

# Domáca úloha č. 4

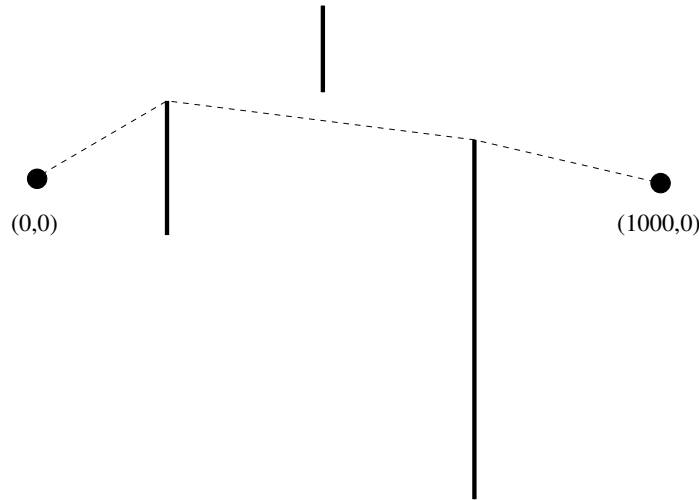
1-AIN-105, Zima 2019

Termín: 18.12.2019, 8:10, na prednáške

Skôr ako sa pustíte do riešenia domácej úlohy, oboznámte sa so všeobecnými pokynmi, ktoré sú priložené na konci tohto dokumentu. Riešenia, ktoré odovzdáte, musia byť vaše vlastné. Neopisujte a nesnažte sa nájsť riešenia v literatúre alebo na internete!

1. [20 bodov] **Robotické preteky.** Dr. Petrovič organizuje robotické preteky, kde je úlohou, aby sa robot čo najrýchlejšie dostal z počiatočného bodu na súradniciach  $(0, 0)$  do koncového bodu na súradniciach  $(1000, 0)$ . Aby bola súťaž ťažšia, v miestnosti sú umiestnené prekážky, pričom  $i$ -ta prekážka je tenká betónová stena medzi bodmi  $(x_i, d_i)$  a  $(x_i, h_i)$ . V zmysle príslovia “robotom múr neprerazíš”, robot cez takúto prekážku nedokáže prejsť.

**Úloha:** Navrhnite algoritmus, ktorý pre zadanú konfiguráciu  $n$  prekážok naplánuje najrýchlejšiu trasu pre robota (čas je priamo úmerný dĺžke cesty).



**Hint:** Môžete bez dôkazu použiť tvrdenie, že najrýchlejšia trasa bude pozostávať z úsečiek, pričom smer bude robot meniť len v bodoch, ktoré predstavujú koncové body prekážok. Najrýchlejší robot sa bude vždy pohybovať len zľava doprava.

2. [20 bodov] **Zápchy.** Ak sa chcete dostať autom z FMFI UK do Avionu, obvykle by ste použili diaľnicu a Prístavný most. V niektorých časoch dňa sa však na pripájačoch v Petržalke začnú tvoriť kolóny a vtedy je najlepšie sa danému úseku vyhnúť a radšej to zobrať po nábřeží.

Za účelom tohto príkladu rozdelíme deň na 96 pätnásťminútových intervalov a očísľujeme ich od 1 po 96. Všetky časové údaje budeme udávať v pätnásťminútových intervaloch.

Máte daný orientovaný graf  $G = (V, E)$ , kde vrcholy reprezentujú význačné miesta v meste a hrany reprezentujú cestné spojenia medzi nimi. Máte tiež danú tabuľku  $D[e, t]$ , ktorá udáva pre každú hranu  $e \in E$  a pre každé  $1 \leq t \leq 96$  čas, ktorý potrebujeme na to, aby sme prešli hranou  $e$ . Ak začneme v jej začiatčom vrchole v čase  $t$ , dôjdeme do jej koncového vrcholu v čase  $t + D[e, t]$ .

**Úloha:** Na vsupe máme vrcholy  $u, v$  a čas  $t$ . Navrhnite algoritmus, ktorý vypočíta najrýchlejšiu cestu z vrcholu  $u$  do vrcholu  $v$ , pričom začneme šoférovať v čase  $t$ . Môžete predpokladať, že šofér si nemôže dať nikde prestávku a že časy sú dané v celých pätnásťminútovkách.

**Hint:** Úlohu možno riešiť tak, že vstupné dáta reprezentujete ako nový graf  $G'$  a potom použijete jeden zo štandardných grafových algoritmov. Ak sa rozhodnete pre tento typ riešenia, popíšte všeobecne graf  $G'$  a na malom príklade ukážte jeho konštrukciu.

3. [20 bodov] **Programátorská úloha** (viď všeobecné pokyny). Na vstupe je neorientovaný neohodnotený súvislý graf. Nájdite najmenšie číslo  $d$  také, že vzdialenosť každej dvojice vrcholov je najviac  $d$ .

**Formát vstupu:** V prvom riadku vstupu sú čísla  $n, m$  (počet vrcholov a počet hrán). V nasledujúcich  $m$  riadkoch je popis hrán. V každom riadku sú dve čísla, ktoré vyjadrujú, ktoré dva vrcholy spája daná hrana (vrcholy grafu číslované od 0 do  $n - 1$ ). Môžete predpokladať, že medzi každou dvojicou vrcholov vedie maximálne jedna hrana a že v grafe neexistujú slučky.

**Formát výstupu:** Vypíšte jeden riadok, ktorý obsahuje číslo  $d$ .

**Obmedzenia a bodovanie:** Na získanie plného počtu bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde  $1 \leq n \leq 100$ . Na získanie polovice bodov je nutné, aby váš program dal v časovom limite správnu odpoveď pre vstupy, kde  $1 \leq n \leq 15$ .

**Príklad vstupu:**

```
5 5
0 1
1 2
2 3
3 4
4 0
```

**Príklad výstupu:**

```
2
```

## Všeobecné pokyny

**Písomné úlohy.** Píšte riešenia takým spôsobom, aby obsahovali všetku potrebnú informáciu na pochopenie vášho riešenia, ale súčasne aby boli stručné a ľahko pochopiteľné. Všetky tvrdenia je potrebné zdôvodniť (a to aj v prípade, že to nie je explicitne napísané v zadaní).

Ak sa v zadaní požaduje vyriešenie algoritmickej úlohy, odovzdajte najlepší algoritmus, aký viete navrhnúť. Základným kritériom na hodnotenie bude *správnosť algoritmu*, druhým kritériom bude jeho *časová, prípadne pamäťová zložitosť*. Správny ale pomalý algoritmus dostane podstatne viac bodov ako algoritmus, ktorý je síce rýchly, ale nedá správnu odpoveď na každý vstup. Neefektívne algoritmy spĺňajúce podmienky zadania dostanú cca 50% bodov. Súčasťou vášho riešenia musia byť nasledujúce časti:

- Najprv popíšte hlavnú myšlienku algoritmu.
- Vyjadrite algoritmus formou pseudokódu.
- Ak to nie je zrejmé na prvý pohľad, ukážte že váš algoritmus je správny.
- Nezabudnite na analýzu zložitosti algoritmu.

Písomné úlohy odovzdávajte *na papieri* (či už vytlačené alebo písané rukou) pod dvere kancelárie M-163 v stanovenom termíne. Na neskoro odovzdané riešenia sa nebude prihliadať. Nezabudnite jasne napísať svoje plné meno a priezvisko na prvú stranu a svoje riešenia pevne zopnúť spinkovacím strojčekom.

**Programátorské úlohy.** Pri programátorských úlohách je vašou úlohou odovzdať len funkčný program, nie je vyžadované písomné riešenie. Riešenie odovzdávate cez webové rozhranie (link na stránke predmetu s domácimi úlohami), kde bude okamžite otestované na niekoľkých vstupoch a dozviete sa koľko bodov získalo (body získate, keď všetky vstupy z danej sady vyriešite správne v časovom limite). Riešenie môžete odovzdávať aj viackrát, hodnotí sa posledné riešenie odovzdané v stanovenom termíne. Navyše si dajte pozor, či v systéme máte správne vyplnené meno a priezvisko (sekcia Mój účet). Podrobnosti o tom, ako má váš program vyzeráť (vrátane povolených programovacích jazykov), nájdete v sekcii Návod.