

Bin Packing

Vstup: predmety s váhou s_1, \dots, s_n , $s_i \in [0, 1]$

Úloha: rozdeľte predmety do najmenšieho možného počtu binov, pričom každý bin má kapacitu 1

Návrh aproximačnej schémy

- Zvolíme parameter δ a rozdelíme množinu predmetov S na **veľké predmety** $S_v = \{i | s_i \geq \delta\}$ a **malé predmety** $S_m = \{i | s_i < \delta\}$.
- Veľké predmety roztriedime do binov pomocou $V(\delta)$ -aproximačného algoritmu: $V(\delta) = 1 + \frac{1}{k\delta}$, čas $O(n^{k\delta})$.
- Malé predmety “dosypeme” do binov pomocou first-fit heuristiky

Návrh aproximačnej schémy

- Zvolíme parameter δ a rozdelíme množinu predmetov S na **veľké predmety** $S_v = \{i | s_i \geq \delta\}$ a **malé predmety** $S_m = \{i | s_i < \delta\}$.
- Veľké predmety roztriedime do binov pomocou $V(\delta)$ -aproximačného algoritmu: $V(\delta) = 1 + \frac{1}{k\delta}$, čas $O(n^{k\delta})$.
- Malé predmety “dosypeme” do binov pomocou first-fit heuristiky

Analýza

- Ak malé predmety neotvoria nový bin:

$$\text{naše rieš} \leq V(\delta) \cdot OPT(S)$$

- Ak malé predmety otvoria nový bin:

$$\text{naše rieš} \leq \left(1 + \frac{\delta}{1-\delta}\right) \cdot OPT(S) + 1$$

Celočíselné lineárne programovanie (ILP)

Optimalizačná úloha nasledujúceho tvaru:

minimalizuj/maximalizuj $f(x_1, \dots, x_n)$

za podmienok:

$$L_1(x_1, \dots, x_n) \geq 0$$

$$L_2(x_1, \dots, x_n) \geq 0$$

...

$$\forall i : x_i \in \{0, 1\}$$

(f, L_1, L_2, \dots sú lineárne funkcie)

ILP je NP-ťažký problém. ALE: existujú solvery, ktoré množstvo inštancií dokážu riešiť rýchlo (SCIP, CPLEX a pod.)

Lineárne programovanie

- nahradíme podmienku $x_i \in \{0, 1\}$ za $0 \leq x_i \leq 1$
- možno riešiť numerickým algoritmom v lineárnom čase