

Domáca úloha č. 5

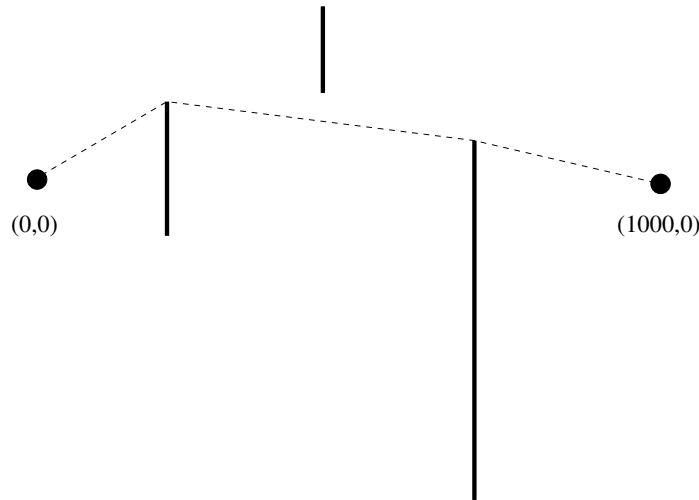
1-AIN-105, Zima 2022

Termín: 30.12.2022, 22:00 (google classroom)

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] **Robotické preteky.** Dr. Petrovič organizuje robotické preteky, kde je úlohou, aby sa robot čo najrýchlejšie dostal z počiatočného bodu na súradniciach $(0, 0)$ do koncového bodu na súradniciach $(1000, 0)$. Aby bola súťaž ťažšia, v miestnosti sú umiestnené prekážky, pričom i -ta prekážka je tenká betónová stena medzi bodmi (x_i, d_i) a (x_i, h_i) . V zmysle príslovia “robotom múr neprerazíš”, robot cez takúto prekážku nedokáže prejsť.

Úloha: Navrhňte algoritmus, ktorý pre zadanú konfiguráciu n prekážok naplánuje najrýchlejšiu trasu pre robota (čas je priamo úmerný dĺžke cesty).



Hint: Môžete bez dôkazu použiť tvrdenie, že najrýchlejšia trasa bude pozostávať z úsečiek, pričom smer bude robot meniť len v bodoch, ktoré predstavujú koncové body prekážok. Najrýchlejší robot sa bude vždy pohybovať len zľava doprava.

2. [20 bodov] **Zápchy.** Ak sa chcete dostať autom z FMFI UK do Avionu, obvykle by ste použili diaľnicu a Prístavný most. V niektorých časoch dňa sa však na pripájačoch v Petržalke začnú tvoriť kolóny a vtedy je najlepšie sa danému úseku vyhnúť a radšej to zobrať po nábřeží.

Za účelom tohto príkladu rozdelíme deň na 96 pätnásťminútových intervalov a očísľujeme ich od 1 po 96. Všetky časové údaje budeme udávať v pätnásťminútových intervaloch.

Máte daný orientovaný graf $G = (V, E)$, kde vrcholy reprezentujú význačné miesta v meste a hrany reprezentujú cestné spojenia medzi nimi. Máte tiež danú tabuľku $D[e, t]$, ktorá udáva pre každú hranu $e \in E$ a pre každé $1 \leq t \leq 96$ čas, ktorý potrebujeme na to, aby sme prešli hranou e . Ak začneme v jej začiatočnom vrchole v čase t , dôjdeme do jej koncového vrcholu v čase $t + D[e, t]$.

Úloha: Na vstupe máme vrcholy u, v a čas t . Navrhňte algoritmus, ktorý vypočíta najrýchlejšiu cestu z vrcholu u do vrcholu v , pričom začneme šoférovať v čase t . Môžete predpokladať, že šofér si nemôže dať nikde prestávku a že časy sú dané v celých pätnásťminútovkách.

Hint: Úlohu možno riešiť tak, že vstupné dáta reprezentujete ako nový graf G' a potom použijete jeden zo štandardných grafových algoritmov. Ak sa rozhodnete pre tento typ riešenia, popíšte všeobecne graf G' a na malom príklade ukážte jeho konštrukciu.

3. [20 bodov] **Priemer grafu** (programátorská úloha).

Odvzdávanie úlohy: <https://testovac.ksp.sk/tasks/eads2022-du5a/>

Na vstupe je neorientovaný neohodnotený súvislý graf. Nájdite najmenšie číslo d také, že vzdialenosť každej dvojice vrcholov je najviac d .

Formát vstupu: V prvom riadku vstupu sú čísla n, m (počet vrcholov a počet hrán). V nasledujúcich m riadkoch je popis hrán. V každom riadku sú dve čísla, ktoré vyjadrujú, ktoré dva vrcholy spája daná hrana (vrcholy grafu číslované od 0 do $n - 1$). Môžete predpokladať, že medzi každou dvojicou vrcholov vedie maximálne jedna hrana a že v grafe neexistujú slučky.

Formát výstupu: Vypíšte jeden riadok, ktorý obsahuje číslo d .

Obmedzenia a bodovanie: Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 100$. Na získanie polovice bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 15$.

Príklad vstupu:

```
5 5
0 1
1 2
2 3
3 4
4 0
```

Príklad výstupu:

```
2
```

4. [20 bodov] **Vianočné darčeky** (programátorská úloha).

Odvzdávanie úlohy: <https://testovac.ksp.sk/tasks/eads2022-du5b/>

Blížia sa Vianoce a s nimi aj rozbaľovanie darčiekov. U darčiekov je veľmi dôležitá ich váha, pretože kto vám dá najťažší darček, tak vás má najradšej. Váhy darčiekov môžeme porovnávať pomocou rovnoramenných váh, ktoré nám vedia povedať, ktorý darček je ťažší a o koľko. Keďže darčiekov je veľa, nechceme vážiť každý pár.

Formát vstupu: V prvom riadku vstupu sú dve celé čísla d a u : počet darčiekov a počet udalostí. Darčeky sú očíslované od 1 po d .

Nasleduje u riadkov. Každý z nich popisuje buď nové váženie, alebo otázku. Váženie popisujeme riadkom `! a b w`, ktorý hovorí, že darček b je o w gramov ťažší ako darček a . Všetky merania sú presné a navzájom konzistentné. Otázku popisujeme riadkom `? a b` a treba na ňu odpovedať, o koľko gramov je darček b ťažší ako darček a . Občas sa táto odpoveď nemusí dať z dovtedy známych vážení určiť, v takom prípade treba odpovedať UNKNOWN. Každú odpoveď vypíšte do samostatného riadku.

Darčiekov je nanajvýš 100 000, hmotnosť žiadneho darčeka nie je väčšia ako 1 000 000.

Príklad vstupu:

```
2 3
! 1 2 1
? 1 2
? 2 1
```

Príklad výstupu:

```
1
-1
```

Príklad vstupu:

```
4 7
! 1 2 100
? 2 3
! 2 3 100
? 2 3
? 1 3
! 4 3 150
? 4 1
```

Príklad výstupu:

```
UNKNOWN
100
200
-50
```

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Písomné úlohy odovzdávajte *do Google Classroom* ako PDF súbory v stanovenom termíne. **Každý príklad odovzdajte v osobitnom PDF súbore.** Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezapodíajte na analýzu zložitosti algoritmu.

Ak nie je povedané inak, logaritmy majú základ 2.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je Vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie <https://testovac.ksp.sk/tasks/>, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa, koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Na odovzdávanie riešení (keďže na testovač nefungujú univerzitné prihlasovacie údaje) je nutné sa na stránke zaregistrovať (vľavo na stránke testovača). Pri vytváraní účtu nastavte správne meno a priezvisko, a ako používateľské meno nastavte Váš univerzitný login. Nezapodíajte tiež napísať Vaše používateľské meno do PDF súboru k ostatným úlohám, ktoré odovzdávate. Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii "Čo odovzdávať?". Informácie o testovači nájdete v sekcii "Odpovede testovača".

Na zoznámenie sa s rozhraním testovača si môžete vyskúšať naprogramovať niektoré z úloh z časti "Úvod do programovania".