

Domáca úloha č. 2 / opravená verzia

2-AIN-105, Zima 2013

Termín: 28.10.2013, 23:59, M-163 (pod dvere)

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] Zistite, či pre uvedený problém je daný greedy algoritmus správny. Dokážte správnosť algoritmu alebo uveďte kontrapríklad.

a) **Pracovná agentúra.** Pracovná agentúra organizuje pracovné pohovory uchádzačov o zamestnanie s potenciálnymi zamestnávateľmi. Pohovor je *úspešný*, ak po jeho absolvovaní zamestnávateľ chce zamestnať uchádzača a uchádzač chce pracovať pre zamestnávateľa. Pre každého uchádzača máte daný zoznam zamestnávateľov, u ktorých absolvoval úspešný pohovor. Každý zamestnávateľ zamestná najviac jedného uchádzača, ktorý u neho absolvoval úspešný pohovor. Úlohou je nájsť také priradenie uchádzačov k zamestnávateľom, aby sa zamestnal najväčší možný počet uchádzačov.

Algoritmus. Vylúčime všetkých uchádzačov, ktorí neabsolvovali ani jeden úspešný pohovor. Z ostatných vyberieme uchádzača u s najmenším počtom úspešných pohovorov a z jeho potenciálnych zamestnávateľov vyberieme takého zamestnávateľa z , ktorý má najmenší počet uchádzačov s úspešným pohovorom. Uchádzača u zamestnáme u zamestnávateľa z , zmažeme všetky záznamy zahŕňajúce uchádzača u a zamestnávateľa z a opakujeme, až kým neostanú žiadni uchádzači.

b) **Plátanie hadíc.** Na nemenovanej fakulte požiarne inšpekcia našla deravú požiaru hadicu. Keďže peňazí je málo, údržba sa rozhodla hadicu zaplatať. Hadica má k malých dier vo vzdialenostiach $d_1 < d_2 < \dots < d_k$ centimetrov od začiatku. Máme k dispozícii záplaty, ktoré pokrývajú 5 cm dĺžky. Cieľom je zalepiť všetky diery s použitím najmenšieho možného počtu záplat.

Algoritmus. Položíme ľavý koniec záplaty na najľavejšiu diery. Zmažeme zo zoznamu všetky diery pokryté záplatou a opakujeme, až kým neostanú žiadne diery.

2. [20 bodov] **Utečenci.** Pri talianskom pobreží čaká v rade n lodičiek, pričom i -ta lodička má na palube a_i utečencov. Talianske úrady rozhodli, že z každých **dvoch** za sebou idúcich lodičiek prijmú najviac jednu. Ak teda lodičke i úrady dovoľia pristáť, lodičky $i - 1$ a $i + 1$ sa musia vrátiť odkiaľ prišli. Navrhnite efektívny algoritmus, ktorý určí ktoré lodičky majú pristáť tak, aby počet vylodených utečencov bol najväčší možný.

Príklad: $n = 6$

$a_1 = 100, a_2 = 20, a_3 = 20, a_4 = 100, a_5 = 20, a_6 = 100$

Taliansko prijme 300 utečencov, lodičky 1, 4 a 6 sa môžu vylodiť, ostatné sa vrátia.

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Tímovej súťaže sa zúčastní n študentov, ktorí vytvoria $n/3$ trojčlenných tímov (n je deliteľné tromi). Každý zo študentov má *silu*, čo je kladné celé číslo vyjadrujúce úroveň jeho schopností (väčšie je lepšie). *Sila tímu* je súčet síl dvoch najsilnejších členov tímu, t.j. ak tím pozostáva z členov so silami a, b, c , tak sila tímu je $a + b + c - \min(a, b, c)$. Tím s ostro väčšou silou *pobije* tím s menšou silou.

Na vstupe sú dané sily n študentov. *Supertím* je zložený z prvých troch študentov v zozname. Ostatní študenti nemajú supertím radi, preto sa chcú rozdeliť do tímov tak, aby najväčší možný počet tímov pobilo supertím.

Formát vstupu. V prvom riadku vstupu je číslo n deliteľné tromi. Nasleduje n riadkov, kde v každom riadku je číslo s_i —sila i -teho študenta. Môžete predpokladať $0 < s_i \leq 1000000$.

Formát výstupu. Vypíšte jeden riadok, ktorý obsahuje maximálny počet tímov, ktoré môžu pobiť supertím.

Obmedzenia a bodovanie. Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 99$. Na získanie polovice bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 15$.

Príklad.

vstup:

6
5
10
6
2
11
3

výstup:

0

(Sila supertímu je 16, ostatní môžu zostaviť len jeden tím so silou 14.)

vstup:

9
30
20
10
103
102
101
13
12
11

výstup:

2

(Sila supertímu je 50, ostatní sa môžu rozdeliť do dvoch tímov, kde jeden tím môže napríklad mať členov so silami 103, 102, 13 (celková sila 205) a druhý tím bude mať členov 101, 12, 11 (celková sila 113)).

Hint. Ak nevíete s úlohou pohnúť, skúste si ju najprv vyriešiť pre tímy veľkosti 2, kde sila tímu je súčet síl jeho členov.

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezabudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajúte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezabudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojčekom.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Môj účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.