

Domáca úloha č. 3

1-AIN-105, Zima 2019

Termín: 26.11.2019, 8:10, na prednáške

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] Pre každú z nižšie uvedených rekurencií odvodte čo najtesnejší asymptotický horný odhad pre $T(n)$. Predpokladajte, že $T(1) = \Theta(1)$ and $T(0) = \Theta(1)$. V prípade, že sa rozhodnete aplikovať master theorem, môžete zanedbať dolné a horné celé časti. Zdôvodnite svoje odpovede.

a) $T(n) = 7T(\lfloor n/2 \rfloor) + n^2$

b) $T(n) = 16T(\lfloor n/4 \rfloor) + n^2$

c) $T(n) = 4T(\lfloor n/2 \rfloor) + n^2\sqrt{n}$

d) $T(n) = T(\lfloor \sqrt{n} \rfloor) + 1$

2. [20 bodov] **Stavba diaľnice.** Projekt stavby diaľnice je rozdelený na n úsekov, pričom i -ty úsek bude trvať postaviť t_i času. Máte k dispozícii k partií stavbárov. Ak partia začne stavať úsek j , postaví ho za čas t_j , potom sa presunie na stavbu úseku $j + 1$, ktorý postaví za čas t_{j+1} , atď., až kým nenarazí na postavený úsek alebo koniec diaľnice; v takom prípade partia odíde domov a už sa na stavbu nevráti. Diaľnica je dostavaná, keď posledná partia odíde domov.

Navrhnite algoritmus, ktorý určí, na ktorom úseku má ktorá partia začať, aby sme celú diaľnicu postavili v najkratšom možnom čase (najlepšie už do volieb).

Hint: Ako by ste rozmiestnili partie, keby ste vedeli koľko bude stavba diaľnice trvať?

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Šikovný predavač kníh si všimol, že keď kupujúcemu ponúkne knihu a správne odhadne cenu, tak ju kupujúci kúpi. V stánku na vianočných trhoch má na kope knihy a podľa oblečenia kupujúceho vie odhadnúť, aký je kupujúci prachatý. Ak je kupujúceho prachatosť p a hodnota knihy je h , treba ju kupujúcemu ponúknuť za cenu ph bubákov a kupujúci ju kúpi.

Najprachatejším kupujúcim chceme tým pádom ponúkať tie najhodnotnejšie knihy. Na trhoch však nie je čas prehrávať sa všetkými knihami na kope a hľadať tú správnej hodnoty, preto predavač ohodnotí pohľadom kupujúceho a vyberie pre neho **jednu z troch najvrchnejších kníh** na kope.

V stánku máme n kníh o hodnotách h_1, h_2, \dots, h_n (hodnoty kníh sú usporiadané od vrchu kopy až po spodok) a v rade stojí n kupujúcich, pričom ich prachatosť je p_1, p_2, \dots, p_n (v tomto poradí). Koľko najviac peňazí môže predavač utŕžiť za svoju kopy kníh?

Formát vstupu: V prvom riadku je číslo n . V druhom riadku sú medzerou oddelené hodnoty kníh h_1, h_2, \dots, h_n . V treťom riadku sú medzerou oddelené prachatosti zákazníkov p_1, p_2, \dots, p_n .

Formát výstupu: Na výstupe vypíšte jediné číslo—najväčší možný obnos peňazí, ktorý môžete za knihy utŕžiť.

Obmedzenia: Môžete predpokladať $n \leq 500$ a $1 \leq h_i \leq 1000$ a $1 \leq p_i \leq 1000$.

Príklad vstupu:

4
16 6 2 10
3 8 12 9

Príklad výstupu:

336

Prvému kupujúcemu ponúkžeme tretiu knihu z vrchu o hodnote 2, za ktorú zaplatí 6 bubákov. Zostávajú nám knihy s hodnotami 16 6 10 (v tomto poradí). Druhému kupujúcemu ponúkžeme druhú knihu z vrchu, za ktorú zaplatí 48

bubákov a zostanú nám knihy s hodnotami 16 a 10. Tretí kupujúci zaplatí za vrchnú knihu 192 bubákov a posledný kupujúci zaplatí za vrchnú knihu 90 bubákov.

Hint: Porozmýšľajte nad dynamických programovaním, kde by podproblém reprezentoval stav kopy kníh.

Všeobecné pokyny

Písomné úlohy. Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezabudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezabudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojčekom.

Programátorské úlohy. Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie (link na stránke predmetu s domácimi úlohami), kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.