T_{fi} - \mathrm{i}T_{if}\mathrm{i}T_{fn}\mathrm{i}T_{ni}) \\ &- \sum_{n,m} (\mathrm{i}T_{in}\mathrm{i}T_{nm}\mathrm{i}T_{mf}\mathrm{i}T_{fi} - \mathrm{i}T_{if}\mathrm{i}T_{fm}\mathrm{i}T_{mn}\mathrm{i}T_{ni}) \\ &+ \ldots \end{aligned} \qquad (4)$$

A single term in this expansion can be viewed as a transition from $|i\rangle$ to $|i\rangle$ with two or more on-shell intermediate states, including $|f\rangle$. Moreover, now we can clearly see the cancellation of asymmetries, as indicated by the opposite signs of the mirrored terms.

3 Cut-product notation

Looking at Eq. (4), we might need a more efficient way to treat products of transition matrices. Usually,

[*] kralovic38@fmph.uniba.sk
[†] Supervisor

the summation includes all the combinations of particles allowed by symmetries and kinematics. The momentum integration and the summations over the discrete degrees of freedom are also included. From now on, we will use the so-called cut-product notation, where the sum will only run over different particles in the intermediate states. The integration over the particle momenta as well as the summation over the discrete degrees of freedom will be indicated by the cut-product defined as [Blažek and Maták, 2021a]

$$\sum_{\forall s_n}\int\prod_{\forall p_n}[d\mathbf{p}_n]iT_{in}iT_{nf}\equiv iT_{in}|iT_{nf} \tag{5}$$

Let us consider the equilibrium contribution of the $i\to f$ reaction to the evolution of the number densities of the included particles. Within the classical Boltzmann approach, it is given in terms of the thermally averaged rate of the process [Blažek and Maták, 2021a]

$$\gamma^{\rm eq}_{fi}=-\frac{1}{V_4}\sum_{\forall s_i}\int\left(\prod_{\forall p_i}[d\mathbf{p}_i]f_i^{\rm eq}(p_i)\right)iT^{\dagger}_{if}|iT_{fi} \tag{6}$$

where V_4 denotes the four-dimensional volume.We can observe that this expression has a structure similar to a trace of a matrix product. This is no coincidence as the detailed balance condition guarantees cyclicity. Thus, we can define the trace of the product of transition matrices. This is not a coincidence, as the detailed balance condition guarantees cyclicity, and we can define

$$\mathrm{Tr}\{iT_{in}|iT_{nm}|...|iT_{fi}\}=\frac{1}{V_4}\sum_{\forall s_i}\int\left(\prod_{\forall p_i}[d\mathbf{p}_i]f_i^{\rm eq}(p_i)\right)iT_{in}|iT_{nm}|...|iT_{fi}. \tag{7}$$

Using the expansion in Eq. (4), we obtain the equilibrium asymmetry of the $i\to f$ reaction rate in the form of [Blažek and Maták, 2021a]

$$\begin{aligned}\Delta\gamma^{\rm eq}_{fi}=&+\sum_n\Big(\mathrm{Tr}\{iT_{in}|iT_{nf}|iT_{fi}\}-\mathrm{Tr}\{iT_{if}|iT_{fn}|iT_{ni}\}\Big)\\&-\sum_{n,m}\Big(\mathrm{Tr}\{iT_{in}|iT_{nm}|iT_{mf}|iT_{fi}\}-\mathrm{Tr}\{iT_{if}|iT_{fm}|iT_{mn}|iT_{ni}\}\Big)\\&+\dots .\end{aligned} \tag{8}$$

4 Sokhotski-Plemelj theorem

In this work, it will be convenient for us to employ principal values and delta functions. Therefore, let us introduce some useful identities relating these distributions to each other. For this purpose, we are going to take a look at a certain theorem of complex analysis – the Sokhotski-Plemelj theorem [Tas et al., 2004]: *Let f be a complex-valued function, which is defined and continuous on the real line, and let a and b be real. Then*

$$\lim_{\varepsilon\to0^+}\int_a^b\frac{f(x)}{x\pm\mathrm{i}\varepsilon}dx=\mp\mathrm{i}\pi f(0)+\mathrm{P.V.}\int_a^b\frac{f(x)}{x}dx. \tag{9}$$

Therefore, in terms of distributions, we can write

$$\frac{1}{x-a+\mathrm{i}\varepsilon}=P.V.\frac{1}{x-a}-\mathrm{i}\pi\delta(x) \tag{10}$$

and

$$\frac{1}{x-a-\mathrm{i}\varepsilon}=P.V.\frac{1}{x-a}+\mathrm{i}\pi\delta(x). \tag{11}$$

Adding Eqs. (10) and (11), we obtain the principal value representation

$$\mathrm{P.V.}\frac{1}{x-a}=\frac{x-a}{(x-a)^2+\varepsilon^2} \tag{12}$$

while from their subtraction

$$\delta(x-a)=\frac{\varepsilon}{\pi}\frac{1}{(x-a)^2+\varepsilon^2}. \tag{13}$$

Taking the derivative of Eq. (13) with respect to x

$$\frac{\partial}{\partial x}\delta(x-a)=-2\frac{\varepsilon}{\delta}\frac{x-a}{[(x-a)^2+\varepsilon^2]^2} \tag{14}$$

and we may observe the following relation

$$\delta(x-a)P.V.\frac{1}{x-a}=-\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial x}\delta(x-a). \tag{15}$$

This identity will prove useful in treating specific diagrams that will appear in further calculations.

5 Collision term and type-I seesaw

Now we will look at the specific interactions which will provide for our collision term. In this work, we are focusing on a so-called type-I seesaw model [Yanagida, 1979]. This mechanism attempts to explain the negligible yet non-zero mass of the Standard Model neutrinos by introducing a new type of neutrinos, the masses of which are roughly of order of $\mathscr{O}(10^{10}$ GeV). Therefore, we will be using a simple extension of the Standard Model [Blažek and Maták, 2021b] containing heavy right-handed neutrinos N_i coupled to the Standard Model left-handed leptons and Higgs doublet via Yukawa interaction

$$\mathscr{L} \supset -\frac{1}{2}M_i\bar{N}_i N_i - (Y_{\alpha i}\bar{N}_i P_L l_\alpha H + \text{H.c.}) \tag{16}$$

with M_i denoting the right-handed neutrino Majorana masses. The Higgs particles and standard model leptons are considered with zero nonthermal masses.

These interactions lead to the collision term, which consists of only tree-level decays at leading perturbative order [Kolb and Wolfram, 1980]

$$\begin{aligned}\dot{n}_{N_i} + 3\mathscr{H} n_{N_i} = &-\gamma_{N_i\to lH} - \gamma_{N_i\to \bar{l}\bar{H}} \\ &+ \gamma_{\bar{l}\bar{H}\to N_i} + \gamma_{lH\to N_i}\end{aligned} \tag{17}$$

where $\mathscr{H}$ represents the Hubble constant, thermally averaged decay rates γ are computed as

$$\begin{aligned}\gamma_{N_i\to lH} = \int &[d\mathbf{p}_{N_i}][d\mathbf{p}_l][d\mathbf{p}_H] \\ &(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_{N_i} - p_l - p_H) f_{N_i}|M|^2\end{aligned} \tag{18}$$

where $[d\mathbf{p}] = \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 p^0}$ is a Lorentz-invariant integration measure in the phase-space.

In addition to the Lagrangian above, we consider the Yukawa interactions between left-handed quark doublet Q, right-handed top quark t, and Higgs doublet field H

$$\mathscr{L} \supset -Y_t \bar{t} P_L Q H + \text{H.c.}. \tag{19}$$

These interactions lead to the corrections of the order $\mathscr{O}(Y^2 Y_t^2)$ to the collision term in Eq. (17), accounting for various reactions. In this work, our focus is on neutrino scattering with either quark or antiquark. Again, all particles but right-handed neutrinos are considered massless. However, the quarks will be attributed infinitesimal masses m used as infrared regulators in our calculations.

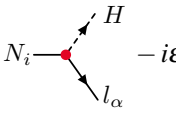
6 Feynman rules for Majorana neutrinos

We will be using the usual Feynman rules for the Standard model particles (quarks, leptons, bosons) for our calculations. However, all Standard model particles are so-called Dirac particles, and therefore these rules do not account for the Majorana neutrinos. The main difference between Majorana and Dirac particles is that Majorana particles are their antiparticle, which leads to

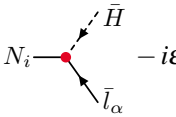
$$N = \sum_s \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_\mathbf{p}} (a_p^s u^s \mathrm{e}^{-ip.x} + a_p^{s\dagger} v^s \mathrm{e}^{+ip.x}) \tag{20}$$

$$\bar{N} = \sum_s \int \frac{d^3\mathbf{p}}{(2\pi)^3 2E_\mathbf{p}} (a_p^{s\dagger} \bar{u}^s \mathrm{e}^{+ip.x} + a_p^s \bar{v}^s \mathrm{e}^{-ip.x}) \tag{21}$$

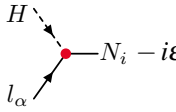
Taking the interactions from (16) and combining them with the external states via clipping notation yields following set of Feynman rules



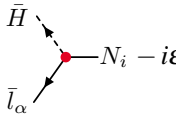
$$-i\varepsilon_{ab} Y^*_{\alpha i} \bar{u}_\alpha P_R u_i = i\varepsilon_{ab} Y^*_{\alpha i} \bar{v}_i P_R v_\alpha \tag{22}$$



$$-i\varepsilon_{ab} Y_{\alpha i} \bar{v}_i P_L v_\alpha = i\varepsilon_{ab} Y_{\alpha i} \bar{u}_\alpha P_L u_i \tag{23}$$



$$-i\varepsilon_{ab} Y_{\alpha i} \bar{u}_i P_L u_\alpha = i\varepsilon_{ab} Y_{\alpha i} \bar{v}_\alpha P_L v_i \tag{24}$$



$$-i\varepsilon_{ab} Y^*_{\alpha i} \bar{v}_\alpha P_R v_i = i\varepsilon_{ab} Y^*_{\alpha i} \bar{u}_i P_R u_\alpha \tag{25}$$

where the left-hand side of these equations was obtained directly from operator clipping, while for the right-hand side we used

$$u = C\bar{v}^T \tag{26}$$

where C stands for charge conjugation.

7 NLO corrections to $N_i \to lH$ decay

Let us look at the forward diagrams for Majorana neutrino scattering with quark or antiquark, as shown

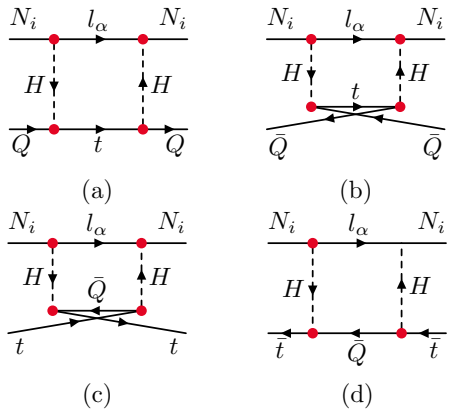
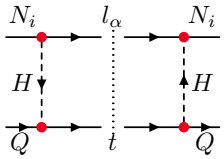


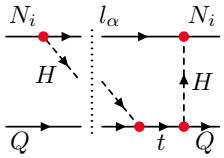
Figure 1: Forward diagrams for the N_i and quark/antiquark initial state at the $\mathcal{O}(Y^2 Y_t^2)$ [Blažek and Maták, 2022].

in Fig. 1. These belong to many other reactions contributing to the collision term in Eq. (17). In Ref. [Blažek and Maták, 2022], it has been shown that the $2 \to 3$ contributions obtained from cutting these diagrams can be interpreted as a correction to the reaction rate of $\gamma_{N_i \to lH}$ decay. Similar diagrams with arrows reversed, contribute to $\gamma_{N_i \to \bar{l}\bar{H}}$.

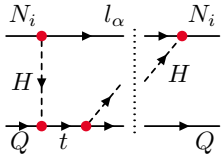
We will demonstrate our approach to computing the square of the transition amplitudes considering the cuts of the diagram in Fig. 1a. There are three kinematically allowed cuts (to cut in this sense means to place cut particles on their mass shell) for this diagram:



(27)



(28)

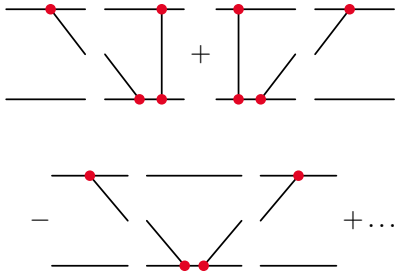


(29)

Let us refer to Eq. (27) as a central-cut of this diagram, and to Eqs. (28) and (29) as side-cut diagrams. The same cuts can be done analogously in diagrams in Figs. 1b, 1c, and 1d. Even though the central-cut diagram can be computed directly as a square of a t-channel diagram, the side-cut diagrams will require a special treatment in order to simplify the calculations. First, we need to recall

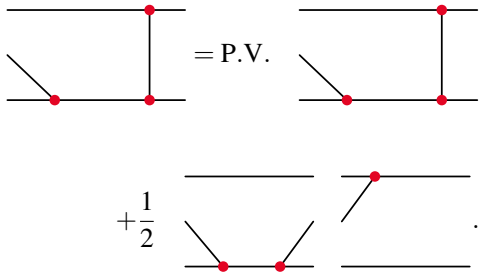
$$|T_{fi}|^2 = -iT_{if}iT_{fi} + \sum_n iT_{in}iT_{nf}iT_{fi} - \dots \qquad (30)$$

The sum on the right-hand side can be expressed in terms of cut diagrams as a sum of both side-cut diagrams, minus one diagram where are both side cuts done simultaneously



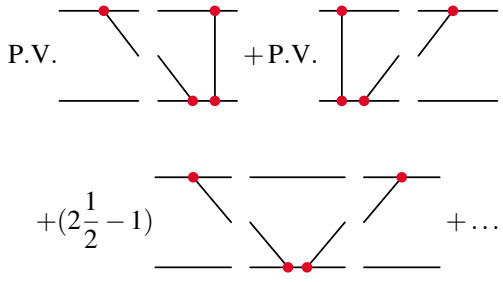
(31)

Then, we use the identity in Eq. (10) diagrammatically expressed as



(32)

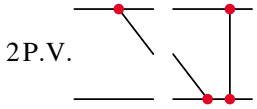
Now, taking Eq. (31), we can replace parts of the first two terms according to Eq. (32) and end up with



(33)

The double-cut diagram is now gone, and we are left with two diagrams with principal values on the Higgs

propagator, which can be unified as

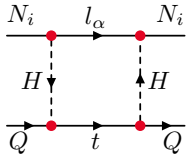


(34)

This is the diagram representing all the side-cut diagrams.

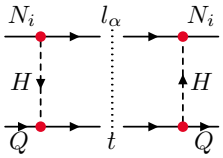
Finally, before we get to details of the calculations, it is worth to mention that if we look at all of the diagrams in Fig. 1, we may notice 1c and 1d diagrams are just 1b and 1a diagrams making the replacements $t \leftrightarrow \bar{Q}$ and $t \to \bar{Q}$, $Q \to \bar{t}$, respectively. Indeed, the contributions of 1c and 1d diagrams turn out to be equal to those of 1a and 1b diagrams. Therefore, from now on we forget about them.

8 Contribution of the box diagram in Fig. 1a



(35)

8.1 Central-cut diagram



(36)

The contribution of this central-cut diagram equals to

$$\int [dp_l][dp_t](2\pi)^4\delta^{(4)}(p_N+p_Q-p_l-p_t) \\ |M|^2\left[\frac{1}{(p_Q-p_t)^2}\right]^2 \tag{37}$$

where

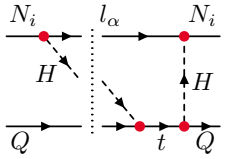
$$\begin{aligned}|M|^2 &= \sum_s\sum_\alpha(-iY_{\alpha i}\bar{u}_N P_L u_l)\times(-iY^*_{\alpha i}\bar{u}_l P_R u_N) \\ &\quad (-iY_t\bar{u}_Q P_R u_t)\times(+iY_t\bar{u}_t P_L u_Q) \\ &= 6(Y^+Y)_{ii}Y_t^2(2p_N\cdot p_l)(2p_Q\cdot p_t)\end{aligned} \tag{38}$$

Integrating over l and t phase space yields the following result

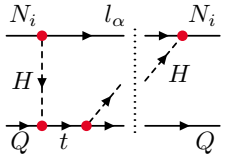
$$\frac{3}{4\pi}(Y^+Y)_{ii}Y_t^2\left[1+2\frac{s}{M^2} \right. \\ \left. -\frac{M^2}{s-M^2}\left(2\ln\frac{M^2}{s-M^2}+\ln\frac{m^2}{s}\right)\right] \tag{39}$$

with $s=(p_N+p_Q)^2$. We can see that in the limit $m\to 0$, the last term in this equation is infrared divergent.

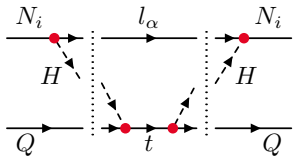
8.2 Side-cut diagrams



(40)

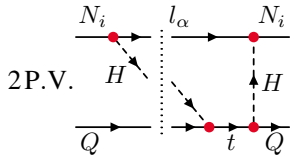


(41)



(42)

According to Eq. (34), these diagrams can be rewritten simply as



(43)

that can be further expressed as

$$\int [dp_l][dp_H](2\pi)^4\delta^{(4)}(p_N-p_l-p_H) \\ |M|^2 2\text{P.V.}\frac{1}{p_t^2-m^2}\frac{1}{p_H^2}. \tag{44}$$

Interestingly enough, $|M|^2$ turns out to be exactly same as in the previous section. The subintegral expression in Eq. (44) can be seen proportional to $\delta(p_H^0-\frac{M}{2})\text{P.V.}(p_H^0-\frac{M}{2})^{-1}$, enabling us to use the identity in Eq. (32) to remove problematic principal value [Racker, 2019]. Integrating over l and H phase

space yields

$$\frac{3}{4\pi}(Y^{+}Y)_{ii}Y_t^2\left[2\left(\frac{s}{M^2}-1\right)\right.$$
$$\left.-\frac{M^2}{s-M^2}\left(2\ln\frac{s-M^2}{M\sqrt{s}}-\ln\frac{m^2}{s}\right)\right] \tag{45}$$

Again, we can see the infrared divergence in the last term. Moreover, comparing Eqs. (39) and (45), one can observe that problematic divergent terms differ only in their sign. Therefore they cancel each other, leading to a finite result.

9 Conclusions

In this contribution, the right-handed Majorana reaction rate has been investigated within the seesaw type-I leptogenesis model. Considering the N_i scattering with quark or antiquark, the infrared finiteness of the result has been explicitly verified using a newly developed diagrammatic method introduced in Ref. [Blažek and Maták, 2022].

References

[Blažek and Maták, 2021a] Blažek, T. and Maták, P. (2021a). *CP* asymmetries and higher-order unitarity relations . *Phys. Rev. D*, 103(9):L091302.

[Blažek and Maták, 2021b] Blažek, T. and Maták, P. (2021b). Cutting rules on a cylinder: a simplified diagrammatic approach to quantum kinetic theory. *Eur. Phys. J. C*, 81(12):1050.

[Blažek and Maták, 2022] Blažek, T. and Maták, P. (2022). Mass-derivative relations for leptogenesis. *Eur. Phys. J. C*, 82(3):214.

[Kolb and Wolfram, 1980] Kolb, E. W. and Wolfram, S. (1980). Baryon Number Generation in the Early Universe. *Nucl. Phys. B*, 172:224. [Erratum: Nucl.Phys.B 195, 542 (1982)].

[Racker, 2019] Racker, J. (2019). Unitarity and CP violation in leptogenesis at NLO: general considerations and top Yukawa contributions. *Journal of High Energy Physics*, 02:042.

[Sakharov, 1967] Sakharov, A. D. (1967). Violation of CP Invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe. *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 5:32–35.

[Tas et al., 2004] Tas, K., Baleanu, D., Krupka, D., Krupkova, O., Krupková, O., and Üniversitesi, Ç. (2004). *Global Analysis and Applied Mathematics: International Workshop on Global Analysis*. AIP Conference Proceedings. American Inst. of Physics.

[Yanagida, 1979] Yanagida, T. (1979). Horizontal gauge symmetry and masses of neutrinos. *Conf. Proc. C*, 7902131:95–99.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, pp. 348–356
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Matúš Kosťov, Oliver Majeský

Boosted top-quark charge identification using machine learning

Matúš Kosťov[1*] Oliver Majerský[1†‡]

Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Abstract: In this article we examine the possibility to distinguish top and anti-top quark in top-quark pair production on experiment ATLAS on the LHC using neural networks (NN). We discuss the training of the NN, what distinguishing observables should we use and an optimal NN architecture for this task.

Keywords: neural network, observables, top quark, jet

1 Introduction

There is a whole lot happening when two high energy-protons collide at LHC. Numerous different particles are created, many of them not present in our world under normal conditions. One of the possible processes is the top-quark ($t\bar{t}$) pair-production, the process of our study where we want to distinguish top quark from anti-top quark. Top quarks alone are interesting objects to study, since they do not hadronize, so their properties are transferred to the decay products, e.g. spin, thus enabling precise measurements of these properties. The phenomenon of interest in this work is the charge asymmetry in $t\bar{t}$ production. When $t\bar{t}$ pair is produced by quark anti-quark annihilation, the top quarks display asymmetry in some of their kinematic properties, for example in their production angle. The top quarks tend to be produced more in forward direction with respect to the LHC beam axis. And the anti-top quarks are produced more abundantly in central direction (Fig.1). The current measurements of charge asymmetry for high-momentum top quarks are limited by statistical uncertainty due to limited amount of data. One option to increase the amount of data in the measurement is to include the all-hadronic decay channel. This decay channel was previously not used for asymmetry measurement because of the problem with the reliability of the $t\bar{t}$ reconstruction. In the single-lepton and di-lepton channels, final-state electrons and muons from $t\bar{t}$ decay can be used to distinguish top from anti-top quark. In the all-hadronic channel, alternative approaches are required due to the absence of the leptons. In this work, we examine the application of neural networks using information from inner-detector charged tracks.

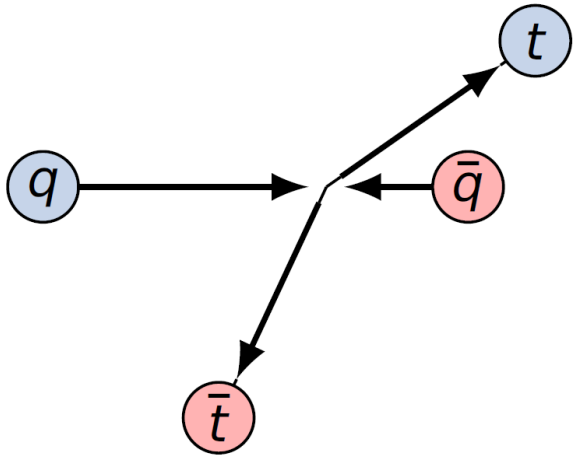


Figure 1: Preferred forward direction of the top quark in $t\bar{t}$ production at the LHC due to initial state Lorentz boost.

1.1 Top quark production and detection

We study production of $t\bar{t}$ pairs in proton-proton collisions with energy $\sqrt{s} = 13$TeV at Large Hadron Collider. In these conditions, 90% of pairs originate from gluon-gluon fusion and roughly 10% originate from quark anti-quark annihilation ($q\bar{q}$).

Top quark has charge $\frac{2}{3}$e (or the opposite $-\frac{2}{3}$e for anti-top quark) and it is the heaviest elementary particle known by the Standard model. With its invariant mass of $m_t = 173{,}1$ GeV [PDG-Collaboration, 2018] it has very short life-time ($\tau \sim 5.10^{-25}s$), which is much shorter than time required for hadronization process ($\sim 10^{-23}s$). Therefore top quarks don't form hadrons and decay before reaching detectors. We are able to detect them only via their decay products.

Top (anti-top) quarks decay to $W^+(W^-)$ boson and bottom (anti-bottom) quark. W-bosons decay either via leptons or light quarks (Fig.2). This creates three different decay channels for $t\bar{t}$ pairs. All three channels include bottom (b) quark and anti-bottom ($\bar{b}$)

*kostov2@uniba.sk
†oliver.majersky@cern.ch
‡Supervisor

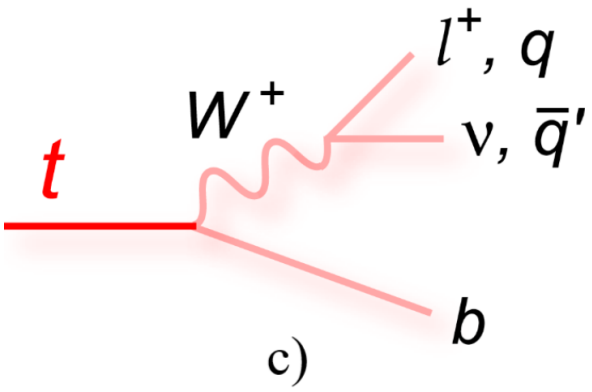


Figure 2: Illustration of top quark decay.

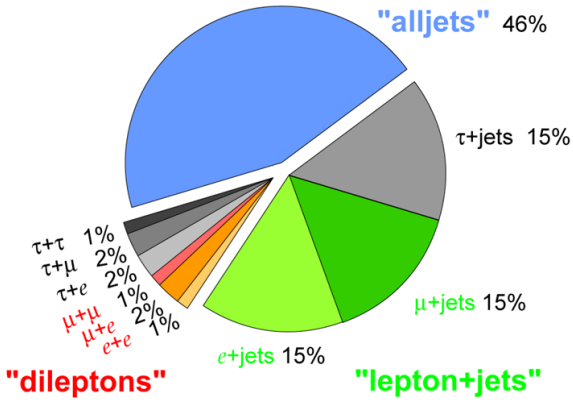


Figure 3: The branching fractions of $t\bar{t}$ pair decay channels.

quark. The difference is whether W-bosons both decay via leptons (dilepton channel) or as quarks (all-hadronic channel) or one W-boson to leptons and the second to quarks (semi-leptonic channel). All of these particles can be detected by ATLAS Detector, except neutrinos. Details of the branching functions are depicted in the (Fig.3).

This work focuses on the all-hadronic decay channel. The $t\bar{t}$ pair creates 6 quarks, out of which four are light quarks (u, d, s or c) and two are b-quarks. They are particles with high energy and they loose this energy by hadronizing, which creates collimated particle showers. Tracks of charged particles can be measured in track detectors and afterwards the energy is collected in calorimeters. The structure of hadronic calorimeter enables us to reconstruct clusters of energy deposits of these showers, which can be reconstructed into so-called *jets* corresponding to the quarks that initiated them. The jets include valu-

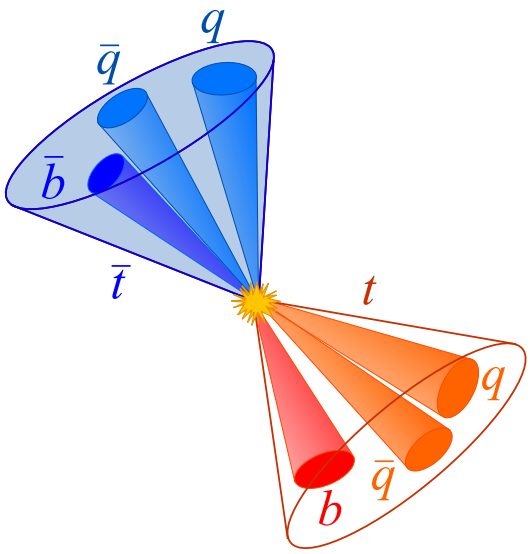


Figure 4: Boosted all-hadronic decay of $t\bar{t}$ pair.

able information about its initial quark, such as energy, momentum or production angle.

At lower energies, individual jets from hadronically-decaying top quark can have various production angles which makes it hard to recognize all of them and reconstruct single $t\bar{t}$ event from these due to multijet background and pileup. This is called resolved topology. However, at higher energies, due to the Lorentz boost, the jets are produced closer to each other and the variation of angles is suppressed. The showers from hadronization of close-by quarks from hadronically-decaying top quark in the calorimeters then can be reconstructed as a single jet with large radius (referred to as large-R jet) and the measurement is less affected by background from incorrect jet-to-quark assignment and from multijet background (Fig.4). This is often called *boosted topology*.

The smaller jets within the large-R jet are called track jets. The track jets are reconstructed in track detectors where particle shower does not spread as much as in calorimeters. Thus we are able to recognize the individual quarks initiated by the top quark as track jets with better spacial resolution. We can also reconstruct the charge of the track jet from the curvature of the tracks created by hadrons within track jets in the track detector.

We want to include many observables sensitive to the electric charge of the top quark, to possibly enhance the recognition efficiency. But adding more observables means more complex relations. Machine

learning techniques, such as neural networks, provide an elegant solution for combining multiple observables into a single discriminant for classification of top and anti-top quarks. We investigate the usage of neural networks and study what observables and which architecture provide the best separation power.

2 Neural Network

Machine learning (ML) is the study of computer algorithms that can learn through the experience on training data. Algorithmically speaking, it's finding a non linear functions f($\vec{x}$,**w**) based on their input data ($\vec{x}$). One of the application fields of the ML is the so-called field of the classification tasks. The discrimination between top and anti-top quarks is one example of such task.

The discrimination is based on many observables, which create N-dimensional state space where the large-R jets initiated by top and anti-top quark events occupy some areas. For the jet classification we need to find the most optimal non-linear boundary, so-called decision boundary (Fig.5), in this space to separate the jets originating from top and anti-top. To find function describing this boundary we choose Neural Network, one of the ML algorithms. NN is capable of transforming N inputs into one discriminant. This transformation is based on finding optimal function $f(\vec{x},\mathbf{w})$, where $\vec{x}$ are observables (dim $\vec{x}$ = N) and w are free, "trainable" parameters used for evaluating output. The discriminant is evaluated for individual large-R jet and its value is designed to range from 0 to 1. This number represents how likely it is for the jet to be top quark (closer to 1) or anti-top quark (closer to 0).

2.1 Structure of the NN

Neural Network got its name because it resembles the function of neurons in the brain. The basic processing unit of NN is a node - the neuron of the network. Input nodes carry the input information. Information is then carried to the next layer of nodes. Every node (excluding input layer) includes activation function. Depending on the incoming information (analogous to signal received by neurons in brain) and on the type of the activation function, the node is "activated" with some output value. The connections between the nodes are weighted by value w_{ij} which resembles synapses between neurons. For the fully-connected

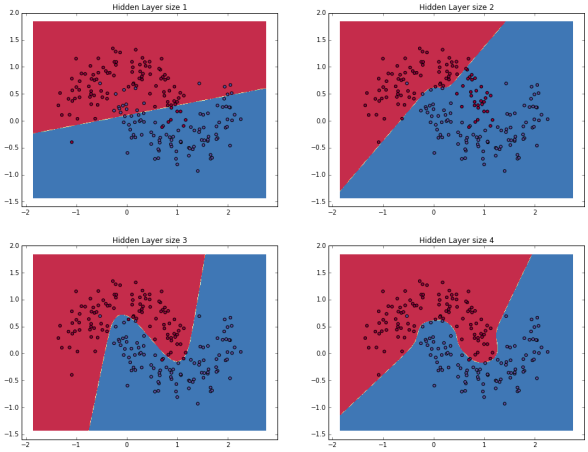


Figure 5: Example of decision boundary plot dependent on the number of hidden layers of the NN.

networks, every node in the current layer is connected with every node from previous layer. The weight of these connections w_{ij} determines the response of the j^{th}-node to information provided by i^{th}-node. The response is defined as:

$$\phi_j = \phi(\sum_{i=1}^{N} w_{ij} + b_j) \tag{1}$$

where ϕ is the activation function mentioned earlier. We can also introduce a bias b_j which can artificially shift the value calculated by the previous nodes in j^{th}-node, if needed.

Generally, when constructing the NN we arrange its neurons into layers. Layers can be divided into three main parts:

1. Input layer - here we input the observable values to the NN.

2. Hidden layers - the number of hidden layers is arbitrary and often chosen to meet our needs. NN with low number of hidden layers (usually just one) is called the shallow NN. Typically, input observables for shallow NNs are so-called high-level input, which can be directly used to distinguish event classes (e.g. top vs anti-top). The NN with multiple hidden layers is referred to as deep NN. Deep NNs can learn from low-level input to find the high-level features internally within the hidden layers. As seen in the (Fig.5), more hidden layers mean more detailed boundary. But this method needs extensive amounts of data in order to achieve high performance.

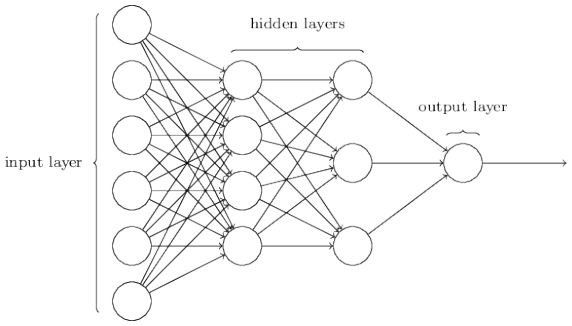


Figure 6: General example of Artificial Neural Network architecture.

3. Output layer - final values of discriminants. Since we solve binary classification problem, we need only one output node.

An example of the NN architecture is shown in the (Fig.6). We use fully-connected feed-forward type of architecture. In general, the greater the number of the nodes, the more information can the network potentially extract from the available data. The disadvantage is that it takes longer to train such NN and more and more data is required since a larger NN can be easily over-trained e.g. the algorithm becomes sensitive to its statistical fluctuations in the training sample, which then worsens the performance on different data sets. Therefore we have to find an efficient architecture for our NN. The optimal architecture should be the simplest one but still maintaining classification power and it shouldn't be over-trained.

2.2 Neural network training procedure

Our goal is to optimise free parameters w_{ij} in such a way, that function $f(\vec{x},\mathbf{w})$ gives us the best separation power for classified large-R jets.

The type of the optimisation we use is called supervised training [Goodfellow et al., 2016]. The data set used for training is split into two subsets at random. These are called training set and validation set. The input values and the true type (top / anti-top) of large-R jet is known in both sets. The main point of supervised training is the minimisation of the loss function, which quantifies how accurately the network can predict the true class (f_{true}) of the large-R jet. The result of minimisation is the optimal set of the $\mathbf{w}$ parameters of network. The loss function we use is the binary cross-entropy [Behnke et al., 2013] and is defined as follows:

$$L(\mathbf{w}) = \sum_{i}^{jets} [f^i_{true} \log(f(\mathbf{x}^i,\mathbf{w})) + \\ + (1 - f^i_{true}) \log(1 - f(\mathbf{x}^i,\mathbf{w}))] \quad (2)$$

The sum runs through all large-R jets. f^i_{true} denotes the true class of the i^{th}-jet and its value is either 0 or 1 and $f(\mathbf{x}^i,\mathbf{w})$ is a value given by the NN output for the i^{th}-jet. The term $\mathbf{w}$ also includes the bias b_j. There are two main problems when minimising loss function via free parameters $\mathbf{w}$. One is that the individual weights are highly correlated, the second that the loss function has many local minima. Considering $\mathbf{w}$ is a vector we use a method based on the stochastic gradient descend to find the minimum. Here initial weights are chosen at random. Initially, the loss function value is computed for the NN with these random weights. After that the gradient of the loss function is calculated and the value of weights is changed in the direction of gradient by a step η referred to as learning rate: $\mathbf{w} \to \mathbf{w} + \vec{\bigtriangledown}_w \eta$. To prevent the minimisation from falling into local minima, we introduce further randomness by selecting only a small subsets of jets at each step of evaluating the gradient descend. These small subsets are called batches. Usually the size of batch is of the order of a few hundreds events. The batch sample is chosen at random from the training set, such that each jet in the training sample is used only in a single batch. The sequence of steps, when the NN loops over all of the samples from the training set is called an epoch. The NN training usually involves dozens of the epochs. After each epoch, the loss function value and the resulting accuracy is calculated for the whole training sample. Same values are evaluated for the validation sample. Evaluating on the validation sample is a measure taken to prevent the over-training of the NN. To prevent the NN from over-training, we stop the training when the loss function does not change more than is the pre-set decrease tolerance (δ) after a specified number of epochs (patience). To check whether the NN is over-trained or not we can plot the graph of the loss function over the epochs. If the NN was over-trained, we would see a decline of the loss function on the training sample accompanied by continuous increase of the validation loss. Another manifestation of the over-training can be a suspiciously large value of the weights, which can be interpreted as sharp changes in the decision boundary sensitive to the statistical fluctuations in the

training data set. To counter this problem, two regularization methods are introduced, $L1$ and $L2$ which are defined as:

$$R_{L1}(\mathbf{w}) = \sum_{i}^{n} |w_i| \quad R_{L2}(\mathbf{w}) = \sum_{i}^{n} w_i^2 \tag{3}$$

The regularization is then introduced to the original loss function as follows, penalizing the network's loss value for large values of weights:

$$L(\mathbf{w}) = L(w_0) + \lambda R(\mathbf{w}) \tag{4}$$

where the free parameter λ is the regularization strength. Training the NN already assumes that its architecture has been designed. However, the layout of nodes and layers is one of many so-called hyper-parameters or non-trainable parameters which define the architecture of the NN.

The list of generally used hyper-parameters for the NN training is as follows:

- Number of hidden layers.
- Number of nodes in each layer.
- Activation function used for nodes - typical examples are sigmoid or hyperbolic tangent.
- Batch size - size of the sample subset used in a one step of the training.
- Learning rate (η) - the length of the step taken in the direction of the gradient.
- Regularization choice and strength - R($\mathbf{w}$) and λ - to keep an eye on suspiciously large weights.
- Patience and minimal δ of loss function

Choice of the architecture will reflect on the speed, accuracy, amount of statistic needed and on the susceptibility to over-training. Therefore we have to chose carefully for the optimal compromise between these properties.

3 The architecture of NN for $t\bar{t}$ charge classification

The data set used for training of the NN is generated using a Monte Carlo simulation. It contains approximately 5 million large-R jets originating from top or anti-top quark. This set is randomly divided into two sub-sets, where one serves as the training sample and the other is further divided into testing and validation sample.

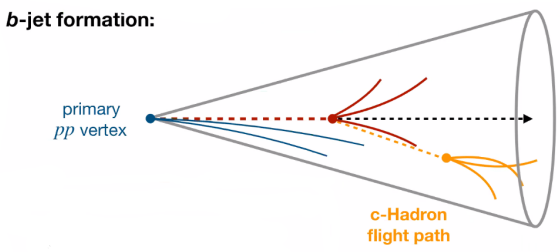


Figure 7: Illustration of reconstructed b-jet in accordance with JF.

In this study, we consider the finer structure of the large-R jet, which is provided by the Monte Carlo simulation. We will use multiple observables sensitive to the internal structure as the NN inputs. They are described in the Section (3.1). We reconstruct track jets within the large-R jet which should be sensitive to the charge of the decay products of the top quarks. Specifically for track jets originating from b-quarks, we also consider two reconstructing algorithms for b-jets: SV1 and Jet Fitter (JF). The B-hadron is relatively long-lived. The consequence is that the B-hadron decay is manifested by vertices displaced away from the pp collision (primary vertex). These vertices are originating from B-hadron decay (secondary vertex) and subsequent C-hadron decay (tertiary vertex) (Fig.7). SV1 algorithm can only reconstruct the secondary vertex from the tracks originated in the B-hadron decay. JF is able to recognize even the tertiary vertex which comes from C-hadron decay.

3.1 List of the observables

Charge of the track jet: we expect the charge to have the biggest impact on the value of the output discriminant, because reconstructed decay products from top quark should give us ideally the charge of $+\frac{2}{3}$e and from anti-top quark it should be the opposite, $-\frac{2}{3}$. We consider the large-R jet to have multiple track jets, one of which should be the b-tagged jet. The charge of the track jet is defined as:

$$Q = \frac{\sum_{i \in jet} Q_i \cdot {p_T}_{,i}{}^{\kappa}}{\sum_{i \in jet} {p_T}_{,i}{}^{\kappa}} \tag{5}$$

Index i marks the tracks within the track jet and κ is the free parameter which in this study has value 0,5. Following observables carry the information about the charge:

- charge of the leading-p_T track jet,
- charge of the second-leading-p_T track jet,
- charge of the third-leading-p_T track jet,
- charge of the JF secondary vertex the *b*-jet,
- charge of the JF tertiary vertex of the *b*-jet,
- charge of the SV1 vertex of the *b*-jet.

The *b*-jet means it was *b*-tagged. Leading, second/third-leading-p_T are jets in accordance with their transverse momentum.

Transverse momentum of the track jets:

- transverse momentum of the leading-p_T jet,
- transverse momentum of the second-leading-p_T jet,
- transverse momentum of the third-leading-p_T jet.

Defined jets: large-*R* jet isn't always reconstructed with all three track jets. The following observables describe this property:

- large-*R* jet defined with second-leading track jet,
- large-*R* jet defined with third-leading track jet,
- JF *b*-jet with defined secondary vertex,
- JF *b*-jet with defined tertiary vertex,
- SV1 *b*-jet is defined.

These have value 1 or 0 depending on whether they are true or false.

***b*-tagged bin:** this represents the probability that the jet originated from *b*-jet, as defined by the *b*-tagging algorithm [ATLAS-Collaboration, 2017]. They are designed for the network to recognize the cases where one of the aforementioned observables is not defined, because i.e. the jet or the vertex is not reconstructed. In this case, the corresponding charge is set to zero, allowing for no discrimination between top and anti-top.

- *b*-tagged leading-p_T track jet,
- *b*-tagged second-leading-p_T track jet,
- *b*-tagged third-leading-p_T track jet.

The values are discrete numbers from 1 up to 5. Higher number means higher probability of the jet being really the *b*-jet.

Number of the tracks within the jet:

- number of tracks in the leading-p_T track jet,
- number of tracks in the second-leading-p_T track jet,
- number of tracks in the third-leading-p_T track jet,
- number of tracks in the JF secondary vertex *b*-jet,
- number of tracks in the JF tertiary vertex *b*-jet,
- number of tracks in the SV1 vertex in the *b*-jet.

Distance of b-tagged jet secondary/tertiary vertices from primary vertex: we want to check if looking at differences in distances of secondary/tertiary vertices from primary vertex helps us differentiate large-*R* jets apart. Potentially the distance and its uncertainty should give a hint about the probability of whether the jets are really *B* and *C*-hadrons.

- Distance of the JF secondary vertex from primary vertex,
- the uncertainty of the above distance,
- distance of the JF tertiary vertex from primary vertex,
- the uncertainty of the above distance,
- distance of the SV1 vertex from primary vertex,
- the uncertainty of the above distance.

In total total, 29 input observables are considered which means 29 nodes in the input layer of our NN

3.2 Finding the optimal architecture

The random search was used to find the optimal architecture of the network. The values of the various hyper-parameters tested is shown in the (Tab.1).

From these, 500 variations of parameters were made at random and trained.

Table 1: Considered values for hyper-parameters.

Hyper-parameter	Value/option
Activation function	elu, relu, tanh
Regularization method	L1, L2
Strength of the reg.	5.10^{-6}; 10^{-5}; 5.10^{-5}; 10^{-4}
No. of hidden layers	1, 2, 3, 4
No. of nodes	5, 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60
Learning rate	10^{-5}; 5.10^{-5}; 10^{-4}
Batch size	50, 100, 200

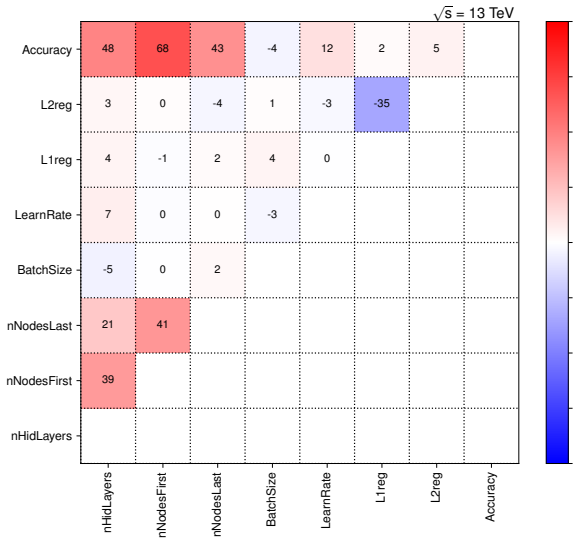


Figure 8: Correlation matrix of hyper-parameters and the accuracy of the NN.

Afterwards the dependence of the NN's accuracy on individual hyper-parameters was analyzed. In the correlation matrix in the (Fig.8) we can see that accuracy of the NN is strongly correlated with the number of the hidden layers and the number of nodes in the first and the last layer of the hidden layers. This trend is clearly visible in the scatter plots in the (Fig.9 - Fig.11).

Then a list of the top 10 architectures with highest accuracy was made. Amongst them were two NNs with only two hidden layers, which according to scatter plot in the (Fig.9) is the best compromise, since we prefer the simpler architecture due to overtraining problems. The one with better accuracy was picked afterwards.

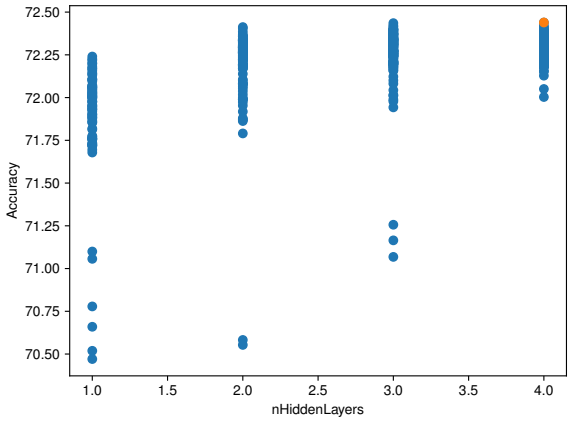


Figure 9: Accuracy dependence on the number of hidden layers.

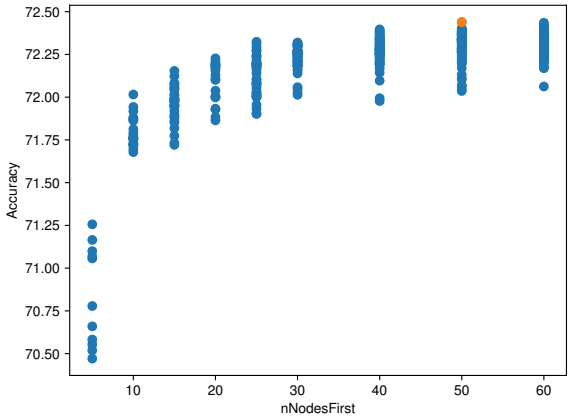


Figure 10: Accuracy dependence on the number of nodes in the first hidden layer.

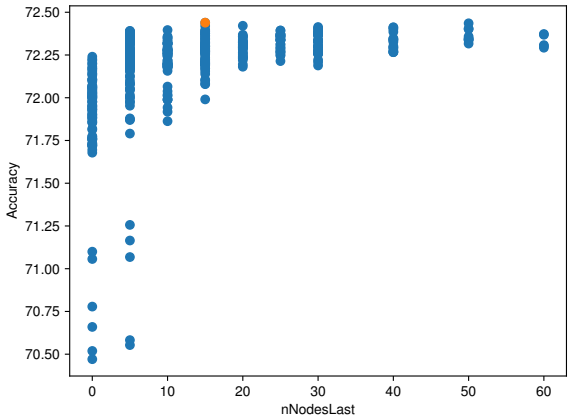


Figure 11: Accuracy dependence on the number of nodes in the last hidden layer.

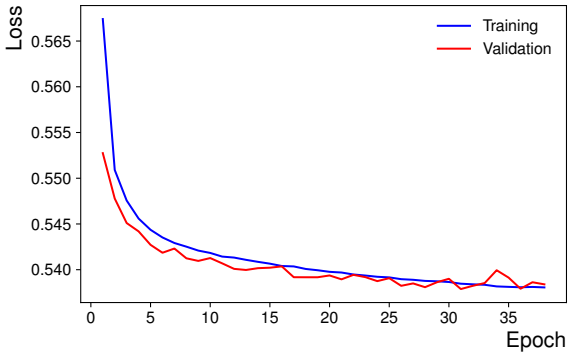


Figure 12: Evolution of loss function over the epochs in the training (blue) and the validation (red) data.

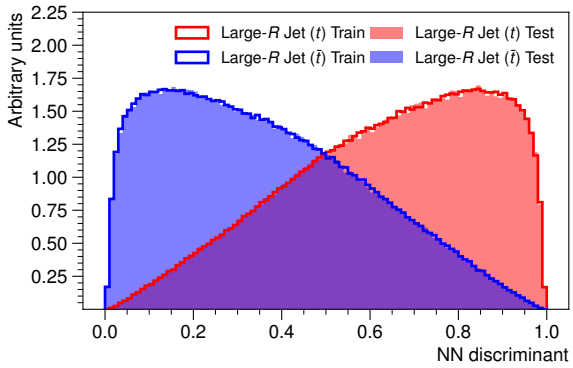


Figure 13: Distribution of top quark events (blue) and anti-top quark events provided by the trained NN. The lines show the score on the training set, while the filled regions show the score of the testing set. Good agreement between both sets is observed.

3.3 Optimal architecture results

The selected architecture has the following hyper-parameters:

- Activation function: tanh
- Regularization method: L2
- Strength of the reg method: 5.10^{-6}
- No. of hidden layers: 2
- Nodes in the first layer: 60
- Nodes in the last layer: 50
- Learning rate: 10^{-4}
- Batch size: 200

Evolution of its loss function over an epoch can be seen in the (Fig.12) and it shows that it's not over-trained. Distribution of the output discriminant is showed in the (Fig.13).

4 Final results

The results of the previous approach are compared with the NN. For this we compare the separation power (S) of their distribution. The S can quantitatively describe and compare two distributions. It's defined as:

$$S = \frac{1}{2}\sum_{i}^{bins}\frac{(s_i - b_i)^2}{s_i + b_i} \tag{6}$$

where s_i and b_i are the i-th bin of a binned probability distribution for signal and background (e.g. top and anti-top). For completely separated distributions, S=1, for completely overlapping distributions, S=0. The separation power of the distribution provided by our NN (Fig.13) is $S = 0,27624$. In the previous approach were considered only the charge of b-tagged jet (Fig.14). Its separation power is $S = 0,1113$.

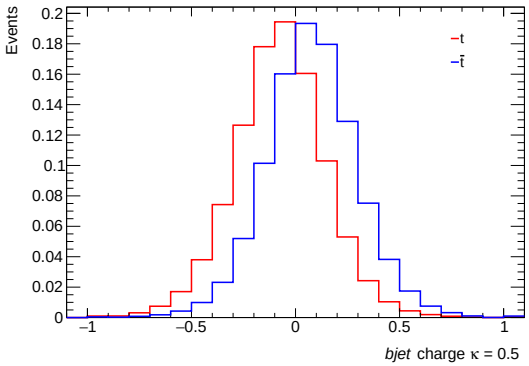


Figure 14: Distribution of the b-tagged jet charge originating in the top quark (red) and anti-top quark (blue).

Table 2: Separation power of previous approach and NN.

Method	S
Previous	0,1113
The NN	0,27624

5 Conclusions

We trained the NN to distinguish boosted top and anti-top quarks. The separation power of the NN discriminant is significantly higher then the separation power of the previous approach with b-jet charge (Tab.2). These are only the first results and in the future we plan to further optimise the NN architecture and then apply the NN on the real data.

Acknowledgments

I want to thank my supervisor Oliver Majerský who found the time to guide me during this study and it's writing.

References

[ATLAS-Collaboration, 2017] ATLAS-Collaboration (2017). Optimisation and performance studies of the ATLAS b-tagging algorithms for the 2017-18 LHC run. Technical report, CERN, Geneva.

[Behnke et al., 2013] Behnke, O., Kroninger, K., Schott, G., and Schorner-Sadenius, T. (2013). *Data Analysis in High Energy Physics: A Practical Guide to Statistical Methods*. Wiley-VCH, 1st edition.

[Goodfellow et al., 2016] Goodfellow, I., Bengio, Y., and Courville, A. (2016). *Deep Learning*. MIT Press. `http://www.deeplearningbook.org`.

[PDG-Collaboration, 2018] PDG-Collaboration (2018). Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, 98:030001.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 357
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Maroš Petro, Miroslav Macko, Jiří Lipovský

Calculation of Sensitivity to Neutrinoless Double Beta-Decay for COBRA Demonstrator

Maroš Petro[1,2,3*] Miroslav Macko[3†‡] Jiří Lipovský[2§]

[1] Katedra jadrovej fyziky a biofyziky, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava
[2] Katedra Fyziky, Přf UHK, Hradecká 1285 500 03 Hradec Králové III
[3] Ústav technické a experimentální fyziky ČVUT v Praze , Husova 5, 110 00 Praha

1 Neutrinoless Double Beta Decay

Neutrinos, being one of the most abundant, yet one of the least understood constituents of the Universe, hide many unsolved mysteries. There are unanswered questions regarding the nature of neutrinos (whether it is Dirac or Majorana particle), the absolute mass scale, the CP and lepton violation, etc. Answers to all of these are of great importance to many particle and nuclear physicists around the world. There are a multitude of experiments trying to solve these, using various approaches. One such approach is probing the neutrinoless double beta decay ($0\nu\beta\beta$), a process proposed in 1939 by by W. Furry [Furry, 1939]. In this process two neutrons (or protons) are simultaneously transformed into two protons (or neutrons). The transformation is accompanied by an emission of two beta particles, yet no neutrinos – violating the lepton number conservation. $0\nu\beta\beta$ has never been observed, yet its discovery would give answer to the question of neutrino nature. $0\nu\beta\beta$ can only occur, if neutrinos are the so-called Majorana particles – a particle being identical to its anti-particle. Furthermore, measurements of $0\nu\beta\beta$ half-life ($T_{1/2}$) are of utmost importance. $0\nu\beta\beta$ $T_{1/2}$ is directly connected to the effective neutrino mass $\langle m_{\beta\beta}\rangle$ giving us a tool for the study of absolute neutrino mass scale.

2 COBRA Experiment

The **C**admium Zinc Telluride **0**-Neutrino Double-**B**eta **R**esearch **A**pparatus experiment is a low-background $0\nu\beta\beta$ detector using semiconductor CdZnTe crystals. An array of 64 cubic detectors continually measures data in an underground laboratory – *Laboratori Nazionali del Gran Sasso*, located in Italian Appenines below Gran Sasso mountain. The data analyzed within this project were measured in the period 2013 - 2019, collecting a total exposure of 1.252 kg.yr.

3 Data Analysis Results

As mentioned earlier $0\nu\beta\beta$ has never been observed. Thus, it is not possible to experimentally measure the value of the $T_{1/2}$. In such case, the sensitivity of the detector can be considered as lower boundary for the half-life. The sensitivity can be experimentally estimated using various statistical approaches, commonly used are the Bayessian approach or Feldman and Cousins' approach [Feldman and Cousins, 1998]. The latter approach was used within this project for estimation of the detectors sensitivity with given background. The essence of the Feldman and Cousin's approach lies in the objective building of the confidence intervals using the likelihood ordering ratio factor. An extensive C++ library has been built, which uses numerical analysis to calculate the sensitivity. To find the best region of interest (ROI) in the data, the so-called optimized window counting method has been employed. This method was used to find the maximum of a multi-variable function of $T_{1/2}(l_p, r_p)$ with $p \in (1, 2806)$. The estimated sensitivities for four analyzed isotopes at 90% credibility level (without uncertainties) are: ^{128}Te ($T_{1/2} \geq 1.8 \cdot 10^{21}$ yr), ^{70}Zn ($T_{1/2} \geq 4.9 \cdot 10^{18}$ yr), ^{130}Te ($T_{1/2} \geq 6.9 \cdot 10^{21}$ yr), and ^{116}Cd ($T_{1/2} \geq 1.8 \cdot 10^{21}$ yr).

References

[Feldman and Cousins, 1998] Feldman, G. J. and Cousins, R. D. (1998). A Unified approach to the classical statistical analysis of small signals. *Phys. Rev. D*, 57:3873–3889.

[Furry, 1939] Furry, W. H. (1939). On transition probabilities in double beta-disintegration. *Phys. Rev.*, 56:1184–1193.

*maros.petro@fmph.uniba.sk
†miroslav.macko@utef.cvut.cz
‡Supervisor
§jiri.lipovsky@uhk.cz

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 358
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Viktor Zaujec, Peter Maták, Tomáš Blažek

Unitarity constraints and mass-derivative relations for asymmetries in leptogenesis

Viktor Zaujec[1*] Peter Maták[1†] Tomáš Blažek[‡§]

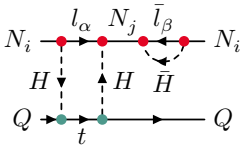
Department of Theoretical Physics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Observed matter-antimatter asymmetry remains one of the greatest mysteries of our universe, as it cannot be explained by the standard model of elementary particles. We work with the seesaw type-I model generating the asymmetry in the out-of-equilibrium decay of the heavy neutrino N_i. Those are coupled to the standard model lepton l and Higgs H isospin doublets. Moreover, csonsidering the higher-order corrections to the asymmetry, top quark Yukawa coupling is taken into account. The Langrangian to work with thus reads

$$\mathscr{L} \supset -Y_{\alpha i} l_\alpha N_i H - Y_t \bar{t} Q H + \text{H.c.} \qquad (1)$$

where t and Q labels the right-handed top and left-handed quark doublet, respectively.

From the kinetic theory point of view, the particles are considered a point-like objects. Their number densities are obtained from the classical Boltzmann equation. The interactions, on the other hand, are described in terms of perturbative quantum theory. In this work, we study the *CP* asymmetric N_i interactions with quarks that appear at the $\mathscr{O}(Y^4 Y_t^2)$ order in the couplings. In the unitarity-based approach of [Blažek and Maták, 2021], the asymmetry contributions are represented by cutting the forward diagrams. This, for example, includes the diagram



contributing to the $N_i Q \to l t$ and $N_i Q \to l H Q$ asymmetries. As shown in [Blažek and Maták, 2022] for the symmetric part of the latter process, it can be linked to the Higgs thermal mass effect in the $N_i \to l H$ decay kinematics. The *CP* asymmetries are obtained from cutting all forward diagrams at the given order in couplings. Concerning the $N_i Q \to l H Q$ process, some of the asymmetry contributing diagrams are shown in Fig. 1. Including a complete list of the forward diagrams leads to eight distinct terms. It is important to note that as far as all particles, except the heavy neutrinos, are massless, infrared divergences spoil these contributions. However, the sum of all $2 \to 3$ asymmetries, including other initial states, such as $N_i \bar{Q}$, $N_i t$, $N_i \bar{t}$, at the $\mathscr{O}(Y^4 Y_t^2)$ order gives a finite result with easily traceable cancellations. Again, it turns out to be connected with the thermal mass effect in the $N_i \to l H$ asymmetry.

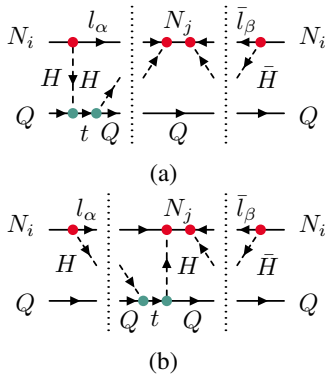


Figure 1 Example forward diagram cuts representing the $N_i Q \to l H Q$ asymmetry contributions.

The presented work extends the analysis carried out in [Racker, 2019], where only some of the contributing diagrams have been considered. Furthermore, it allows formulating the *CPT* and unitarity constraints at a higher perturbative order, automatically including the real-intermediate subtracted contributions.

References

[Blažek and Maták, 2021] Blažek, T. and Maták, P. (2021). *CP* asymmetries and higher-order unitarity relations. *Phys. Rev. D*, 103(9):L091302.

[Blažek and Maták, 2022] Blažek, T. and Maták, P. (2022). Mass-derivative relations for leptogenesis. *The European Physical Journal C*, 82(3):214.

[Racker, 2019] Racker, J. (2019). Unitarity and CP violation in leptogenesis at NLO: general considerations and top Yukawa contributions. *Journal of High Energy Physics*, 02:042.

*viktor.zaujec@fmph.uniba.sk
†peter.matak@fmph.uniba.sk
‡Supervisor
§tomas.blazek@fmph.uniba.sk

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 359
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Andrej Ďurica, Róbert Astaloš

Improvement of the measurement of the Bose-Einstein correlations by reduction of electron-positron pairs influence

Andrej Ďurica* Róbert Astaloš†‡

Department of Nuclear Physics and Biophysics, Faculty of Mathematics, Physics and Informatics, Comenius University in Bratislava, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava,

The contribution analyses the effect of electron-positron pairs on the measurement of the Bose-Einstein correlations. Previous investigation has shown that the distribution of electron-positron pairs is almost exclusively in the region which corresponds to the peak of the correlation function. Because of this occurrence, the fit accuracy in the region of the correlation peak is affected. Our aim is to develop a method to eliminate the effect of electron-positron pairs. For the purpose of the analysis, the data collected by the ATLAS detector at the Large Hadron Collider and Monte Carlo simulation samples at the center of mass energy of 13 TeV are used.

We work with formalism built upon system of two identical boson particles. The Bose-Einstein correlation (BEC) is consequence of the symmetry of two particle wave function which defines the state of identical bosons. The correlation effect is manifested by increase of number of identical bosons close to each other in the momentum phase space.[Weiner, 2000] The object of our interest in the analysis is the distribution of Lorentz invariant four-momentum difference modulus Q; the variable quantified momentum phase space of like-sign charged pions ($\pi^{\pm}\pi^{\pm}$). Due to physical attributes of the BEC, the shape of the distribution reach a maximum in the region of the lowest Q values. This area has significant impact on the determination of fitting parameters[1]; the incoherence factor (λ) and the source radius (R).

In order to attain optimal distribution of the Q values of the $\pi^{\pm}\pi^{\pm}$ pairs from the interval[2]: $20 < Q < 200$ MeV, the multiplicity dependent method is provided. The chosen method takes the account of an unequal distribution of electron-positron pairs across the spectrum of thirteen multiplicity intervals.

The mechanism is based on the Monte Carlo simulation which divides Q and $s = \sqrt{(p_1 + p_2)^2}$ pair distribution with the electron mass assumed into seven cuts. Each cut corresponds to different range of Q and s values and thus encloses different number of pairs. To each pair corresponding to particular cut the Monte Carlo weight is assigned. The weights are calculated as follows:

$$w = 1 - \frac{Number\ of\ e^{-}e^{+}\ pairs\ in\ the\ cut}{All\ pairs\ enclosed\ by\ the\ cut} \qquad (1)$$

Therefore selected cuts with the largest fraction of electron-positron pairs to the number of pion pairs are affected the most significantly and *vice versa*. The evaluation has shown [Durica, 2021] that the assigned weight significantly increases with the interval of multiplicity, which means that the contribution of electron-positron pairs is much more profound at low multiplicities.

In this contribution we will test efficiency of the multiplicity dependent method for the correction of electron-positron pairs. The selection criteria will be applied to the data collected by the Atlas detector and the Monte Carlo simulation. In order to avoid inaccuracies in the data sample caused by the technical limits of the detector, we have used the unfolding method for the multiplicity to adjust the results to the condition of the measurement.

References

[Durica, 2021] Durica, A. (2021). Effect of electron-positron pairs on the measurement of the bose-einstein correlations in high energy proton-proton collisions in the atlas experiment.

[Weiner, 2000] Weiner, R. (2000). Boson interferometry in high-energy physics. *Physics Reports*, 327(5):249–346.

*durica37@uniba.sk

†robert.astalos@fmph.uniba.sk

‡Supervisor

[1]The exponential parametrization of the fitting function is used: $C_2(Q) = C_0(1 + \lambda e^{-RQ})(1 + \varepsilon Q)$

[2]The area of the correlation function peak.

Študentská vedecká konferencia FMFI UK, Bratislava, 2022, p. 360
ISBN 978-80-8147-127-8, © 2022 Daniel Suchý

Influence of jets on Bose-Einstein correlations in high energy proton-proton collisions in the ATLAS experiment

Daniel Suchý[1*]

Supervisor: Róber Astaloš[1†]

Department of Nuclear Physics and Biophysics, FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

The interference of two particles, which are emitted from the chaotic source is applicable for the source size determination. Such method is nowadays called the HBT method and is used for the measurement of the angular size of stars [Brown and Twiss, 1954]. In 1960, a correlation of identical charged pions, produced in a proton-proton annihilation, was discovered (the GGLP effect) [Goldhaber et al., 1960]. Both effects were later identified as a cause of the Bose-Einstein correlations. The GGLP effect causes the decrease of the momentum difference of two identical particles, therefore the effect is visible only in the boson-boson interactions. The measurement of the correlations between bosons can result in the observation of the various space-time characteristics of the particle source such as its asymmetry.

Preliminary results obtained from the study of the minimum bias data collected at the LHC in 13 TeV proton-proton collisions, are presented. The particles created in the proton-proton collisions were registered by the ATLAS detector. The ATLAS detector recognizes particles utilizing the system of subdetectors. Starting from the interaction point, the particles can deposit their energy in the tracker detector, electromagnetic calorimeter, hadronic calorimeter and muon spectrometer. Particles can be recognized by observing their interaction with different subdetectors.

The tracks in the data are compared to the tracks simulated by the Monte-Carlo simulation (MC) with the emphasis on the search for jets. Various selection cuts are applied to define jets in data. The MC simulation is modelled with the objective to recreate the events and tracks with its characteristic based on the data such as transverse momentum, pseudorapidity, azimuthal angle, energy etc. The tracks simulated this way contain no correlations, therefore the simulated MC datasets should not contain any jets. By comparing the yields of the jets from data and from MC simulation we test the performance of the jet algorithm *Fastjet* [Cacciari et al., 2012] on the MC and on the data. In the MC, all recognized jets consist only of tracks accidentally satisfying the jet criteria. These tracks (fake jets in the MC) help us to estimate the number of fake jets in the data. The selection cuts with the aim of reducing the number of fake jets to minimum with respect to the minimal decrease in the number of all jets in data, are employed. The selection cuts were applied on the energy, the transverse momentum and the number of constituents in a jet. All of these cuts are relevant and effectively reduce the number of fake jets in data. The effect of cuts on the different intervals of multiplicity is presented. The analysis is also dedicated to the study of bi- and tri- jet characteristics.

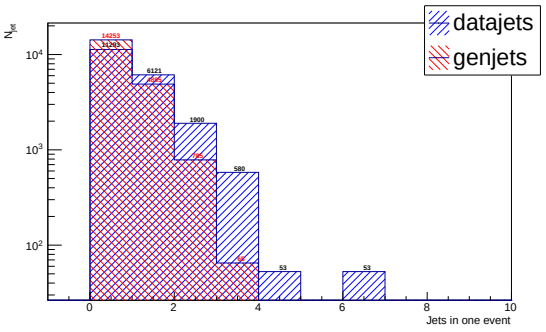


Figure 1: Comparison of the number of single-, bi-, n- jets recognized in data and in MC in the multiplicity interval 91-100, energy > 10 GeV, 20k simulated events (data normalized to the MC), cone $R < 0.2$.

Relevant details of the analysis and a discussion of the results will be presented in the talk.

References

[Brown and Twiss, 1954] Brown, R. H. and Twiss, R. Q. (1954). *Lond. Edinb. Dubl. Phil. Mag.*, 45(366):663–682.

[Cacciari et al., 2012] Cacciari, M. et al. (2012). *EPJC*, 72(3):1–54.

[Goldhaber et al., 1960] Goldhaber, G. et al. (1960). *Phys. Rev.*, 120(1).

*daniel.suchy@fmph.uniba.sk
†robert.astalos@fmph.uniba.sk