

# Domáca úloha č. 4

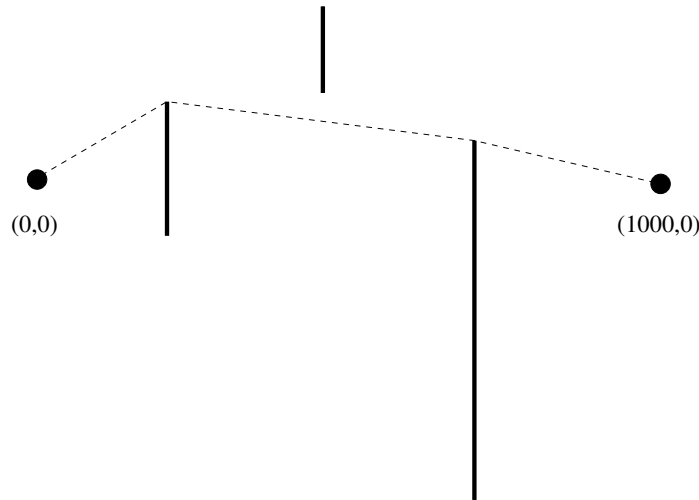
2-AIN-105, Zima 2015

Termín: 8.12.2015, 23:59, M-163 (pod dvere)

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] **Robotické preteky.** Dr. Petrovič organizuje robotické preteky, kde je úlohou, aby sa robot čo najrýchlejšie dostal z počiatočného bodu na súradniciach  $(0, 0)$  do koncového bodu na súradniciach  $(1000, 0)$ . Aby bola súťaž ťažšia, v miestnosti sú umiestnené prekážky, pričom  $i$ -ta prekážka je tenká betónová stena medzi bodmi  $(x_i, d_i)$  a  $(x_i, h_i)$ . V zmysle príslovia “robotom múr neprerazíš”, robot cez takúto prekážku nedokáže prejsť.

**Úloha:** Navrhňte algoritmus, ktorý pre zadanú konfiguráciu  $n$  prekážok naplánuje najrýchlejšiu trasu pre robota (čas je priamo úmerný dĺžke cesty).



**Hint:** Môžete bez dôkazu použiť tvrdenie, že najrýchlejšia trasa bude pozostávať z úsečiek, pričom smer bude robot meniť len v bodoch, ktoré predstavujú koncové body prekážok. Najrýchlejší robot sa bude vždy pohybovať len zľava doprava.

2. [20 bodov] **Zápchy.** Ak sa chcete dostať autom z FMFI UK do Avionu, obvykle by ste použili diaľnicu a Prístavný most. V niektorých časoch dňa sa však na pripájacoch v Petržalke začínú tvoriť kolóny a vtedy je najlepšie sa danému úseku vyhnúť a radšej to zobrať po nábřeží.

Za účelom tohto príkladu rozdelíme deň na 96 pätnásťminútových intervalov a očísľujeme ich od 1 po 96. Všetky časové údaje budeme udávať v pätnásťminútových intervaloch.

Máte daný orientovaný graf  $G = (V, E)$ , kde vrcholy reprezentujú význačné miesta v meste a hrany reprezentujú cestné spojenia medzi nimi. Máte tiež danú tabuľku  $D[e, t]$ , ktorá udáva pre každú hranu  $e \in E$  a pre každé  $1 \leq t \leq 96$  čas, ktorý potrebujeme na to, aby sme prešli hranou  $e$ . Ak začneme v jej začiatočnom vrchole v čase  $t$ , dôjdeme do jej koncového vrcholu v čase  $t + D[e, t]$ .

**Úloha:** Na vsupe máme vrcholy  $u, v$  a čas  $t$ . Navrhňte algoritmus, ktorý vypočíta najrýchlejšiu cestu z vrcholu  $u$  do vrcholu  $v$ , pričom začneme šoférovať v čase  $t$ . Môžete predpokladať, že šofér si nemôže dať nikde prestávku a že časy sú dané v celých pätnásťminútovkách.

**Hint:** Úlohu možno riešiť tak, že vstupné dáta reprezentujete ako nový graf  $G'$  a potom použijete jeden zo štandardných grafových algoritmov. Ak sa rozhodnete pre tento typ riešenia, popíšte všeobecne graf  $G'$  a na malom príklade ukážte jeho konštrukciu.

3. [20 bodov] **Cenné vrcholy v strome.** Daný je strom s  $n$  vrcholmi očíslovanými  $1, 2, \dots, n$ . Koreň stromu je vo vrchole 1. Pre každý vrchol  $i$  je daná jeho cena  $c_i$ . Vašou úlohou je vybrať podmnožinu vrcholov  $X$  takú, že žiadne dva vrcholy v  $X$  nie sú susedné a celková cena vrcholov v  $X$  je najväčšia možná.

**Formát vstupu:** V prvom riadku vstupu je číslo  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ). Nasleduje  $n$  riadkov, pričom v  $i$ -tom z nich je jedno číslo  $c_i$  (cena  $i$ -teho vrchola). Môžete predpokladať, že  $0 < c_i < 1000000$ . Za nimi nasleduje  $n - 1$  riadkov. V  $i$ -tom z nich je otec vrchola  $i + 1$  (vrchol 1 nemá otca, je to koreň).

**Formát výstupu:** Vypíšte jeden riadok, ktorý obsahuje maximálnu celkovú cenu množiny  $X$ .

**Obmedzenia a bodovanie:** Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre všetky vstupy. Na získanie polovice bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď aspoň pre vstupy, kde otec vrchola  $i + 1$  je vrchol  $i$  (inými slovami, vrcholy tvoria cestu).

**Príklad vstupu:**

```
6
1
2
2000
1001
1001
3
1
1
3
3
3
3
```

**Príklad výstupu:**

```
2007
Zoberieme vrcholy 2, 4, 5, 6; celkový súčet máme  $2 + 1001 + 1001 + 3 = 2007$ .
```

## Všeobecné pokyny

**Písomné úlohy.** Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezapudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajúte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezapudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojkom.

**Programátorské úlohy.** Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie `foja.dcs.fmph.uniba.sk/eval`, kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.