

Cvičenie 01: Výpočtová zložitosť

Efektívne Algoritmy a Dátové Štruktúry

FMFI UK

Opakovanie

- zanedbávame konštanty: $O(c \cdot f(n)) = O(f(n))$
napr.: $O(3n) = O(n)$
- berieme najrýchlejšie rastúcu funkciu: $O(f(n) + g(n)) = O(\max(f(n), g(n)))$
napr.: $O(n^5 + n^2 + n) = O(n^5)$

Určovanie časovej zložitosti (1)

```
x = 0
for i in range(2 * n + 15):
    x = x + 1
```

Riešenie: $\Theta(n)$

Určovanie časovej zložitosti (2)

```
y = 0
j = 1
while j * j <= n:
    y += 1
    j += 1
```

Riešenie: $\Theta(\sqrt{n})$

Určovanie časovej zložitosti (3)

```
x = 0
for i in range(n):
    for j in range(n):
        x += 6
```

Riešenie: $\Theta(n^2)$

Určovanie časovej zložitosti (4)

```
y = 0  
for j in range(2 * n):  
    y += 1
```

```
for i in range(n):  
    y += 2
```

Riešenie: $\Theta(n)$

Určovanie časovej zložitosti (5)

```
b = 0
i = n
for i in range(n, 0, -1):
    for j in range(0, i, 1):
        b += 5
```

Riešenie: $\Theta(n^2)$

Určovanie časovej zložitosti (6)

```
b = 0
for i in range(1, n + 1, 1):
    for j in range(1, (i * n) + 1, 1):
        b += 5
```

Riešenie: $\Theta(n^3)$

Určovanie časovej zložitosti (7)

```
i = 1  
while i <= n:  
    i *= 3
```

Riešenie: $\Theta(\log n)$

Určovanie časovej zložitosti (8)

```
x = 0
i = 1
while i <= n:
    if i % 2 != 0:
        for j in range(0, i, 1):
            x += 1
    i *= 3
```

Riešenie: $\Theta(n)$

Určovanie časovej zložitosti (9)

```
t = 0
for i in range(1, n + 1):
    j = 0
    while j * j < 4 * n:
        k = 1
        while k * k <= 9 * n:
            t += 1
            k += 1
        j += 1
```

Riešenie: $\Theta(n^2)$

Určovanie časovej zložitosti (10)

```
a = 0
```

```
k = n * n
```

```
while k > 1:  
    for j in range(0, n * n, 1):  
        a += 1  
    k /= 2
```

Riešenie: $\Theta(n^2 \log n)$

Určovanie časovej zložitosti (11)

```
y = 0
s = 0
for j in range(1, n + 1):
    y += j
    for i in range(1, y + 1):
        s += 1
```

Riešenie: $\Theta(n^3)$

Určovanie časovej zložitosti (12)

```
i = 1
```

```
z = 0
```

```
while z < n * (n + 1) / 2:
```

```
    z += i
```

```
    i += 1
```

Riešenie: $\Theta(n)$

Určovanie časovej zložitosti (13)

```
for i in range(n):  
    j = 0  
    while j < n:  
        x += 1  
        j += i
```

Riešenie: $\Theta(n \log n)$

Opakovanie

	Intuitívne	Limita
$f(n) \in O(g(n))$	$f(n) \leq g(n)$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \neq \infty$
$f(n) \in \Omega(g(n))$	$f(n) \geq g(n)$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \neq 0$
$f(n) \in \Theta(g(n))$	$f(n) \approx g(n)$	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} \neq 0, \infty$

Intuitívne poradie zložítostí: $\forall a > 1 : 1 \leq \log^a n \leq n^a \leq a^n \leq n! \leq n^n$

Zoradte funkcie

- $47n^3$
- $23n^2 + 4n + 3$
- $n^{200} \cdot 1.99^n$
- $n(\log n)^2$
- n^n
- $n \log n$
- $\log(n^{100})$
- $2^{\log n}$
- 3^n
- $\log n$
- $42n$
- $\log n!$
- 2^n
- $\log n^n$
- $n!$
- $(n + 1)!$
- $0.0001n^2$

$$\forall a > 1 : 1 \leq \log^a n \leq n^a \leq a^n \leq n! \leq n^n$$

Riešenie

- $\log n, \log n^{100}$
- $42n, 2^{\log n}$
- $\log n!$
- $n \log n, \log n^n$
- $n(\log n)^2$
- $0.0001n^2, 23n^2 + 4n + 3$
- $47n^3$
- $n^{200} \cdot 1.99^n$
- 2^n
- 3^n
- $n!$
- $(n + 1)!$
- n^n

Porovnávanie zložítostí

Otázka	O	Θ	Ω
$n = ?? (n - 1)$	✓	✓	✓
$\frac{n^3 + 2}{\sqrt{n}} = ?? (n^{2.52})$	✓	✗	✗
$n \log n = ?? (n^{1.01})$	✓	✗	✗

Porovnávanie zložitostí

Otázka	O	Θ	Ω
$n^n = ?? (n!)$	✗	✗	✓
$n^{\log 8} = ?? (8^{\log n})$	✓	✓	✓
$\sum_{k=0}^{n-1} 2^k = ?? (2^n)$	✓	✓	✓

Pozor na netriviálne operácie! (1)

```
zoznam = [...] # pole n čísiel  
zoznam.sort()
```

Riešenie: $\Theta(n \log n)$

Pozor na netriviálne operácie! (2)

```
zoznam = [...] # pole n čísiel  
min(zoznam)
```

Riešenie: $\Theta(n)$

Pozor na netriviálne operácie! (3)

```
zoznam = [...] # pole n cisel  
if 42 in zoznam:  
    print(...)
```

Riešenie: $\Theta(n)$

Pozor na netriviálne operácie! (4)

```
a = "hello"  
b = "world"  
if a == b:  
    print(...)
```

Riešenie: $\Theta(n)$