

# Domáca úloha č. 4

2-AIN-105, Zima 2014

Termín: 18.12.2014, 23:59, I7

**Predĺžený termín** Riešenie tejto úlohy je možné odovzdať **elektronicky až do 22.12.2014 23:59** (pre riešenia na papieri platí pôvodný termín). Riešenie musí byť vo formáte PDF vypracované v adekvátnom programe (žiadne scany / fotografie rukou písaných riešení). Riešenia posielajte e-mailom na adresu `siska@ii.fmph.uniba.sk`, do predmetu uveďte "VKTI DU4". Rozhoduje dátum doručenia e-mailu na náš server.

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] **Polynomiálne redukcie.** V tejto úlohe sa budeme zaoberať niekoľkými párami problémov  $A, B$ , pre ktoré ste na prednáškach alebo cvičeniach videli redukciu  $A \leq_p B$  (všetky tieto redukcie sú spísané v poznámkach na stránke predmetu). Pre každý pár je zadaný vstup  $x$  pre problém  $A$  a vašou úlohou je:

- Zostrojíte vstup  $f(x)$  pre problém  $B$  podľa konštrukcie prezentovanej v poznámkach.
- Zistíte, či  $f(x)$  je pozitívna alebo negatívna inštancia problému  $B$ .
- Ak je odpoveď "áno", nájdite príslušný kombinatorický objekt, ktorý demonštruje riešenie problému  $B$  pre vstup  $f(x)$  a ukážte, ako sa toto riešenie vzťahuje k riešeniu problému  $A$  pre vstup  $x$ .  
Napríklad pre  $A = \text{HAM}$ ,  $B = \text{TSP-D}$ , ukážte obchôdzku obchodného cestujúceho pre graf  $f(x)$  s požadovanou dĺžkou a ukážte, ako sa táto obchôdzka zmení na Hamiltonovskú kružnicu v pôvodnom grafe.
- Ak je odpoveď "nie", zdôvodnite ju.

- a)  $A = \text{HAM}$ ,  $B = \text{TSP-D}$ ,  $x$  je neorientovaný graf  $G = (V, E)$ ,  $V = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $E = \{(1, 2), (1, 3), (2, 4), (3, 4)\}$
- b)  $A = \text{3-SAT}$ ,  $B = \text{VC}$ ,  $x = (\neg u_2 \vee u_3 \vee \neg u_4) \wedge (u_1 \vee u_3 \vee \neg u_2) \wedge (u_4 \vee \neg u_1 \vee u_2) \wedge (\neg u_2 \vee u_4 \vee \neg u_3)$
- c)  $A = \text{3-SAT}$ ,  $B = \text{SUBSET-SUM}$ ,  $x = (\neg u_2 \vee u_3 \vee \neg u_4) \wedge (u_1 \vee u_3 \vee \neg u_2) \wedge (u_4 \vee \neg u_1 \vee u_2) \wedge (\neg u_2 \vee u_4 \vee \neg u_3)$
- d)  $A = \text{SUBSET-SUM}$ ,  $B = \text{COIN}$ ,  $x$ : set  $S = \{1, 4, 5, 6\}$ , cieľová suma  $T = 8$

2. [20 bodov] **Znova animácie.** Janko ešte stále pracuje na animáciách pre počítačovú hru. Tesne pred vydaním hry sa však ako vždy na poslednú chvíľu niekoľko vecí zmenilo. Keďže opakovanie tej istej animácie nevyzeralo dobre, padlo rozhodnutie, že každá z animácií sa môže použiť maximálne raz. Aby ale ostala aspoň trocha voľnosti, je možné každú animáciu pustiť aj „odzadu“ (tiež maximálne raz) Taktiež postavy nemôžu vôbec ostať stáť a animáciu treba naplánovať presne na určený počet krokov. Šéf chce aby Janko svoj algoritmus čo najviac vylepšil. Janko má ale pocit, že to nebude také ľahké, práveže skôr *ťažké*.

Aktuálne znenie Jankovho problému:

- $n$  póz a  $m$  animácií, každá animácia má číslo počiatočnej a koncovej pozície a počet krokov koľko trvá;
- číslo začiatočnej pózy  $s$ , cieľovej  $f$  a počet krokov  $k$ ;
- každú animáciu môžeme použiť maximálne raz smerom ako bola navrhnutá a maximálne raz opačným smerom.

Janko potrebuje zistiť, či vie nájsť postupnosť animácií z pózy  $s$  do pózy  $f$  na presne  $k$  krokov. Dokážte, že Jankov problém je NP-úplný.

3. [20 bodov] **Programátorská úloha.** Na vstupe je číslo  $c$  (platí  $1 \leq c \leq 1000000$ ). Zostrojte orientovaný acyklický graf s najviac 100 vrcholmi, v ktorom platí:

- Vrcholy sú očíslované  $0, 1, \dots, n - 1$ .

- Z vrcholu 0 sa dá dostať do každého vrcholu.
- Medzi vrcholmi 0 a  $n - 1$  vedie práve  $c$  rôznych ciest.
- Graf neobsahuje násobné hrany.

**Formát vstupu:**

V prvom riadku vstupu je číslo  $c$  (požadovaný počet ciest).

**Formát výstupu:**

Vypíšte graf v pomerne štandardnom formáte. V prvom riadku výstupu sú čísla  $n, m$  (počet vrcholov a počet hrán). V nasledujúcich  $m$  riadkoch je popis hrán. V každom riadku je dvojica čísel  $a, b$  oddelených medzerou, ktoré vyjadrujú, že vedie hrana z vrchola  $a$  do vrchola  $b$ .

**Príklad vstupu:**

4

**Príklad výstupu:**

```
6 8
0 1
0 2
0 3
0 4
1 5
2 5
3 5
4 5
```

## Všeobecné pokyny

**Písomné úlohy.** Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezapodnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajúte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) do krabice pred kanceláriou I-7 v stanovenom termíne. Na neskoru odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezapodnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojkom.

**Programátorské úlohy.** Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzerat' (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.