

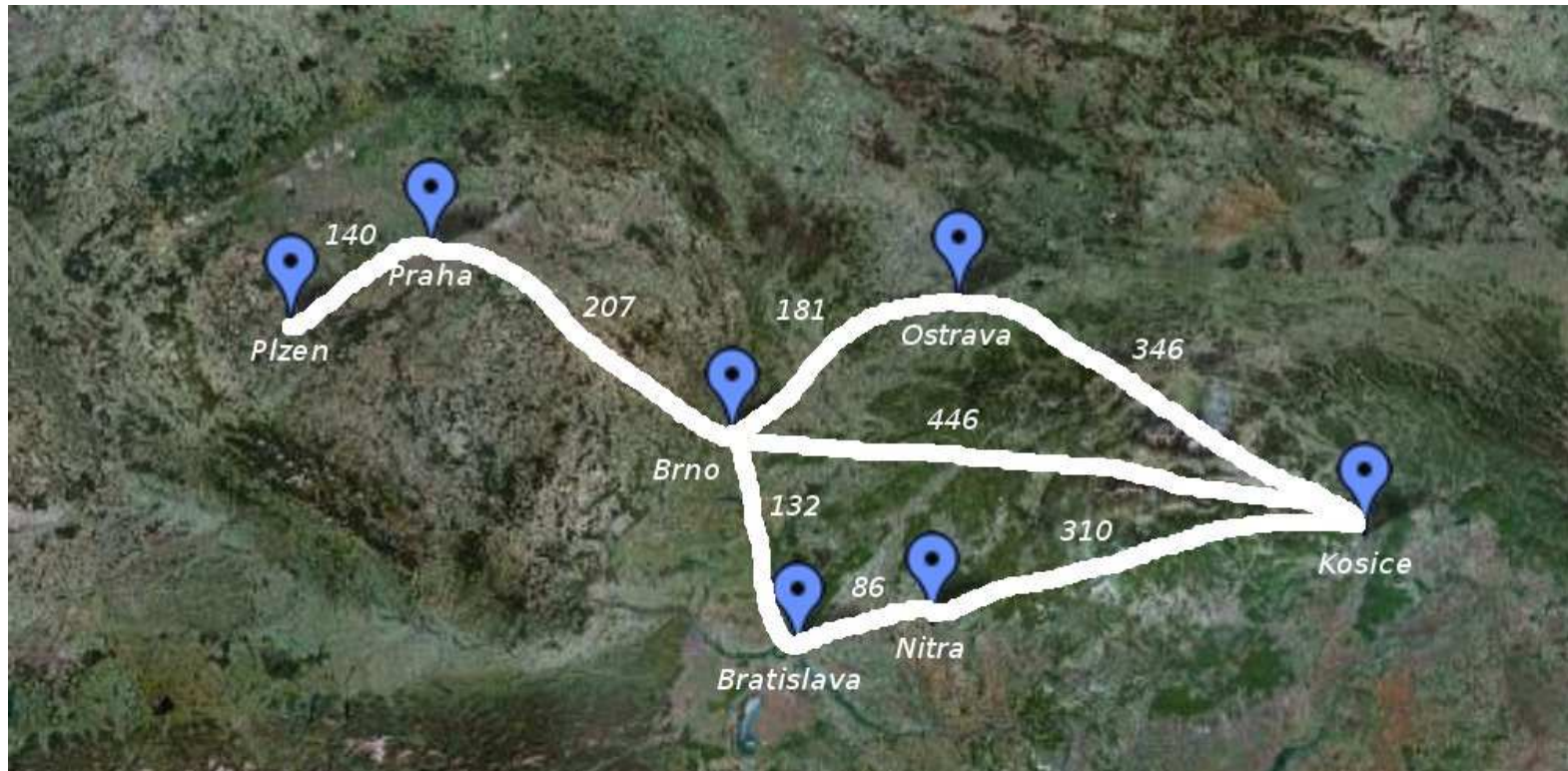
# Teória grafov

Broňa Brejová

19.12.2020

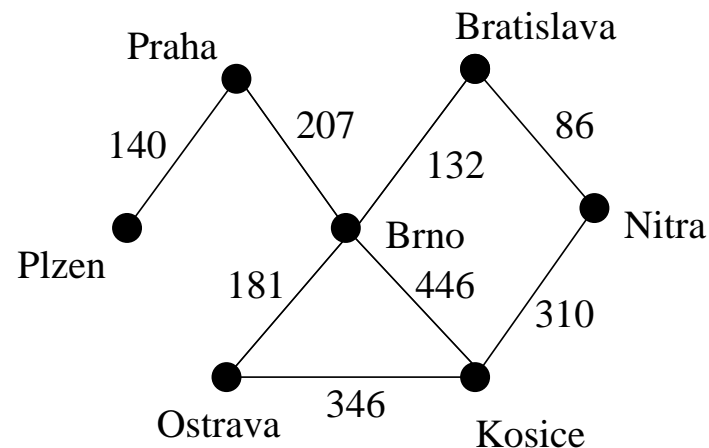
## Grafy a grafové algoritmy

**Graf:** 7 vrcholov (mestá), 8 hrán (cestné spojenia)



Počet vrcholov  $n$ , počet hrán  $m$   
Nezáleží na rozmiestnení vrcholov

**Cesta:** Postupnosť nadväzujúcich hrán, žiadny vrchol sa neopakuje



Napr. Plzeň–Praha–Brno–Bratislava je cesta  
Brno–Ostrava–Košice–Brno–Praha nie je cesta

**Najkratšia cesta z  $a$  do  $b$ :** Cesta spájajúca vrcholy  $a$  a  $b$  s najmenším súčtom vzdialeností na hranách

Možno spočítať v čase  $O(n^2)$  **Dijkstrovym algoritmom.**

**Cyklus:** Postupnosť nadväzujúcich hrán, ktorá sa vracia do východzieho bodu, nemá žiadne iné opakujúce sa vrcholy.



Proctor and Gamble sůtaž, 1962



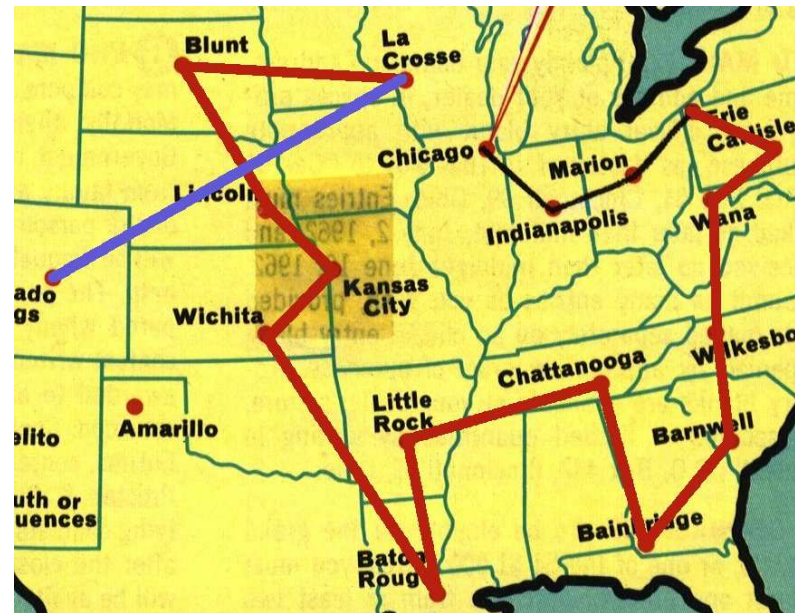
## Problém obchodného cestujúceho

**Vrcholy:** mestá na mape

**Hrany:** medzi každými dvoma vrcholmi, váha je vzdušná vzdialenosť

**Úloha:** obcestovať všetky mestá tak, aby celková vzdušná vzdialenosť bola minimálna (**Hamiltonovská kružnica**)

**Jednoduchá heuristika:** Vždy pokračuj v najbližšom meste, ktoré sme ešte nenavštívili.



Správny a efektívny algoritmus? Nanešťastie, obchodný cestujúci je **NP-ťažký problém**.

## Príklad: Sieť interakcií proteínov

**Vrcholy:** proteíny

**Hrany:** priame interakcie

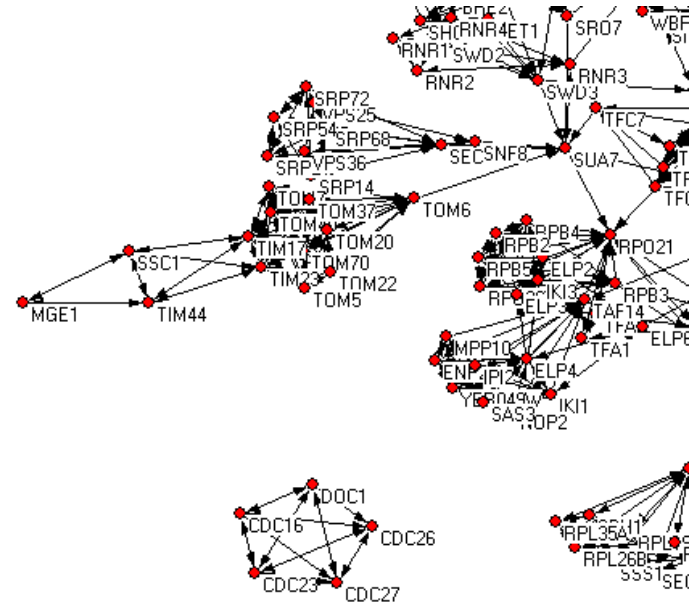
Metabolické dráhy zodp. **cestám**

Metabolické cykly zodp. **cyklom**

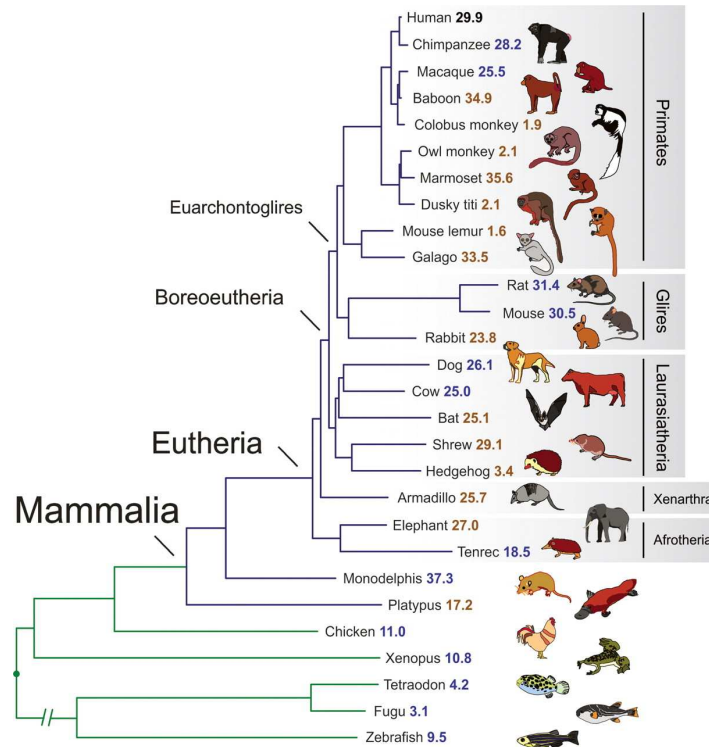
**Kliky:** Skupiny vrcholov priamo prepojené každý s každým

Komplexy zodpovedajú **klikám**

**Komponenty súvislosti:** Najväčšie skupiny vrcholov tak, aby sa v každom komponente dalo dostať z každého vrcholu do každého.



## Príklad: Fylogenetický strom



- **Stromy** sú špeciálna podtrieda grafov (acyklické, súvislé)
- Vrcholy: listy, vnútorné (spolu  $n$ )
- Hrany:  $n - 1$
- **Binárny strom:** každý vnútorný vrchol má 2 synov

**Ďalšie príklady stromov:** hierarchické zhlukovanie, dátové štruktúry na rýchle vyhľadávanie

**Ďalšie príklady grafov:** de Bruijnov graf, fylogenetická sieť (evolúcia s horizontálnym prenosom génov alebo rekombináciou), regulačné siete, hierarchia GO (gene ontology)