

Domáca úloha č. 2

1-AIN-105, Zima 2015

Termín: 27.10.2015, 23:59, M-163 (pod dvere)

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] Zistite, či pre uvedený problém je daný greedy algoritmus správny. Dokážte správnosť algoritmu alebo uveďte kontrapríklad.

a) **Podivná hra.** Na stole je v rade vyložených $2n$ kartičiek s číslami. Hru hrajú dvaja hráči, pričom každý z nich si môže v každom ťahu zobrať jednu z dvoch krajných kartičiek. Vyhráva ten, kto má na konci väčší súčet čísel na svojich kartičkách. Cieľom prvého hráča je vyhrať, nech druhý hráč hrá akokoľvek.

Algoritmus pre prvého hráča. Vždy keď je na ťahu, zoberie z dvoch krajných kartičiek tú s väčším číslom.

b) **Plátanie hadíc.** Na nemenovanej fakulte požiarňa inšpekcia našla deravú požiarňu hadicu. Keďže peňazí je málo, údržba sa rozhodla hadicu zaplatať. Hadica má k malých dier vo vzdialenostiach $d_1 < d_2 < \dots < d_k$ centimetrov od začiatku. Máme k dispozícií záplaty, ktoré pokryjú 5 cm dĺžky. Cieľom je zalepiť všetky diery s použitím najmenšieho možného počtu záplat.

Algoritmus. Položíme ľavý koniec záplaty na najľavejšiu diery. Zmažeme zo zoznamu všetky diery pokryté záplatou a opakujeme, až kým neostanú žiadne diery.

2. [20 bodov] **Zo špajze.** Babka má v špajzi uložených n čerešňových kompótov, pričom i -ty kompót má v sebe a_i čerešní. Je noc a vy ste sa rozhodli, že máte chuť na čerešne. Aby babka nič nezbadala, z každých **dvoch** za sebou môžete zjesť iba jeden kompót. Ak teda zjete kompót i , musíte kompóty $i - 1$ a $i + 1$ nechať na pokoji. Navrhňte efektívny algoritmus, ktorý vám prezradí, ktoré kompóty treba zjesť, aby ste zjedli najväčší možný počet čerešní.

Príklad: $n = 6$

$a_1 = 10, a_2 = 2, a_3 = 2, a_4 = 10, a_5 = 2, a_6 = 10$

Môžeme zjesť 30 čerešní, kompóty číslo 1, 4 a 6.

Poznámka: Dajte si pozor na to, aby váš algoritmus bol správny a nezabudnite jeho správnosť zdôvodniť vo vašom riešení.

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Kravy si chcú natiahnuť potrubie od rybníka do maštale. Vzdialenosť medzi rybníkom a maštalou je D . Majú P kusov potrubia. Každý kus má nejakú dĺžku L_i a nejakú priepustnosť P_i .

Kravy majú nešikovné kopytá, preto jediné, čo vedia, je naskladať niektoré rúry do radu za seba tak, aby dokopy mali presne potrebnú dĺžku. Priepustnosť takto naskladanej postupnosti rúr bude pochopiteľne rovná minimu z priepustností použitých rúr.

Zistite, akú najväčšiu priepustnosť môže mať potrubie, ktoré si kravy postavlia.

Formát vstupu. V prvom riadku vstupu sú dve celé čísla D a P ($7 \leq D \leq 100000$, $1 \leq P \leq 350$). Následuje P riadkov, každý z nich popisuje jednu rúru. Presnejšie, i -ty z týchto riadkov obsahuje dve celé čísla L_i a P_i ($1 \leq L_i, P_i \leq 2^{24}$).

Formát výstupu. Vypíšte jeden riadok a v ňom jedno celé číslo: najväčšiu dosiahnuteľnú priepustnosť potrubia. (Ak sa žiadne potrubie postaviť nedá, je to nula.)

Príklad.

vstup:	výstup:
7 6	5
4 5	
3 6	
2 7	
1 4	
6 7	
1 5	

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezabudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajúte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezabudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojkom.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.