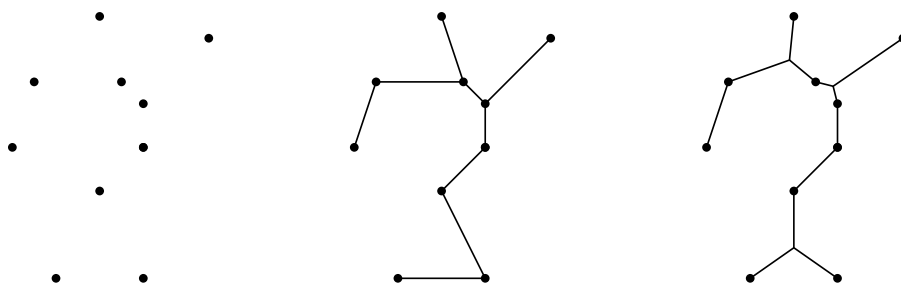


1 O jistém problému minimálním

Problém. V Absurdistane je n miest, ktoré by sme v rámci industrializácie chceli prepojiť elektrickou sieťou. Absurdistan si môžeme predstaviť ako euklidovskú rovinu a jeho mestá ako body v tejto rovine. Elektrická sieť má pozostávať z niekoľkých úsekov elektrického vedenia, ktoré si môžeme predstaviť ako úsečky. Tieto úseky musia prepájať všetky mestá, teda medzi každými dvoma mestami musí byť možné "prejsť" po elektrickom vedení. Naším cieľom je, samozrejme, navrhnuť funkčnú elektrickú sieť tak, aby mali úseky elektrického vedenia v súčte čo najmenšiu dĺžku. **Pozor, úseky elektrického vedenia nemusia nutne začínať a končiť iba v mestách.** Niekedy sa teda môže oplatiť, aby sa viacero úsekov vedenia stretlo v jednom bode niekde uprostred púšte.



Obr. 1: Vľavo: inštancia problému. V strede: prípustné riešenie. Vpravo: iné prípustné riešenie.

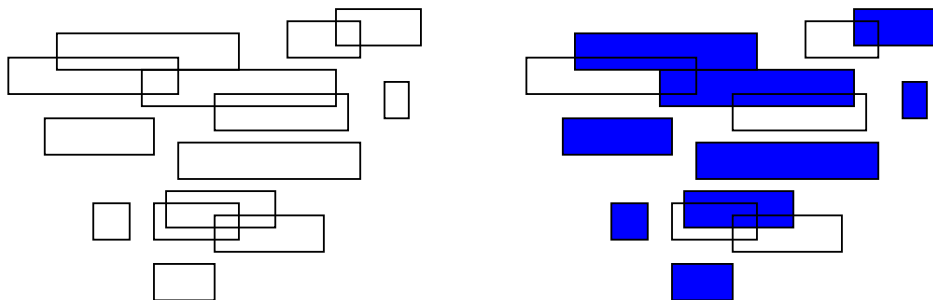
Vaša úloha, časť a) Navrhnite efektívny algoritmus, ktorý optimálne rieši obmedzenú verziu nášho problému, v ktorej môžeme používať iba úseky vedenia začínajúce aj končiacie v mestách.

Vaša úloha, časť b) Dokážte, že váš algoritmus z časti a) je 2-aproximačný pre plnú verziu nášho problému.

2 Obdĺžniky

Problém. V rovine je n obdĺžnikov so stranami rovnobežnými so súradnicovými osami. Všetky obdĺžniky majú výšku 1 (šírky môžu mať rôzne).

Hovoríme, že dva obdĺžniky sa *prekrývajú*, ak má ich prienik nenulový obsah (t.j. dotyk rohom alebo stranou ešte nepovažujeme za prekrývanie). Chceme vybrať podmnožinu obdĺžnikov, v ktorej sa žiadne dva obdĺžniky neprekrývajú a ktorej obdĺžniky majú v súčte čo najväčší obsah.



Obr. 2: Vľavo: inštancia problému. Vpravo: príklad prípustného riešenia.

Vaša úloha. Navrhnite 2-aproximačný algoritmus pre vyššie uvedený problém. Váš algoritmus teda musí v polynomiálnom čase nájsť neprekrývajúcu sa podmnožinu obdĺžnikov zo vstupu, ktorej obsah je aspoň polovica optimálneho riešenia.