

Domáca úloha č. 4

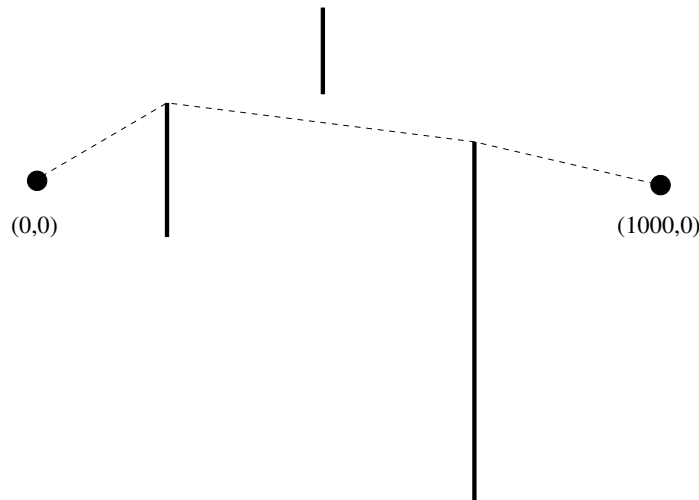
1-AIN-105, Zima 2017

Termín: 19.12.2016, 8:10, na cvičeniach

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] **Robotické preteky.** Dr. Petrovič organizuje robotické preteky, kde je úlohou, aby sa robot čo najrýchlejšie dostal z počiatočného bodu na súradniciach $(0, 0)$ do koncového bodu na súradniciach $(1000, 0)$. Aby bola súťaž ťažšia, v miestnosti sú umiestnené prekážky, pričom i -ta prekážka je tenká betónová stena medzi bodmi (x_i, d_i) a (x_i, h_i) . V zmysle príslovia “robotom múr neprerazíš”, robot cez takúto prekážku nedokáže prejsť.

Úloha: Navrhnite algoritmus, ktorý pre zadanú konfiguráciu n prekážok naplánuje najrýchlejšiu trasu pre robota (čas je priamo úmerný dĺžke cesty).



Hint: Môžete bez dôkazu použiť tvrdenie, že najrýchlejšia trasa bude pozostávať z úsečiek, pričom smer bude robot meniť len v bodoch, ktoré predstavujú koncové body prekážok. Najrýchlejší robot sa bude vždy pohybovať len zľava doprava.

2. [20 bodov] **Zápchy.** Ak sa chcete dostať autom z FMFI UK do Avionu, obvykle by ste použili diaľnicu a Prístavný most. V niektorých časoch dňa sa však na pripájačoch v Petržalke začnú tvoriť kolóny a vtedy je najlepšie sa danému úseku vyhnúť a radšej to zobrať po nábřeží.

Za účelom tohto príkladu rozdelíme deň na 96 pätnásťminútových intervalov a očísľujeme ich od 1 po 96. Všetky časové údaje budeme udávať v pätnásťminútových intervaloch.

Máte daný orientovaný graf $G = (V, E)$, kde vrcholy reprezentujú význačné miesta v meste a hrany reprezentujú cestné spojenia medzi nimi. Máte tiež danú tabuľku $D[e, t]$, ktorá udáva pre každú hranu $e \in E$ a pre každé $1 \leq t \leq 96$ čas, ktorý potrebujeme na to, aby sme prešli hranou e . Ak začneme v jej začiatočnom vrchole v čase t , dôjdeme do jej koncového vrcholu v čase $t + D[e, t]$.

Úloha: Na vsupe máme vrcholy u, v a čas t . Navrhnite algoritmus, ktorý vypočíta najrýchlejšiu cestu z vrcholu u do vrcholu v , pričom začneme šoférovať v čase t . Môžete predpokladať, že šofér si nemôže dať nikde prestávku a že časy sú dané v celých pätnásťminútovkách.

Hint: Úlohu možno riešiť tak, že vstupné dáta reprezentujete ako nový graf G' a potom použijete jeden zo štandardných grafových algoritmov. Ak sa rozhodnete pre tento typ riešenia, popíšte všeobecne graf G' a na malom príklade ukážte jeho konštrukciu.

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Na vstupe je neorientovaný neohodnotený súvislý graf. Nájdite najmenšie číslo d také, že vzdialenosť každej dvojice vrcholov je najviac d .

Formát vstupu: V prvom riadku vstupu sú čísla n, m (počet vrcholov a počet hrán). V nasledujúcich m riadkoch je popis hrán. V každom riadku sú dve čísla, ktoré vyjadrujú, ktoré dva vrcholy spája daná hrana (vrcholy grafu číslované od 0 do $n - 1$). Môžete predpokladať, že medzi každou dvojicou vrcholov vedie maximálne jedna hrana a že v grafe neexistujú slučky.

Formát výstupu: Vypíšte jeden riadok, ktorý obsahuje číslo d .

Obmedzenia a bodovanie: Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 100$. Na získanie polovice bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 15$.

Príklad vstupu:

```
5 5
0 1
1 2
2 3
3 4
4 0
```

Príklad výstupu:

```
2
```

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezapudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajúte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezapudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojkom.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.