

Domáca úloha č. 1

2-AIN-205, Leto 2014

Termín: 10.3.2014, 22:00, M-163 (pod dvere)

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] **Nepodarené mince.** Jednocentové a dvojcentové mince sú drahšie na výrobu, ako je ich hodnota. Preto vrabce na strome čvirikajú, že v blízkej budúcnosti Európska komisia rozhodne o ich zrušení. Keďže v pokladniciach ostane voľná priehradka, namiesto nich sa uvažuje o zavedení 25 centovej mince. Výsledkom teda bude, že budeme mať mince o hodnote 5, 10, 20, 25, 50, 100 a 200 centov a všetky sumy sa budú zaokrúhľovať na najbližších 5 centov.

Predavačky v obchodoch sú dnes zvyknuté vydávať jednoduchým greedy algoritmom, to znamená že opakovane vyplácajú vždy najvyššiu mincu, ktorá ešte nepresiahne sumu, ktorú treba vyplatiť. Tento spôsob doteraz viedol k tomu, že zákazník dostal svoj výdavok rozmenený na najmenší možný počet mincí.

- Ukážte, že po zavedení novej 25 centovej mince už greedy metóda nepovedie k vyplateniu najmenším možným počtom mincí.
- Dokážte, že to nie je až také zlé: Vždy vyplatíme nanaajvýš o jednu mincu viac, ako je optimálny počet.

2. [20 bodov] **Obchodný cestujúci s mýtom.** Uvažujme problém obchodného cestujúceho na úplnom neorientovanom grafe G s kladnými ohodnoteniami hrán, pričom v grafe platí trojuholníková nerovnosť. Predpokladajte, že okrem cien na hranách musí obchodný cestujúci zaplatiť ešte mýto $m(u)$, keď vstúpi do vrcholu u (mýto je takisto kladné celé číslo); cena okružnej cesty je teda súčet cien jej hrán a cien jej vrcholov.

- Prof. Premúdrelý tvrdí, že problém obchodného cestujúceho s mýtom môžeme riešiť aj tak, že na mýto zabudneme. Iným slovom povedané, optimálne riešenie štandardného problému obchodného cestujúceho na grafe G (bez uvažovania funkcie m) je súčasne aj optimálnym riešením problému obchodného cestujúceho s mýtom. Má Prof. Premúdrelý pravdu?
- Uvažujme 2-aproximačný algoritmus pre problém obchodného cestujúceho, ktorý bol uvedený na prednáške. Profesor Premúdrelý tvrdí, že ak tento algoritmus spustíme na grafe G bez uvažovania mýta, dostaneme 2-aproximačný algoritmus aj pre problém s mýtom. Má Prof. Premúdrelý opäť pravdu?
- Ako by sa zmenili odpovede na otázky a) a b), keby sme povolili aj záporné hodnoty $m(u)$? (T.j. samospráva zaplatí obchodníkovi za to, že príde do mesta predávať svoj tovar.)

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Vrcholové pokrytie grafu je podmnožina vrcholov X taká, že každá hrana má aspoň jeden koniec v X . Na vstupe je zadaný graf, úlohou je nájsť jeho najmenšie vrcholové pokrytie.

Formát vstupu: Na prvom riadku sú čísla n, m , kde n je počet vrcholov grafu, m je počet hrán. Vrcholy grafu majú čísla $1, 2, \dots, n$. Nasleduje m riadkov. Každý z nich obsahuje popis jednej hrany, teda dve čísla jej koncových vrcholov. Môžete predpokladať, že graf neobsahuje násobné hrany a slučky.

Formát výstupu: Na prvý riadok vypíšte veľkosť najmenšieho vrcholového pokrytia k . Na druhý riadok vypíšte čísla vrcholov vo vrcholovom pokrytí (k čísel navzájom oddelených medzerou). Pokiaľ je najmenších pokrytí viac, vypíšte ľubovoľné z nich.

Obmedzenia a bodovanie: Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal správnu odpoveď pre vstupy, kde n je najviac 40.

Príklad vstupu:

4 4
1 2
1 3
2 3
4 3

Príklad výstupu:

2
1 3

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Písomné úlohy odovzdávajte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. **Každý príklad odovzdajte na osobitnom liste papiera**, každý príklad bude opravovať iný človek. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezabudnite na každý list jasne napísať svoje plné meno a priezvisko, v prípade že riešenie jedného príkladu je na viac listov, zopnite ich pevne spinkovacím strojčekom.

Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejme na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezabudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.