

Domáca úloha č. 1

1-AIN-105, Zima 2016

Termín: 22.10.2019, 8:10 na prednáške

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete! Ak nie je povedané ináč, všetky logaritmy majú základ 2.

1. [20 bodov] Pre nasledujúce páry funkcií f, g zistite, či **i.** $f(n) \in O(g(n))$, **ii.** $f(n) \in \Theta(g(n))$, **iii.** $f(n) \in \Omega(g(n))$. Zdôvodnite svoje odpovede (vrátane záporných), pre všetky kombinácie a-i., a-ii., a-iii., b-i., b-ii., b-iii., ...

a) $f(n) = n^{2/3} + n^{3/2} + n \log n$, $g(n) = \binom{n}{2}$

b) $f(n) = \sum_{i=1}^n i^2$, $g(n) = n^3$

c) $f(n) = n|\sin n|$, $g(n) = n$

d) $f(n) = (\log n)^{\log n}$, $g(n) = n^{\log \log n}$

2. [20 bodov] Nasledujúci pseudokód zisťuje, či sa v poli $a[0 \dots n-1]$, obsahujúcom iba nezáporné čísla, vyskytuje každé z čísel $0, 1, \dots, n-1$ práve raz.

```
i = 0;
while (i < n) {
    j = i;
    while (a[j] != -1) {
        if (a[j] >= n)
            return false;
        k = a[j];
        a[j] = -1;
        j = k;
    }
    if (j != i)
        return false;
    while(i < n && a[i] == -1)
        i++;
}
return true;
```

Odhadnite asymptotickú zložitosť tohto pseudokódu v závislosti od parametra n . Pokiaľ možno ukážte, že váš odhad je tesný (t.j. že sa nedá urobiť lepší asymptotický odhad).

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Predstavte si, že máte na stole v rade položených n kartičiek s číslami $1, 2, \dots, n$ (v tomto poradí). Následne prichádza postupne m pokynov typu: “vymeň kartičku s číslom a s kartičkou s číslom b .” Vašou úlohou je vypísať poradie kartičiek na stole po vykonaní týchto m operácií.

Napríklad ak by sme mali $n = 5$ a $m = 2$, tak na začiatku by bolo poradie kartičiek $1\ 2\ 3\ 4\ 5$, následne ak by prvá operácia bola “vymeň čísla 2 a 4”, tak by sa poradie zmenilo na $1\ 4\ 3\ 2\ 5$. Ak by druhá operácia bola “vymeň čísla 4 a 5”, tak by sa poradie zmenilo na $1\ 5\ 3\ 2\ 4$ a toto poradie by následne váš program mal aj vypísať.

Formát vstupu. V prvom riadku vstupu sú čísla n a m . Nasleduje m riadkov, kde v každom riadku sú dve rôzne čísla a, b , ktoré treba vymeniť.

Formát výstupu. Vypíšte jeden riadok, ktorý obsahuje jednou medzerou oddelené čísla na kartičkách po vykonaní všetkých operácií. Dajte si pozor na to, aby za posledným číslom nenásledovala medzera, ale znak nového riadku.

Obmedzenia a bodovanie. Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 300000$ a $1 \leq m \leq 300000$. Na získanie polovice bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde $1 \leq n \leq 500$ a $1 \leq m \leq 500$.

Príklad.

vstup:

5 2
2 4
4 5

výstup:

1 5 3 2 4

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezabudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezabudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojčekom.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie (link na stránke predmetu s domácimi úlohami), kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Môj účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.