

# Domáca úloha č. 1

2-AIN-105, Zima 2014

Termín: 29.10.2014, 23:59, I-7

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete! Ak nie je povedané ináč, všetky logaritmy majú základ 2.

1. [20 bodov] Pre nasledujúce páry funkcií  $f, g$  zistite, či **i.**  $f(n) \in O(g(n))$ , **ii.**  $f(n) \in \Theta(g(n))$ , **iii.**  $f(n) \in \Omega(g(n))$ . Zdôvodnite svoje odpovede (vrátane záporných), pre všetky kombinácie a-i., a-ii., a-iii., b-i., b-ii., b-iii., ...

a)  $f(n) = \sum_{i=1}^n i^2, g(n) = n^{10/3}$

b)  $f(n) = n^3 - n^2 + n \log n, g(n) = \binom{n}{3}$

c)  $f(n) = n^2 |\sin \frac{\pi}{12} n|, g(n) = \pi n$

d)  $f(n) = n^2 \log n, g(n) = \log(n^2!)$

2. [20 bodov] Nasledujúci pseudokód zisťuje, či sa v poli  $a[0 \dots n-1]$ , obsahujúcom iba nezáporné čísla, vyskytuje každé z čísel  $0, 1, \dots, n-1$  práve raz.

```
i = 0;
while (i < n) {
    j = i;
    while (a[j] != -1) {
        if (a[j] >= n)
            return false;
        k = a[j];
        a[j] = -1;
        j = k;
    }
    if (j != i)
        return false;
    while(i < n && a[i] == -1)
        i++;
}
return true;
```

Odhadnite asymptotickú zložitosť tohto pseudokódu v závislosti od parametru  $n$ . Pokiaľ možno ukážte, že váš odhad je tesný (t.j. že sa nedá urobiť lepší asymptotický odhad).

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Predstavte si, že máte na stole v rade položených  $n$  kartičiek s číslami  $1, 2, \dots, n$ . Následne prichádza postupne  $m$  pokynov typu: „Vymeň kartičku s číslom  $a$  s kartičkou s číslom  $b$  a následne všetkým kartičkám zväčš číсло o 1“. Vašou úlohou je vypísať čísla kartičiek na stole po vykonaní týchto  $m$  operácií.

Napríklad ak by sme mali  $n = 5$  a  $m = 2$ , tak na začiatku by bolo poradie kartičiek 1 2 3 4 5. Následne, ak by prvá operácia bola "vymeň čísla 2 a 4 a zväčš všetky o 1", tak by sa poradie zmenilo na: 2 5 4 3 6. Ak by druhá operácia bola „vymeň čísla 4 a 5 a zväčš všetky o 1“, tak by sa poradie zmenilo na 3 5 6 4 7. A toto poradie by následne váš program mal aj vypísať.

**Formát vstupu** V prvom riadku vstupu sú čísla  $n$  a  $m$ . Nasleduje  $m$  riadkov, kde v každom riadku sú dve rôzne čísla  $a, b$ , ktoré treba vymeniť.

**Formát výstupu** Vypíšte jeden riadok, ktorý obsahuje jednu medzerou oddelené čísla na kartičkách po vykonaní všetkých operácií. Dajte si pozor na to, aby za posledným číslom nenasledovala medzera, ale znak nového riadku.

**Obmedzenia a bodovanie** Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde  $1 \leq n \leq 300000$  a  $1 \leq m \leq 300000$ .

**Príklad.**

**vstup:**

5 2  
2 4  
4 5

**výstup:**

3 5 6 4 7

## Všeobecné pokyny

**Písomné úlohy.** Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezapodnajte na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajúce *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) do krabice pred kanceláriou I-7 v stanovenom termíne. Na neskoré odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezapodnajte jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojkom.

**Programátorské úlohy.** Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.