

Domáca úloha č. 3 / opravená verzia

2-AIN-105, Zima 2013

Termín: 11.11.2013, 23:59, M-163 (pod dvere)

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] Pre každú z nižšie uvedených rekurencií odvodte čo najtesnejší asymptotický horný odhad pre $T(n)$. Predpokladajte, že $T(1) = \Theta(1)$ and $T(0) = \Theta(1)$. V prípade, že sa rozhodnete aplikovať master theorem, môžete zanedbať dolné a horné celé časti. Zdôvodnite svoje odpovede.

- a) $T(n) = 7T(\lfloor n/2 \rfloor) + n^2$
- b) $T(n) = 16T(\lfloor n/4 \rfloor) + n^2$
- c) $T(n) = 4T(\lfloor n/2 \rfloor) + n^2\sqrt{n}$
- d) $T(n) = T(\lfloor \sqrt{n} \rfloor) + 1$

2. [20 bodov] **Kompresia textu.** Máme daný reťazec S nad abecedou $\{a, \dots, z\}$ (reťazec teda obsahuje len malé písmená abecedy). Na kompresiu textu môžeme použiť nasledujúce pravidlo: úsek v reťazci S , ktorý pozostáva z n opakovaní podreťazca T , môžeme nahradiť reťazcom $n[T]$. Napríklad úsek **ababab** môžeme nahradiť **3[ab]**, čo je kratší zápis. Pravidlo možno aplikovať rekurzívne.

Úloha: Navrhnite algoritmus, ktorý pre daný reťazec S nájde jeho najkratší možný zápis. Dĺžku zápisu meriame počtom znakov, vrátane číslíc a znakov $[,]$.

Príklad: Najkratší zápis reťazca **baaaaaaaaaababababc** má dĺžku 12 znakov: **b12[a]4[ab]c**. Najkratší zápis reťazca **aaaaaaaaabcaaaaaabc** má dĺžku 10 znakov: **a2[7[a]bc]**.

Hint: Porozmýšľajte nad dynamickým programovaním, kde podproblémom je $L[i, j]$ —dĺžka najkratšej reprezentácie podreťazca $S[i..j]$.

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Fakultná knižnica dostala do daru knihy a potrebuje ich uskladniť. Za týmto účelom chce objednať knižnicu na mieru tak, aby bola čo najužšia, aby sa do nej zmestili všetky knihy (nezáleží na tom, v akom poradí) a aby sa na výšku zmestila do skladu.

Na vstupe dostanete počet kníh n a výšky všetkých kníh $h_1, \dots, h_n$ v centimetroch. Každá kniha je hrubá 1cm. Na vstupe tiež dostanete výšku skladu H . Vašou úlohou je nájsť najmenšiu možnú šírku w knižnice na mieru a výšky jednotlivých políc $s_1, \dots, s_p$, pričom musia byť splnené nasledujúce podmienky:

- Výška knihy umiestnenej na i -tej polici nesmie presiahnuť s_i .
- Na každej polici je umiestnených nanajvýš w kníh.
- Výška knižnice je $p+1 + \sum_{i=1}^p s_i$ a nesmie presiahnuť výšku skladu H ($p+1$ predstavuje hrúbku dosiek použitých na spodok, vrch a na samotné police).

Formát vstupu: Na prvom riadku vstupu sú čísla H, n . Na druhom riadku sú medzerou oddelené čísla $h_1, \dots, h_n$.

Formát výstupu: Výstup bude pozostávať z dvoch riadkov. Na prvom riadku bude výsledná šírka knižnice w a počet políc p . Na druhom riadku budú výšky políc $s_1, \dots, s_p$. Čísla na riadku oddeľte medzerou, každý riadok má byť ukončený znakom nového riadku.

Pokiaľ existuje viac možných riešení vypíšte ľubovoľné z nich.

Obmedzenia: Môžete predpokladať $1 \leq n \leq 1000$ a $h_i \leq H - 2$ pre všetky i a $3 \leq H \leq 1000000$.

Príklad vstupu:

22 3
10 8 9

Príklad výstupu:

2 2
10 9

Hint: Pokúste sa najskôr vyriešiť jednoduchší problém, kde je šírka knižnice daná a vašim cieľom je nájsť knižnicu s najmenšou možnou výškou, do ktorej sa všetky knihy zmestia.

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezabudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajúte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezabudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojčekom.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Môj účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.